

V01

# **Lebensdauer kosmischer Myonen**

Fritz Ali Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Jan Lucca Viola  
janlucca.viola@udo.edu

Durchführung: 2. Dezember 2024

Abgabe: 4. Dezember 2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>1</b>
2.1	Elementarteilchen nach dem Standardmodell .....	1
2.2	Bestimmung der mittleren Lebensdauer von Elementarteilchen .....	2
<b>3</b>	<b>Versuchsaufbau und Justierung</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Messung</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
5.1	Justageschritt .....	5
5.2	Verzögerungszeit .....	6
5.3	Kanalkalibration .....	8
5.4	Langzeitmessung .....	9
5.5	Hintergrundrate .....	10
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
6.1	Einstellung .....	11
6.2	Messung .....	11
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>
	<b>Anhang</b>	<b>13</b>

# 1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist die Bestimmung der charakteristischen Lebensdauer von Myonen durch Messung der Individuallebensdauern einzelner Myonen.

## 2 Theorie

In dem folgenden Kapitel werden die nötigen theoretischen Grundlagen, um die charakteristische Lebensdauer von Myonen zu bestimmen, behandelt.

### 2.1 Elementarteilchen nach dem Standardmodell

Basierend auf dem Standardmodell der Teilchenphysik gibt es verschiedene Elementarteilchen, Quarks, Leptonen und Eichbosonen. Quarks und Leptonen lassen sich in drei Generationen einteilen, die sechs Quarks unterliegen der starken Wechselwirkung und besitzen drei verschiedene Farbladungen. Leptonen unterliegen u.a. der schwachen Wechselwirkung und lassen sich in drei geladene Leptonen und drei Neutrinos einteilen, wobei erstere auch der elektromagnetischen Wechselwirkung unterliegen. Leptonen gehören zur Familie der Fermionen, sind also Spin-1/2-Teilchen, die der Fermi-Dirac-Statistik folgen. Die drei Generationen der Leptonen unterscheiden sich durch ihre Masse und haben unterschiedliche Lebensdauern. Elektronen gehören zur ersten Leptonen-Generation, Myonen zur zweiten Generation mit etwa 206-facher Masse der Elektronen. Im Gegensatz zu Elektronen sind Myonen und Tauonen nicht stabil, sondern zerfallen aufgrund ihrer endlichen Lebensdauer.

Myonen entstehen in der höheren Erdatmosphäre. Hochenergetische Protonen der kosmischen Strahlung treffen auf Atomkerne von Stickstoff- und Sauerstoffmolekülen in der Atmosphäre und lösen hadronische Schauer aus. Dabei entstehen Pionen, die eine sehr kurze Lebensdauer haben und in Myonen zerfallen,

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu ,$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu .$$

Myonen haben eine längere Lebensdauer und bewegen sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit, wodurch sie die Erdoberfläche erreichen und in einem Szintillator detektiert werden können. Im Szintillator wechselwirken die Myonen mit den Molekülen, geben ihre kinetische Energie in quantisierter Form ab und regen die Moleküle an. Dieser Vorgang heißt Ionisation. Die bei der Relaxation des Elektrons frei werdende Energie wird als Photon abgegeben, welches detektiert werden kann. Einige Myonen haben so geringe Energie, dass sie im Szintillator komplett abgebremst werden und dort zerfallen. Der

Myonenzerfall in Elektronen und Neutrinos durch die schwache Wechselwirkung kann wie folgt dargestellt werden,

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu .$$

Das Antimyon verhält sich ähnlich und zerfällt in Positron und Neutrinos,

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu .$$

Die entstehenden Elektronen und Positronen erzeugen ebenfalls ein Photon im Szintillator, sodass der zeitliche Abstand zwischen den beiden Photonen der individuellen Lebensdauer des detektierten Myons entspricht.

## 2.2 Bestimmung der mittleren Lebensdauer von Elementarteilchen

Da der Zerfall des Myons ein statistischer Prozess ist, haben einzelne Myonen unterschiedliche Lebensdauern, daher ist eine allgemeine Definition der Lebensdauer als mittlere Lebensdauer notwendig. Die Zerfälle der einzelnen Teilchen sind unabhängig voneinander, daher ergibt sich für eine Gesamtteilchenzahl  $N$  die Anzahl  $dN$  der Teilchen, die in der Zeit  $dt$  zerfallen,

$$dN = -N \cdot dW = -\lambda N \cdot dt . \quad (1)$$

wobei  $dW = \lambda dt$  die Zerfallswahrscheinlichkeit eines einzelnen Teilchens im Zeitintervall  $dt$  ist und  $\lambda$  die Zerfallskonstante darstellt. Durch Separation der Variablen zu

$$\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt , \quad (2)$$

Integration nach

$$\int_{N_0}^{N(t)} \frac{dN}{N} = \ln N(t) - \ln N_0 = \ln(N(t)/N_0) = \int_0^t -\lambda dt = -\lambda t \quad (3)$$

und Lösen für

$$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \quad (4)$$

kann ein exponentieller Zusammenhang gefunden werden. Um daraus eine Wahrscheinlichkeitsdichte zu bilden, muss der Normierungsfaktor  $C = \lambda$  aus der Bedingung

$$1 = \int_0^\infty C e^{-\lambda t} dt = \frac{C}{\lambda} \quad (5)$$

bestimmt werden. Die Berechnung des Erwartungswertes erfolgt durch Integration des Produkts dieser resultierenden Verteilungsfunktion mit der individuellen Lebensdauer,

$$\tau = \langle t \rangle = \int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (6)$$

Die mittlere Lebensdauer  $\tau$  entspricht also der inversen Zerfallskonstante  $\lambda$ .

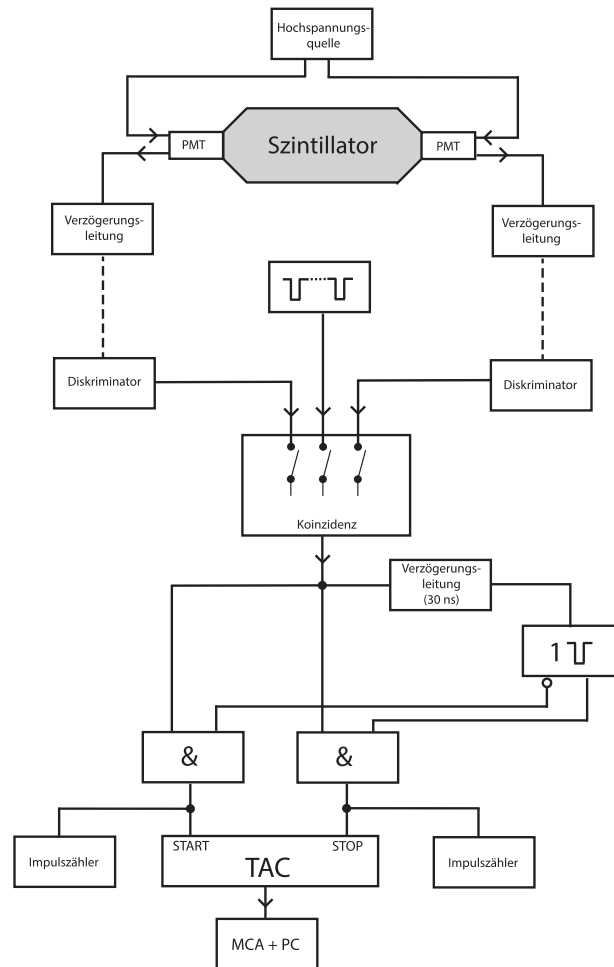
### 3 Versuchsaufbau und Justierung

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Szintillator-Tank mit einem ungefähren Volumen von 50 Litern. An jedem Ende des Tanks sind Photomultiplier (PM) montiert, die die durch Myonen oder deren Zerfallsprodukte verursachten Szintillationssignale detektieren. Eine Kombination von NIM-Modulen ermöglicht die Messung des Zeitintervalls zwischen den gleichzeitig eintreffenden Myon- und Zerfallsproduktsignalen. Die Ausgänge der beiden PMs werden über eine Verzögerung zu einem Diskriminator mit einstellbarer Schwelle geführt. Auch die Dauer des Ausgangsimpulses des Diskriminators ist einstellbar. Beide Signale gelangen dann in eine Koinzidenzschaltung, die nur ein Ausgangssignal erzeugt, wenn die Eingangsimpulse gleichzeitig eintreffen. Dies wird von der elektronischen Entsprechung einer Stoppuhr gefolgt.

Das Ausgangssignal der Koinzidenzeinheit erreicht zwei UND-Gatter und über eine weitere Verzögerungsleitung von  $\Delta t = 30 \text{ ns}$  ein Monoflop. Dieses setzt die Suchzeit  $T_s$  als Abstand zwischen initialem Umschalten, wenn das Signal ankommt, bis zum Zurückschalten in den Ausgangszustand. Die UND-Gatter sind mit dem Zeit-Amplituden-Umsetzer (TAC) so verbunden, dass eines die Zeitmessung startet, während das andere sie stoppt. Zwei Zähler zählen jeweils die Start- und Stoppimpulse. Eine geeignete Kombination von Komponenten stellt sicher, dass die Zeitmessung startet, wenn ein Myon in das aktive Volumen eintritt. Zerfällt das Myon im Tank, wird die Messung gestoppt.

Das Signal vom TAC gelangt in den Mehrkanalanalysator (MCA), der von einem PC gesteuert wird. Zur Kalibrierung des MCA steht ein Doppelpulsgenerator (DPG) zur Verfügung, der zwei Pulse mit variablem Zeitintervall bei einer Frequenz von 1 kHz erzeugt. Wenn die PMs mit Hochspannung versorgt werden, sollten an den jeweiligen Ausgängen Spannungspulse mit variierenden Amplituden sichtbar sein. Dies wird mit Hilfe eines Oszilloskops überprüft.

Im nächsten Schritt wird die Schwellenwertspannung der Diskriminatoren so eingestellt, dass an beiden Ausgängen etwa 30 Pulse pro Sekunde gemessen werden. Eine Impulsdauer von  $\Delta t = 10 \mu\text{s}$  wird eingestellt. Dazu wird der Pulszähler angeschlossen. Um die Koinzidenzapparatur anzupassen, wird systematisch eine der Verzögerungsleitungen variiert und die Pulsrate am Ausgang der Koinzidenzeinheit beobachtet. Der Messbereich sollte groß genug sein, um die Halbwertsbreite der Verteilung zu bestimmen. Schließlich wird eine geeignete Verzögerung für die gesamte Messung gewählt. Die Ereignisrate sollte etwa  $20 \text{ s}^{-1}$  betragen.



**Abbildung 1:** Schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbaus [1].

Die restlichen Teile der Schaltung werden angeschlossen. Eine Suchzeit  $T_s$  wird am Monoflop eingestellt und der Messbereich des TAC entsprechend angepasst.

Zur Kalibrierung des MCA wird der Doppelpulsgenerator angeschlossen und gemessen, welches Zeitintervall der Doppelpulse welchem Kanal des MCA entspricht. Um eine gleichmäßige Effizienz über den gesamten Messbereich zu überprüfen, wird für alle Messpunkte die gleiche Messzeit gewählt und die absoluten Zählraten verglichen.

Nach erfolgreicher Kalibration wird die Messung der Lebensdauer der Myonen gestartet.

## 4 Messung

Die in Abbildung 1 gezeigte Schaltung wird eingerichtet und die Lebensdauer der kosmischen Myonen aus einer Reihe von Messungen der einzelnen Lebensdauern bestimmt.

## 5 Auswertung

Um die aufgenommenen Daten zu analysieren werden die Python [2] Pakete NumPy [3] und SciPy [4] verwendet, wobei Matplotlib [5] zum Erstellen von Grafiken und zudem Uncertainties [6] zur automatisierten Fehlerfortpflanzung in linearer Ordnung dienen.

Nach einer Prüfung der Pulsform und Einrichtung der Diskriminatorschranken wird die Koinzidenzschaltung auf ihr zeitliches Auflösungsvermögen geprüft. Anschließend muss den Kanälen des Vielkanalanalysators jeweils eine Zeit zugeordnet werden, bevor mit der eigentlichen Langzeitmessung fortgefahren werden kann.

### 5.1 Justageschritt

Durch direktes Abgreifen der Signale beider Photomultiplier lässt sich am Oszilloskop der in Abbildung (2) gezeigte Verlauf beobachten. Hier entsprechen die Kanäle 1 und 2 jeweils dem im Aufbau vorderen oder rechten sowie hinteren oder linken PMT. Zunächst fällt auf, dass Peak 1 bei gleicher Skalierung eine signifikant geringere Amplitude als Peak 2 aufweist. Außerdem treten in Kanal 2 deutlich mehr Pulse auf, eine Beobachtung die auch am Diskriminatorschalter bestehen bleibt. Durch Justieren des Schrankenwerts lässt sich das ebenfalls nicht ändern, wogegen die Einstellung von Kanal 1 auf die benötigten  $30\text{ s}^{-1}$  erfolgreich ist. An der Koinzidenzschaltung sollte dieser Fehler also kompensiert werden.

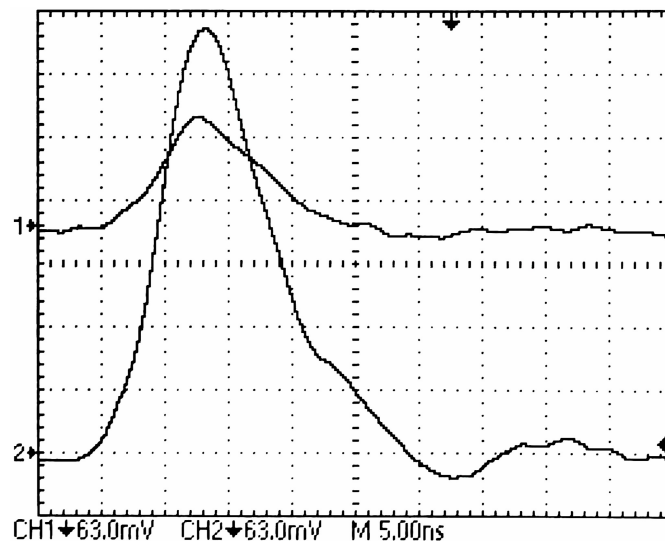
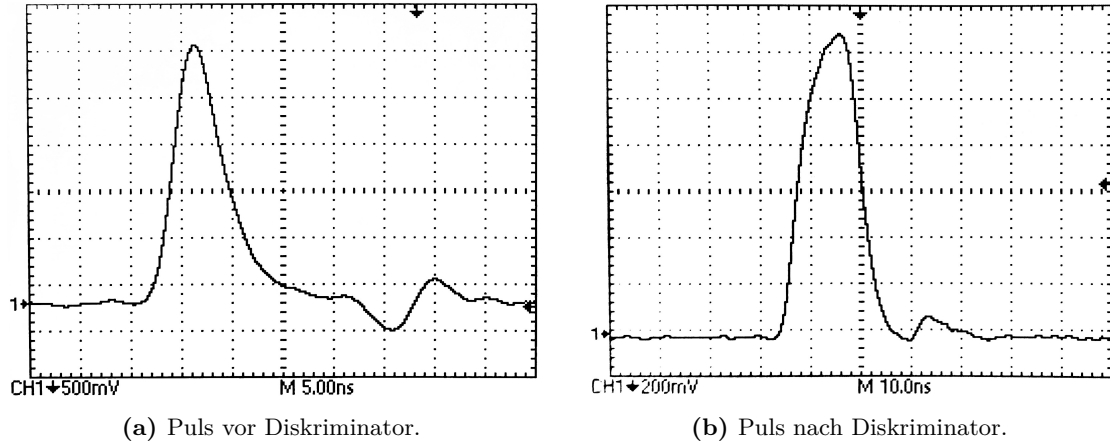


Abbildung 2: Am Oszilloskop aufgenommene Pulsformen aus den Photomultipliern.

Anhand Abbildung (2) kann zusätzlich der Vorteil eines Constant Fraction Discriminators veranschaulicht werden, indem die eigentlich gleichzeitigen Verläufe als Beispiele für unterschiedlich hohe, zeitlich versetzte Pulse mit annähernd gleicher Form am selben Diskriminator verwendet werden. Ein festgelegter Schwellenwert würde dann aufgrund der Skalierung zu einer amplitudenabhängigen Verschiebung der Ausgangspulse führen und so die Messung verfälschen. Im gegebenen Fall wird stattdessen bei einem bestimmten Bruchteil des Maximums ausgelöst, sodass dieser Fehler vermieden wird.



**Abbildung 3:** Vergleich der Pulsform vor und nach der Diskriminatorstufe.

In Abbildung (3) sind zwei exemplarische Signale ohne und mit zwischengeschaltetem Diskriminator dargestellt. Für das endgültige Signal lässt sich signifikant weniger Rauschen beobachten. Außerdem kann am Diskriminatoreingang die Breite eingestellt werden. Damit werden Pulse mit Maxima der Ordnung 1 V und Halbwertsbreiten von etwa 10 ns in die Koinzidenzschaltung gegeben, wobei die Zählrate aus dem ersten PMT etwa eine Größenordnung geringer als die des zweiten ist.

## 5.2 Verzögerungszeit

Neben der Funktion zur Störunterdrückung durch Redundanz erlaubt der Aufbau mit zwei Photomultipliern auch eine eindimensional räumliche Einstellung des verwendeten Volumens im organischen Szintillationsmedium, da die Verzögerung des Lichtblitzes im Bereich der Auflösung der Koinzidenzschaltung liegt. Der Verlauf der in Tabelle (1) gezeigten Messdaten wird in Abbildung (4) als Trapez mit Null als Asymptote genähert.

Per Ausgleichsrechnung ergibt sich

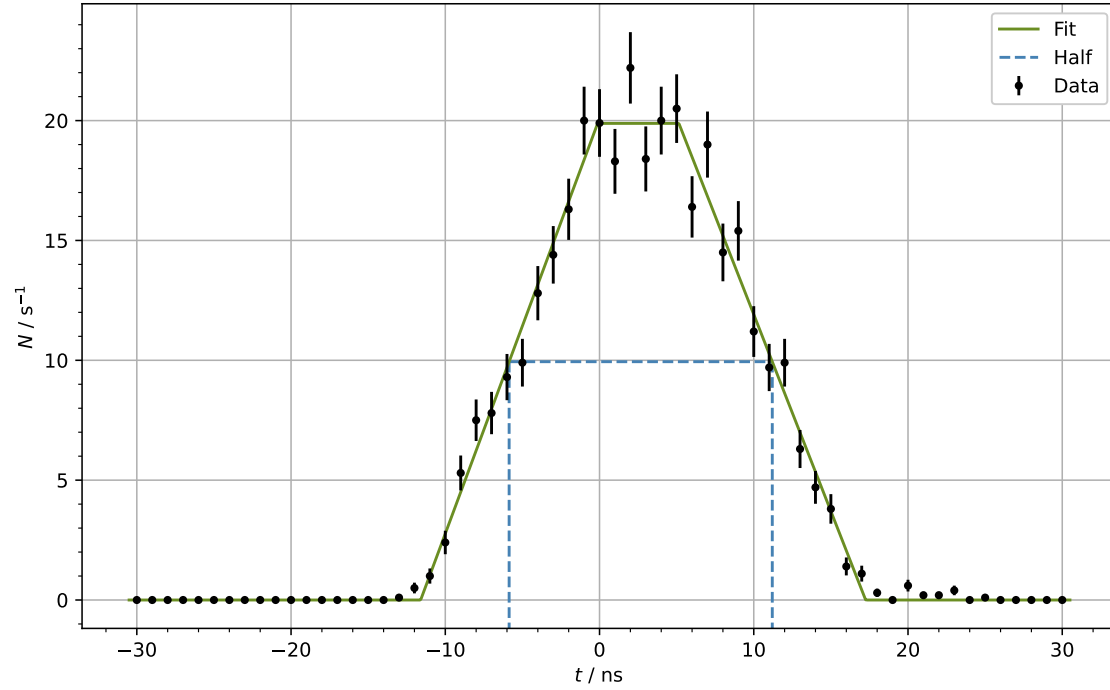
$$a = (1,7 \pm 0,1) \text{ s}^{-1} \text{ ns}^{-1}$$

für die Steigung der positiven Flanke.



Es folgen außerdem die Knickstellen

$$\begin{aligned} b &= (-11,6 \pm 0,3) \text{ ns} , & c &= (-0,1 \pm 0,4) \text{ ns} , \\ d &= (5,1 \pm 0,4) \text{ ns} , & e &= (17,3 \pm 0,3) \text{ ns} . \end{aligned}$$



**Abbildung 4:** Gemessene Zählraten gegen die eingestellte Verzögerung.

Daraus lassen sich einige relevante Größen berechnen. Die maximale Zählrate, für die ein Zielwert von  $20 \text{ s}^{-1}$  angegeben ist, lautet

$$N_{\text{Plateau}} = (19,9 \pm 1,2) \text{ s}^{-1}$$

im Bereich des Plateaus, welches eine Breite

$$T_{\text{Plateau}} = (5,3 \pm 0,5) \text{ ns}$$

aufweist. Bei den Zeiten

$$t_{\text{links}} = (-5,9 \pm 0,2) \text{ ns} , \quad t_{\text{rechts}} = (11,2 \pm 0,2) \text{ ns}$$

ist die Hälfte dieses Maximums erreicht.

Damit folgt die Halbwertsbreite

$$T_{\text{Hälfte}} = t_{\text{rechts}} - t_{\text{links}} = (17,1 \pm 0,3) \text{ ns}$$

und letztendlich eine mittlere Anstiegszeit

$$T_{\text{Anstieg}} = T_{\text{Hälfte}} - T_{\text{Plateau}} = (11,8 \pm 0,3) \text{ ns} .$$

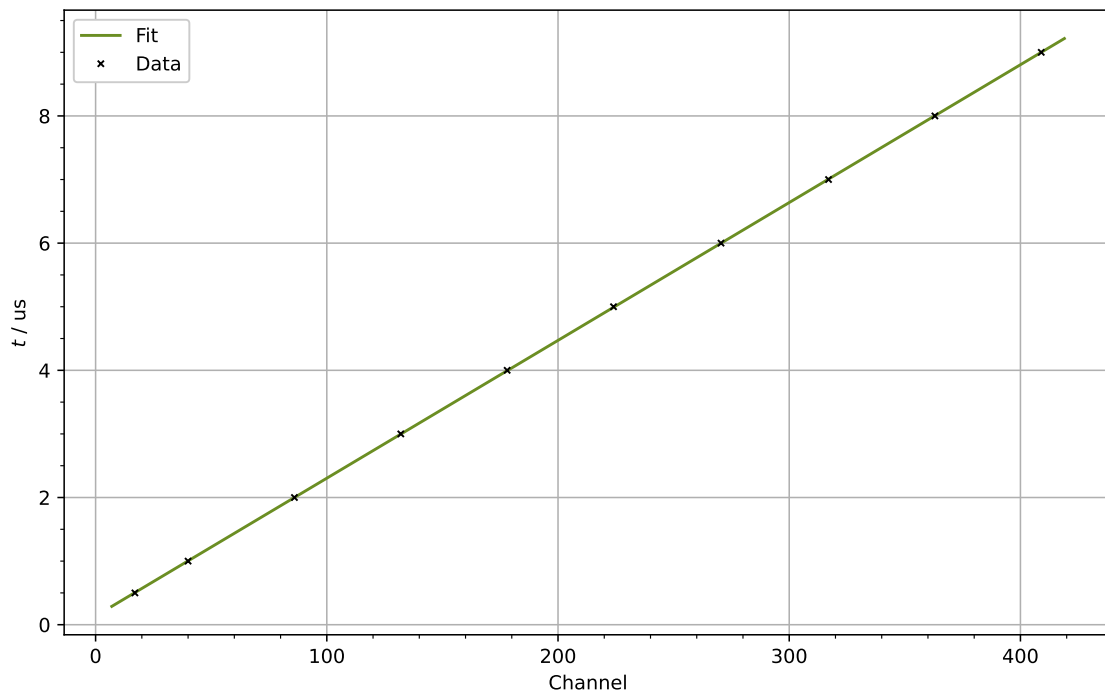
Um für weitere Messungen eine maximale Zählrate zu erzielen, wird die Verzögerung

$$t_{\text{optimal}} = (2,5 \pm 0,3) \text{ ns}$$

entsprechend der Mitte des Plateaus eingestellt.

### 5.3 Kanalkalibration

Ausgehend von der Umwandlung der gemessenen Zeitdifferenz von Eintreten und Zerfall zur Eingangsamplitude am Vielkanalanalysator wird ein linearer Zusammenhang zwischen Kanalnummer  $K$  und der Zeit  $t$  angesetzt. Sollte die Zuordnung zu zwei benachbarten Kanälen erfolgen, wird der Mittelwert der Indizes verwendet.



**Abbildung 5:** Beobachteter Zusammenhang zwischen Kanalnummer und Zeitabstand zwischen Pulsen des Doppelpulsgenerators.

Aus der entsprechenden Formel für die Umrechnung von Kanal zu Zeitskala

$$t(K) = AK + B$$

bestimmen sich die in Abbildung (5) verwendeten Parameter

$$A = (0,021\,67 \pm 0,000\,01) \mu\text{s} , \quad B = (0,136 \pm 0,003) \mu\text{s} .$$

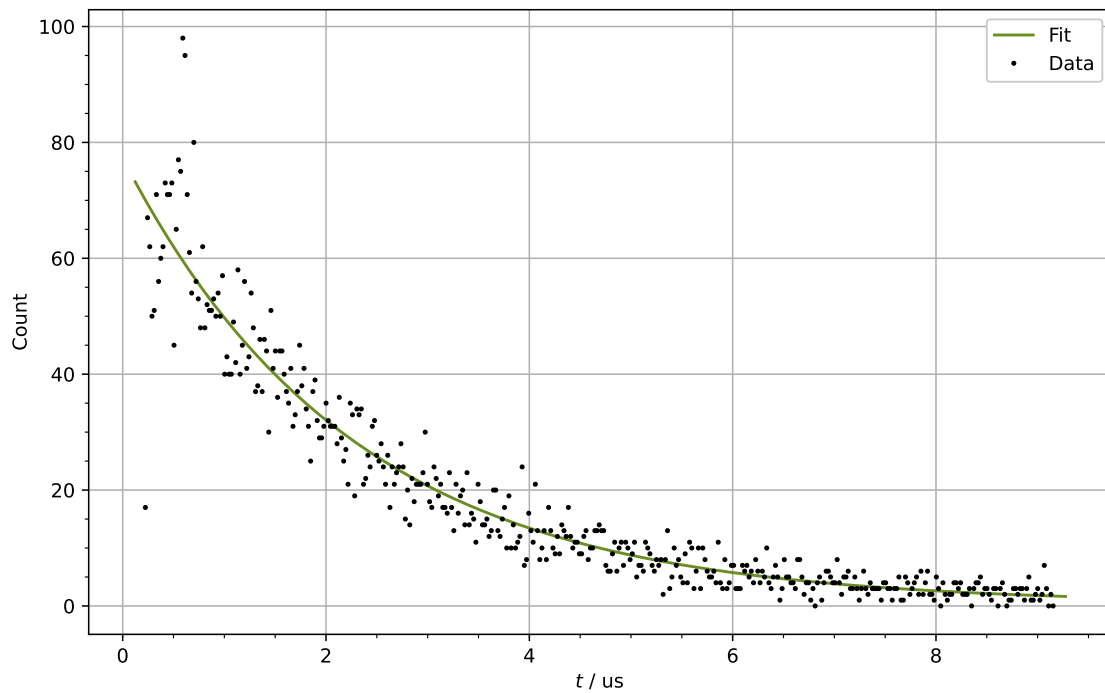
Diese Werte ergeben sich, indem an die Daten aus Tabelle (2) angepasst wird. Daran lässt sich ebenfalls eine global homogene Effizienz feststellen, da im Messintervall ähnliche Zählraten unabhängig der Kanalnummer auftreten. Dies lässt sich auch an der relativ geringen Streuung des Mittelwerts  $(1013 \pm 10) \text{s}^{-1}$  verifizieren, welcher in etwa mit der am Doppelpulsgenerator gegebenen Frequenz von 1 kHz übereinstimmt.

## 5.4 Langzeitmessung

Für die Messung der Zählrate  $N$  gegen die Zeitdifferenz  $t$  aus Tabelle (3) lässt sich

$$N(t) = m + ne^{-\lambda t}$$

als exponentieller Zusammenhang mit Normierung  $n$  ansetzen, der um  $m$  als Hintergrund verschoben ist. Aufgrund der beobachteten Streuung werden ausschließlich die Kanäle mit Indizes 4 bis 416 verwendet und in Abbildung (6) aufgetragen.



**Abbildung 6:** Daten aus der Langzeitmessung mit exponentieller Fitfunktion.

Die Werte der genannten Parameter lauten

$$m = 0,4 \pm 0,7, \quad n = 76,9 \pm 1,3.$$

Zusätzlich ergibt sich

$$\lambda = (0,44 \pm 0,02) \mu\text{s}^{-1}$$

für die Zerfallskonstante und schließlich die Lebensdauer von Myonen

$$\tau = (2,26 \pm 0,09) \mu\text{s},$$

wobei  $(2,196\,980 \pm 0,000\,002) \mu\text{s}$  den Literaturwert angibt [7].

## 5.5 Hintergrundrate

Anhand der charakterisierenden Eigenschaften der Messreihe

$$\begin{aligned} T_{\text{such}} &= 10 \mu\text{s}, & T_{\text{mess}} &= 154\,196 \text{ s}, \\ N_{\text{start}} &= 2\,945\,138, & N_{\text{stopp}} &= 8464 \end{aligned}$$

lässt sich ein Erwartungswert

$$\langle N \rangle = N_{\text{start}} \frac{T_{\text{such}}}{T_{\text{mess}}} = 0,000\,191$$

für die Zählrate innerhalb des Suchzeitintervalls aufstellen. Unter der Annahme einer für Zählexperimente gültigen Poissonverteilung

$$P_k = \frac{\langle N \rangle^k}{k!} e^{-\langle N \rangle}$$

folgt für die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein weiteres Myon einfällt,

$$P_1 = 0,0191 \, \%.$$

Somit lässt sich die Anzahl zusätzlicher Pulse zu

$$O_1 = P_1 N_{\text{start}} = 562$$

abschätzen, welche sich homogen über 512 Kanäle verteilen. Pro Kanal gilt demnach

$$M = 1,1$$

als Hintergrundrate, die mit dem Wert  $m = 0,4 \pm 0,7$  aus dem vorherigen Vorgehen verglichen werden kann.

## 6 Diskussion

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass mit den bisher genannten Werten plausible Ergebnisse vorliegen. Sowohl für die Einstellung der Messapparatur als auch die eigentliche Messung sind die Daten mit der Erwartung vereinbar. Im folgenden wird auf die jeweiligen Messabschnitte einzeln eingegangen.

### 6.1 Einstellung

Der in Abbildung (4) gezeigte Zählratenverlauf lässt sich als Trapez mit Halbwertsbreite  $(17,1 \pm 0,3)$  ns nähern, dessen Plateau bei  $(19,9 \pm 1,2) \text{ s}^{-1}$  in etwa dem Sollwert  $20 \text{ s}^{-1}$  entspricht. Bei der Einstellung der optimalen Verzögerungszeit ist es in diesem Fall egal, ob die Mitte des Plateaus  $(2,5 \pm 0,3)$  ns oder alternativ die Mitte der Halbwertsbreite  $(2,7 \pm 0,2)$  ns verwendet werden, da die Skala nur halbzahlige Schritte zulässt.

Damit und unter Berücksichtigung des Endergebnisses scheint sich die zuvor aufgestellte Annahme, dass die erhöhte Zählrate am Abgriff des zweiten Photomultipliers ab der Koinzidenzschaltung einen vernachlässigbaren Fehlereinfluss darstellt, zu bestätigen. Ob der Ursprung dieser Abweichung am PMT selbst oder im Diskriminator liegt, kann nicht abschließend geklärt werden. Gegen einen fehlerhaften Diskriminator spricht, dass am selben Ausgang unter Austauschen des ersten gegen den zweiten Photomultiplier die besagte höhere Zählrate beobachtet werden kann. Außerdem ist diese bereits am Oszilloskop ohne zwischengeschalteten Diskriminator zu erkennen. Andererseits stellt sich das Einstellen des Potentiometers am Diskriminator für den zweiten PMT als schwierig heraus, da dieses teilweise keinen Effekt zu haben scheint, was wiederum auf einen Fehler des Bauteils hindeuten könnte.

Bei der Kalibrierung des Vielkanalanalysators wird durch den Verlauf in Abbildung (5) sowie den geringen Fehler der Fitparameter ein linearer Zusammenhang zwischen Kanal und entsprechendem Zeitintervall bestätigt. Die Zählraten in Tabelle (2) belegen zudem eine uniforme Effizienz über den relevanten Messbereich.

### 6.2 Messung

Die Langzeitmessung zur Bestimmung der Lebensdauer in Abbildung (6) folgt mit dem unmodifizierten Binning des Vielkanalanalysators in guter Näherung der angesetzten Exponentialverteilung. Unter Ausschluss solcher Wertebereiche, die über mehrere Kanäle Null ergeben, folgt für Myonen  $(2,26 \pm 0,09) \mu\text{s}$  als mittlere Zerfallszeit, deren Fehlerbereich den Literaturwert  $2,197 \mu\text{s}$  [7] beinhaltet und die somit als Ergebnis akzeptiert wird.

Anhand der Ausgleichrechnung gilt für das gegebene Messintervall von  $154196 \text{ s}$  eine Hintergrundrate  $0,4 \pm 0,7$  durch fälschlicherweise als Stopppuls gewertetes Eintreten weiterer Myonen. Diese ist ebenso mit dem Wert  $1,1$  aus der Poissonstatistik vereinbar.

Zuletzt kann noch eine weitere Struktur in den Daten aus Tabelle (3) vermutet werden. Dabei handelt es sich um einen Peak im Bereich  $0,5\,\mu\text{s}$  mit bis zu 100 als Zählrate. Für dieses Phänomen gibt es zunächst keine offensichtliche Erklärung, wobei erst durch bessere Statistik aus längerer Messung geklärt werden müsste, ob dies überhaupt ein echter Effekt ist oder eine zufällige Schwankung repräsentiert.

## Literatur

- [1] *V01, Lebensdauer kosmischer Myonen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2024.
- [2] *Python*. Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [3] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] V. Tishchenko u. a. In: *Physical Review D* 87.5 (März 2013). ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.052003. arXiv: 1211.0960 [hep-ex].

## Anhang

**Tabelle 1:** Messwerte zu Verzögerungszeit und Zählrate. Aus poissonverteilter Zählung wird für den Fehler die Quadratwurzel der Gesamtzahl gebildet und dann durch das Messintervall 10 s dividiert.

$t / \text{ns}$	$N / \text{s}^{-1}$	$t / \text{ns}$	$N / \text{s}^{-1}$
-30	$0,0 \pm 0,0$	1	$18,3 \pm 1,4$
-29	$0,0 \pm 0,0$	2	$22,2 \pm 1,5$
-28	$0,0 \pm 0,0$	3	$18,4 \pm 1,4$
-27	$0,0 \pm 0,0$	4	$20,0 \pm 1,4$
-26	$0,0 \pm 0,0$	5	$20,5 \pm 1,4$
-25	$0,0 \pm 0,0$	6	$16,4 \pm 1,3$
-24	$0,0 \pm 0,0$	7	$19,0 \pm 1,4$
-23	$0,0 \pm 0,0$	8	$14,5 \pm 1,2$
-22	$0,0 \pm 0,0$	9	$15,4 \pm 1,2$
-21	$0,0 \pm 0,0$	10	$11,2 \pm 1,1$
-20	$0,0 \pm 0,0$	11	$9,7 \pm 1,0$
-19	$0,0 \pm 0,0$	12	$9,9 \pm 1,0$
-18	$0,0 \pm 0,0$	13	$6,3 \pm 0,8$
-17	$0,0 \pm 0,0$	14	$4,7 \pm 0,7$
-16	$0,0 \pm 0,0$	15	$3,8 \pm 0,6$
-15	$0,0 \pm 0,0$	16	$1,4 \pm 0,4$
-14	$0,0 \pm 0,0$	17	$1,1 \pm 0,3$
-13	$0,1 \pm 0,1$	18	$0,3 \pm 0,2$
-12	$0,5 \pm 0,2$	19	$0,0 \pm 0,0$
-11	$1,0 \pm 0,3$	20	$0,6 \pm 0,2$
-10	$2,4 \pm 0,5$	21	$0,2 \pm 0,1$
-9	$5,3 \pm 0,7$	22	$0,2 \pm 0,1$
-8	$7,5 \pm 0,9$	23	$0,4 \pm 0,2$
-7	$7,8 \pm 0,9$	24	$0,0 \pm 0,0$
-6	$9,3 \pm 1,0$	25	$0,1 \pm 0,1$
-5	$9,9 \pm 1,0$	26	$0,0 \pm 0,0$
-4	$12,8 \pm 1,1$	27	$0,0 \pm 0,0$
-3	$14,4 \pm 1,2$	28	$0,0 \pm 0,0$
-2	$16,3 \pm 1,3$	29	$0,0 \pm 0,0$
-1	$20,0 \pm 1,4$	30	$0,0 \pm 0,0$
0	$19,9 \pm 1,4$		

**Tabelle 2:** Messwerte zu Kanalindex, Zeitintervall und Zählrate. Einzelne Einträge entsprechen jeweils einer Laufzeit von 10 s am Doppelpulsgenerator.

$K$	$t / \mu\text{s}$	$N / \text{s}^{-1}$
17,0	0,5	1017,3
40,0	1,0	1025,3
86,0	2,0	1003,2
132,0	3,0	1003,8
178,0	4,0	1015,0
224,0	5,0	996,2
270,5	6,0	1005,9
317,0	7,0	1026,4
363,0	8,0	1012,4
409,0	9,0	1022,4



**Tabelle 3:** Zählraten sortiert nach unten und rechts mit aufsteigender Kanalnummer.  
In der Messzeit 154 196 s wurden 2 945 138 Startpulse und 8464 Stopppulse registriert. Die nachfolgenden Werte beziehen sich auf dieselbe Messzeit.

$N$															
0	51	44	35	21	13	14	9	10	5	5	4	3	0	0	0
0	51	44	33	23	20	13	11	8	7	5	5	3	0	0	0
0	53	40	19	30	20	12	5	6	5	6	2	2	0	0	0
17	50	37	34	21	13	17	7	5	1	3	6	1	0	0	0
67	54	35	33	18	12	12	7	5	3	3	2	3	0	0	0
62	50	41	34	17	15	10	6	6	8	5	4	3	0	0	0
50	57	31	21	24	17	11	11	4	5	3	6	0	0	0	0
51	40	33	22	22	10	11	10	11	5	1	2	3	0	0	0
71	43	37	26	19	19	9	9	4	4	3	2	4	0	0	0
56	40	45	24	21	10	9	7	3	4	6	1	2	0	0	0
60	40	38	31	17	14	12	6	8	3	3	5	0	0	0	0
62	49	41	32	17	10	13	8	3	8	2	3	1	0	0	0
73	42	34	26	16	11	8	7	4	8	4	0	1	0	0	0
71	58	31	25	23	12	10	8	7	5	3	4	3	0	0	0
71	40	25	28	17	24	10	2	7	2	3	2	3	0	0	0
73	45	37	24	13	7	13	8	3	4	3	1	2	0	0	0
45	56	39	21	21	8	13	13	3	4	3	2	3	0	0	0
65	41	32	26	16	16	14	3	3	1	1	2	3	0	0	0
77	43	29	17	19	13	13	5	7	3	4	4	1	0	0	0
75	54	29	24	20	11	13	10	6	0	4	4	3	0	0	0
98	48	31	21	14	21	7	7	7	4	3	3	5	0	0	0
95	37	35	23	23	13	6	8	5	5	3	4	1	0	0	0
71	38	32	24	14	8	6	5	6	1	1	2	1	0	0	0
61	46	31	28	16	10	9	4	4	4	3	2	2	0	0	0
54	37	31	24	15	13	11	9	8	6	3	2	3	0	0	0
80	46	31	15	11	8	6	4	6	6	5	3	1	0	0	0
56	44	28	20	21	17	10	11	4	5	1	0	2	0	0	0
53	30	36	14	18	13	11	10	6	4	1	3	7	0	0	0
48	51	29	22	14	10	7	3	5	4	5	4	3	0	0	0
62	41	25	18	14	9	11	6	10	8	4	4	0	0	0	0
48	44	27	21	15	12	10	10	4	4	2	5	2	0	0	0
52	36	21	21	12	9	8	3	3	2	3	2	0	0	0	0