

V703

Das Geiger-Müller Zählrohr

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 25. April 2023

Abgabe: 1. Mai 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	2
2	Theorie	2
2.1	Funktionsweise	2
2.2	Funktionsbereiche	3
2.2.1	Charakteristik der Kennlinie	4
2.2.2	Kennzeichnende Zeitintervalle	5
2.2.3	Güte des Plateaus.....	6
2.3	Statistik.....	6
3	Durchführung	6
3.1	Vorbereitung.....	7
4	Auswertung	8
4.1	Fehlerrechnung.....	8
4.2	Kennlinie des Geiger-Müller-Zählrohrs	8
4.3	Anzahl der detektierten Ladungsträger	10
4.4	Bestimmung der Totzeit	12
5	Diskussion	13
	Literatur	15
	Anhang	16

1 Zielsetzung

Im nachfolgenden Versuch wird die Kennlinie eines Geiger-Müller Zählrohrs aufgenommen und der Betriebsbereich bestimmt. Anschließend werden die charakteristischen Intervalle Totzeit, Auslösezeit und Erholungszeit untersucht.

2 Theorie [1]

Geiger-Müller Zählrohre dienen der Detektion ionisierender Strahlung. Da die Nachweiswahrscheinlichkeit für energiereiche Bereiche des elektromagnetischen Spektrums wie Röntgen- oder Gammastrahlung sehr gering ist, wird hauptsächlich Teilchenstrahlung betrachtet. Diese kann in Alpha- und Betastrahlung eingeteilt werden: Handelt es sich um Elektronen (e^-) heißt sie β^- -Strahlung, für Positronen (e^+) wird sie β^+ -Strahlung genannt. Setzt sie sich dagegen aus α -Teilchen zusammen sind damit Heliumkerne (${}^4_2\text{He}$) gemeint. Wie Abbildung 1 zu sehen ist, existieren vielfältige Bauformen, die sich aber letztendlich eine wesentliche Funktionsweise teilen.



Abbildung 1: Verschiedene Bauformen von Geiger-Müller Zählrohren.

2.1 Funktionsweise

Das Geiger-Müller Zählrohr besteht aus einem metallischen Zylinder entlang dessen Achse ein Zähldraht verläuft. Ein Eintrittsfenster aus Mylar- oder Glimmerfolie verschließt die Röhre, in der sich bei Unterdruck ein mit einem Kohlenwasserstoff versetztes Edelgas befindet. Zwischen Anodendraht und Kathodenzylinder wird ein radialsymmetrisches elektrisches Feld angelegt.

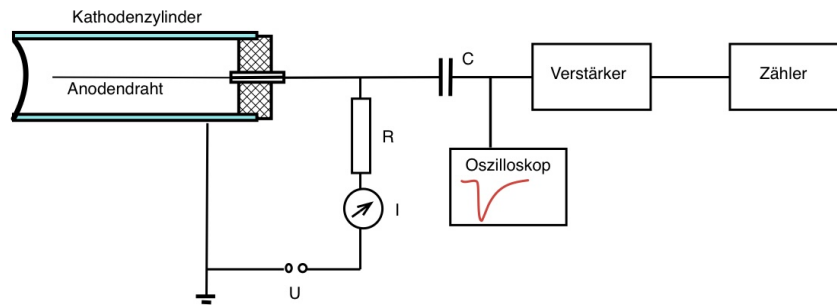


Abbildung 2: Schematischer Aufbau des Geiger-Müller Zählrohrs.

Einfallende ionisierende Strahlung produziert im Füllgasgemisch freie Elektronen, die wegen ihrer negativen Ladung zum Zählrohr beschleunigen, sowie positiv geladene Ionen, die in Richtung Zylinderwand wandern. Diese Ladungsträger können dabei weitere Moleküle ionisieren, sodass sich Kettenreaktionen ausbilden. Der entstehende Strom fließt über einen Widerstand im Bereich einiger $10^6 \Omega$ ab, sodass es bei ausreichender Stromstärke nahezu instantan zu einem Spannungsabfall kommt. Das Feld wird dadurch abgeschwächt und die Kettenreaktion stoppt. Nach Abfließen der Ladung nimmt die Feldstärke wieder zu und es kann ein weiterer Ionisationsprozess detektiert werden. Um die Spannungspulse messbar zu machen, ist dem Zähler noch ein Verstärker vorgeschaltet. Nachzuvollziehen ist dieser Aufbau mithilfe des Blockdiagramms in Abbildung 2.

2.2 Funktionsbereiche

Die Beziehung von Zählrate zu angelegter Spannung heißt Zählrohrcharakteristik und kann graphisch als Kennlinie (Abbildung 3) dargestellt werden. Daran lassen sich verschiedene Bereiche ablesen, in denen jeweils unterschiedliche physikalische Prozesse dominieren.

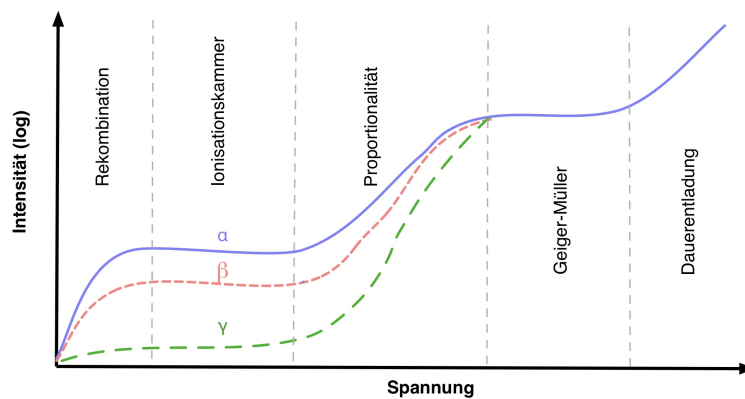


Abbildung 3: Typische Kennlinie eines Geiger-Müller Zählrohrs.

2.2.1 Charakteristik der Kennlinie

Die in Abbildung 3 eingetragenen Spannungsabschnitte werden nun genauer beschrieben:

Rekombination Bei geringen Spannungen rekombinieren sich die Ionisationsprodukte wieder zu neutralen Atomen, sodass sie nicht zum resultierenden Strom beitragen. Daher kann die Apparatur erst ab einer Mindestspannung Zerfälle nachweisen. Mit zunehmender Spannung wird dieser Einfluss vernachlässigbar gering.

Ionisationskammer Alle Ladungsträger erreichen die Elektroden, auf diese Weise stellt sich ein Sättigungsstrom ein. Es handelt sich dabei nur um durch die Primärstrahlung erzeugte Elektronen und Ionen, da die für sekundäre Ionisationsprozesse notwendige Energie in diesem Spannungsbereich nicht erreicht wird.

Proportionalität Die freigesetzten Elektronen erzeugen durch Stoßionisation weitere Elektronen-Ionen-Paare, lokalisiert um den Anodendraht findet dieser Prozess aufgrund der hohen Feldstärke lawinenartig statt. Abhängig von Zählrohrspannung, Gasdruck und Gasart, sorgen diese sogenannten Townsend-Lawinen für Verstärkungsfaktoren in der Ordnung 10^3 . Der Verlauf ist hier außerdem proportional zum spezifischen Ionisationsvermögen und erlaubt so eine Unterscheidung der einfallenden Strahlung nach Art und Energie. Dabei erzeugt α -Strahlung eine sehr große Ladung, für β - und γ -Strahlung fällt diese geringer aus.

Geiger-Müller Weiteres Erhöhen der Spannung sorgt dafür, dass im gesamten Zählrohrvolumen Townsend-Lawinen auftreten. Aufgrund der viel höheren trägen Masse der Ionen relativ zu den Elektronen, können erstere nicht ausreichend schnell abwandern, sodass sich um den Zählrohrdraht eine abschirmende Raumladungswolke bildet. Diese verhindert das Auftreten weiterer Lawinen, die Magnitude der Impulse wird so unabhängig von der Strahlungsart auf den gleichen Wert beschränkt. Der Arbeitspunkt des Geiger-Müller Zählrohrs liegt im ersten Drittel des entstehenden Plateaus.

Im Geiger-Müller Bereich treten zusätzliche Störphänomene auf: Angeregte Gasatome emittieren Photonen, die am Kathodenzyylinder Photoelektronen erzeugen können, welche wiederum lawinenartig verstärkt werden. Ebenso führen Stöße energetischer Ionen mit der Zylinderwand zur zeitversetzten Emission von Sekundärelektronen, deren als Nachentladungen bezeichnete Ausgangsimpulse die gemessene Zählrate verfälschen. Zur Mitigation beider Prozesse kann ein Löschgas aus langkettigen Alkoholmolekülen beigefügt werden, das Photonen absorbiert und Nachentladungsstöße dämpft.

Dauerentladung Ansetzen größerer Spannungen führt zum dauerentladungsbedingten exponentiellen Anstieg der Zählrate und zur langfristigen Zerstörung des Zählrohrs.

2.2.2 Kennzeichnende Zeitintervalle

Im Geiger-Müller Betriebsbereich bezeichnet die Totzeit den Zeitraum, welcher zwischen Erreichen des Impulsmaximums und der Registrierung neuer Impulse liegt. Die Totzeit des Zählrohrs, im weiteren Gebrauch kurz Totzeit genannt, entspricht also der Zeit, welche die isolierende Raumladungswolke um den Anodendraht benötigt, um sich soweit zu verflüchtigen, dass neue Spannungspulse auftreten. Da die Apparatur jedoch erst für Impulse ab einer gewissen Amplitude empfindlich ist, kann eine Totzeit des Detektorsystems benannt werden, welche genau um die Zeit größer ist, die das elektrische Feld braucht, um wieder eine ausreichende Stärke aufzubauen. Dieses Intervall bis zur erneuten Auslösung der Messgerätschaft heißt weiter Auslösezeit. Da Totzeit und Auslösezeit in guter Näherung zusammenfallen beziehungsweise nicht unabhängig messbar sind, werden beide Größen als allgemeine Totzeit τ zusammengefasst. Mit der Erholungszeit T wird noch der Zeitraum ab dem ersten registrierten neuen Puls bis zur vollständigen Erholung der Spannung auf das Niveau vor dem ursprünglichen Impuls beschrieben.

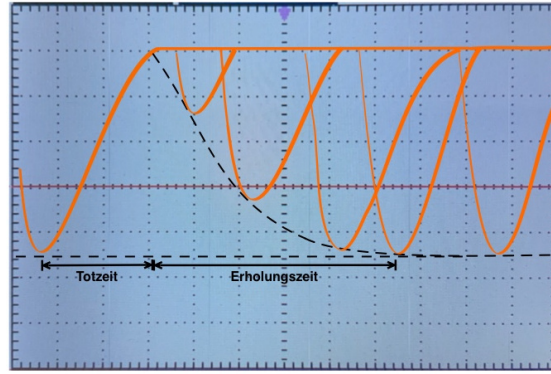


Abbildung 4: Bestimmung von Totzeit und Erholungszeit am Oszilloskop.

Die Zeitintervalle lassen sich entweder wie in Abbildung 4 aus dem Spannungsverlauf an einem zwischengeschalteten Oszilloskop ablesen oder aber über die Zwei-Quellen-Methode ermitteln. Dazu wird die Annahme getroffen, dass die Zählratenverluste durch die Totzeit τ bei steigender Zählrate mitwachsen. Zur gemessenen Zählrate N gibt

$$N_0 = \frac{N}{1 - N\tau}$$

die korrigierte Zählrate an, womit sich der passende Zählratenverlust auf

$$N_0 - N = \frac{N^2\tau}{1 - N\tau}$$

beläuft. Sind die einzelnen Zählraten N_1 und N_2 sowie die gemeinsame Zählrate N_{12} von zwei Quellen bekannt, ergibt sich nach Einsetzen und Umstellen die Relation

$$\tau = \frac{N_1 + N_2 - N_{12}}{N_{12}^2 - N_1^2 - N_2^2} \quad (1)$$

als Rechenvorschrift zur Bestimmung der Totzeit τ des Aufbaus.

2.2.3 Güte des Plateaus

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine der zuvor beschriebenen Nachentladungen auftritt, steigt mit Detektorspannung und Alter des Zählrohrs. Die resultierenden zeitversetzten Pulse sorgen somit dafür, dass der Geiger-Müller Bereich nicht konstant verläuft, sondern eine Steigung besitzt. Diese wird mit

$$s = \frac{\Delta N}{N} 100 \% / 100 \text{ V} \quad (2)$$

als relative Zählrate $\Delta N/N$ pro 100 V Spannungsänderung definiert und gibt damit ein genormtes Maß der Güte des Zählrohrs an.

2.3 Statistik

Die Zählrate im Geiger-Müller Zählrohr folgt einer Poisson-Verteilung, deren Vorschrift

$$P(k, N) = \frac{N^k}{k!} e^{-N}$$

lautet. Mit Mittelwert N besitzt diese einen relativen mittleren Fehler

$$\sigma_{\text{rel}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (3)$$

und einen statistischen Fehler, der sich direkt über

$$\sigma = N \sigma_{\text{rel}} = \sqrt{N} \quad (4)$$

ergibt und die Streubreite einordnet.

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einer radioaktiven Thallium-Quelle, dem Geiger-Müller Zählrohr und der daran angeschlossenen Nachweiselektronik. Probe und Zählrohr, sowie ein Amperemeter befinden sich innerhalb einer Aluminiumabschirmung. Die zugehörige Spannungsquelle, Verstärker und Zähler, sowie ein digitales Oszilloskop sind außerhalb angeschlossen. Diese Anordnung ist in Abbildung 5 dargestellt. Zunächst wird die Zählzeit auf $\Delta t = 120 \text{ s}$ festgelegt.

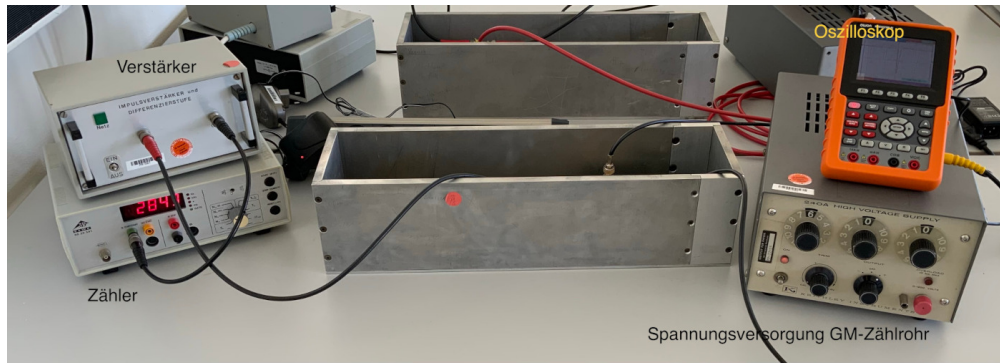


Abbildung 5: Aufbau der verwendeten Messanordnung.

Zur Aufnahme der Kennlinie um den Geiger-Müller Bereich wird nun die Speisespannung ab 330 V in Schritten von 20 V bis 750 V hochgeregelt, zu jeder Spannungsstufe wird die Zählrate über das volle Messintervall nachgehalten. Hier ist zu beachten, dass der Abstand von Quelle zu Detektor so eingestellt ist, dass der Zähler bei einer Spannung von 550 V weniger als 2000 Impulse pro Sekunde registriert. Auf diese Weise lässt sich der Einfluss der Totzeit τ minimieren. Gleichzeitig wird die zur Betriebsspannung gehörige Stromstärke notiert. Anhand dieser kann anschließend die Anzahl der Ladungsträger ermittelt werden.

Mithilfe der so gewonnenen Daten wird der Arbeitspunkt in das erste Drittel des Geiger-Müller Plateaus gelegt, die Spannung wird darauf eingestellt. Der Abstand sollte so reduziert werden, dass die Zählrate jetzt über 2000 Ereignissen pro Sekunde liegt. In dieser Konfiguration wird nun für die erste Thallium-Quelle, die Quelle zusammen mit einer weiteren Probe, und schließlich die zweite Thallium-Probe alleine je die Zählrate aufgenommen, um daraus die Totzeit τ zu berechnen.

Zuletzt wird die Detektorspannung kurzzeitig in den Bereich der Townsendentladung erhöht, um anhand des Oszilloskopschirms Auslösezeit τ und Erholungszeit T abzulesen.

3.1 Vorbereitung

Das verwendete Isotop $^{204}_{81}\text{Tl}$ hat eine Halbwertszeit von 3 Jahren und 284 Tagen und besitzt folgende Zerfallskanäle [2]: Mit einer Wahrscheinlichkeit von 97,08 % erfährt dieses Betazerfall (β^-) zu $^{204}_{82}\text{Pb}$ mit einer Halbwertszeit über $1,4 \cdot 10^{17}$ Jahren. In den weiteren 2,92 % der Zerfälle tritt Elektroneneinfang (ϵ) auf, bei dem Produkt $^{204}_{80}\text{Hg}$ handelt es sich dann um ein stabiles Isotop.

Um eine statistische Messunsicherheit von $\sigma_{\text{rel}} = 1\%$ zu erhalten, muss nach Ausdruck (3) eine Zählrate von $N = 10\,000$ erreicht werden.

4 Auswertung

Im Folgenden wird die Kennlinie des Geiger-Müller Zählrohrs bestimmt und die Anzahl der Ladungsträger wird anhand der Messwerte berechnet. Die Totzeit wird zunächst über die Zwei-Quellen-Methode und im Anschluss über das Oszilloskop bestimmt.

4.1 Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung, für die Bestimmung der Messunsicherheiten, wird mit Uncertainties [3] gemacht. Die Formel der Gauß Fehlerfortpflanzung ist gegeben durch

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (5)$$

Für den Mittelwert gilt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (6)$$

Der Fehler des Mittelwertes ist gegeben durch

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (7)$$

4.2 Kennlinie des Geiger-Müller-Zählrohrs

Die aufgenommenen Messwerte zur Bestimmung der Kennlinie des Geiger-Müller-Zählrohrs sind in der Tabelle 1 dargestellt. Zudem wurde mit Hilfe der Gleichung (4) der statistische Fehler σ bestimmt und ebenfalls aufgelistet. Der Plateau-Bereich hat eine Länge von 340 V, dieser beginnt bei 370 V und hört bei 710 V auf. Im ersten Drittel des Plateaus lässt sich der Arbeitspunkt bei $U_A = 430$ ablesen.

Tabelle 1: Messdaten zur Bestimmung der Kennlinie des Geiger-Müller-Zählrohrs.

U / V	N	$I / \mu\text{A}$	σ
330	17211	0.2	131
350	18298	0.2	135
370	18392	0.3	136
390	18818	0.4	137
410	18653	0.4	137
430	18946	0.5	138
450	18915	0.6	138
470	18905	0.7	137
490	18934	0.8	138
510	18970	0.8	138
530	19015	0.8	138
550	19336	0.9	139
570	19235	1	139
590	19174	1	138
610	19224	1.1	139
630	18991	1.2	138
650	19082	1.2	138
670	19548	1.3	140
690	19505	1.3	140
710	20031	1.4	142
730	20429	1.5	143
750	21666	1.6	147

Die Messdaten der Detektorspannung U wurden gegen die Zählrate N aufgetragen und in der Abbildung 6 dargestellt. Die Ausgleichsgerade hat die Form

$$N = a \cdot U + b.$$

Die Gerade beschreibt den Plateau-Bereich. Der Parameter a beschreibt die Plateau-Steigung (2) des Geiger-Müller-Zählrohrs. Mit Hilfe von linearer Regression, welche mit SciPy [4] durchgeführt wurde, ergeben sich die Werte

$$a = (0,018 \pm 0,003) \text{ V}^{-1} \quad \text{und}$$

$$b = 149,499 \pm 1,720.$$

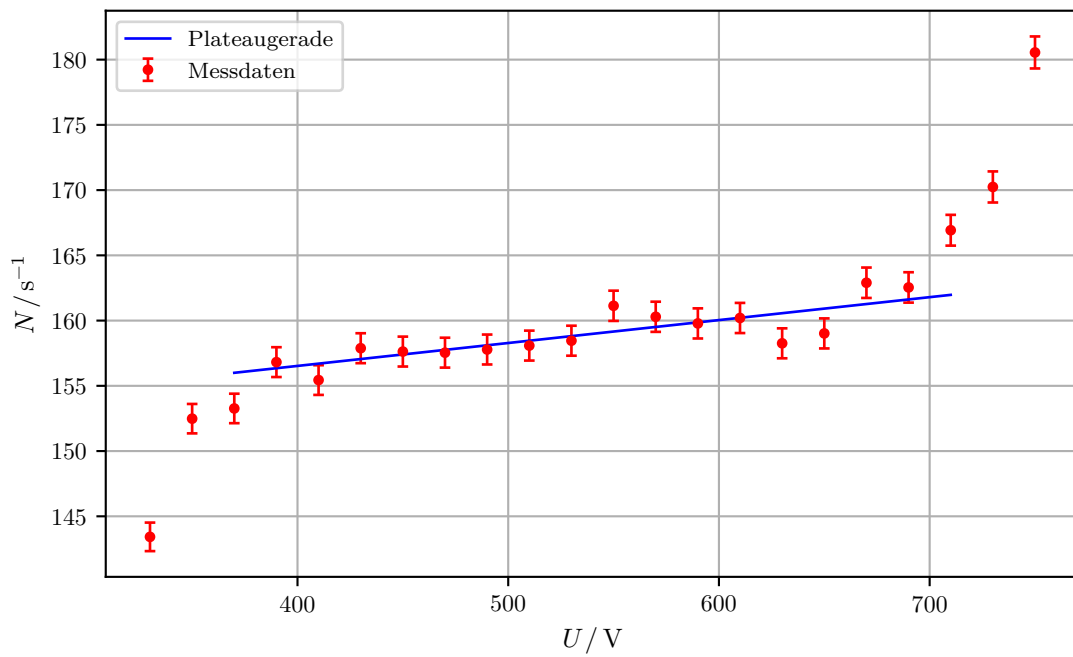


Abbildung 6: Messwerte der Detektorspannung wurde gegen die Zählrate aufgetragen. Zudem die Ausgleichsgerade des Plateau-Bereichs.

4.3 Anzahl der detektierten Ladungsträger

In der Tabelle 2 sind die gemessenen Werte für die Spannung U und die Stromstärke I abgebildet. Zusätzlich wurde die Anzahl der detektierten Ladungsträger Z pro einfallenden Teilchen anhand der Formel

$$Z = \frac{t \cdot I}{e}$$

berechnet. Dabei beträgt $t = 120\text{ s}$ und die Elementarladung e ist gegeben durch $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{ coulomb}$.

Tabelle 2: Anzahl der Ladungsträger gegen die Detektorspannung aufgetragen.

U / V	N	$I / \mu\text{A}$	$Z \cdot 10^{14}$
330	17211	0.2	1.498
350	18298	0.2	1.498
370	18392	0.3	2.247
390	18818	0.4	2.996
410	18653	0.4	2.996
430	18946	0.5	3.745
450	18915	0.6	4.494
470	18905	0.7	5.243
490	18934	0.8	5.992
510	18970	0.8	5.992
530	19015	0.8	5.992
550	19336	0.9	6.741
570	19235	1	7.490
590	19174	1	7.490
610	19224	1.1	8.239
630	18991	1.2	8.988
650	19082	1.2	8.988
670	19548	1.3	9.737
690	19505	1.3	9.737
710	20031	1.4	10.486
730	20429	1.5	11.235
750	21666	1.6	11.984

In der Abbildung 7 wurden die berechneten Werte für die Anzahl der freigesetzten Teilchen Z gegen die Detektorspannung U aufgetragen. Dabei ist ein Anstieg der Ladungsträger proportional zur Spannung zu erkennen. In dem vorher bestimmten Plateau-Bereich ist zu erkennen, dass der Anstieg von Z nachlässt.

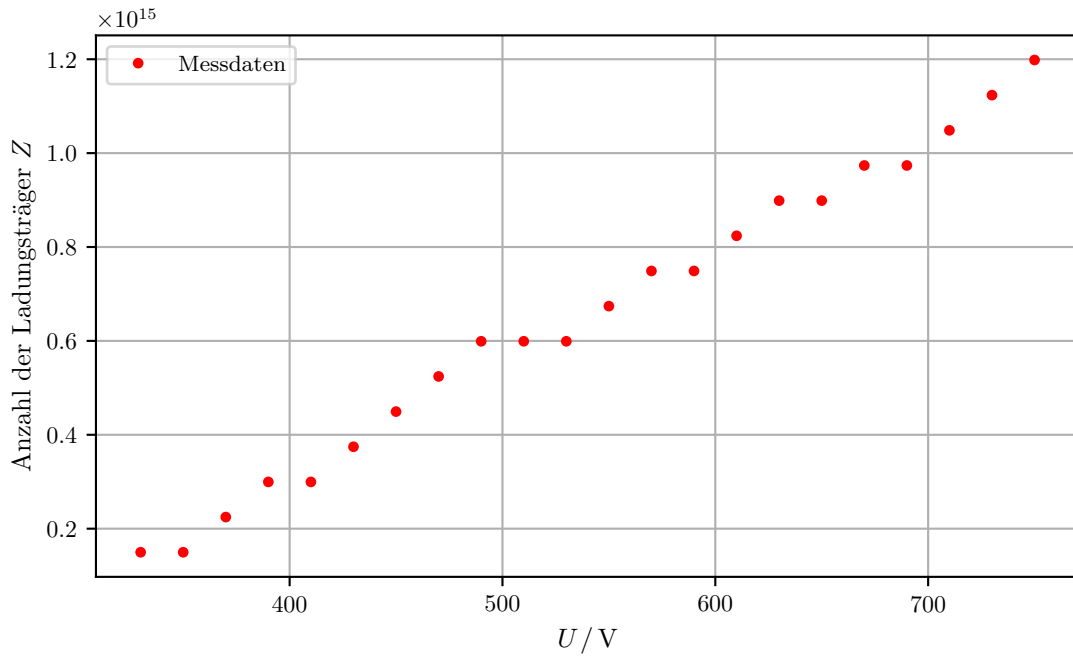


Abbildung 7: Die berechneten Werte der Anzahl der freigesetzten Teilchen Z aufgetragen gegen die Detektorspannung U .

4.4 Bestimmung der Totzeit

Um die Totzeit zu bestimmen werden zwei Verfahren genutzt. Zunächst wird die Zwei-Quellen Methode verwendet. In einem Zeitraum von $t = 120$ s bei einer Spannung von $U = 440$ V wurden für zwei Proben die Zählraten einmal einzeln und zusammen gemessen. In der Tabelle 3 sind die aufgenommenen Zählraten der einzelnen Proben und beider zusammen dargestellt.

Tabelle 3: Die Zählrate N_1, N_2 und N_{12} .

N_1	N_2	N_{12}
105168 ± 324.296	166372 ± 407.887	236573 ± 486.388

Aus den gemessenen Werten ergibt sich die Totzeit τ (1) mit

$$\tau = \frac{N_1 + N_2 - N_{12}}{N_{12}^2 - N_1^2 - N_2^2} = (2.03 \pm 0.07) \mu\text{s}.$$

Zur Bestimmung der Totzeit wurde als zweite Methode das angeschlossene Oszilloskop

verwendet. Anhand dessen kann die Totzeit abgelesen werden. In Abbildung 8 ist ein solches Bild gezeigt.

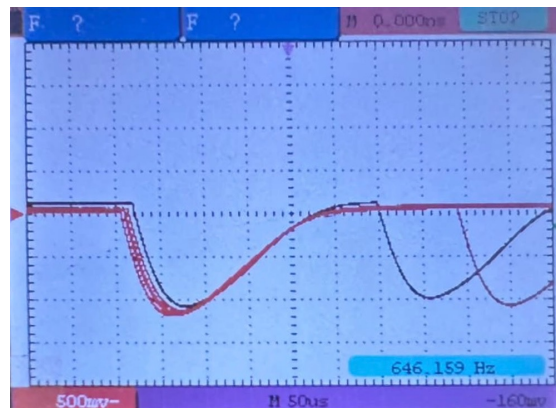


Abbildung 8: Aufnahme des Oszilloskops, an der die Totzeit und die Erholungszeit abgelesen werden kann.

Es lässt sich der Wert

$$\tau_{\text{Oszilloskop}} = (3 \pm 0.2) \cdot 50 \mu\text{s} = (150 \pm 10) \mu\text{s}$$

«««< HEAD ablesen. Für die Erholungszeit lässt sich ein Zeitraum von

$$T = (200 \pm 10) \mu\text{s}$$

festlegen. ||||| 2ba2aca ablesen. ===== ablesen. »»»> 24a746ca715e3336d0d11d1071c510266cb6c6b4

5 Diskussion

Beim Vergleich der theoretischen Kennlinie des Geiger-Müller Zählrohrs (Abbildung 2) und der gemessenen Kennlinie fällt auf, dass sich der Verlauf der experimentellen Kennlinie der theoretischen vom Verlauf annähert. Die Plateau-Länge von 340 V und die lineare Plateau-Steigung von $s = (0,018 \pm 0,003) \text{ V}^{-1}$ passen ebenfalls zu den erwarteten Werte für das Zählrohr. Der Verlauf der detektierten Teilchen in Abhängigkeit zur Spannung weist einen ähnlichen Verlauf auf wie die gemessene Kennlinie des Geiger-Müller Zählrohrs. Bei der Spannungsquelle des Geiger-Müller Zählrohrs ist in der Anleitung angegeben, dass diese eine halbe Stunde vor Versuchs Anfang angestellt werden sollte. Bei der Durchführung des Versuches wurde dieser Zeitraum um ungefähr 15 Minuten gekürzt. Dies kann die Abweichungen erklären.

Für die Bestimmung der detektierten Teilchen wurde für den Strom I ein Fehler von $0.05 \mu\text{s}$ angenommen. Bei der berechnung der detektierten Ladungsträger war dieser Fehler

irrelevant, da er in einer zu kleinen Größenordnung ist und damit für die Rechnung keine Rolle spielt.

Die Totzeit τ wurde über zwei Verfahren bestimmt. Beim Ablesen am Oszilloskop wurde für τ ein Wert von $(150 \pm 10) \mu\text{s}$ bestimmt. Über die Zwei-Quellen-Methode wurde ein Wert von $\tau = (2.03 \pm 0.07) \mu\text{s}$ berechnet. Die Werte befinden sich nicht in einer Größenordnung und weichen daher zu stark voneinander ab, als das dies annehmbar ist. Diese große Abweichung lässt sich durch einen Fehler des Zählrohrs erklären. Während der Messung der Zählraten der Proben hat die Messung bei 67233 statt 99999 abgebrochen. Die genaue Ursache dieses Fehlers konnte nicht bestimmt werden.

Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 703, Das Geiger-Müller Zählrohr*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Ground and isomeric state information for Thallium-204*. Version 3.0. National Nuclear Data Center. Information extracted from the NuDat database. 2023. URL: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang

V703

U in V	N.	I in A
330	17211	0,2
350	18298	0,2
370	18382	0,3
390	18818	0,4
410	18653	0,4
430	18946	0,5
450	18915	0,6
470	18905	0,7
490	18934	0,8
510	18970	0,8
530	19015	0,8
550	19336	0,9
570	19235	1
590	19174	1
610	19224	1,1
630	18991	1,2
650	19082	1,2

Spannungsquelle Geiger Müller
 ↳ halbe Stunde nicht ganz

670	19548	1,3
690	19505	1,3
710	20031	1,4
730	20429	1,5
750	21666	1,8

Handwritten signature

Totzeit

$$u = 440 \text{ V}$$

$$N_1 67233 + 37935$$

$$M_2 67233 + 67233 + 67233 + 34274$$

$$M_2 67233 + 67233 + 31906$$

Strom Fehler

$$0,05 \mu\text{A}$$