V21

Optisches Pumpen

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 6. Mai 2024
Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Durch das nachfolgend beschriebenen Verfahrens sollen Kernspin und Niveauaufspaltung einer Mischung der Rubidiumisotope ^{85}Rb und ^{87}Rb untersucht werden.

2 Theorie [1]

Spätestens seit Einführung des Atommodells nach Bohr ist allgemein bekannt, dass sich Elektronenhüllen von Atomen aus scharf definierten Energieniveaus zusammensetzen, deren Besetzung durch das Ausschließungsprinzip nach Pauli beschrieben wird. Äußere Schalen sind nur teilweise oder gar nicht gefüllt und unterliegen dadurch zusätzlich der temperaturbedingten Verteilung nach Boltzmann. Für Zustände mit $E_1 < E_2$ folgt

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} \tag{1}$$

als das erwartete Verhältnis der Besetzungszahlen mit k_B als Boltzmannkonstante und T als absolute Temperatur. Die Faktoren g_1 und g_2 geben als statistische Gewichte die Multiplizität oder Entartung der jeweiligen Energien E_1 und E_2 an.

Im thermischen Gleichgewicht gilt bei $g_1 = g_2$ also typischerweise $N_1 > N_2$ für äußere Niveaus. Die Beschreibung von Rubidium fällt in diesem Kontext besonders leicht, da nur ein Elektron in einer nicht vollständig gefüllten Schale liegt [3]. Unter Energieaufwand und bei passender Niveaustruktur lässt sich diese Relation zu $N_1 < N_2$ umkehren. Beim optischen Pumpen geschieht dies unter Einstrahlung von Lichtquanten, wobei die Photonenergie genau

$$E_\gamma = h\nu = E_2 - E_1 \tag{2}$$

betragen muss, um ein Elektron in die nächsthöhere Schale zu heben. Hierbei geben h die Planckkonstante und ν die Frequenz an. Dieses Vorgehen erlaubt eine sehr präzise Messung niederenergetisches Strukturen innerhalb der Niveaus. Einige der so zugänglichen Größen sollen für das stabile ^{85}Rb und den langlebigen Betastrahler ^{87}Rb [3] bestimmt werden. Dazu müssen gewisse Zusammenhänge zwischen Drehimpulsen und magnetischen Momenten im atomaren System bekannt sein.

2.1 Atomare Drehimpulse

Zur Untersuchung des Rubidiums müssen die relevanten Drehimpulsbeiträge verstanden werden. Abbildung 1 skizziert deren Verknüpfungen in geometrischer Form.

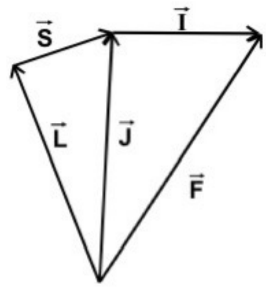

Abbildung 1: Vektordiagramm sämtlicher Drehimpulse eines Atoms. [1]

Es lassen sich verschiedene Regionen unterscheiden, namentlich die Atomhülle und der Atomkern. Diese werden im folgenden genauer betrachtet.

2.1.1 Hülle

Aus den Eigenwerten der Drehimpulsoperatoren folgen mit $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{L}$ betragsweise

$$\mu_J = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}$$
$$\mu_S = g_S \mu_B \sqrt{S(S+S)}$$
$$\mu_L = \mu_B \sqrt{L(L+1)}$$

als zugehörige magnetische Momente mit dem Bohr Magneton

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

und den Quantenzahlen J für den Gesamtdrehimpuls, S für den Spin und L für den Bahndrehimpuls. Mit μ_J wird der Landé Faktor bezeichnet, der die Kombination aus μ_S und μ_L berücksichtigt. Im weiteren Verlauf werden genauere Korrekturen aus der Quantenelektrodynamik vernachlässigt und der gyromagnetische Faktor des Elektrons $g_S = 2$ gesetzt. Zudem schränkt $|S - L| \leq J \leq |S + L|$ den erlaubten Wertebereich ein.

Solange äußere Magnetfelder klein genug sind um als Störung behandelt zu werden, wird das Gesamtmoment nach Russel und Saunders über

$$\boldsymbol{\mu}_J = \boldsymbol{\mu}_S + \boldsymbol{\mu}_L$$

als vereinfachte Kopplung ausgedrückt. Trigonometrische Überlegungen führen schließlich

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \tag{3}$$

für die geltende Beziehung ein. An dieser Stelle sei angemerkt, dass Alkalimetalle wie Rubidium ihren gesamten Hüllendrehimpuls im einen äußeren Elektron [3] tragen. Daher kann in diesem Fall immer $S = \frac{1}{2}$ eingesetzt werden.

Beim Anlegen eines äußeren lokal homogenen Magnetfeldes $\boldsymbol{B}$ wird die zuvor arbiträre Basiswahl durch eine natürliche Symmetrie ersetzt. Entlang der Feldrichtung präzidiert nun $\boldsymbol{\mu}_J$ und führt über Richtungsquantelung die Wechselwirkungsenergie

$$E_Z = M_J g_J \mu_B B \tag{4a}$$

ein. Die Orientierungsquantenzahl M_J gibt die Projektion von $\boldsymbol{J}$ auf die Feldachse an und läuft von $-J$ bis J in ganzzahligen Schritten. Auf diese Weise werden die Energieniveaus in $2J+1$ Unterniveaus gespalten, der sogenannte Zeeman Effekt tritt hier in linearer Form zum Vorschein.

2.1.2 Kern

Die beiden zu untersuchenden Isotope ^{85}Rb und ^{87}Rb besitzen mit den Quantenzahlen $I_{85} = \frac{5}{2}$ und $I_{87} = \frac{3}{2}$ [3] zusätzlich einen jeweils von Null verschiedenen Kernspin, dessen Einfluss wie in Abbildung 1 aufgezeigt per $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{J} + \boldsymbol{I}$ im Drehimpuls des gesamten Atoms inkludiert werden muss. Dabei liegt F ganzzahlig zwischen $|J-F|$ und $|J+F|$ mit einer zu J analogen Zeeman Aufspaltung. Statt (4a) gilt nun

$$E_Z = M_F g_F \mu_B B \tag{4b}$$

mit $-F \leq M_F \leq F$ und dementsprechend $2F+1$ Unterniveaus.

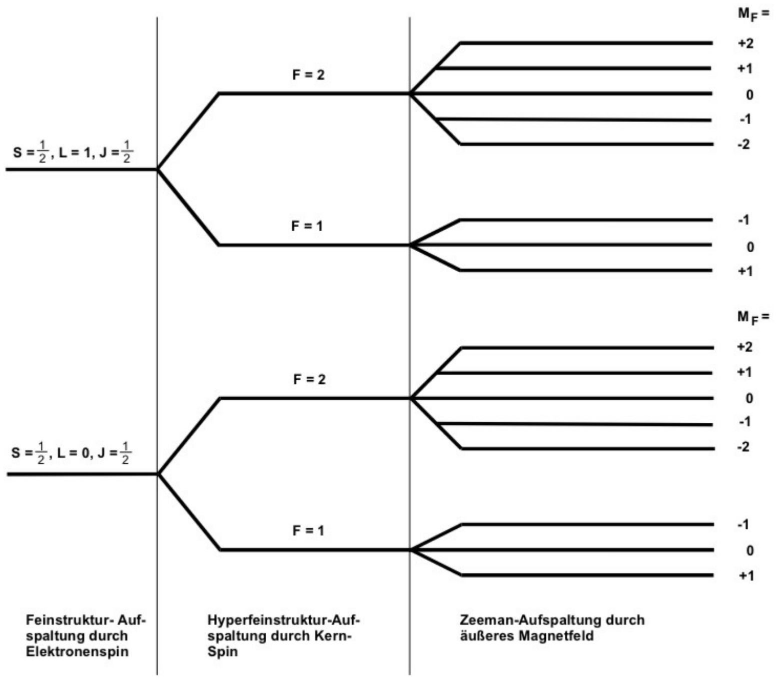

Abbildung 2: Exemplarisches Termschema von ^{87}Rb unter Einwirkung eines Magnetfeldes. Energiedifferenzen sind nicht maßstabsgetreu und liegen im Bereich von 1,5 eV für die Feinstruktur und 30 µeV für die Hyperfeinstruktur. [1]

In Abbildung 2 wird beispielhaft eine resultierende Niveauaufspaltung dargestellt. Durch einen Ansatz der Form

$$\mu_F = g_F \mu_B \sqrt{F(F+1)}$$

ergibt sich nach ähnlicher Rechnung zu (3) schließlich

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \tag{5}$$

für den Landé Faktor des atomaren Gesamtdrehimpulses. Im Grundzustand gelten $L = 0$ sowie folglich $J = S = \frac{1}{2}$ um aus (5) die Vorhersagen

$$g_F^{85} = \frac{1}{3} \tag{6a}$$

$$g_F^{87} = \frac{1}{2} \tag{6b}$$

für die jeweiligen oberen Zweige der Hyperfeinstruktur $F_{85} = 3$ und $F_{87} = 2$ zu treffen.

2.2 Optisches Pumpen

Die prinzipielle Funktionsweise des optischen Pumpens wird nun zunächst anhand eines vereinfachten Alkaliatoms ohne Kernspin erklärt und im Anschluss auf die spezifische Anwendung übertragen. In einem solchen System sind der Grundzustand ${}^2S_{1/2}$ sowie die durch LS Kopplung hervorgerufenen angeregten Zustände ${}^2P_{1/2}$ und ${}^2P_{3/2}$ wie in Abbildung 3 angeordnet, wobei hier zur Anschaulichkeit auf eine korrekte Skalierung verzichtet wird.

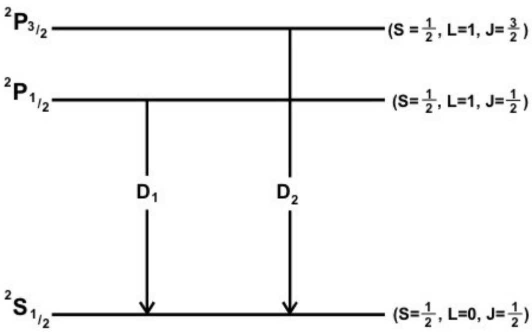

Abbildung 3: Entstehung der Dublettstruktur in Alkalispektren. [1]

Die aufgezeigten Übergänge D_1 und D_2 erzeugen dann duplettartige Spektren, wie sie für Alkalimetalle typisch sind.

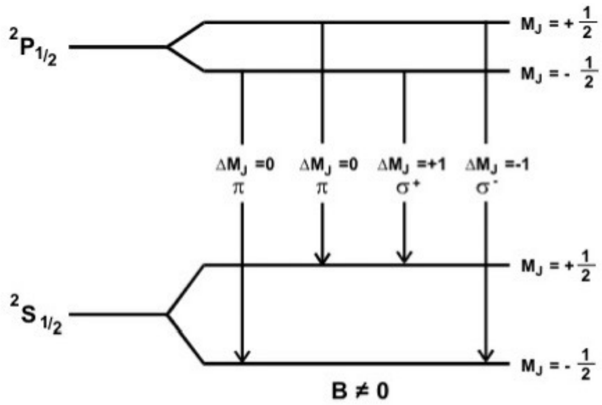

Abbildung 4: Zeeman Aufspaltung eines Alkaliatoms ohne Kernspin. [1]

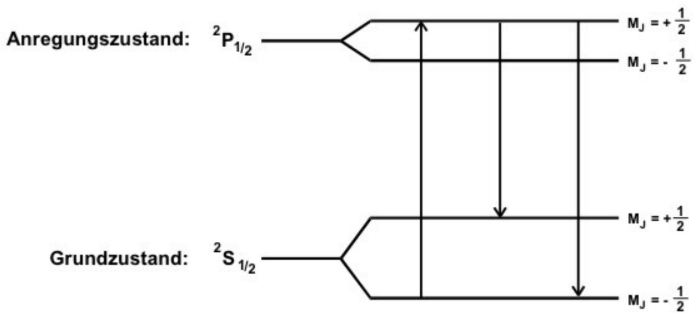

Abbildung 5: Mögliche Übergänge bei Einfall rechtzirkular polarisiertem Lichts. [1]

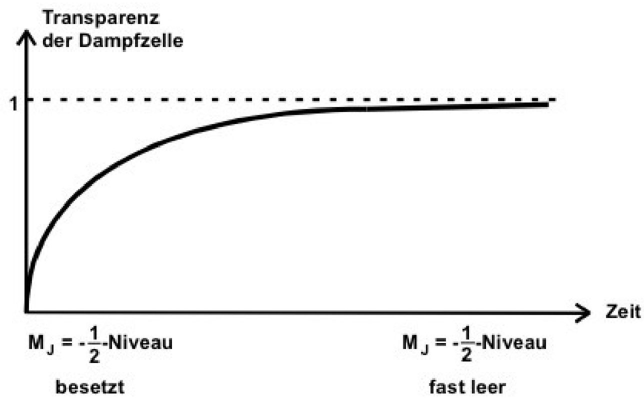

Abbildung 6: Zeitabhängige Transparenz einer Alkalidampfzelle. [1]

2.3 Zeeman Aufspaltung

$$\Delta E_Z = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{1 - 2M_F}{\Delta E_{HF}} \tag{7}$$

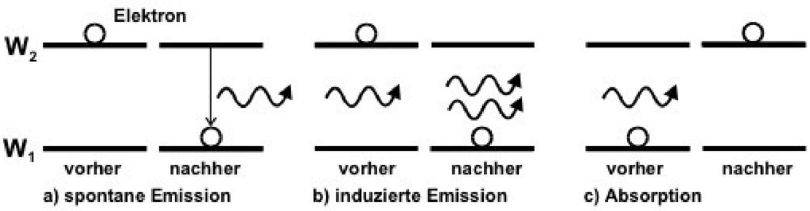

Abbildung 7: Übergangsmöglichkeiten eines Elektrons zwischen Energieniveaus. [1]

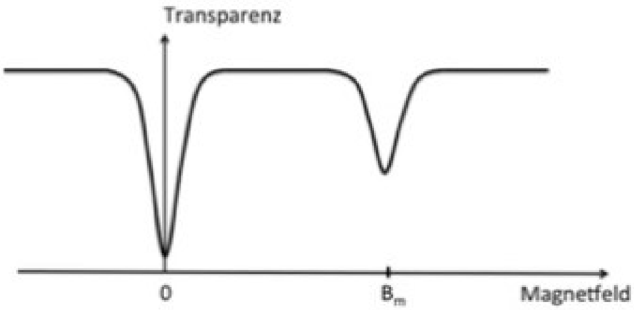

Abbildung 8: Transparenz einer Alkalidampfzelle unter Wirkung eines hochfrequenten Magnetfeldes in Anbhängigkeit zur Feldstärke. [1]

2.4 Transiente Effekte

$$\omega = \frac{g_F \mu_B B}{\hbar} \tag{8}$$

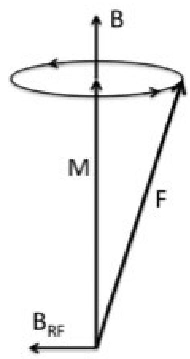

Abbildung 9: Drehimpulspräzession um die Magnetfeldachse. [1]

3 Aufbau

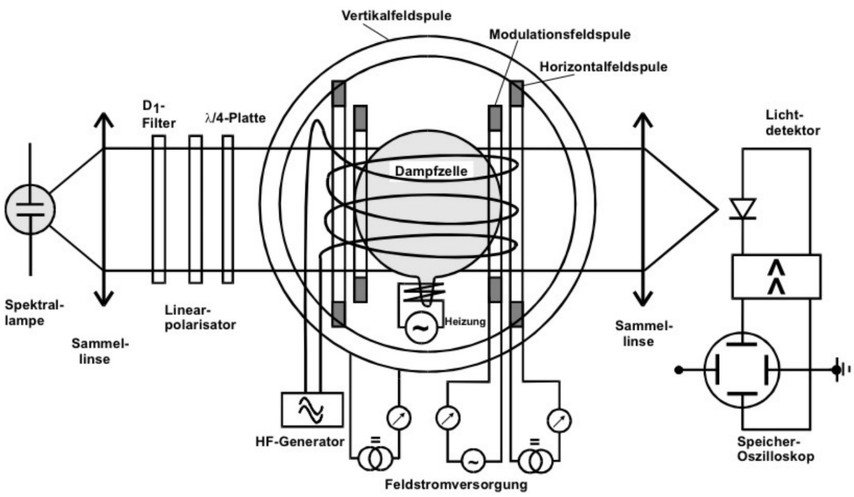

Abbildung 10: Schematische Aufsicht der gesamten Messapparatur. [1]

4 Durchführung

5 Auswertung

Im Folgenden werden die aufgenommenen Messdaten ausgewertet, um den Kernspin der Isotope zu bestimmen. Dafür müssen zunächst die Landé-Faktoren der Isotope bestimmt werden und die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes. Anschließend wird das

Isotopenverhältnis der Rubidium-Isotope bestimmt und der quadratische Zeeman-Effekt untersucht.

Es werden die Werte der Magnetfeldstärken der Horizontalen Spule berechnet, indem die jeweiligen Anteile der sweep und der horizontalen Verschiebungsspule addiert werden. Für die Magnetfeldstärken der Spulen im Zentrum gilt

$$B(0) = \frac{8\mu_0 N I}{\sqrt{125}A}\,. \tag{9}$$

Die Stromstärke des Sweepanteils wird per Umdrehnungen gemessen. Dieser Wert wird mit 0,1 A pro Umdrehung umgerechnet. Für den horizontalen Anteil wurde die Spannung in mV gemessen und kann umgerechnet werden in mA, indem die Werte der Spannungen verdoppelt werden. Die notierten Werte werden in Tabelle 1 aufgetragen, wobei die Stromstärken bereits umgerechnet wurden.

Tabelle 1: Die aufgenommenen Messwerte der Sweep-Spule und der horizontalen Verschiebungsspule für beide Isotope.

f / kHz	I_{s1} / A	I_{h1} / A	I_{s2} / A	I_{h2} / A
100	0.54	0.00	0.658	0.00
200	0.776	0.00	0.731	0.0194
300	0.436	0.0402	0.790	0.0402
400	0.328	0.0642	0.801	0.0642
500	0.291	0.0834	0.891	0.0834
600	0.281	0.1006	0.987	0.1006
700	0.10	0.1298	0.928	0.1298
800	0.272	0.1374	0.433	0.1894
900	0.384	0.1432	0.598	0.2028
1000	0.459	0.2374	0.522	0.2328

In Abbildung 11 sind die mit der Gleichung 9 berechneten Magnetfeldstärken gegen die Frequenz für beide Isotope aufgetragen.

Es wurde eine lineare Regression der Messwerte für beide Isotope durchgeführt. Die verwendete Ausgleichsfunktion hat die Form

$$f(x) = a \cdot x + b\,. \tag{10}$$

Daraus folgen die Parameter beider Isotope

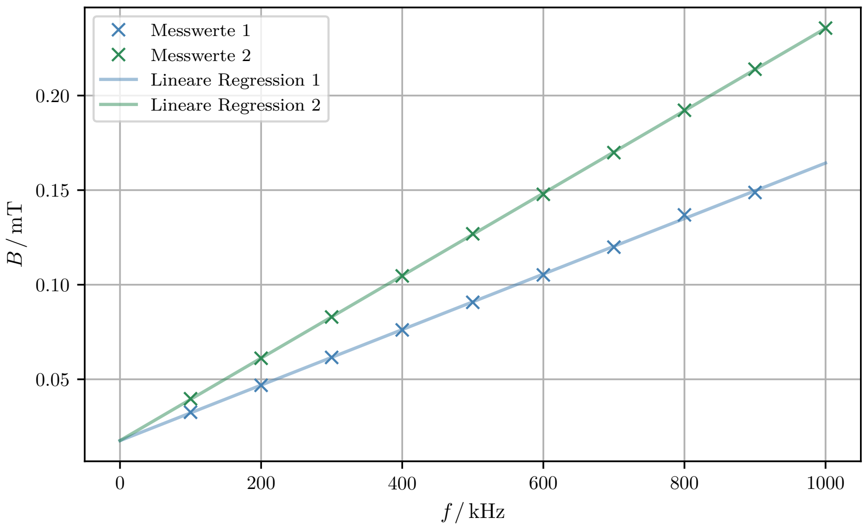

Abbildung 11: Magnetfeldstärke aufgetragen gegen die Frequenz für beide Isotope.

$$
\begin{aligned}
a_1 &= (1{,}468 \pm 0{,}011) \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T\,Hz^{-1}} \\
b_1 &= (1{,}76 \pm 0{,}06) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T} \\
a_2 &= (2{,}1795 \pm 0{,}0035) \cdot 10^{-7}\,\mathrm{T\,Hz^{-1}} \\
b_2 &= (1{,}760 \pm 0{,}022) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}\,.
\end{aligned}
$$

Die berechneten Werte werden für die weiteren Rechnungen verwendet

5.1 Magnetfeld der Erde

Die Vertikalkomponente des Erdmagnetfeldes hat aufgrund des horizontal verlaufenden Lichtstrahls einen Einfluss auf die Messung. Daher wird diese durch ein vertikal verlaufendes Magnetfeld kompensiert und der Aufbau wird um die vertikale Achse in Nord-Süd Richtung gedreht, sodass die horizontale Komponente parallel oder antiparallel zu dem horizontalen Magnetfeld verläuft. Zur Berechnung der Feldstärke des Erdmagnetfeldes muss zunächst die magnetische Feldstärke des vertikalen Feldes gemessen werden. Diese betrug in diesem Experiment $0{,}23\,\mathrm{A}$. Anschließend wird über den y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgeraden in Abbildung 11 die horizontale Magnetfeldstärke bestimmt. Der Mittelwert der y-Achsenabschnitte wird mittels uncertainties [2] gebildet, um den Wert des horizontalen Feldes zu bestimmen. Über den Satz des Pythagoras kann der Wert des Erdmagnetfeldes ermittelt werden. Schlussendlich ergibt sich für das Magnetfeld der Erde ein Wert von $(3{,}939 \pm 0{,}015) \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}$.

5.2 Bestimmung Lande-Faktor

5.3 Kernspin der Rubidium-Isotope

5.4 Isotopenverhältnis

5.5 Quadratischer Zeeman-Effekt

6 Diskussion

Literatur

[1] *Anleitung zu Versuch 21, Optisches Pumpen.* TU Dortmund, Fakultät Physik. 2024.

[2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

[3] *Rubidium.* Spektrum. 2024. URL: `https://www.spektrum.de/lexikon/physik/rubidium/12616`.

Anhang