

V16

Rutherford Streuexperiment

Fritz Ali Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Jan Lucca Viola
janlucca.viola@udo.edu

Durchführung: 18. November 2024

Abgabe: 20. November 2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
3 Durchführung	3
4 Auswertung	4
5 Diskussion	10
Literatur	11

1 Zielsetzung

Ziel dieses Versuchs ist es, die Streuung von Alphateilchen an einer dünnen Goldfolie zu untersuchen und die Vorhersagen der Rutherford-Streuungsformel zu überprüfen. Dazu wird der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion des Streuwinkels analysiert sowie die Abhängigkeit der Streuung von der Kernladungszahl Z des Targetmaterials untersucht. Zusätzlich ermöglicht die Messung des Energieverlustes der Alphateilchen die Bestimmung der Dicke der verwendeten Goldfolie.

2 Theorie [1]

Der Rutherford-Streuungsversuch untersucht die Wechselwirkung von Alphateilchen mit Materie. Um diese Wechselwirkungen zu verstehen, ist es wichtig, zunächst zu erklären, wie Alphateilchen erzeugt werden können. Alphateilchen sind positiv geladene Heliumkerne, die bei der radioaktiven α -Emission entstehen. Dieser Prozess tritt auf, wenn instabile schwere Atomkerne, wie Uran (^{238}U) oder Americium (^{241}Am), zerfallen. Bei diesem Zerfall wird ein Alphateilchen emittiert, das aus zwei Protonen und zwei Neutronen besteht. Die Energie der Alphateilchen hängt vom verwendeten Isotop ab, in der Regel beträgt sie mehrere MeV.

Nachdem die Alphateilchen durch einen radioaktiven Zerfall erzeugt wurden, können sie in einem Experiment auf ein Targetmaterial, wie beispielsweise eine dünne Goldfolie, gerichtet werden. Beim Durchgang durch die Materie kann es zu zwei wesentlichen Wechselwirkungen kommen: der Wechselwirkung mit den Elektronen der Atomhülle und der Wechselwirkung mit den Atomkernen.

Wechselwirkung mit den Hüllenelektronen

Die erste Wechselwirkung erfolgt zwischen den Alphateilchen und den Elektronen in der Atomhülle. Diese Wechselwirkung führt zu einem Energieverlust der Alphateilchen durch Anregung oder Ionisation der Elektronen. Allerdings wird aufgrund der weitaus größeren Masse der Alphateilchen im Vergleich zu den Elektronen keine signifikante Ablenkung der Alphateilchen durch die Elektronen erwartet. Der Energieverlust, den die Alphateilchen während ihres Durchgangs durch die Materie erfahren, wird durch die Bethe-Bloch-Gleichung beschrieben. Diese lautet:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 z^2 N Z}{m_0 v^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \ln \left(\frac{2m_0 v^2}{I} \right), \quad (1)$$

wobei in dieser Gleichung N die Atomdichte des Materials beschreibt, also die Anzahl der Atome pro Volumeneinheit. Die Größe m_0 ist die Ruhemasse des Elektrons, und v stellt die Geschwindigkeit der Alphateilchen dar. Der Parameter Z bezeichnet die Kernladungszahl

des Targetmaterials, und I ist die mittlere Ionisationsenergie des Materials, die die Energie angibt, die erforderlich ist, um ein Elektron aus seiner Bindung im Atom zu lösen. Schließlich beschreibt e die Elementarladung eines Protons, und ϵ_0 ist die elektrische Feldkonstante.

Diese Gleichung beschreibt den kontinuierlichen Energieverlust der Alphateilchen, der durch die Wechselwirkung mit den Elektronen der Atome verursacht wird. Der Verlust hängt dabei von der Geschwindigkeit der Alphateilchen ab, wobei langsame Teilchen einen höheren Energieverlust pro Längeneinheit aufweisen.

Wechselwirkung mit den Atomkernen

Die zweite Wechselwirkung tritt auf, wenn die Alphateilchen mit den positiv geladenen Atomkernen des Targetmaterials kollidieren. Diese Wechselwirkung ist eine Coulomb-Streuung, die aufgrund der elektrostatischen Anziehung zwischen der positiven Ladung der Alphateilchen und der positiven Ladung der Atomkerne entsteht. Der Streuwinkel Θ der Alphateilchen kann dabei mit der Rutherford-Streuformel berechnet werden:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \left(\frac{zZe^2}{2E_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\Theta}{2}\right)}. \quad (2)$$

In dieser Gleichung bezeichnet z die Ladungszahl des Alphateilchens (die immer 2 ist, da es aus zwei Protonen besteht), während Z die Kernladungszahl des Targetmaterials ist. Die Größe e stellt wieder die Elementarladung dar, und E_α ist die kinetische Energie der Alphateilchen. Der Streuwinkel Θ gibt die Richtungsänderung der Alphateilchen nach der Kollision mit dem Atomkern an.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ beschreibt die Intensitätsverteilung der gestreuten Alphateilchen im Raumwinkel $d\Omega$, was bedeutet, dass er angibt, wie die Alphateilchen in verschiedene Richtungen gestreut werden. Die Rutherford-Streuformel zeigt, dass die Wahrscheinlichkeit für eine Streuung bei kleinen Winkeln am größten ist und mit zunehmendem Streuwinkel stark abnimmt.

Vernachlässigung der Mehrfachstreuung

In diesem Experiment wird in der Regel nach der ersten Bornschen Näherung gearbeitet, was bedeutet, dass Mehrfachstreuungen der Alphateilchen vernachlässigt werden. Dies ist eine gültige Annahme, wenn die Targetfolie dünn genug ist und die Alphateilchen nur einmal gestreut werden. Daher können die Alphateilchen als unabhängig voneinander betrachtet werden, und ihre Streuung kann mit der oben genannten Rutherford-Streuformel genau beschrieben werden.

3 Durchführung

Experimenteller Aufbau

Als radioaktive Quelle dient ^{241}Am , welches α -Strahlung emittiert. Die α -Teilchen werden durch zwei Spaltblenden mit einer Öffnung von jeweils 2 mm kollimiert und auf eine dünne Goldfolie gelenkt. Ein Oberflächenbarrierendetektor misst die gestreuten Alphateilchen in Abhängigkeit vom Streuwinkel Θ .

Da die von Americium emittierte α -Strahlung in Luft eine Reichweite von etwa 1,5 cm besitzt, wird der gesamte Versuchsaufbau in einer Vakuumapparatur durchgeführt. Die vom Detektor erzeugten negativen Impulse werden zunächst verstärkt und anschließend in einem Verstärker weiterverarbeitet.

Zur Messung des Energieverlustes der Alphateilchen steht ein Speicheroszilloskop zur Verfügung. Zur Bestimmung des Streuwirkungsquerschnitts wird außerdem ein Zählgerät verwendet.

Der verwendete Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt.

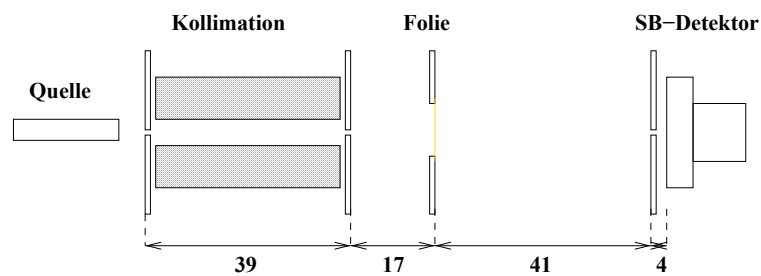


Abbildung 1: Schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbaus [1].

Versuchsdurchführung

Zu Beginn wird die Kammer evakuiert, um Ablenkungen der α -Strahlung durch Luftmoleküle zu minimieren. Der Kammerdruck wird durch langsames Öffnen des Feindosierventils eingestellt.

Die Dicke der Streufolie wird durch Messung des Energieverlusts der Alphateilchen beim senkrechten Durchgang durch die Folie bestimmt. Die Impulshöhen der Detektorsignale werden bei unterschiedlichem Kammerdruck gemessen, sowohl mit als auch ohne Streufolie. Anschließend wird die Reichweite der Alphateilchen extrapoliert, um die Dicke der Folie zu berechnen.

Zur Untersuchung des differentiellen Wirkungsquerschnitts wird die Zählrate in Abhängigkeit vom Streuwinkel Θ gemessen. Der differentielle Wirkungsquerschnitt wird als Funktion des Streuwinkels aufgetragen und mit theoretischen Werten verglichen.

4 Auswertung

Im folgenden werden Energieverlust und Winkelabhängigkeit der an Goldfolie gestreuten Alphateilchen untersucht. Die Berechnung der Werte erfolgt unter Verwendung der Python [2] Pakete NumPy [3] und SciPy [4] sowie Uncertainties [5] zur Unsicherheitsfortpflanzung in erster Ordnung. Grafiken werden mithilfe von Matplotlib [6] generiert. Zunächst können einige weiterhin benötigten Größen bestimmt werden.

Vorbereitung

Mit einer Aktivität von 330 kBq im Oktober 1994 und einer Halbwertszeit von 432.2 yr [7] ergibt sich wie in Abbildung 2 dargestellt nach 30 Jahren eine erwartete Zerfallsrate von 314,5 kBq für die verwendete $^{241}_{95}\text{Am}$ Probe.

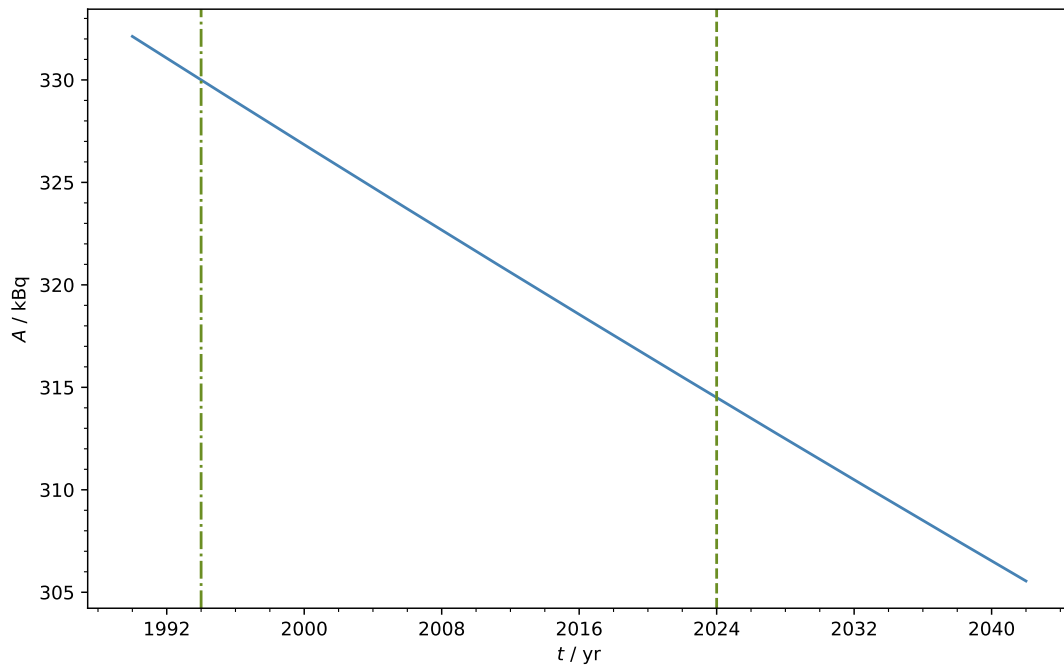


Abbildung 2: Graphischer Verlauf der Aktivität von ^{241}Am über die Zeit.

Außerdem sollten die Kernladungszahlen und Teilchenzahldichten N von Luft und Gold bestimmt werden, um diese in (1) einsetzen zu können. Dazu wird genähert, dass die Anteile 78 % und 21 % von Stickstoff und Sauerstoff die vollständige Zusammensetzung von Luft beschreiben. Aus $Z_{N_2} = 7$ und $Z_{O_2} = 8$ folgt demnach $Z_L = \frac{78}{99}Z_{N_2} + \frac{21}{99}Z_{O_2} = 7,21$ als mittlere Kernladungszahl. Analog ergeben sich die molare Masse $M_L = 28,86 \text{ g mol}^{-1}$ sowie $\rho_L = 1200 \text{ g m}^{-3}$ für die Dichte. Gold hat $Z_G = 79$ sowie $M_G = 196,67 \text{ g mol}^{-1}$ und $\rho_G = 19,32 \cdot 10^6 \text{ g m}^{-3}$ bei Raumtemperatur [8].

Die Teilchendichten lassen sich nun über den Zusammenhang

$$N = N_A \frac{\rho}{M}$$

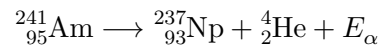
zu $N_L = 2,5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ und $N_G = 5,9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ bestimmen. Für Alphateilchen gilt noch $z = 2$ als Kernladungszahl, um deren Reichweite abschätzen zu können.

Reichweite

Zur Ermittlung der Reichweite muss (1) umgestellt und nach

$$R_\alpha = - \int_0^{E_\alpha} \frac{dE}{dE/dx}$$

integriert werden. Dazu besitzt der Heliumkern im Prozess



bei der häufigsten Zerfallsmode $E_\alpha = 5,486 \text{ MeV}$ [7]. Numerische Integration liefert dann eine Reichweite $R_\alpha = 6,9 \text{ cm}$ in Luft. Zum Vergleich können die Werte $0,5 \text{ cm}$ und $9,5 \text{ cm}$ als Reichweiten für Energien von 1 MeV und 10 MeV aus der Literatur [9] entnommen werden, die unter Berücksichtigung relativistischer Korrekturterme berechnet wurden.

Foliendicke

Der Energieverlust an der Goldfolie wird nun verwendet, um deren Dicke zu bestimmen. Dazu wird die maximale Pulshöhe unter Variation des Kammerdruckes mit und ohne Folie im Strahlengang gemessen. Dieses Vorgehen beruht auf der Annahme, dass die emittierten Alphateilchen einer symmetrischen Energieverteilung folgen. Ein höherer Druck sorgt dafür, dass nur noch Alphateilchen mit Energien größer oder gleich einer entsprechenden Grenze den Detektor erreichen. Die Pulshöhe entspricht dann einer umgekehrten integrierten Verteilung wie exemplarisch in Abbildung 3 gezeigt.

Ohne Folie gibt nun der Mittelwert E_α den Wendepunkt p_α an, in dessen Umgebung sich der Verlauf linear approximieren lässt und der Wert genau der Hälfte des Maximums im abgeflachten Bereich geringer Drücke entspricht. Wird die Folie in den Strahlengang positioniert, verschieben sich die Verteilungen um Δp und es kann die dazu proportionale Energiedifferenz ΔE berechnet werden. Als Formel ausgedrückt lässt sich also

$$\Delta E = E_\alpha \frac{\Delta p}{p_\alpha}$$

schreiben und nach Austauschen $dE/dx \longrightarrow \Delta E/\Delta x$ durch Umstellen von (1) die Dicke $d = \Delta x$ berechnen. Die konkreten Messwerte dazu sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Tabelle 1: Messdaten von Kammerdruck und maximaler Amplitude.

(a) Ohne Folie.		(b) Mit Folie.	
p / mbar	U / V	p / mbar	U / V
0.0	12.1	0.0	9.8
7.9	11.8	7.9	9.5
18.5	11.5	18.5	8.8
35.1	10.8	35.1	8.3
55.7	9.6	55.7	7.8
88.8	8.9	88.8	6.1
119.8	8.2	119.8	5.2
151.4	6.7	151.4	4.3
181.6	5.2	181.6	3.1
210.1	4.4	210.1	2.7
227.0	3.5	227.0	2.7
250.4	3.0	250.4	2.8
283.6	2.8		
306.9	2.7		

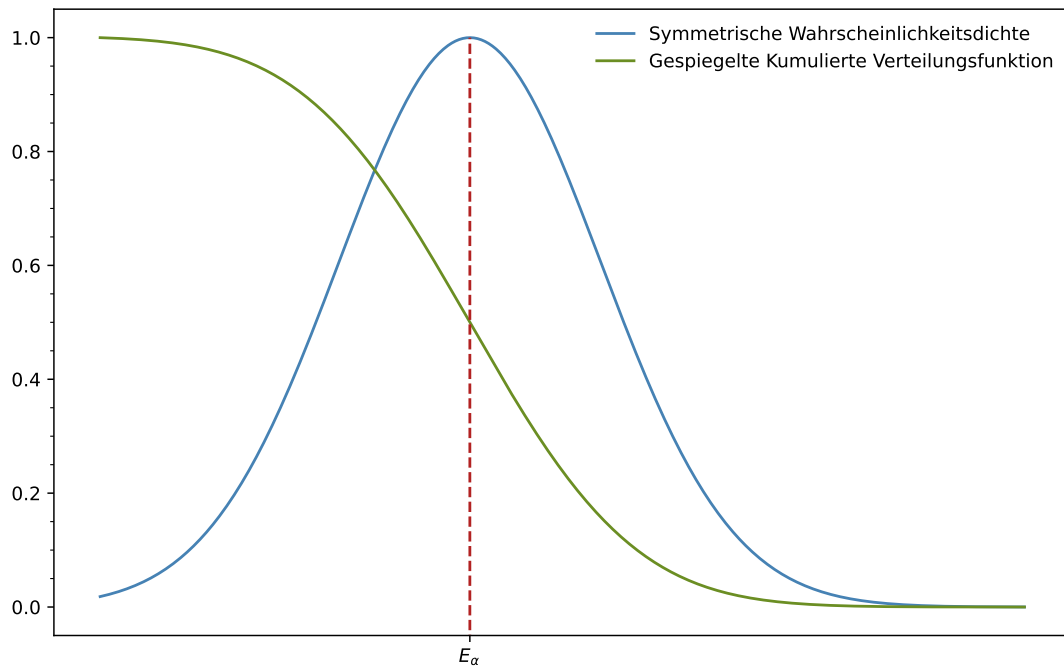


Abbildung 3: Normierte repräsentative Energieverteilungen der Alphastrahlung.

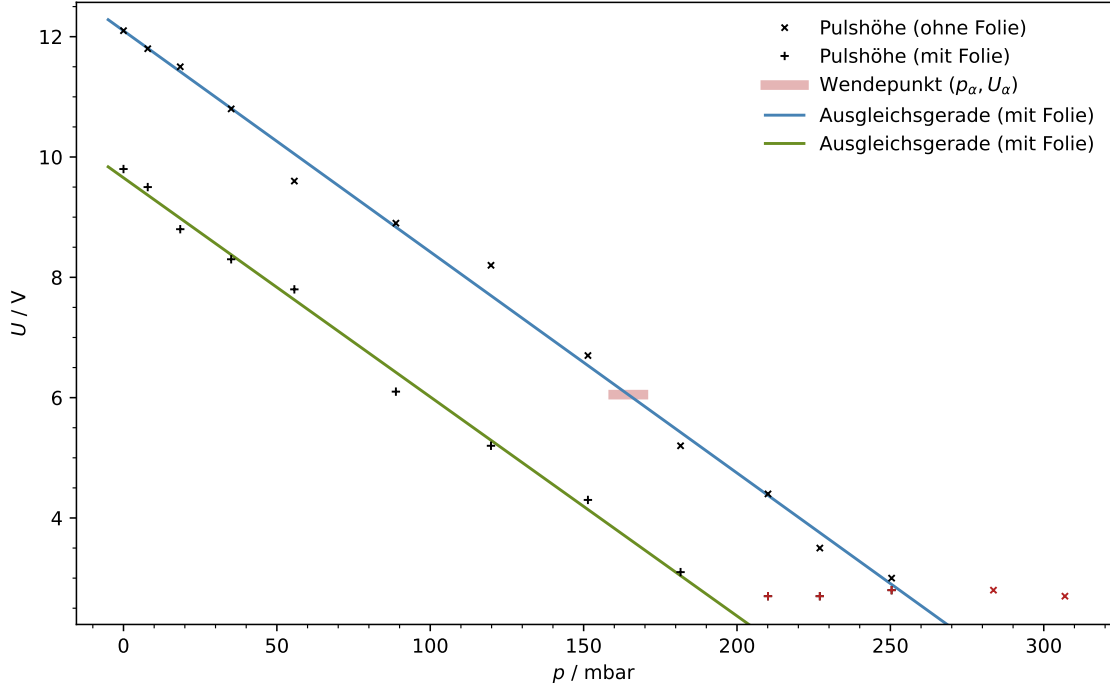


Abbildung 4: Lineare Regressionen der Maximalspannungen U in Abhängigkeit des Drucks p mit und ohne Goldfolie.

Die in Abbildung 4 aufgetragenen Messwerte werden um die farblich hervorgehobenen Daten bei höheren Drücken wegen zu hohem Rauschen bereinigt, um anschließend eine lineare Ausgleichsrechnung auszuführen. Die Funktion sowie die Umkehrung lauten also

$$U = ap + b \quad \text{und} \quad p = \frac{U - b}{a}$$

mit $a_{\text{of}} = (-0,0368 \pm 0,0008) \text{ V mbar}^{-1}$ und $b_{\text{of}} = (12,10 \pm 0,12) \text{ V}$ ohne Folie
sowie $a_{\text{mf}} = (-0,0364 \pm 0,0010) \text{ V mbar}^{-1}$ und $b_{\text{mf}} = (9,65 \pm 0,10) \text{ V}$ mit Folie

als Parameter aus der Regressionsrechnung. Damit und mit $U_{\alpha} = 6,05 \text{ V}$ ergeben sich $p_{\alpha} = (165 \pm 5) \text{ mbar}$ und $\Delta p = (66 \pm 6) \text{ mbar}$ sowie schließlich

$$\Delta E = (2,2 \pm 0,2) \text{ MeV}$$

für die Energiedifferenz. Gleichung (1) lässt sich dann zu

$$d = \Delta x = \Delta E \frac{4\pi m_e v_{\alpha}^2 \varepsilon_0^2}{e^4 N z^2 Z \ln(2m_e v_{\alpha}^2 / I)} = \Delta E \frac{8\pi m_e E_{\alpha} \varepsilon_0^2}{m_{\alpha} e^4 N z^2 Z \ln(4m_e E_{\alpha} / m_{\alpha} I)} = (5,1 \pm 0,4) \mu\text{m}$$

umstellen. Hier wird $I_G = Z_G 10 \text{ eV} = 790 \text{ eV}$ als Anregungspotential genähert.

Streuwinkelabhängigkeit

Zählrate C und Fehler ΔC lassen sich aus den Messdaten in Tabelle 2 mit

$$C = \frac{\mathcal{C}}{t} \quad \text{und} \quad \Delta C = \frac{\sqrt{\mathcal{C}}}{t}$$

berechnen, wobei eine Poissonverteilung angenommen wird. Die Beziehung

$$\sigma = \frac{C}{A} \frac{F}{\mathcal{N}}$$

für den Wirkungsquerschnitt, der die Zahl $\mathcal{N} = NV$ von Streuzentren im Volumen $V = dF$ enthält, deutet im Vergleich mit (2) auf einen $C \propto \sin^{-4}(\vartheta/2)$ Zusammenhang hin.

Tabelle 2: Messdaten der Zählrate in Abhängigkeit vom Streuwinkel.

$\vartheta / ^\circ$	t / s	\mathcal{C}	C / s^{-1}
-0.6	200	2033	10.16+/-0.23
-0.4	200	2147	10.73+/-0.23
-0.2	200	2227	11.13+/-0.24
0.0	200	2236	11.18+/-0.24
0.2	200	2295	11.47+/-0.24
0.4	200	2301	11.51+/-0.24
0.6	200	2307	11.54+/-0.24
0.8	200	2407	12.04+/-0.25
1.0	200	2294	11.47+/-0.24
1.5	200	2352	11.76+/-0.24
2.0	200	2351	11.76+/-0.24
2.5	200	2344	11.72+/-0.24
3.0	200	2240	11.20+/-0.24
4.0	200	2062	10.31+/-0.23
5.0	200	1744	8.72+/-0.21
6.0	400	2771	6.93+/-0.13
8.0	600	2222	3.70+/-0.08
10.0	800	1987	2.48+/-0.06
12.5	800	537	0.671+/-0.029
15.0	800	162	0.203+/-0.016
20.0	1000	51	0.051+/-0.007

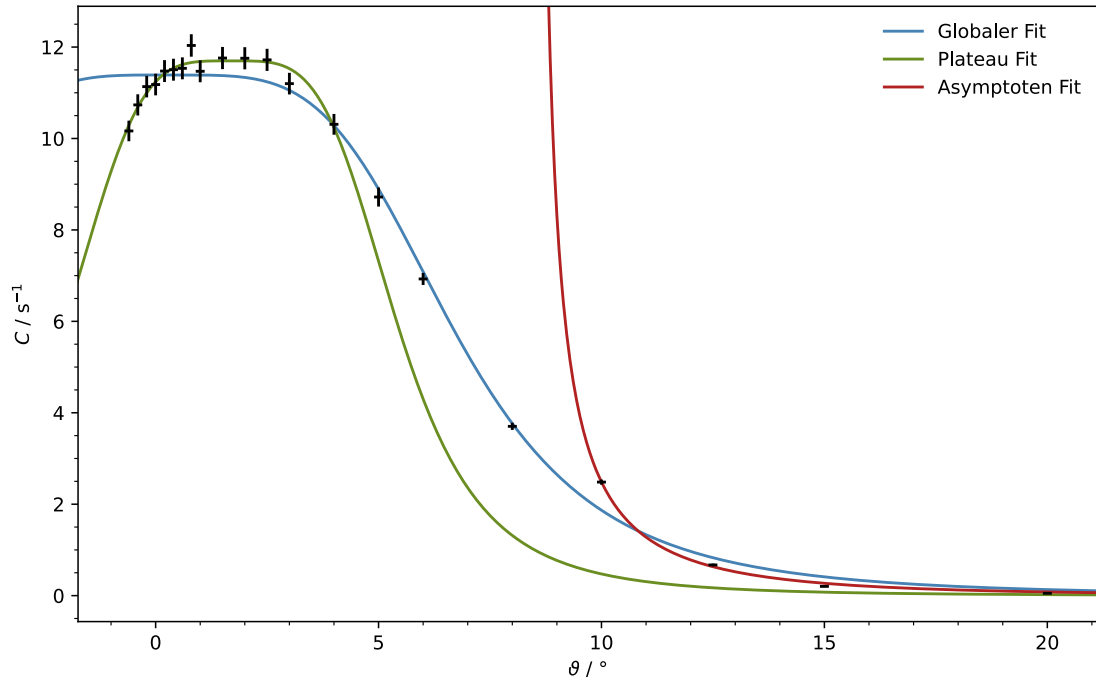


Abbildung 5: Winkelabhängigkeit der Zählrate mit verschiedenen parametrisierten Fits.

Um diese Abhängigkeit zu untersuchen, wird eine modifizierte Funktion der Form

$$C = \frac{a}{\sin^4((\vartheta - b)/2) + c}$$

mit drei Freiheitsgraden angesetzt. Dabei gibt a Asymptote und Skalierung an, der Parameter b erlaubt eine Verschiebung des Maximumwinkels und c dient zur Korrektur der Singularität auf einen Peak endlicher Höhe. Als Test werden mehrere nichtlineare Ausgleichsrechnungen vorgenommen, global an alle Messwerte, an die ersten 14 Werte des Plateaus, und an die letzten 4 Werte der Asymptote. Es ergeben sich

$$\begin{array}{lll} a_{\text{glob}} = (1,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} & b_{\text{glob}} = (3 \pm 5)^\circ & c_{\text{glob}} = (10 \pm 3) \cdot 10^{-6} \\ a_{\text{plat}} = (1,4 \pm 0,1) \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} & b_{\text{plat}} = (1,69 \pm 0,05)^\circ & c_{\text{plat}} = (1,2 \pm 0,1) \cdot 10^{-6} \\ a_{\text{asym}} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} & b_{\text{asym}} = 2 \cdot 10^{-9}^\circ & c_{\text{asym}} = -3 \cdot 10^{-5} \end{array}$$

als Koeffizienten, wobei der asymptotische Fit keine stabile Konvergenz zeigt und dadurch keine Kovarianz geschätzt werden kann.

5 Diskussion

Der folgende Abschnitt fasst die ermittelten Ergebnisse zusammen und bewertet diese. Allgemein lässt sich feststellen, dass diese Größen im Rahmen der Messunsicherheit plausible Werte aufweisen.

Reichweite

Die für $E_\alpha = 5,486 \text{ MeV}$ und Normaldruck numerisch bestimmte Reichweite in Luft

$$R_\alpha = 6,9 \text{ cm}$$

liegt wie erwartet zwischen den Werten 0,5 cm und 9,5 cm für 1 MeV und 10 MeV Energien aus [9]. Da für die numerische Rechnung allerdings die klassische Energieverlustformel (1) verwendet wird, ist zu erwarten, dass der tatsächliche Wert R_α etwas geringer als das hier angegebene Ergebnis ausfällt.

Indem Luft als ideales Gas angenommen wird, folgt aus $pV = nRT$ der Zusammenhang $p \propto V^{-1} \propto \rho \propto N$ und damit $R_\alpha \propto p^{-1}$ als Abhängigkeit zur Abschätzung der Relevanz der Abschwächung bei veränderlichem Druck.

Foliendicke

Mit einem realen Wert von $2 \mu\text{m}$ liegt die ermittelte Foliendicke

$$d = (5,1 \pm 0,4) \mu\text{m}$$

zwar in der richtigen Größenordnung, entspricht allerdings trotzdem einer $(155 \pm 20) \%$ Abweichung. Dazu kommen einige mögliche Ursachen in Frage. Zunächst wird der linear verlaufende Abschnitt der Messung nach Augenmaß abgeschätzt. Die dabei ausgeschlossenen Werte flachen wahrscheinlich durch Rauschen ab, könnten aber auch die untere Asymptote der kumulierten Verteilungsfunktion angeben. Den abflachenden Verlauf gegen sehr geringen Druck fällt ebenfalls aus, sodass die Annahme von U_α als halbes Maximum fragwürdig ist. Zuletzt sollte hier noch angemerkt werden, dass bei der Messung die verstärkten Spannungspulse am Detektor teilweise starke Schwankungen aufzeigen und die maximale Amplitude daher nicht gut abgelesen werden konnte. Letzterer Punkt sollte jedoch vor allem zu einer größeren Unsicherheit und nicht zu festen Abweichungen der Messergebnisse führen.

Streuwinkelabhängigkeit

Beim Überprüfen der $C \propto \sin^{-4}(\theta/2)$ Proportionalität zeigt der Fit an das Plateau die beste Abschätzung der Winkelverschiebung. Für größere Winkel verläuft die angepasste Funktion jedoch steiler als die Messung. Insgesamt lässt sich die gesuchte Abhängigkeit durch die gewählte Parametrisierung also nicht zufriedenstellend an alle Datenpunkte nähern. Dies ist ein durchaus erwartetes Ergebnis, da der Teilchenstrahl nicht wie in der Herleitung der Streuformel angenommen eine Punktquelle beschreibt, sondern eine signifikante Breite hat. Um eine korrekte Beschreibung zu erhalten, müsste also für jede Winkeleinstellung über ein gewisses Winkelintervall integriert werden, um die Alphastrahlung zu modellieren, die den Detektor erreicht. Mögliche Lösungsansätze sind eine engere Blende oder ein längerer Detektorarm, was aber wiederum die Anzahl der aufgezeichneten Impulse drastisch reduzieren würde und so die Statistik verschlechtert.

Literatur

- [1] *V18, Rutherford Streuexperiment*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2024.
- [2] *Python*. Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [3] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [7] Agency for Toxic Substances und Disease Registry. „Chemical, Physical, and Radiological Information“. In: *Toxicological Profile for Americium*. United States Department of Health und Human Services, 2004. Kap. 4, S. 109. URL: <https://www.atsdr.cdc.gov/ToxProfiles/tp156.pdf>.
- [8] N. N. Greenwood und A. Earnshaw. „Copper, Silver and Gold“. In: *Chemistry of the Elements*. Butterworth-Heinemann, 1998. Kap. 28, S. 1192. ISBN: 0750633654.
- [9] Hermann Kolanoski. „Experimentelle Methoden“. In: *Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik*. DESY, 2007. Kap. 3, S. 45. URL: <https://www.zeuthen.desy.de/~kolanosk/ket0708/skript.html>.