

V00

Quantenkryptografie Analogieversuch

Fritz Ali Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Jan Lucca Viola
janlucca.viola@udo.edu

Durchführung: 9. Dezember 2024
Abgabe: 13. Dezember 2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 One-Time Pad	1
2.2 Erstellung eines Schlüssels	2
2.3 Identifikation eines Abhörversuches	4
2.4 Analogie zum Quantenmechanischen Versuch	5
2.4.1 Zufall	5
2.4.2 No-Cloning Theorem	5
2.4.3 Einzelphotonen vs. klassischem Licht	6
2.5 Überführung in QM	6
3 Durchführung	11
3.1 Justierung	11
3.2 Aufbau	12
3.3 Verfahren	13
3.3.1 Verschlüsselung einer Nachricht	13
3.3.2 Identifikation eines Abhörversuchs	14
4 Auswertung	15
4.1 Verschlüsselung einer Nachricht	15
4.2 Identifikation eines Abhörversuchs	17
5 Diskussion	20
Literatur	21

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist, eine analog zu abhörsicheren quantenkryptografischen Kommunikationsverfahren funktionierende Apparatur aufzubauen und anzuwenden.

2 Theorie

Kryptografie befasst sich mit der Verschlüsselung von Daten, sodass nur Sender und Empfänger die Nachricht lesen können. Die Sicherheit basiert entweder auf komplexen Algorithmen oder praktischen Hindernissen wie der Faktorisierung großer Zahlen. Klassische Verfahren sind jedoch nie absolut sicher, da Schlüssel geknackt werden können. Mithilfe der Quantenphysik lässt sich dieses Problem lösen, indem ein zufälliger Schlüssel generiert wird, der nur Sender und Empfänger bekannt ist. Abhörversuche werden dabei grundsätzlich erkannt. Der Analogieversuch wird mit dem sgn. BB84 Protokoll durchgeführt [1].

2.1 One-Time Pad

Das One-Time Pad ist ein Schlüsselverfahren mit einem zufällig generierten Schlüssel aus bits, welcher auf die zu verschlüsselnde Nachricht addiert werden soll. Hierbei sind die gelten die Regeln

$$\begin{aligned}0 + 0 &= 0 \\1 + 0 &= 1 \\0 + 1 &= 1 \\1 + 1 &= 0.\end{aligned}$$

Falls ein Abhörversuch stattfindet, kann die Nachricht also nur entschlüsselt werden, wenn der zufällig gewählte Schlüssel bekannt ist. Die Voraussetzungen für die Sicherheit des Verfahrens sind

1. Die Länge des Schlüssels entspricht der Nachrichten Länge,
2. Einmalige Verwendung eines Schlüssels,
3. Komplette zufällige Wahl des Schlüssels,
4. Schlüssel darf nur dem Sender und Empfänger bekannt sein.

Punkt 3 und 4 sind im klassischen Sinn schwierig umzusetzen, da klassische Zufallszahlen bei genauer Betrachtung nur pseudozufällig als Ergebnis eines Algorithmus sind und die Übermittlung eines Schlüssels prinzipiell auch Abgefangen werden könnte. Diese Probleme können durch die Quantenmechanik gelöst werden.

2.2 Erstellung eines Schlüssels

Für die Erstellung eines Schlüssels ist es nötig vorab die Darstellung der Bits zu diskutieren. Hierzu wird der Sender, der im Folgenden Alice genannt wird genutzt. Alice möchte eine verschlüsselte Nachricht an den Empfänger Bob senden. Hierzu müssen die Bits übertragen werden. Grundsätzlich beinhaltet die Wahl des Bits nur ob das gesendete Photon horizontal ("0") oder vertikal polarisiert ("1") polarisiert ist. Die Polarisationsrichtung wird über die Verwendung einer $\lambda/2$ -Platte realisiert. Eine $\lambda/2$ -Platte ist ein optisches Element aus einem doppelbrechenden Material, das dazu dient, die Polarisationsrichtung von Licht gezielt zu drehen. Die Funktion basiert auf der Eigenschaft der Doppelbrechung, bei der Licht in zwei Komponenten, die schnelle Achse und die langsame Achse, aufgeteilt wird, die unterschiedlich schnell durch das Material laufen. Licht, das entlang der schnellen Achse polarisiert ist, bewegt sich schneller, während Licht, das entlang der langsamen Achse polarisiert ist, verlangsamt wird. Der Unterschied in der Geschwindigkeit führt zu einer Phasenverschiebung zwischen den beiden Lichtkomponenten. Für eine $\lambda/2$ -Platte beträgt die Phasenverschiebung genau eine halbe Wellenlänge, also 180° . Wenn linear polarisiertes Licht in die $\lambda/2$ -Platte eintritt, wird die Polarisationssebene um einen Winkel gedreht, der doppelt so groß ist wie der Drehwinkel der Platte relativ zur ursprünglichen Polarisationsrichtung.

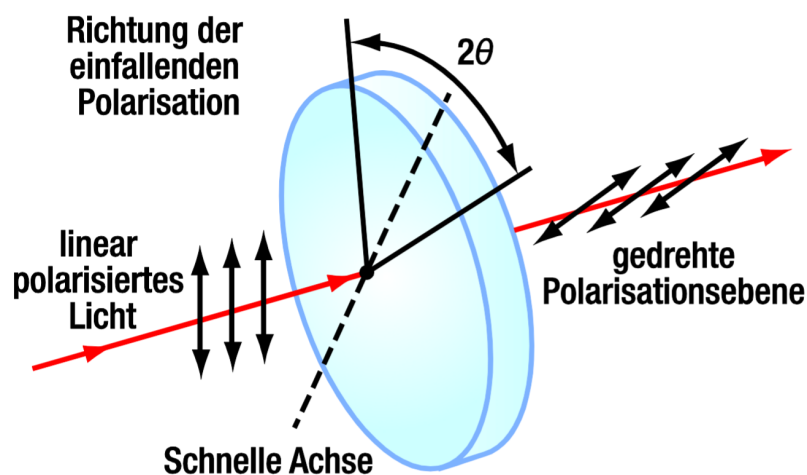


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Funktionsweise eines $\lambda/2$ -Plättchens. [2]

Eine schematische Darstellung der Funktionsweise einer $\lambda/2$ -Platte ist in Abbildung 1 dargestellt. Bob kann die Polarisationsrichtung unterscheiden, indem vor den verwendeten Detektoren (siehe Unterabschnitt 3.2) einen polarisierenden Strahlteiler verwendet, welcher in Abbildung 2 gezeigt ist.

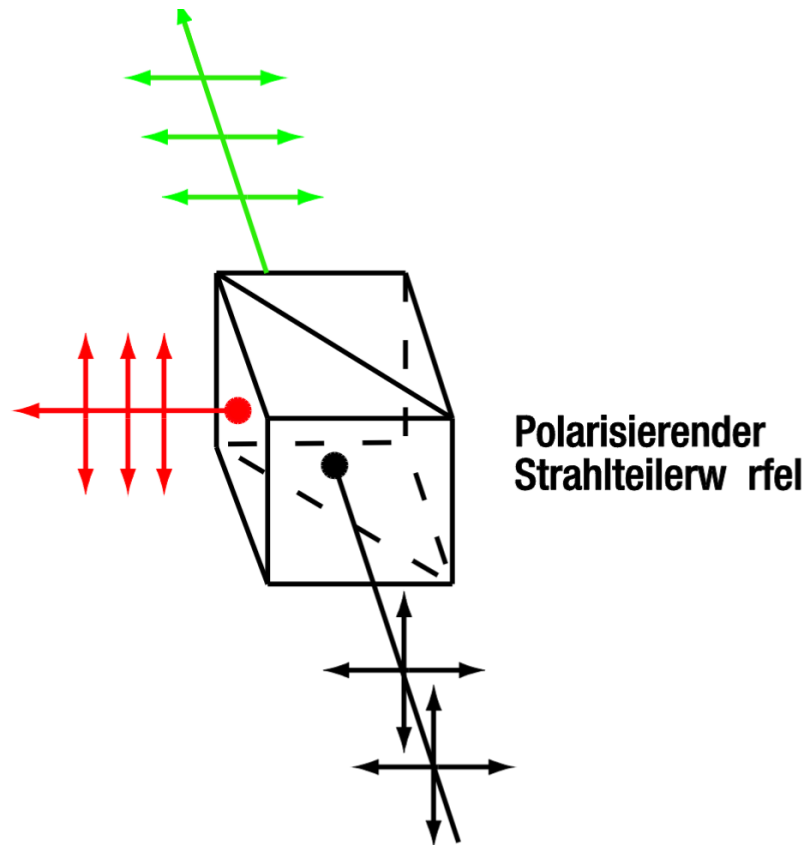


Abbildung 2: Darstellung eines polarisierenden Strahlteilers. [2]

Ein polarisierender Strahlteilerwürfel ist ein optisches Element, das Licht in zwei verschiedene Richtungen aufteilt, basierend auf dessen Polarisation. Er besteht aus zwei Glasprismen, die an ihrer gemeinsamen Grenzfläche durch eine spezielle, teildurchlässige Beschichtung verbunden sind. Diese Beschichtung ist so gestaltet, dass sie unterschiedlich auf die beiden Polarisationskomponenten des Lichts reagiert.

Die Trennung der Polarisationskomponenten entsteht durch die gezielte Interferenz an der dielektrischen Beschichtung. Diese Beschichtung weist für s-polarisiertes Licht (senkrecht zur Einfallsebene polarisiert) einen hohen Reflexionsgrad auf, wodurch der s-polarisierte Anteil an der Grenzfläche reflektiert wird. Im Gegensatz dazu wird p-polarisiertes Licht (parallel zur Einfallsebene polarisiert) nahezu vollständig durch die Beschichtung hindurchgelassen und setzt seinen Weg im Würfel fort.

Dadurch werden die beiden Polarisationskomponenten räumlich voneinander getrennt. Der s-polarisierte Anteil verlässt den Würfel in einem Winkel, typischerweise 90° zur Einfallrichtung, während der p-polarisierte Anteil geradlinig durch den Würfel austritt. Der Transmissionsfall wird von Bob als "0" gezählt, während die Reflexion eine "1" darstellt.

Im Umkehrschluss bedeutet das aber, dass es nicht möglich ist einen Schlüssel indirekt zu übertragen. Um das Problem zu lösen, wird der Begriff Basis eingeführt, der es effektiv ermöglicht eine weitere Darstellung der Bits zu verwenden. Das heißt, dass die Bits der Nachricht wie folgt gesendet werden können.

Tabelle 1: Zuordnung der Bitwerte zu den Basen und Einstellungen.

Basis	Bitwert	Einstellung
+ (rectilinear)	0	0°
+ (rectilinear)	1	90°
x (diagonal)	0	-45°
x (diagonal)	1	45°

Neben der Wahl des Bits, muss Alice also noch die Basis festlegen, in der gesendet wird. Bob muss nur zwischen den beiden Basen wählen. Wenn sowohl Alice als auch Bob die gleiche Basis gewählt haben, erhält Bob den richtigen Bit. Falls die falsche Basis gewählt wurde, wird die Hälfte des Lichtes transmittiert und die andere abgelenkt. Die Ablenkung der Hälfte entsteht dadurch, dass die Bits in den einzelnen Basen zu 45° verschoben sind. Welche Bits wann empfangen werden, ist in Abbildung 3 übersichtlich gezeigt.

Alice			Bob				Basen gleich?
Basis	Bit	=> Winkel	Basis	Winkel	Detektor „0“	Detektor „1“	
+	0	0°	+	0°	100%	0%	Ja
+	1	90°	+	0°	0%	100%	Ja
x	1	45°	+	0°	50%	50%	Nein
x	0	-45°	+	0°	50%	50%	Nein
+	0	0°	x	45°	50%	50%	Nein
+	1	90°	x	45°	50%	50%	Nein
x	1	45°	x	45°	0%	100%	Ja
x	0	-45°	x	45°	100%	0%	Ja

Abbildung 3: Darstellung des gemessenen Bits in Abhängigkeit der Basis und gesendeten Bits. [2]

Die genaue Basis wird gewählt, indem sich Alice und Bob nach einer gewissen Zeit über die Basen austauschen. Da, falls Alice und Bob die gleiche Basis hatten, auch das Bit übereinstimmt, kennen nun sowohl Sender als auch Empfänger den Schlüssel, welcher wie in Unterabschnitt 2.1 auf die ursprüngliche Nachricht addiert wird.

2.3 Identifikation eines Abhörversuches

Falls Lauscher Eve versucht, abzuhören, vermisst sie also das Licht, das von Alice kommt, und versucht, die identische Information an Bob weiterzuleiten. Dabei gibt es zwei Hauptmöglichkeiten. Wenn Eve die gleiche Basis wie Alice wählt, erhält sie das richtige Ergebnis und kann den Polarisationszustand korrekt an Bob weitergeben. Bob wählt nun zufällig seine Basis, was zu zwei möglichen Szenarien führt: Wenn Bob die gleiche Basis

wie Alice wählt, erhält er den richtigen Polarisationszustand, ohne die Anwesenheit von Eve zu bemerken. Wählt Bob jedoch eine andere Basis, wird die Messung verworfen, da die Basen nicht übereinstimmen.

Wenn Eve hingegen die falsche Basis wählt, springt zufällig einer der Detektoren an. Auch hier gibt es zwei Möglichkeiten. Wenn Bob eine andere Basis als Alice wählt, wird die Messung beim Basenvergleich verworfen. Wenn Bob jedoch die gleiche Basis wie Alice wählt, führt dies zu einem Fehler. Dieser Fehler tritt auf, weil Eve die Basis falsch gewählt hat, was zu einer falschen Messung führt. In der Hälfte der Fälle wird Bob das richtige Bit erhalten, in der anderen Hälfte jedoch ein falsches Bit, das Eve übermittelt hat. Auch hier ist es übersichtlicher eine Tabelle zur Darstellung zu verwenden (siehe Abbildung 4).

Basis von Alice und Bob	Basis von Eve	Fehler?	Übereinstimmung der Bits von Alice und Bob
+	+	Nein	100%
+	x	Zum Teil	50%
x	+	Zum Teil	50%
x	x	Nein	100%

Abbildung 4: Fehler in Abhängigkeit der gewählten Basen des Abhörers. [2]

2.4 Analogie zum Quantenmechanischen Versuch

Da es sich hierbei um einen Analogieversuch handelt, gilt es den Zusammenhang der beiden Betrachtungsweisen zu zeigen. Während im klassischen Fall ein Lichtpuls verwendet wird, werden beim der eigentlichen Quantenkryptografie Einzelphotonen verwendet.

2.4.1 Zufall

Wie bereits erwähnt, handelt es sich bei den Zufallszahlen, die durch einen klassischen Computer erzeugt werden um Pseudozufallszahlen, da diesen ein Algorithmus zugrunde liegt. In der QM ist das anders, hier gibt es „echte Zufälle“. Der polarisierende Strahlteiler, der bei Bob und Eve verwendet wird, lässt im klassischen Fall einen Teil des Strahls transmittieren und den anderen reflektieren. Bei der quantenmechanischen Betrachtung ist es jedoch vollkommen zufällig, ob das Photon bei 45°-Rotation Transmittiert oder reflektiert wird. Im Analogieversuch wird es dadurch umgesetzt, dass elektronisch gesteuert wird, welcher Detektor zufällig anspringt.

2.4.2 No-Cloning Theorem

In der Quantenkryptografie, insbesondere im Quanten-Schlüsselverteilungsverfahren (z. B. BB84), wird der Sicherheitsmechanismus stark auf den Prinzipien der Quantenmechanik aufgebaut. Hier wird der Zustand des Lichts (z. B. Polarisation von Photonen) zur Übertragung von Schlüsselinformationen genutzt. Ein Lauscher, der versucht, den

Schlüssel abzuhören, muss auf die Quantenbits zugreifen, die zwischen Alice und Bob übertragen werden.

Wenn ein Abhörer versucht, das quantenmechanische Signal zu messen und dabei zu klonen (um es weiterzugeben, ohne es zu verändern), verletzt er das No-Cloning-Theorem. Die Messung eines unbekannten Quantenzustandes verändert den Zustand. In der Praxis bedeutet dies, dass die Messung durch den Lauscher den Zustand des Signals verändert und diese Veränderung bei der späteren Überprüfung des Schlüssels erkennbar wird.

In Verfahren wie BB84 vergleichen Alice und Bob nach der Übertragung ihre Basiswahl und die gemessenen Werte. Wenn Eve den Abhörversuch unternimmt, wird sie die Quantenbits messen, was den Zustand des Signals beeinflusst. Da sie den unbekannten Zustand nicht perfekt klonen kann, wird ihre Messung Fehler in die Kommunikation einführen. Diese Fehler können durch Alice und Bob entdeckt werden, wenn sie die Basis und die erhaltenen Messwerte vergleichen. Wenn die Fehlerquote in den Schlüsseln zu hoch ist (normalerweise mehr als etwa 25%), wissen Alice und Bob, dass ein Abhörer aktiv ist, da solche Fehler ohne Abhörversuch nicht auftreten würden.

2.4.3 Einzelphotonen vs. klassischem Licht

Auch wenn es im Analogieversuch gerechtfertigt ist, einen Lichtpuls zu verwenden, würde das Verfahren bei quantenmechanischer Betrachtung unter der Verwendung eines Lichtpulses versagen. Grund hierfür ist, dass der gesamte Strahl die Information trägt und es somit möglich wäre einen kleinen Teil abzuzweigen, während der größte Teil ungehindert an Bob geleitet wird. Hier wird also deutlich, dass es sich nur um einen Analogieversuch und keineswegs um eine exakte Umsetzung der Quantenkryptografie handelt.

2.5 Überführung in QM

Nachdem die Analogie in den vorherigen Abschnitten begründet wurde, sollte es möglich sein, die Versuchsbeschreibung und theoretischen Grundlagen in eine für die QM adäquate Form zu bringen. Was oben bereits qualitativ beschrieben wurde, wird hier nochmal in der Dirac-Notation quantenmechanisch aufgearbeitet.

Zu Beginn wird eine geeignete Notation gewählt, um Polarisationszustände zu beschreiben. Für diese Zwecke wird die Bra-Ket-Notation von Dirac verwendet. Die vier relevanten Polarisationszustände in diesem Experiment werden durch die Symbole

$$| - 45^\circ \rangle, | 0^\circ \rangle, | 45^\circ \rangle, | 90^\circ \rangle$$

dargestellt, wobei $| 0^\circ \rangle$ und $| 90^\circ \rangle$ die Basiszustände der sogenannten + Basis repräsentieren und $| - 45^\circ \rangle$ sowie $| 45^\circ \rangle$ die Zustände der x-Basis sind. Der Vorteil der Dirac-Notation

liegt darin, dass die Zustände mathematisch behandelt werden können, ohne dass ein konkretes Koordinatensystem festgelegt werden muss.

Falls jedoch ein Koordinatensystem im xy -Raum spezifiziert wird, lassen sich die Zustände auch als Vektoren darstellen:

$$|0^\circ\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |90^\circ\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ein nützliches mathematisches Werkzeug ist das Skalarprodukt, das für zwei Zustände $|a\rangle$ und $|b\rangle$ folgendermaßen definiert wird:

$$\langle 90^\circ | 0^\circ \rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

Das Betragsquadrat des Skalarprodukts stellt die Wahrscheinlichkeit dar, dass ein Photon mit Polarisation 0° durch einen Polarisator mit Orientierung 90° hindurchtritt. In diesem Fall ist diese Wahrscheinlichkeit null, was mit dem oben berechneten Ergebnis übereinstimmt.

Nun lässt sich jeder Zustand als Linearkombination der Basiszustände darstellen. Ein Beispiel ist der Zustand $|45^\circ\rangle$, der sich wie folgt ausdrücken lässt:

$$|45^\circ\rangle = \alpha \cdot |0^\circ\rangle + \beta \cdot |90^\circ\rangle$$

Damit das Skalarprodukt normiert bleibt, muss gelten:

$$\langle 45^\circ | 45^\circ \rangle = |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

Aufgrund der Symmetrie ergibt sich $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, und die Zustände werden entsprechend umgeschrieben:

$$\begin{aligned} |45^\circ\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|90^\circ\rangle \\ | - 45^\circ\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|90^\circ\rangle \\ |0^\circ\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|45^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}| - 45^\circ\rangle \\ |90^\circ\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|45^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}| - 45^\circ\rangle \end{aligned}$$

Mit diesen Formeln kann auch die Wahrscheinlichkeit berechnet werden, dass ein Photon

mit Polarisation 0° durch einen 45° -Polarisator hindurchtritt:

$$|\langle 45^\circ | 0^\circ \rangle|^2 = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 45^\circ | 45^\circ \rangle \right|^2 = \frac{1}{2}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Photon mit 0° Polarisation einen Polarisator mit 45° besteht, beträgt somit 50

Im Experiment wird die Basis (entweder $+$ oder \times) vorgegeben, und es wird gemessen, welcher Detektor anspricht. Nun stellt sich die Frage, wie die Messung mathematisch beschrieben wird. Dafür werden die Operatoren \hat{M}_+ und \hat{M}_\times eingeführt, die die Messung in der jeweiligen Basis beschreiben:

$$\hat{M}_+ = |0^\circ\rangle\langle 0^\circ| - |90^\circ\rangle\langle 90^\circ|$$

$$\hat{M}_\times = |45^\circ\rangle\langle 45^\circ| - |-45^\circ\rangle\langle -45^\circ|$$

Wenden wir nun den Operator für die gerade Basis auf die Zustände 0° und 90° an:

$$\hat{M}_+|0^\circ\rangle = |0^\circ\rangle\langle 0^\circ|0^\circ\rangle - |90^\circ\rangle\langle 90^\circ|0^\circ\rangle = |0^\circ\rangle$$

$$\hat{M}_+|90^\circ\rangle = |0^\circ\rangle\langle 0^\circ|90^\circ\rangle - |90^\circ\rangle\langle 90^\circ|90^\circ\rangle = -|90^\circ\rangle$$

Dies zeigt, dass bei einer Messung in der $+$ Basis der Zustand entweder in der Form von $|0^\circ\rangle$ oder $|90^\circ\rangle$ wiedergegeben wird, je nachdem, welcher Zustand ursprünglich gemessen wurde.

Ein weiteres Beispiel sind die schräg polarisierten Zustände bei einer Messung in der schrägen Basis:

$$\hat{M}_\times|45^\circ\rangle = |45^\circ\rangle\langle 45^\circ|45^\circ\rangle - |-45^\circ\rangle\langle -45^\circ|45^\circ\rangle = |45^\circ\rangle$$

$$\hat{M}_\times|-45^\circ\rangle = |45^\circ\rangle\langle 45^\circ|-45^\circ\rangle - |-45^\circ\rangle\langle -45^\circ|-45^\circ\rangle = -|-45^\circ\rangle$$

Nun wird beschrieben, wie sich der Zustand des Photons bei der Messung verändert. Im folgenden Abschnitt werden die Messungen und Zustände für Alice, Bob und Eve mithilfe der zuvor erarbeiteten mathematischen Grundlagen formuliert. Zu Beginn wird eine Tabelle ohne Eve (siehe Abbildung 5) gezeigt, später dann mit ihr (siehe Abbildung 6).

Alice		Bob		
Zustand	Basis, Bit	Basiswahl	Zustand	gemessenes Bit
$ 0^\circ\rangle$	+, 0	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = 0^\circ\rangle$	0
		×	$\hat{M}_\times 0^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 45^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} -45^\circ\rangle$	0 oder 1
$ 90^\circ\rangle$	+, 1	+	$\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = - 90^\circ\rangle$	1
		×	$\hat{M}_\times 90^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 45^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} -45^\circ\rangle$	0 oder 1
$ 45^\circ\rangle$	×, 1	+	$\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$	1
$ -45^\circ\rangle$	×, 0	+	$\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	0

Basen von Alice & Bob identisch => Bit kann als Schlüsselbit verwendet werden
 Basen von Alice & Bob unterschiedlich => Messung wird verworfen

Abbildung 5: Tabellarische Darstellung der Zustände in Abhängigkeit der Basen ohne Abhörversuch. [2]

Alice		Eve			Bob		
Basis Bit	Zustand	Basis	Zustand	Gesendet wird:	Basis	Zustand	Bit-Messung
+, 0	$ 0^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = 0^\circ\rangle$	$ 0^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = 0^\circ\rangle$	0
		×	$\hat{M}_\times 0^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 45^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} -45^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$ oder $ -45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 0^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 45^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} -45^\circ\rangle$	0 oder 1
		+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$ oder $ -45^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times 0^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$ oder $ -45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	1 oder 0
+, 1	$ 90^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = - 90^\circ\rangle$	$ 90^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = - 90^\circ\rangle$	1
		×	$\hat{M}_\times 90^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 45^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} -45^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$ oder $ -45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 90^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 45^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} -45^\circ\rangle$	0 oder 1
		+	$\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$ oder $ -45^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times 90^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$ oder $ -45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	1 oder 0
×, 1	$ 45^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$ oder $\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} + \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$	$ 0^\circ\rangle$ oder $ 90^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$ oder $\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} + \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$	1
		+	$\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	$ 0^\circ\rangle$ oder $ 90^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$	$ 45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 45^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$	1
×, 0	$ -45^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} + \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$ oder $\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$	$ 0^\circ\rangle$ oder $ 90^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} + \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$ oder $\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = \frac{ 0^\circ\rangle}{\sqrt{2}} - \frac{ 90^\circ\rangle}{\sqrt{2}}$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	$ -45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	0
		+	$\hat{M}_+ -45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ 45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	$ 0^\circ\rangle$ oder $ 90^\circ\rangle$	+	$\hat{M}_+ 0^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_+ 90^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} 0^\circ\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} 90^\circ\rangle$	0 oder 1
		×	$\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	$ -45^\circ\rangle$	×	$\hat{M}_\times 0^\circ\rangle = 45^\circ\rangle$ oder $\hat{M}_\times -45^\circ\rangle = - -45^\circ\rangle$	1 oder 0

Basen von Alice & Bob & Eve identisch => Eve fällt nicht auf

Basen von Alice & Bob unterschiedlich => Messung wird ohnehin verworfen

Basen von Alice & Bob identisch; Bits zufällig gleich, Eve fällt nicht auf

Basen von Alice & Bob identisch; Bits zufällig unterschiedlich => Eve entdeckt

Abbildung 6: Tabellarische Darstellung der Zustände in Abhängigkeit der Basen mit Abhörversuch. [2]

A	0	0	0	0	0
B	0	0	0	0	1
C	0	0	0	1	0
D	0	0	0	1	1
E	0	0	1	0	0
F	0	0	1	0	1
G	0	0	1	1	0
H	0	0	1	1	1
I	0	1	0	0	0
J	0	1	0	0	1
K	0	1	0	1	0
L	0	1	0	1	1
M	0	1	1	0	0
N	0	1	1	0	1
O	0	1	1	1	0
P	0	1	1	1	1
Q	1	0	0	0	0
R	1	0	0	0	1
S	1	0	0	1	0
T	1	0	0	1	1
U	1	0	1	0	0
V	1	0	1	0	1
W	1	0	1	1	0
X	1	0	1	1	1
Y	1	1	0	0	0
Z	1	1	0	0	1

Abbildung 7: Tabellarische Darstellung der binären Kodierung des Alphabets. [2]

0	1	0	1
+ 0	+ 0	+ 1	+ 1
= 0	= 1	= 1	= 0

Abbildung 8: Tabellarische Darstellung der binären Additionsregeln. [2]

3 Durchführung

Im Folgenden werden die in [2] beschriebenen Schritte durchgeführt und dokumentiert. Die gestellten Komponenten liegen zunächst als Einzelteile vor und umfassen eine in [3] beschriebene modifizierte Version des Versuchs. Neben denselben Komponenten für rotes Licht sind darin zusätzlich zwei grüne Laser und vier weitere Sensormodule mit den zugehörigen Elektroniken enthalten. Außerdem umfasst es zwei Strahlteilerwürfel, vier für die kürzere Wellenlänge optimierte Halbwellenplatten sowie vier dichroitische Spiegel zur Parallelstellung der grünen und roten Laserstrahlen. Damit lassen sich nun doppelt so viele Polarisationszustände übertragen, statt binärer können ternäre oder quartäre Zustände gewählt werden, die in einem Puls mehr Informationen enthalten. Indem Täuschzustände definiert werden, die von den normalen Parteien nicht verwendet werden aber durch die notwendige Messung eines Lauschers unbeabsichtigt auftreten können, lässt sich ein Abhörversuch identifizieren, ohne Schlüsselbits zu opfern.

Auf diese Ergänzung wird hier verzichtet, es kommen also nur zwei rote Laser mit ihren Elektroniken, vier Detektoreinheiten von denen je zwei an eine Elektronik angeschlossen werden, vier Halbwellenplatten für rotes Licht, sowie zwei polarisierende Strahlteiler vor. Diese werden nach den Anweisungen aus [2] zur Montage auf den Steckbrettern in den entsprechenden Halterungen montiert und stets so verbaut, dass ausreichend Platz für eine zukünftige Erweiterung um den vollständigen Aufbau gegeben ist. Von Werk aus sind die Laser vermessen und alle Netzteile stabilisiert.

3.1 Justierung

Zunächst wird die ebene Ausrichtung der beiden Laser justiert. Dabei hilft eine Justierhilfe, die zur Anzeige des Strahls in geringer und großer Entfernung genutzt werden kann. Der Laserpunkt sollte die Skala abstandsunabhängig in der gleichen Höhe treffen. Ist dies erfolgt wird weiter die bevorzugte Polarisationsrichtung der Laser parallel zur Brettebene eingestellt. Dazu wird ein Strahlteiler mit korrekter Orientierung in den senkrecht zu ihm verlaufenden Strahlengang gebracht und der reflektierte Teil auf einen Schirm geworfen. Nun kann der Laser in seiner Halterung solange um die Strahlachse gedreht werden, bis die abgebildete senkrecht polarisierte Intensität minimal wird. In dieser Orientierung werden die Laser dann befestigt. Auf ähnliche Weise wird die Richtung der Halbwellenplatten überprüft. Es wird je eine Polarisatorplatte zwischen Laser und Strahlteilerwürfel positioniert, die Drehskala gelöst und solange rotiert, bis die reflektierte Intensität das Minimum erreicht. Diese Einstellung muss dann wieder fixiert werden, bevor die Winkelanzeige ausgeschraubt und auf die Nullstelle gestellt wieder eingebaut wird. Die Polarisatoren sind also in plattenparalleler Ausrichtung genullt, alle Komponenten sind somit einsatzbereit.

3.2 Aufbau

Nachdem die vorherigen Voraussetzungen erfüllt sind, kann der eigentliche Messaufbau eingerichtet werden. Das erfolgt nach dem in Abbildung 9 gezeigten Schema. Wie zuvor werden die Laser dafür zu Beginn in den Dauerbetrieb versetzt. Ohne verbaute Strahlteiler muss der transmittierte Anteil senkrecht auf den der Null entsprechenden Sensor fallen. Anschließend wird der Strahlteiler eingesetzt und an den Stellschrauben senkrecht zum Strahl gestellt, indem überprüft wird, ob der Laser weiterhin den Detektor trifft. Weiter wird der Sensor, welcher der Eins entspricht, so ausgerichtet, dass der reflektierte Strahl orthogonal auf dem Detektor steht. Um abschließend die korrekte Funktionsweise zu verifizieren, werden die Laser per Knopfdruck in den Pulsbetrieb und die Sensoren auf Justierbetrieb geschaltet. Nun gilt es alle in Tabelle 2 eingetragenen Möglichkeiten der Polarisationsdreher auf die richtige Leuchtkombination zu testen.

Tabelle 2: Unterschiedliche Fälle der Halbwellenplattenorientierung mit geforderten Leuchtanzeigen. Zum Vergleich sind auch die zugehörigen empfangenen Bits angegeben, die dann durch ein einzelnes Leuchten des jeweiligen Sensors im Normalbetrieb angezeigt werden.

Sender	Empfänger	Leuchten	Bit
-45°	0°	beide	Zufall
0°	0°	transmittiert	Null
45°	0°	beide	Zufall
90°	0°	reflektiert	Eins
-45°	45°	transmittiert	Null
0°	45°	beide	Zufall
45°	45°	reflektiert	Eins
90°	45°	beide	Zufall

Die darin beschriebene Übersetzung definiert für 0° die „+“ und für 45° die „ \times “ Basis. Eine übereinstimmende Basiswahl liefert dann ein eindeutiges „0“ oder „1“ Ergebnis, während abweichende Basen zufällige Bits ergeben. Im Fall einzelner Photonen wäre dies quantenmechanisch garantiert, für die hier verwendeten Laserpulse sorgt bei ähnlicher Intensität die Schaltung für eine Zufallswahl.

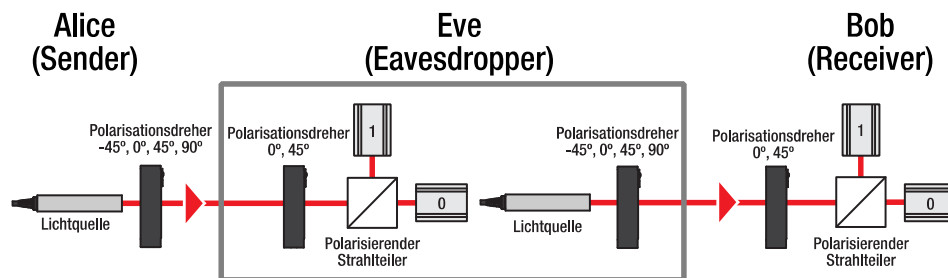


Abbildung 9: Schematischer Aufbau des Quantenkryptografie Analogieversuchs. [2]

Das beschriebene Vorgehen wird zunächst ohne „Eve“ nur für „Alice“ als Sender und „Bob“ als Empfänger ausgeführt. Nach Aufnahme der ersten Messreihe kann „Eve“ eingesetzt werden und wird dann sowohl für die Rolle des Senders als auch des Empfängers kalibriert. Dabei sollte eine veränderte Einstellung von „Alice“ und „Bob“ vermieden werden, um die Absicht eines zunächst unbemerkten Lauschers zu simulieren, der dann mittels der zweiten Messreihe enttarnt wird. Wie in Abbildung 10 zu sehen ist, kann die Steckplatte mit „Eve“ an zwei Griffen aus dem Aufbau gehoben werden, ohne „Alice“ und „Bob“ zu stören. An dieser Stelle sei noch angemerkt, dass ein unbemerkter Lauschangriff auf Lichtimpulse statt einzelne Photonen prinzipiell leicht zu realisieren ist, indem mithilfe eines passenden Strahlteilers nur ein geringer Anteil des Strahls abgezweigt würde. Die vorliegende Umsetzung dient als Analogie zum Abhören von Quanten, welche ohne Änderung kopiert werden müssten. Ein solches Klonen ist physikalisch unmöglich, da dabei der initiale Zustand geändert wird.

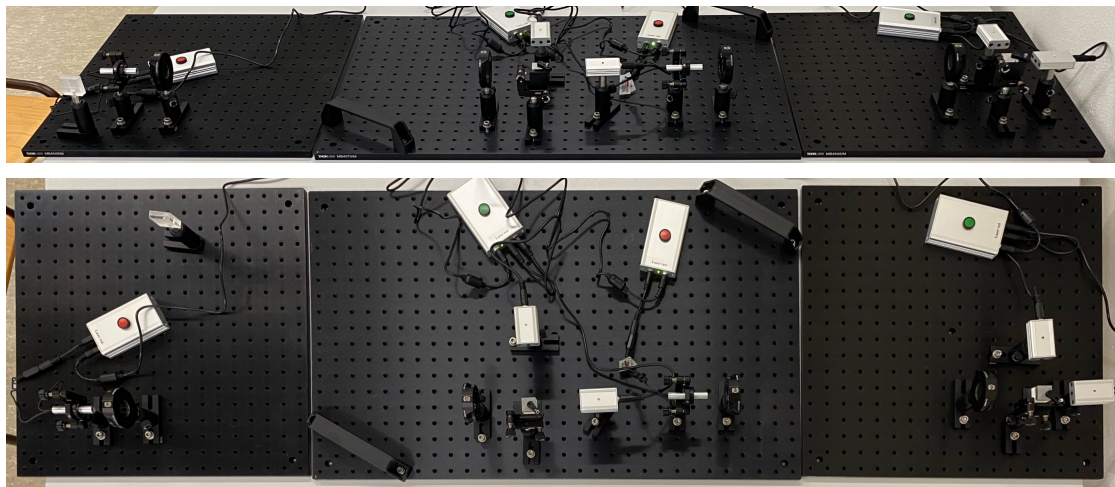


Abbildung 10: Vollständiger Aufbau des Quantenkryptografie Analogieversuchs.

3.3 Verfahren

Nach abgeschlossener Justierung und vollständigem Aufbau können nun die verschlüsselte Übertragung einer Nachricht sowie das Testen auf einen Abhörer implementiert werden.

3.3.1 Verschlüsselung einer Nachricht

Für „Alice“ und „Bob“ werden je 52 zufällige Basiseinstellungen sowie für „Alice“ weitere 52 willkürliche Bits generiert. Hier passiert dies über Pseudozufallszahlen, wogegen im Idealfall echter Zufall aus quantenmechanischen Prozessen wie Zerfall oder Transmission extrahiert würde. Die Anzahl der Messungen wird auf 52 festgelegt, um mit ausreichend hoher Sicherheit 20 Schlüsselbits zu erhalten und 4 Zeichen durch 5 Bits zu senden.

Unter den festgelegten Basen sendet „Alice“ nun die zufälligen Bits, „Bob“ empfängt die resultierenden Signale. Im Anschluss tauschen sich „Alice“ und „Bob“ öffentlich über ihre jeweilige Basiswahl aus, halten dabei aber die gesendeten oder empfangenen Bitwerte geheim. Bei übereinstimmenden Basen werden die ersten 20 dieser Bits in der gegebenen Reihenfolge als Schlüssel definiert. „Alice“ kodiert nun ihre Nachricht in Binärform und verschlüsselt diese durch binäre Addition der Schlüsselsequenz. Gleiche Ziffern ergeben „0“ und verschiedene „1“ als somit ebenfalls zufälliges Signal, das nun in einer gemeinsam bekannten Basis versendet wird. „Bob“ dechiffriert die Nachricht durch erneute Addition des von ihm unabhängig gefundenen Schlüssels und erhält so den Text zurück.

3.3.2 Identifikation eines Abhörversuchs

Um einen Lauscher zu erkennen werden zunächst analog generierte Signale zwischen „Alice“ und „Bob“ ausgetauscht. Allerdings ist dazwischen „Eve“ geschaltet, die ebenfalls 52 zufällige Basen einstellt und ihre Messung in eben dieser weitergibt. Ist dies erfolgt, informieren sich „Alice“ und „Bob“ wieder über die gemeinsamen Basen, übermitteln für diese aber ebenfalls die gesendeten und gemessenen Bitwerte öffentlich. Hatte nun „Eve“ eine abweichende Basis, kann durch Zufall ein falscher Wert bei „Bob“ ankommen, obwohl er dieselbe Basis wie „Alice“ einstellt. Daran lässt sich unter Annahme statistischer Signifikanz ein Abhörversuch klar identifizieren. In realen Anwendungen würden die Schritte des Abhörtests und der verschlüsselten Übertragung in umgekehrter Reihenfolge durchgeführt werden.

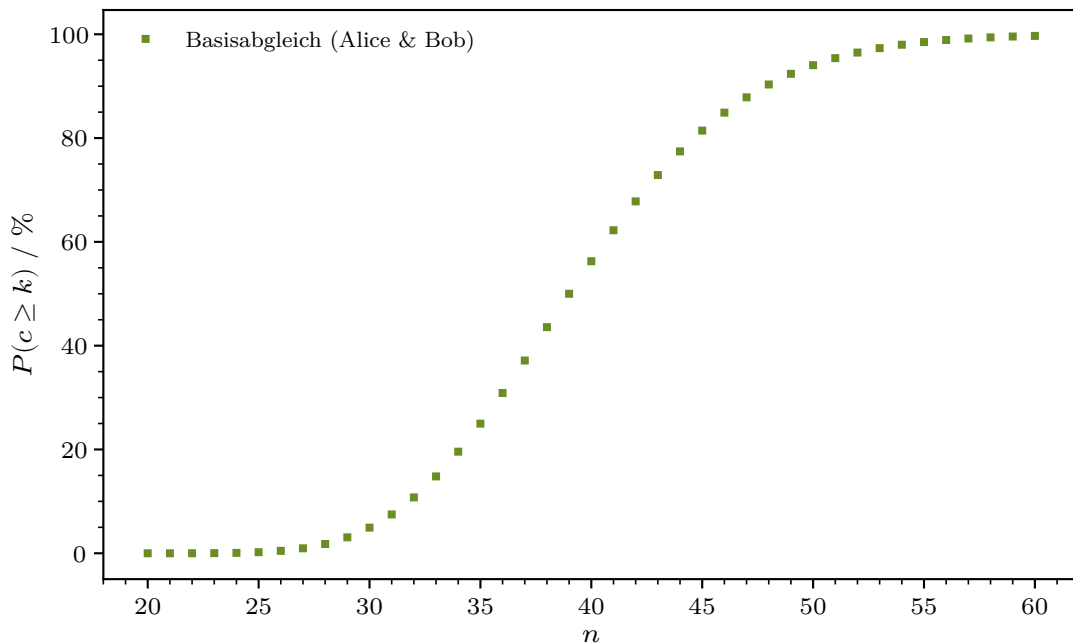


Abbildung 11: Kumulierte Verteilung für das Auftreten von mindestens $k = 20$ passenden Basispaaren mit $p = 50\%$ in n Messungen zur Schlüsselgeneration.

4 Auswertung

Als Serie gleichartiger und unabhängiger Events lassen sich die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten der verschiedenen Fälle in diesem Versuch mithilfe der Binomialverteilung

$$P(c = k) = f(k, n, p) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

bestimmen. Daraus folgt auch die in Abbildung 11 aufgetragene kumulierte Verteilung

$$P(c \geq k) = F(k, n, p) = \sum_{m=k}^n f(m, n, p)$$

für das Auftreten von k oder mehr Ereignissen mit Einzelwahrscheinlichkeit p aus den insgesamt n diskreten Messungen. Das zufällige Eintreten gleicher Basen hat $p = 50\%$ und tritt bei den empfohlenen $n = 52$ Signalen in 96,48 % der Fälle ausreichend oft für die geforderte Schlüssellänge $k = 20$ auf.

4.1 Verschlüsselung einer Nachricht

Wie zuvor beschrieben wird nun das Vorgehen zur Erzeugung eines zufälligen Schlüssels in Tabelle 3 implementiert. Zur Veranschaulichung sind gleiche Basiseinstellungen farblich hervorgehoben und die Polarisationsdrehplattenpositionen von „Alice“ angegeben.

Tabelle 3: Dokumentation des Signalaustauschs zur Erzeugung einer Verschlüsselung. Übereinstimmende Basen sind **blau** hinterlegt. Zum besseren Verständnis sind zudem Winkeleinstellungen für die unterschiedlichen Kombinationen von Basis und Bit eingetragen.

Messung	Alice			Bob	
	Basis	Gesendet	Einstellung	Basis	Empfangen
1	×	0	−45°	+	0
2	×	0	−45°	+	0
3	×	0	−45°	×	0
4	+	1	90°	+	1
5	+	0	0°	×	0
6	×	0	−45°	×	0
7	+	1	90°	+	1
8	+	0	0°	×	0
9	+	1	90°	+	1
10	+	1	90°	+	1
11	×	0	−45°	+	0
12	+	0	0°	+	0

13	×	0	-45°	×	0
14	+	1	90°	×	0
15	×	1	45°	+	0
16	+	1	90°	×	1
17	×	1	45°	×	1
18	×	0	-45°	+	1
19	×	1	45°	+	0
20	+	1	90°	×	0
21	×	0	-45°	×	0
22	+	0	0°	×	1
23	+	1	90°	×	0
24	×	1	45°	×	1
25	×	1	45°	+	0
26	×	0	-45°	+	1
27	×	1	45°	+	1
28	×	0	-45°	×	0
29	×	0	-45°	×	0
30	×	1	45°	×	1
31	×	1	45°	×	1
32	×	0	-45°	+	1
33	+	1	90°	+	1
34	×	1	45°	+	1
35	×	1	45°	+	1
36	+	1	90°	×	1
37	×	0	-45°	×	0
38	+	1	90°	×	0
39	×	0	-45°	×	0
40	×	0	-45°	+	1
41	+	1	90°	×	1
42	+	0	0°	+	0
43	+	1	90°	+	1
44	×	0	-45°	+	0
45	+	0	0°	+	0
46	×	0	-45°	+	0
47	+	1	90°	×	1
48	×	0	-45°	+	1
49	×	1	45°	×	1
50	+	1	90°	+	1
51	+	0	0°	×	0
52	×	1	45°	+	0

Bei dieser Messreihe stimmen die Basen in 23 Fällen überein. Dieser Anzahl kann eine Wahrscheinlichkeit von 7,84 % zugeordnet werden, was nach Vergleich mit Abbildung 12 relativ nah am Maximum der Verteilung und somit dem Erwartungswert liegt. Es folgt

0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 1

als unabhängig von „Alice“ und „Bob“ bekannte Sequenz, deren erste 20 Stellen nun für den Schlüssel festgelegt werden. Zur Kommunikation wird die „+“ Basis gewählt.

Tabelle 4: Vorgehen von „Alice“ zum Senden der Nachricht TEST.

Buchstabe:	T	E	S	T
Kodierung:	1 0 0 1 1	0 0 1 0 0	1 0 0 1 0	1 0 0 1 1
Schlüssel:	0 1 0 1 1	1 0 0 1 0	1 0 0 1 1	1 0 0 0 1
Nachricht:	1 1 0 0 0	1 0 1 1 0	0 0 0 0 1	0 0 0 1 0

Tabelle 5: Vorgehen von „Bob“ zum Empfangen der Nachricht TEST.

Nachricht:	1 1 0 0 0	1 0 1 1 0	0 0 0 0 1	0 0 0 1 0
Schlüssel:	0 1 0 1 1	1 0 0 1 0	1 0 0 1 1	1 0 0 0 1
Kodierung:	1 0 0 1 1	0 0 1 0 0	1 0 0 1 0	1 0 0 1 1
Buchstabe:	T	E	S	T

Das Vorgehen zur Verschlüsselung durch Addition, zum Versenden der sicheren Nachricht, und dem abschließenden Entschlüsseln sind in Tabelle 4 für „Alice“ und Tabelle 5 für „Bob“ so nachgehalten, wie die einzelnen Schritte an der Apparatur ausgeführt werden. Dies ist offensichtlich erfolgreich, der gewählte Text TEST wird ohne Fehler übertragen.

4.2 Identifikation eines Abhörversuchs

Weiter wird „Eve“ verbaut, um das vorher eingeführte Verfahren zum Prüfen auf einen Lauscher zu erproben. Die einzelnen Messungen werden wie zuvor in Tabelle 6 protokolliert, wobei die Basis von „Eve“ zum Vergleich mitegeführt wird. Im realen Fall wäre diese „Alice“ und „Bob“ natürlich nicht bekannt. Es werden dann alle übereinstimmenden Einstellungen von „Alice“ und „Bob“ auf gesondert markierte Bitfehler untersucht, wobei auch die Basis von „Eve“ im Falle einer Abweichung von „Alice“ und „Bob“ hervorgehoben ist. Aus der gesamten Messreihe hat das Ereignis

$$\text{Basis}_{\text{Alice}} = \text{Basis}_{\text{Bob}} \neq \text{Basis}_{\text{Eve}}$$

eine Wahrscheinlichkeit von $p = 25\%$ und es gilt demnach $p = 12,5\%$ für ein in diesem Fall fehlerhaft übertragenes Bit.

Tabelle 6: Dokumentation des Signalaustauschs zur Untersuchung auf einen Lauscher. Übereinstimmende Basen von „Alice“ und „Bob“ sind blau hinterlegt. In diesem Fall korrekt übertragene Bits sind grün und falsche rot markiert. Zur Untersuchung der Fehlerrate ist es zusätzlich sinnvoll, Abweichungen von „Eve“ zu gleicher Basiswahl von „Alice“ und „Bob“ gelb hervorzuheben.

Messung	Alice			Eve	Bob	
	Basis	Gesendet	Einstellung	Basis	Basis	Empfangen
1	+	0	0°	+	×	1
2	×	0	−45°	×	×	0
3	×	0	−45°	+	×	1
4	×	1	45°	+	×	0
5	+	0	0°	×	+	0
6	+	1	90°	+	×	0
7	+	0	0°	+	×	0
8	+	0	0°	+	×	1
9	+	0	0°	×	×	0
10	×	1	45°	+	+	0
11	+	1	90°	+	×	1
12	+	0	0°	×	+	0
13	+	1	90°	×	+	1
14	×	0	−45°	×	×	0
15	+	0	0°	+	+	0
16	+	1	90°	+	×	1
17	×	1	45°	+	+	1
18	×	0	−45°	×	+	0
19	+	0	0°	×	×	1
20	+	1	90°	×	×	1
21	×	0	−45°	×	+	0
22	+	0	0°	+	×	0
23	×	1	45°	+	+	1
24	+	1	90°	+	×	0
25	×	1	45°	×	×	1
26	×	0	−45°	+	+	1
27	×	0	−45°	+	×	0
28	+	1	90°	+	×	0
29	×	0	−45°	+	+	1
30	+	0	0°	+	×	0
31	+	0	0°	+	+	0
32	+	1	90°	+	+	1
33	+	1	90°	+	×	0
34	+	1	90°	×	+	0

35	×	1	45°	+	+	1
36	×	0	−45°	×	×	0
37	×	1	45°	×	+	1
38	+	1	90°	×	+	1
39	×	1	45°	×	×	1
40	×	0	−45°	+	+	1
41	+	0	0°	+	+	0
42	×	1	45°	×	×	1
43	+	1	90°	×	×	0
44	+	0	0°	×	×	1
45	×	0	−45°	×	×	0
46	+	0	0°	×	+	0
47	+	1	90°	×	×	1
48	×	0	−45°	+	×	1
49	×	1	45°	+	×	1
50	+	1	90°	×	×	0
51	+	0	0°	+	×	1
52	+	1	90°	×	×	1

Es werden hier 22 gleiche Basen von „Alice“ und „Bob“ eingestellt. In 11 Fällen weicht „Eve“ davon ab, wodurch insgesamt 4 Bitfehler zwischen „Alice“ und „Bob“ entstehen.

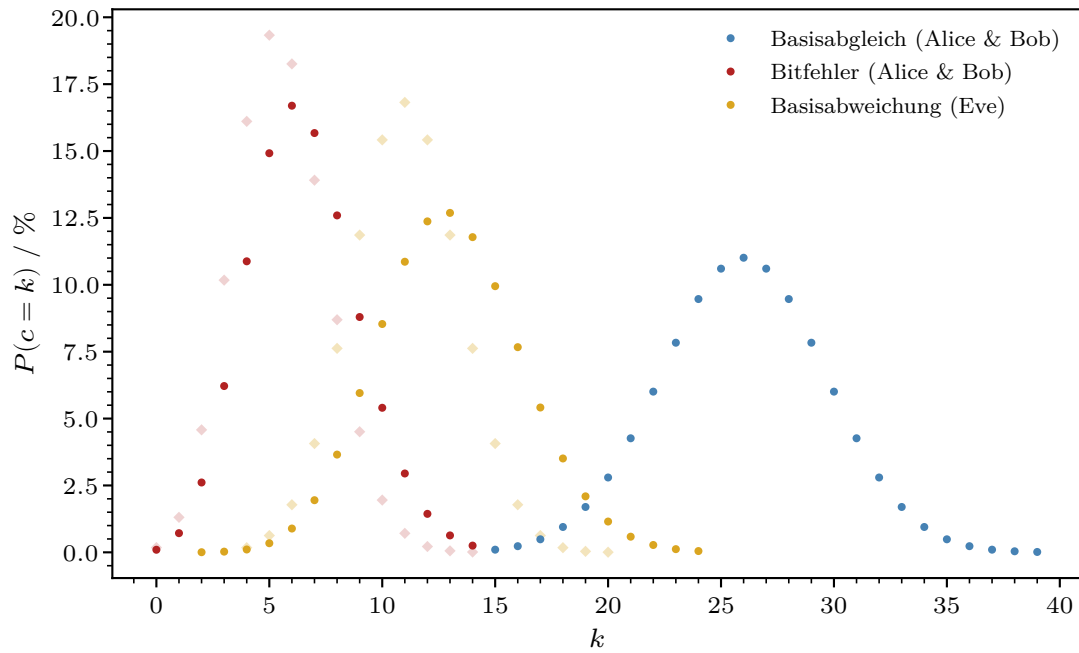


Abbildung 12: Verteilungen für den Basisabgleich mit $p = 50\%$ sowie dabei auftretende Abweichungen der Abhörbasis mit $p = 25\%$ und des übertragenen Bits mit $p = 12,5\%$ aus $n = 52$ Signalen. Dazu zeigen transparente Punkte die Verteilungen mit der gemessenen Anzahl der gleichen Basen als Vorwissen.

In Abbildung 12 sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der untersuchten Ereignisse visualisiert. Es ergibt sich 6,01 % für die gemessenen 22 gleichen Basisstellungen. Aus 52 Signalen entsprechen 11 mit 10,86 % einem Fehler von „Eve“ bei übereinstimmenden Basen von „Alice“ und „Bob“. Für 4 Bitfehler gilt 10,88 % als Wahrscheinlichkeit. Wird für die abweichende Lauscherbasis und das inkorrekte Bit stattdessen $n = 22$ aus der Anzahl gleicher Basen von „Alice“ und „Bob“ angesetzt, gelten $p = 50\%$ für ersteren und $p = 25\%$ für letzteren Fall. Dann folgt 16,82 % für 11 Basisfehler und 16,11 % für 4 Bitfehler. Alle Anzahlen liegen im jeweiligen Bereich der maximalen Wahrscheinlichkeit und sind somit plausible Werte für eine fehlerfreie Durchführung der Messreihen.

5 Diskussion

Zusammenfassend lässt sich das Analogieexperiment als erfolgreich bewerten. Die dazu vorgenommene Justierung der Bauteile läuft ohne große Schwierigkeiten ab, auch die Feineinstellung und Funktionsweise der Apparatur scheint keine besonderen Ansprüche an Genauigkeit zu haben. Dagegen ist zu erwarten, dass eine Implementierung tatsächlicher Quantenkryptographie mit einzelnen photonischen Zuständen deutlich sensibler gegenüber solchen Störeinflüssen wäre.

Bei der Durchführung der Messung selbst tritt ebenfalls nichts Unerwartetes auf. Nach sorgfältigem Testen werden alle Signale den Erwartungen entsprechend übertragen, sodass Nachrichten problemlos versendet werden können. Ein Punkt, der leicht übersehen werden könnte, ist die korrekte Ausrichtung der Halbwellenplatten, deren Skalen immer in Richtung des jeweiligen Lasers oder Detektors zeigen sollten. Ansonsten können gekippte Bits auftreten, obwohl die Basen übereinstimmen.

Anhand der Analyse der Wahrscheinlichkeitsverteilungen wird auch für den Abhörtest klar, dass mit hoher Sicherheit ein Lauscher zwischen den kommunizierenden Parteien verbaut ist. Die dazu aufgenommene Fehlerrate liegt im Bereich der Erwartungswerte und ist dadurch wahrscheinlich nicht auf inkorrekte Anwendung der Apparatur zurückzuführen.

Literatur

- [1] Charles H. Bennett und Gilles Brassard. „Quantum Cryptography: Public Key Distribution and Coin Tossing“. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing* (1984), S. 175–179. URL: <http://researcher.watson.ibm.com/researcher/files/us-bennetc/BB84highest.pdf>.
- [2] *EDU-QCRY1/M Quantenkryptografie - Analogieversuch. Handbuch*. Thorlabs GmbH. 2020. URL: <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=EDU-QCRY1/M>.
- [3] Brit Riggs u. a. „Multi-Wavelength Quantum Key Distribution Emulation with Physical Unclonable Function“. In: *Cryptography* 6.3 (2022). ISSN: 2410-387X. DOI: 10.3390/cryptography6030036. URL: <https://www.mdpi.com/2410-387X/6/3/36>.