

V503

Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 9. Mai 2023

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	2
2 Theorie	2
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
4.1 Fehlerrechnung	5
5 Diskussion	6
Literatur	6
Anhang	7

1 Zielsetzung

Zweck des nachfolgenden Versuchs ist es, die Elementarladung e_0 mithilfe der von Millikan angewendeten Öltröpfchenmethode zu bestimmen. Das Ergebnis wird mittels Berechnung der Avogadro-Konstante N_A über die Faraday-Konstante F geprüft.

2 Theorie [1]

Die für den Versuch nach Millikan benötigten Öltröpfchen werden beim Zerstäuben durch gegenseitige Reibung elektrisch geladen. Da die getragene Ladung immer einem ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung e_0 entspricht, lässt sich diese bestimmen, indem die Tröpfchen in ein vertikales elektrisches Feld gebracht werden. Dieses wird näherungsweise homogen zwischen zwei Kondensatorplatten realisiert und erlaubt nach Aufstellen eines Kräftegleichgewichts die Berechnung der Ladung.

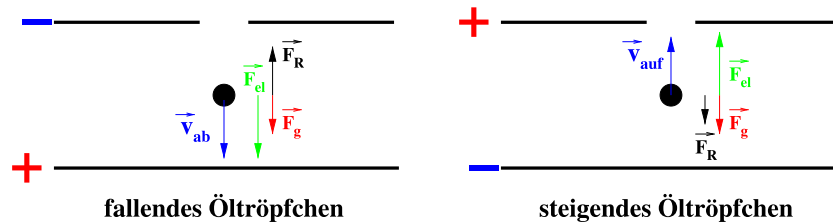


Abbildung 1: Vektordiagramm der auf ein Öltröpfchen wirkenden Kräfte im homogenen elektrischen Feld unter Berücksichtigung der Polung.

Ein Tröpfchen mit Masse m und Dichte ρ_O erfährt die Gravitationskraft $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$ und wird entsprechend nach unten beschleunigt. Entgegen der Bewegungsrichtung wirkt mit $\mathbf{F}_R = -6\pi r\eta_L \mathbf{v}$ die Stokesche Reibungskraft, wobei η_L die Viskosität der Luft sowie r den Radius und \mathbf{v} die Geschwindigkeit des Öltröpfchens bezeichnen. Der Vollständigkeit halber soll hier auch der Auftrieb \mathbf{F}_A in Luft berücksichtigt werden, obwohl sein Beitrag wegen der geringen Dichte verschwindend gering ausfällt. Werden die Tropfen als kugelförmig angenommen, ergibt sich ihre Masse zu

$$m = \rho_O V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_O .$$

Nach kurzzeitiger Beschleunigungsphase stellt sich ein Kräftegleichgewicht mit passender Gleichgewichtsgeschwindigkeit \mathbf{v}_0 ein. Es gilt also

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_A .$$

Entspricht ρ_L der Dichte des umgebenden Gasgemisches, liefert Einsetzen der Beträge und anschließendes Umstellen den Ausdruck

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g = 6\pi\eta_L r v_0 . \quad (1)$$

Daraus lässt sich der Tröpfchenradius abhängig von sekundären Messgrößen über

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_O - \rho_L)}} \quad (2a)$$

darstellen. Nun wird der Einfluss $\mathbf{F}_C = q\mathbf{E}$ des elektrischen Feldes auf eine Ladung q im Plattenkondensator betrachtet. Ist dazu die Polung wie links in Abbildung 1 angelegt, steht \mathbf{F}_C parallel zu \mathbf{F}_G gerichtet, aus (1) folgt dann

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{ab} = -qE.$$

Hier gibt E die Feldstärke und v_{ab} die gleichförmige Sinkgeschwindigkeit an. Wird das elektrostatische Feld in entgegengesetzter Anordnung bei ausreichend großen Stärken betrieben, führt das Öltröpfchen eine Aufwärtsbewegung mit Geschwindigkeit v_{auf} aus, sodass nach (1) der Term

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g + 6\pi\eta_L r v_{auf} = +qE$$

formuliert werden kann. Wie rechts in Abbildung 1 zu sehen ist, wechselt \mathbf{F}_R hier das Vorzeichen. Gleichsetzen beider Fälle zu

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{ab} = -\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{auf}$$

liefert durch die Umformung

$$\frac{8}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g = 6\pi\eta_L r (v_{ab} - v_{auf})$$

eine alternative Darstellung für den Tropfenradius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_O - \rho_L)}}. \quad (2b)$$

Anhand der Beziehungen (2a) und (2b) lässt sich die Forderung

$$2v_0 = v_{ab} - v_{auf} \quad (3)$$

erkennen, welche zur Prüfung der Messgültigkeit herangezogen wird. Ist sie nicht erfüllt, kann davon ausgegangen werden, dass die Ladung q des Öltröpfchens im Verlauf der Aufzeichnung variiert. Weiter kann r in eine der zwei Gleichungen $\pm qE$ eingesetzt werden, sodass sich die Ladung mit

$$q = \frac{3\pi\eta_L}{E} (v_{ab} + v_{auf}) \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_O - \rho_L)}} \quad (4)$$

beschreiben lässt. Es ist dann noch eine zusätzliche Einschränkung zu berücksichtigen:

Das Gesetz von Stokes gilt nur für Tröpfchen, die eine Ausdehnung größer als die mittlere Weglänge \bar{l} in Luft aufweisen. Da dies für den betrachteten Versuch nicht gegeben ist, muss die Viskosität zu

$$\hat{\eta}_L = \frac{\eta_L}{1 + \frac{B}{pr}} \quad (5)$$

korrigiert werden. Dabei findet der Cunningham-Korrekturterm $B = 8,226 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$ Verwendung, mit p wird der Luftdruck bezeichnet. Wegen $q \sim \eta_L^{3/2}$ folgt direkt

$$\hat{q} = q \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{-3/2} \quad (6)$$

als Vorschrift für die Korrektur der Ladung.

Nach Bestimmung der Elementarladung e_0 kann über die sogenannte Faraday-Konstante $F = 9,649 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ die Avogadrokonstante N_A leicht berechnet werden. Die Größe F beschreibt die elektrische Ladung eines Mols einfach geladener Ionen, daraus ergibt sich der Zusammenhang

$$N_A = \frac{F}{e_0}. \quad (7)$$

3 Durchführung

Der verwendete Aufbau lässt sich anhand Abbildung 2 nachvollziehen. Nachdem am Plattenkondensator eine feste Spannung U eingestellt ist, mithilfe derer sich über $U = dE$ die Feldstärke ermitteln lässt, wird im zunächst feldfreien Zwischenraum der Höhe d Öl zerstäubt. Aus der Menge der so entstehenden Tröpfchen lassen sich durch kurzes Einschalten des elektrischen Feldes solche identifizieren, die als Resultat der Reibung bei der Injektion eine Ladung besitzen. Anschließend werden je die Zeiten t_0 ohne Feld sowie t_{auf} und t_{ab} bei entsprechender Polung gemessen, welche das Tröpfchen benötigt, um eine Distanz s zurückzulegen. Mittels $s = vt$ ergeben sich damit die Geschwindigkeiten zur weiteren Rechnung. Für jeden gewählten Öltropfen werden außerdem Spannung und Thermistor-Widerstand an den jeweiligen Buchsen abgegriffen und geprüft. Aus dem Widerstand R wird mithilfe einer Tabelle die vorherrschende Temperatur T bestimmt, welche sich durch die Halogenlampe zur Erleuchtung der Kondensatorkammer graduell erhöht. Bei Normaldruck p lassen sich auf diese Weise Viskosität η_L und Dichte ρ_L von Luft ermitteln. Dieses Vorgehen wird mehrfach für verschiedene Tröpfchen wiederholt, zur besseren Vergleichbarkeit ist die Hälfte der Messreihe für eine von der ersten abweichende Feldspannung aufgenommen. Das zur Ionisation der Umgebungsluft verbaute schwach radiaktive Thorium-Präparat bleibt abgeschirmt.

Aus den so gewonnenen Werten werden unter Anwendung der zuvor beschriebenen mathematischen Zusammenhänge die korrigierten Ladungen q der Öltröpfchen bestimmt. Der größte gemeinsame Divisor gibt dann folglich die Elementarladung e_0 an.



Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Messapparatur zum Millikan-Versuch.

4 Auswertung

4.1 Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung für die Bestimmung der Messunsicherheiten, wird mit Uncertainties [2] gemacht. Die Formel der Gauß Fehlerfortpflanzung ist gegeben durch

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (8)$$

Für den Mittelwert bei N Messwerten gilt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (9)$$

Der Fehler des Mittelwertes lässt sich berechnen mit

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (10)$$

Zu Bestimmung der relativen Abweichung von den experimentellen Werten zu den theoretischen Werten wird die Relation

$$\Delta x = \frac{x_{exp} - x_{theo}}{x_{theo}} \quad (11)$$

genutzt.

Zunächst wird überprüft, ob die einzelnen Messwerte die Bedingung $2v_0 = v_{ab} - v_{auf}$ erfüllen. Wenn die Messwerte die Relation nicht erfüllen und außerhalb des Rahmens der Messgenauigkeit sind, können diese verworfen werden. Verwendet werden die Werte, bei denen die prozentuale Abweichung vom Sollwert unter 50% liegt.

Die Messwerte, welche die oben genannte Bedingung erfüllen sind in den aufgelistet.

5 Diskussion

Ungenauigkeiten bei Messung von Zeit und Abstand, besonders für kurze Zeiten/große Geschwindigkeiten

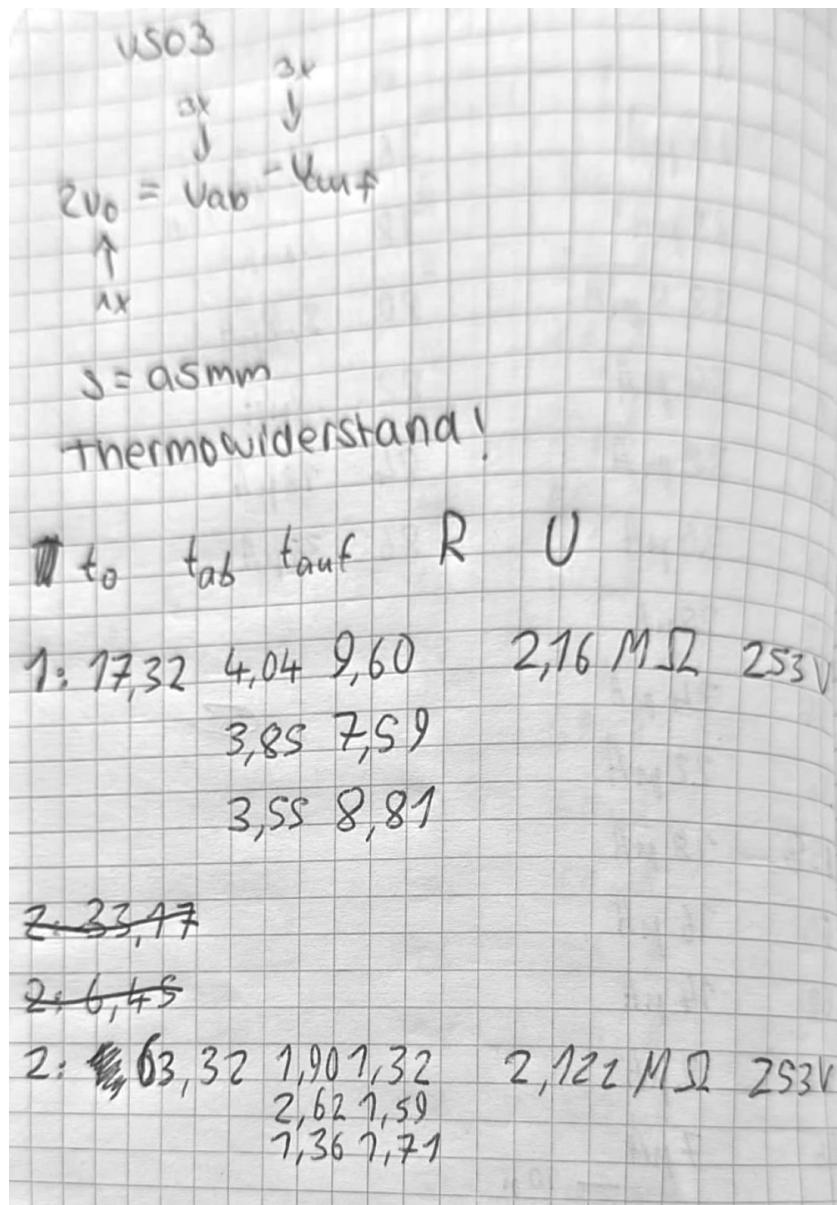
Kondensator-Kammer nicht dicht, Luftzüge verfälschen Ergebnisse durch Bewegung der Tröpfchen

Libelle ungenau ausgerichtet, also Gewichtskraft nicht parallel zum Feld

Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 503, Der Millikan-Öltröpfchenversuch.* TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

Anhang



3: t_0 : ~~8,44~~
 t_0 : 16,56
 t_a 7,39
 t_{ab} 3,8
 t_{auf} 8,25
 t_{ab} 3,62
 t_{auf} 8,30
 t_{ab} 3,55
Wider
2,105 M Ω
252 V

4: t_0 : 9,47
 t_{auf} 11,07
 t_{ab} 4,37
 t_{auf} 19,88
 t_{ab} 5,42
252 V
2,081 M Ω

5: t_0 : 40,21
 t_{auf} : 3,53
 t_{ab} : 3,90
 t_{auf} : 3,60
 t_{ab} : 2,72
 t_{auf} : 2,75
 t_{ab} : 2,74
2,077 M Ω
252 V

6: $t_0: 49,26$ $2,055 \text{ M}\Omega$
 252 V
 $t_{auf}: 6,09$
 $t_{ab}: 4,57$
 $t_{auf}: 6,62$
 $t_{ab}: 3,46$
 $t_{auf}: 3,60$
 $t_{ab}: 4,24$

7: $t_{0\text{init}}: 38$
 $t_{auf} \quad t_0: 18,31$
 $t_{auf}: 9,80$ $2,036 \text{ M}\Omega$
 $t_{ab}: 5,57$ $251,8$
 $t_{auf}: 10,77$
 $t_{ab}: 4,63$
 $t_{auf}: 12,91$
 $t_{ab}: 5,27$

8:	to	12,17	2,044 μs
	tauf	6,33	
	tab	2,30	
	tau	3,98	
	tab	2,18	
	tau	5,10	
	tab	2,43	
9:	to	25,03	251,7 V
	tauf	7,15	
	tab	4,97	
	tau	8,00	
	tab	3,78	
	tau	6,37	
	tau	3,80	

10:	t₀: 45,06	2,030 MΩ
	t ₀ : 19,43	275,7 V
	t _{ant} : 4,05	
	t _{ab} : 3,68	
	t _{ant} : 5,34	
	t _{ab} : 3,55	
	t _{ant} : 3,63	
	t _{ab} : 2,24	
11:	t₀: 21,14	
	7,41	
	7,28	
	t ₀ : 20,23	2,012 MΩ
	t _{ant} : 1,85	275,5 V
	t _{ab} : 2,70	
	t _{ant} : 1,33	
	t _{ab} : 1,50	
	t _{ant} : 1,84	
	t _{ab} : 1,74	

12 :	t_0 :	16,61	
	t_{auf} :	39,08	2,004 M Ω
	t_{ab} :	6,90	275,4 V
	t_{auf} :	24,78	
	t_{ab} :	5,22	
	t_{auf} :	12,54	
	t_{ab} :	4,45	
13 :	t_0 :	13,89	2,001 M Ω
	t_{auf} :	7,43	275,3
	t_{ab} :	3,98	
	t_{auf} :	3,77	
	t_{ab} :	2,73	
	t_{auf} :	3,43	
	t_{ab} :	2,25	

14:	t_0	25.90	
	t_{auf}	2.53	1886 MS
	t_{ab}	1.61	275,2
	t_{auf}	2.41	
	t_{ab}	1.71	
	t_{auf}	2.43	
	t_{ab}	2.41	
15:	t_0	11.77	2,041 MS
	t_{auf}	6.58	275,3 V
	t_{ab}	3.15	
	t_{auf}	5.13	
	t_{ab}	2.46	
	t_{auf}	5.05	
	t_{ab}	3.68	

16:	to:	tauf:	1.974 MSL
		37,17	275,0 Y
		8,08	
		5,16	
		15,25	
		4,45	
		3,72	
		2,04	
17:	to:	26,17	1.975 MSL
			274,9 V
	tauf:	5,37	
	tab	3,73	
	tauf	15,79	
		6,95	
	tab	15,56	
	tauf	5,00	
	tab		

18	60	13.82	
	tau	5.38	1.975 M ₂
	tau	3.33	274.8 U
	tau	5.92	
	tau	4.12	
	tau	10.32	
	tau	4.05	

I. Mainus