

V407

## **Fresnelsche Formeln**

Fritz Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann  
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 2. Mai 2023

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>2</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1 Senkrechte Polarisisation .....	7
4.2 Parallele Polarisisation .....	10
<b>5 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>12</b>
<b>Anhang</b>	<b>13</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Intensität von einfallender Strahlung und an der SI-Oberfläche reflektierter Strahlung in Abhängigkeit des Einfallswinkels zu messen. Anschließend werden die experimentel bestimmten Werte mit den theoretischen Werten verglichen.

# 2 Theorie

Als Grundlage des Versuches dient die elektromagnetische Wellentheorie, wobei die Ausbreitung von Licht mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon \varepsilon_0 \partial_t \vec{E} \quad \text{und} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \mu_0 \partial_t \vec{H} \quad (2)$$

beschrieben wird. Im folgenden werden nicht-ferromagnetische und nicht elektrisch leitende Materialien betrachtet, somit gilt  $\mu \approx 1$  und  $\vec{j} = 0$ . Die elektrische und magnetische Arbeit

$$W_{\text{elektrisch}} := \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}^2 \quad \text{und}$$

$$W_{\text{magnetisch}} := \frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}^2$$

stellen den Zusammenhang zwischen Energie pro Volumeneinheit eines elektrischen beziehungsweise magnetischen Feldes dar. Der Poynting Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \text{und} \quad (3)$$

$$|\vec{S}| = v \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}^2 \quad (4)$$

besitzt die Dimension Leistung/Fläche und stellt die Strahlungsleistung pro Flächeneinheit eines elektromagnetischen Feldes dar. Beim Einfallen einer Welle aus dem Vakuum auf eine Grenzfläche unter einem Winkel  $\alpha$ , wird ein Bruchteil dieser reflektiert und der andere dringt in das Medium ein. Der Lichtstrahl, welcher in das Medium eindringt erfährt eine Richtungsänderung und wird so gebrochen, dass der Beugungswinkel  $\beta < \alpha$  ist. Es werden nur nicht absorbierende Medien verwendet und es gilt somit

$$S_e F_e = S_r F_e + S_d F_d \quad \text{oder} \\ S_e \cos \alpha = S_r \cos \alpha + S_d \cos \beta.$$

Diese Gleichung kann umgeschrieben werden zu

$$c \varepsilon_0 \vec{E}_e^2 \cos \alpha = c \varepsilon_0 \vec{E}_r^2 \cos \alpha + v \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}_d^2 \cos \beta. \quad (5)$$

Für den Brechungsindex ergibt sich das Verhältnis

$$n = \frac{c}{v}. \quad (6)$$

Aus den Maxwell'schen Gleichungen (2) ergibt sich die Maxwell'sche Relation

$$n = \varepsilon^2. \quad (7)$$

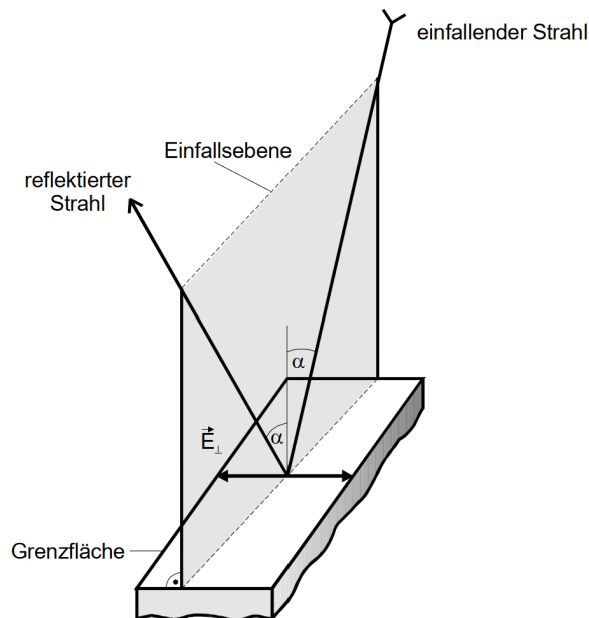
Aus der Maxwell'schen Relation (7) und der Gleichung 5 ergibt sich

$$\left(\vec{E}_e^2 - \vec{E}_r^2\right) \cos \alpha = n \vec{E}_d^2 \cos \beta. \quad (8)$$

Die Polarisationsrichtung der einfallenden Welle  $\vec{E}_e$  relativ zur Einfallsebene ist entweder senkrecht polarisiert oder parallel polarisiert, sodass

$$\vec{E}_e = \vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel \quad (9)$$

gegeben ist. Zunächst wird die Polarisation senkrecht zur Einfallsebene betrachtet. Für den parallel polarisierten Teil  $\vec{E}_\parallel$  geht hervor, dass dieser tangential zur Grenzfläche schwingt. In der Abbildung 1 wird die Reflexion eines Lichtstrahls an einer Grenzfläche dargestellt.



**Abbildung 1:** Reflexion und Brechung des senkrecht polarisierten Lichtstrahls. [1]

Da die Beträge der  $\vec{E}_\perp$  gleich ihren Tangentialkomponenten sind und keine Normalkomponente vorhanden ist kann aus den Stetigkeitsbedingungen die Beziehung

$$\vec{E}_{e\perp} + \vec{E}_{r\perp} = \vec{E}_{d\perp}$$

aufgestellt werden. Zusammen mit dem Snellius Brechungsgesetz

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (10)$$

ergeben sich die Fresnel Formeln

$$\begin{aligned}\vec{E}_{r\perp} &= -\vec{E}_{e\perp} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \text{und} \\ \vec{E}_{r\perp} &= -\vec{E}_{e\perp} \frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha\right)^2}{n^2 - 1}.\end{aligned}\tag{11}$$

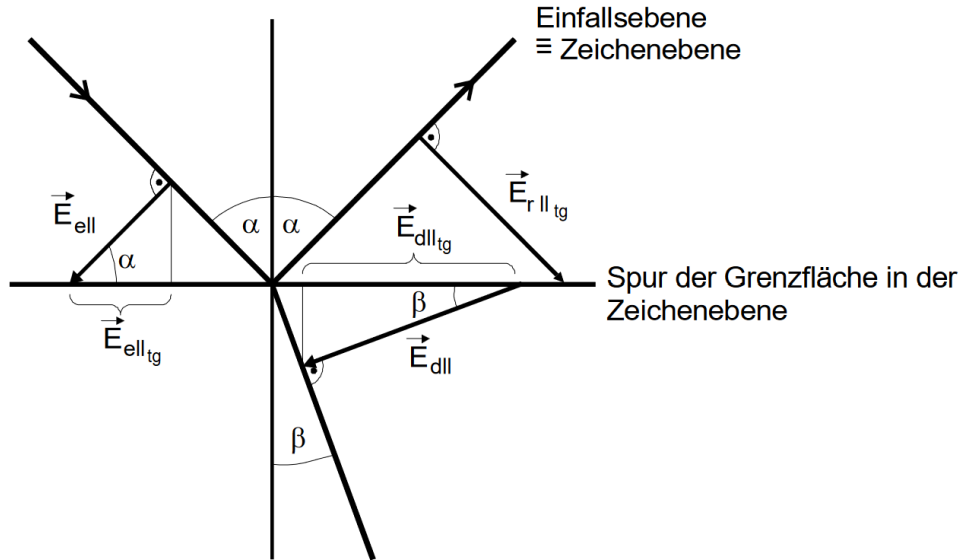
Für den streifenden Einfall  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  gilt

$$\vec{E}_{r\perp}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\vec{E}_{r\perp}.$$

Wenn der Lichtstrahl senkrecht einfällt, also bei  $\alpha = 0$  gilt

$$\vec{E}_{r\perp}(0) = -\vec{E}_{r\perp} \frac{n-1}{n+1}.$$

Die Reflexion und Brechung des parallel zur Einfallsebene einfallende Strahl ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** Reflexion und Brechung des parallel polarisierten Lichtstrahls. [1]

Die parallel polarisierte Komponente  $\vec{E}_{\parallel}$  setzt sich zusammen aus einer tangentialen Komponente  $\vec{E}_{\parallel_{\text{tg}}}$  und eine Komponente, welche normal zu Grenzfläche ist.

Aus den Stetigkeitsbedingungen und den Tangentialkomponenten der Vektoren  $\vec{E}_{e\parallel}$ ,  $\vec{E}_{r\parallel}$  und  $\vec{E}_{d\parallel}$  ergibt sich die Gleichung

$$\vec{E}_{r\parallel} = \vec{E}_{e\parallel} \frac{n \cos \alpha - \cos \beta}{n \cos \alpha + \cos \beta}.\tag{12}$$

Für das parallel polarisierte Licht lassen sich ebenfalls die Fresnelschen Gleichungen aufstellen

$$\begin{aligned}\vec{E}_{r\parallel} &= \vec{E}_{e\parallel} \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad \text{und} \\ \vec{E}_{r\parallel}(\alpha) &= \vec{E}_{e\parallel} \frac{n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.\end{aligned}\tag{13}$$

Für den senkrechten Einfall  $\alpha = 0$  gilt

$$\vec{E}_{r\parallel}(0) = \vec{E}_{e\parallel} \frac{n - 1}{n + 1}$$

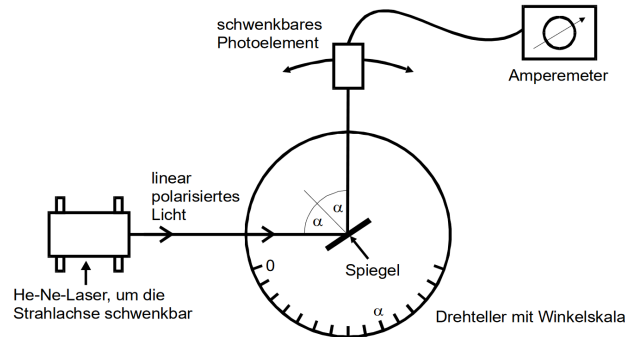
und für den streifenden Fall  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  gilt

$$\vec{E}_{r\parallel}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\vec{E}_{e\parallel}.$$

Fällt Licht unter einem Winkel  $\alpha_p$ , dem sogenannten Brewsterschen Winkel, auf die Grenzfläche auf, so wird dieser nicht mehr reflektiert sondern dringt ganz in das brechende Medium ein.

### 3 Durchführung

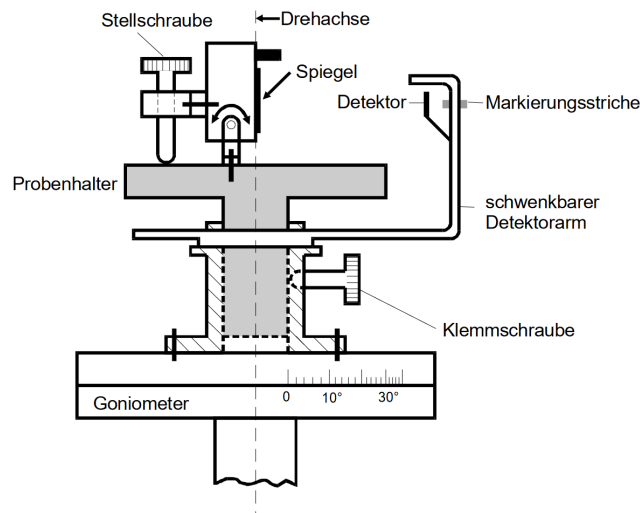
Zur Versuchsdurchführung wurde der Aufbau aus Abbildung 3 verwendet.



**Abbildung 3:** Schematische Darstellung der verwendeten Messapparatur. [1]

Der Laserstrahl des He-Ne-Lasers wird mithilfe des Polarisationsfilter polarisiert. Mit Hilfe des Goniometers lässt sich der Spiegel einstellen. Gemessen wird mit einem schwenkbaren Photoelement.

In der Abbildung 4 ist das Goniometer mit aufgesetztem Probenhalter dargestellt.



**Abbildung 4:** Schematische Darstellung des Goniometers mit aufgesetztem Probenhalter. [1]

Der Spiegel ist mit einer Stellschraube besetzt. Unterhalb des Probehalters ist die Haltung des Detektors befestigt

Bevor die Messung beginnt, werden der Dunkelstrom und den Photostrom des diskreten Lasers aufgenommen. Daraufhin muss die Apparatur zunächst justiert werden. Der Probehalter wird aus den Strahlengang entfernt und der Detektor wird so eingestellt, dass der Laserstrahl direkt auf diesen trifft. Es wird der Polarisationsfilter in den Strahlengang des Lasers eingebaut. Als erstes wird die Messung für s-polarisiertes Licht durchgeführt, dementsprechend wird der Winkel des Polarisationsfilters auf 0 gestellt. Der Drehteller mit der Winkelskala wird auf 0° eingestellt. Die Skala des Drehtellers wird variiert. Die Messung startet bei 6°, in 2°-Schritten wird der Winkel größer, dabei werden die Messwerte für die Stromstärke der Intensität aufgenommen. Der Vorgang endet bei 86°. Analog verläuft der Mess-Vorgang für den Polarisationswinkel  $\frac{\pi}{2}$ .

## 4 Auswertung

### 4.1 Senkrechte Polarisation

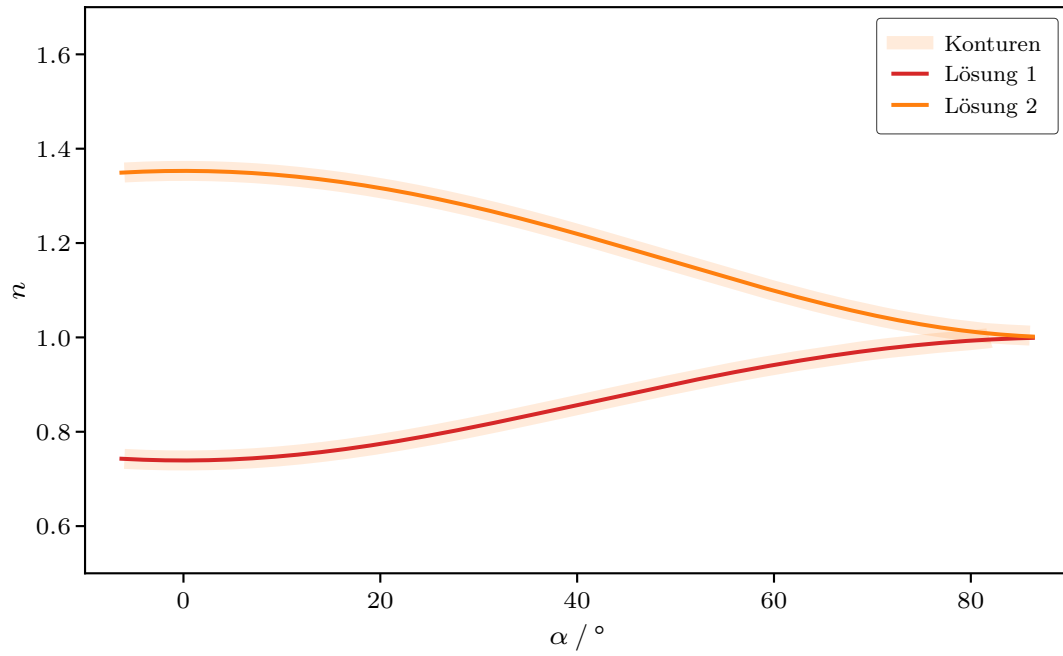


Abbildung 5



Tabelle 1

$\alpha / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$	$I/I_0$	$n$	$\alpha / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$	$I/I_0$	$n$
6	$70 \pm 2$	$0,143 \pm 0,007$	$2,206 \pm 0,048$	44	$100 \pm 20$	$0,204 \pm 0,042$	$2,027 \pm 0,207$
8	$70 \pm 2$	$0,143 \pm 0,007$	$2,198 \pm 0,048$	46	$100 \pm 20$	$0,204 \pm 0,042$	$1,975 \pm 0,198$
10	$71 \pm 2$	$0,145 \pm 0,007$	$2,202 \pm 0,048$	48	$100 \pm 20$	$0,204 \pm 0,042$	$1,921 \pm 0,189$
12	$72 \pm 2$	$0,147 \pm 0,007$	$2,204 \pm 0,048$	50	$110 \pm 20$	$0,224 \pm 0,042$	$1,957 \pm 0,189$
14	$72 \pm 2$	$0,147 \pm 0,007$	$2,190 \pm 0,048$	52	$110 \pm 20$	$0,224 \pm 0,042$	$1,896 \pm 0,179$
16	$76 \pm 2$	$0,155 \pm 0,008$	$2,227 \pm 0,050$	54	$110 \pm 20$	$0,224 \pm 0,042$	$1,834 \pm 0,168$
18	$77 \pm 2$	$0,157 \pm 0,008$	$2,222 \pm 0,050$	56	$120 \pm 20$	$0,245 \pm 0,042$	$1,851 \pm 0,166$
20	$78 \pm 2$	$0,159 \pm 0,008$	$2,214 \pm 0,049$	58	$110 \pm 20$	$0,224 \pm 0,042$	$1,709 \pm 0,147$
22	$80 \pm 2$	$0,163 \pm 0,008$	$2,216 \pm 0,050$	60	$120 \pm 20$	$0,245 \pm 0,042$	$1,714 \pm 0,144$
24	$81 \pm 2$	$0,165 \pm 0,008$	$2,203 \pm 0,049$	62	$120 \pm 20$	$0,245 \pm 0,042$	$1,646 \pm 0,132$
26	$83 \pm 2$	$0,169 \pm 0,008$	$2,200 \pm 0,050$	64	$140 \pm 20$	$0,286 \pm 0,042$	$1,702 \pm 0,136$
28	$84 \pm 2$	$0,171 \pm 0,008$	$2,182 \pm 0,049$	66	$130 \pm 20$	$0,265 \pm 0,042$	$1,565 \pm 0,115$
30	$85 \pm 2$	$0,173 \pm 0,008$	$2,161 \pm 0,049$	68	$140 \pm 20$	$0,286 \pm 0,042$	$1,544 \pm 0,110$
32	$89 \pm 2$	$0,182 \pm 0,008$	$2,173 \pm 0,050$	70	$150 \pm 20$	$0,306 \pm 0,043$	$1,516 \pm 0,104$
34	$90 \pm 2$	$0,184 \pm 0,009$	$2,147 \pm 0,049$	72	$160 \pm 20$	$0,327 \pm 0,043$	$1,479 \pm 0,097$
36	$92 \pm 2$	$0,188 \pm 0,009$	$2,129 \pm 0,049$	74	$160 \pm 20$	$0,327 \pm 0,043$	$1,395 \pm 0,082$
38	$96 \pm 2$	$0,196 \pm 0,009$	$2,130 \pm 0,049$	76	$170 \pm 20$	$0,347 \pm 0,043$	$1,348 \pm 0,073$
40	$96 \pm 2$	$0,196 \pm 0,009$	$2,084 \pm 0,048$	78	$180 \pm 20$	$0,367 \pm 0,043$	$1,294 \pm 0,063$
42	$98 \pm 2$	$0,200 \pm 0,009$	$2,057 \pm 0,047$	80	$180 \pm 20$	$0,367 \pm 0,043$	$1,213 \pm 0,047$
				82	$190 \pm 20$	$0,388 \pm 0,044$	$1,157 \pm 0,036$
				84	$190 \pm 20$	$0,388 \pm 0,044$	$1,091 \pm 0,021$
				86	$200 \pm 20$	$0,408 \pm 0,044$	$1,047 \pm 0,011$

$$n = 1,523 \pm 0,022$$

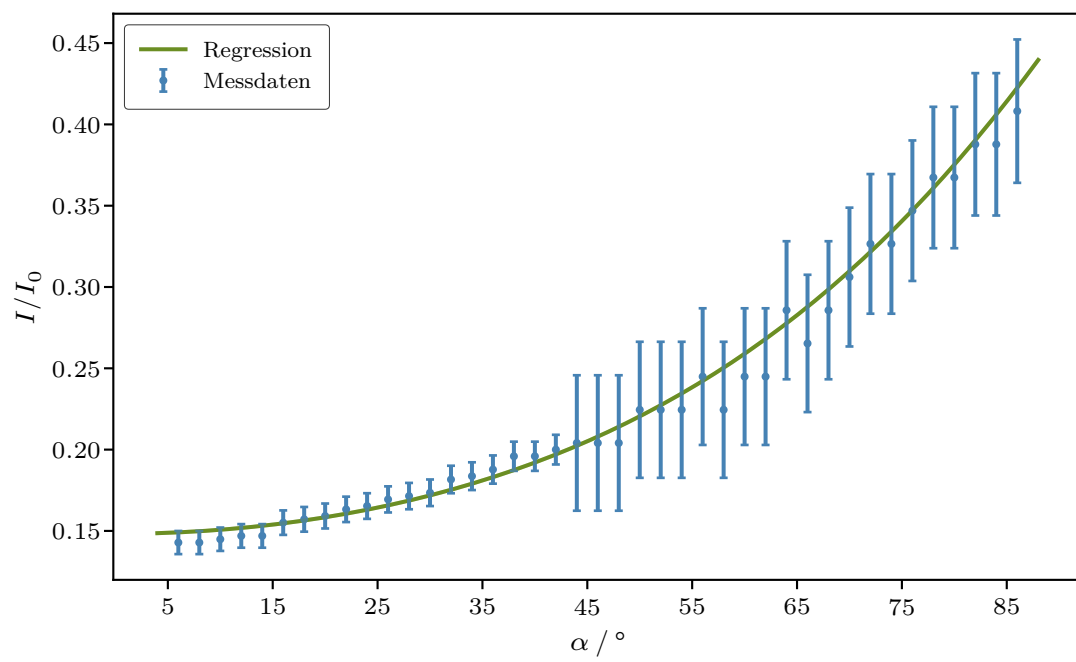


Abbildung 6

$$n = 3,642 \pm 0,071 \quad s = 0,457 \pm 0,009$$

$$n = 2,134 \pm 0,041$$

## 4.2 Parallele Polarisation

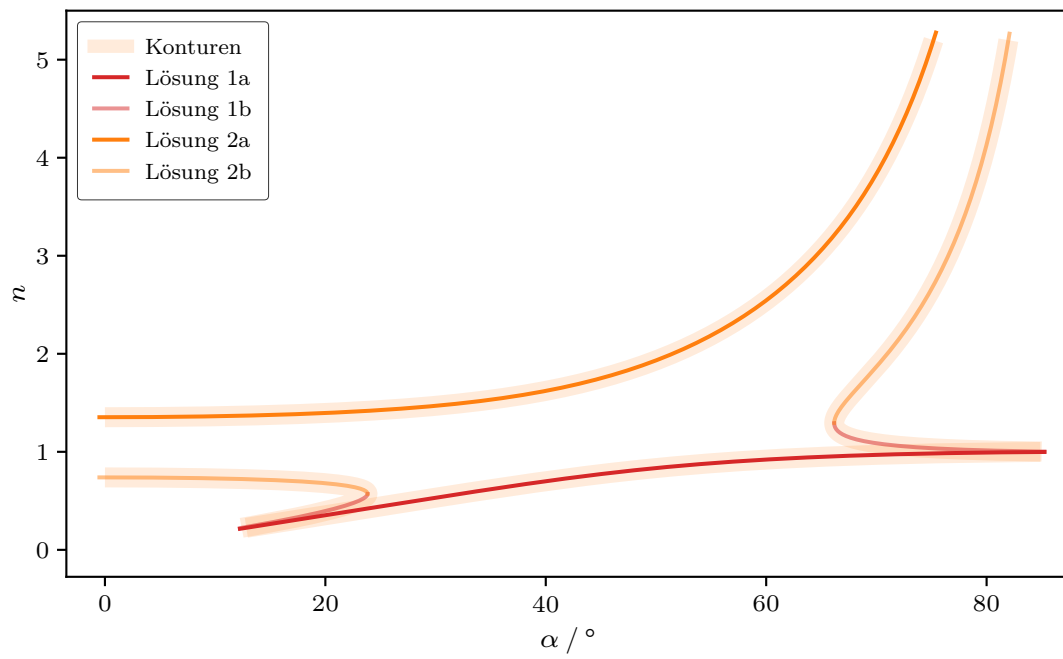


Abbildung 7

Tabelle 2

$\alpha / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$	$I/I_0$	$n$	$\alpha / ^\circ$	$I / \mu\text{A}$	$I/I_0$	$n$
6	$54,0 \pm 2,0$	$0,1102 \pm 0,0061$	$2,002 \pm 0,041$	48	$32,0 \pm 2,0$	$0,0653 \pm 0,0049$	$2,396 \pm 0,055$
8	$54,0 \pm 2,0$	$0,1102 \pm 0,0061$	$2,009 \pm 0,042$	50	$30,0 \pm 2,0$	$0,0612 \pm 0,0048$	$2,449 \pm 0,057$
10	$52,0 \pm 2,0$	$0,1061 \pm 0,0060$	$1,989 \pm 0,041$	52	$28,0 \pm 2,0$	$0,0571 \pm 0,0047$	$2,511 \pm 0,059$
12	$60,0 \pm 2,0$	$0,1224 \pm 0,0065$	$2,113 \pm 0,045$	54	$24,0 \pm 2,0$	$0,0490 \pm 0,0045$	$2,528 \pm 0,062$
14	$60,0 \pm 2,0$	$0,1224 \pm 0,0065$	$2,126 \pm 0,045$	56	$22,0 \pm 2,0$	$0,0449 \pm 0,0045$	$2,607 \pm 0,065$
16	$60,0 \pm 2,0$	$0,1224 \pm 0,0065$	$2,142 \pm 0,046$	58	$18,0 \pm 2,0$	$0,0367 \pm 0,0043$	$2,634 \pm 0,070$
18	$58,0 \pm 2,0$	$0,1184 \pm 0,0063$	$2,132 \pm 0,045$	60	$16,0 \pm 2,0$	$0,0326 \pm 0,0043$	$2,734 \pm 0,076$
20	$59,0 \pm 2,0$	$0,1204 \pm 0,0064$	$2,168 \pm 0,047$	62	$14,0 \pm 2,0$	$0,0286 \pm 0,0042$	$2,849 \pm 0,082$
22	$50,0 \pm 2,0$	$0,1020 \pm 0,0058$	$2,056 \pm 0,043$	64	$8,0 \pm 2,0$	$0,0163 \pm 0,0041$	$2,792 \pm 0,104$
24	$51,0 \pm 2,0$	$0,1041 \pm 0,0059$	$2,097 \pm 0,044$	66	$7,0 \pm 2,0$	$0,0143 \pm 0,0041$	$2,975 \pm 0,116$
26	$50,0 \pm 2,0$	$0,1020 \pm 0,0058$	$2,110 \pm 0,045$	68	$6,3 \pm 0,2$	$0,0128 \pm 0,0007$	$3,209 \pm 0,021$
28	$50,0 \pm 2,0$	$0,1020 \pm 0,0058$	$2,142 \pm 0,046$	70	$4,0 \pm 0,2$	$0,0082 \pm 0,0005$	$3,365 \pm 0,022$
30	$50,0 \pm 2,0$	$0,1020 \pm 0,0058$	$2,179 \pm 0,047$	72	$2,0 \pm 0,2$	$0,0041 \pm 0,0004$	$3,542 \pm 0,027$
32	$48,0 \pm 2,0$	$0,0979 \pm 0,0057$	$2,186 \pm 0,047$	74	$0,8 \pm 0,2$	$0,0016 \pm 0,0004$	$3,805 \pm 0,042$
34	$46,0 \pm 2,0$	$0,0939 \pm 0,0056$	$2,197 \pm 0,048$	76	$0,5 \pm 0,02$	$0,0010 \pm 0,0001$	$4,291 \pm 0,008$
36	$44,0 \pm 2,0$	$0,0898 \pm 0,0055$	$2,211 \pm 0,048$	78	$1,2 \pm 0,2$	$0,0024 \pm 0,0004$	$5,215 \pm 0,046$
38	$44,0 \pm 2,0$	$0,0898 \pm 0,0055$	$2,266 \pm 0,050$	80	$3,8 \pm 0,2$	$0,0077 \pm 0,0005$	$6,798 \pm 0,041$
40	$44,0 \pm 2,0$	$0,0898 \pm 0,0055$	$2,328 \pm 0,051$	82	$8,0 \pm 0,2$	$0,0163 \pm 0,0008$	$9,236 \pm 0,058$
42	$38,0 \pm 2,0$	$0,0775 \pm 0,0052$	$2,279 \pm 0,051$	84	$18,0 \pm 0,2$	$0,0367 \pm 0,0016$	$14,067 \pm 0,119$
44	$38,5 \pm 2,0$	$0,0786 \pm 0,0052$	$2,364 \pm 0,052$	86	$38,0 \pm 0,2$	$0,0775 \pm 0,0032$	$25,381 \pm 0,316$
46	$34,0 \pm 2,0$	$0,0694 \pm 0,0050$	$2,351 \pm 0,053$				

$$n = 3,527 \pm 0,018$$

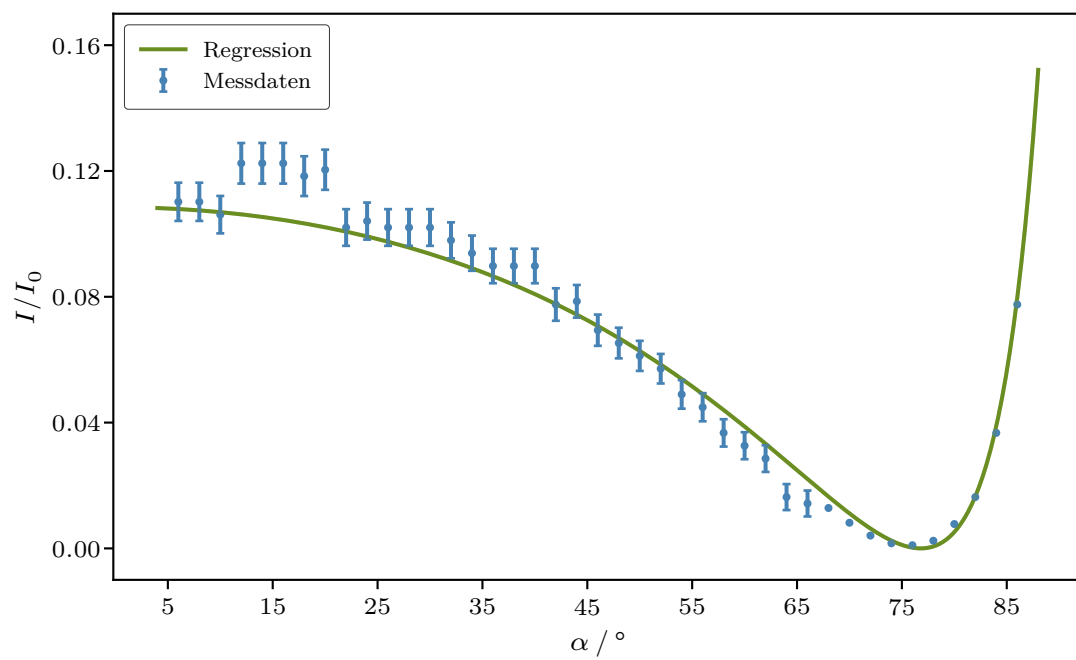


Abbildung 8

$$n = 4,265 \pm 0,053 \quad s = 0,282 \pm 0,010$$

$$n = 3,798 \pm 0,156$$

$$n = 2,794 \pm 0,016$$

## 5 Diskussion

### Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 407, Fresnelsche Formeln.* TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

## Anhang