

V702

## **Aktivierung mit Neutronen**

Fritz Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann  
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 13. Juni 2023

Abgabe: 19. Juni 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>2</b>
2.1 Kernreaktionen mit Neutronen .....	2
2.2 Erzeugung niederenergetischen Neutronen .....	3
2.3 Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope .....	4
2.4 Sonderfälle Rhodium und Silber .....	4
<b>3 Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1 Versuchsaufbau .....	6
3.2 Versuchsdurchführung .....	6
<b>4 Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1 Methodik .....	7
4.2 Nulleffekt .....	7
4.3 Vanadium .....	8
4.4 Rhodium .....	10
<b>5 Diskussion</b>	<b>16</b>
<b>Literatur</b>	<b>17</b>
<b>Anhang</b>	<b>18</b>

# 1 Zielsetzung

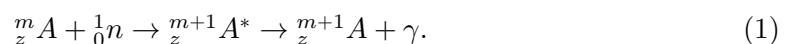
Ziel des Versuches ist es, die Halbwertszeiten und Zerfallskurven von Rhodium und Vanadium zu bestimmen.

## 2 Theorie

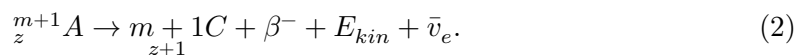
Ein Atom wird als stabil bezeichnet, wenn ein stabiles festgelegtes Verhältnis zwischen Neutronen und Protonen besteht. Außerhalb dieser engen Grenze wandelt sich der Kern in einen stabilen oder instabilen Kern um. Um die Zerfallswahrscheinlichkeit zu beschreiben wird die Halbwertszeit  $T$  eines Nuklids bestimmt. Diese gibt bei einer großen Anzahl instabiler Kerne an, wann die Hälfte dieser zerfallen ist. Wenn die gesamte Nuklidkarte betrachtet wird, fällt auf, dass die verschiedenen Halbwertszeiten  $T$  über 23 Zehnerpotenzen variieren können. Im folgenden Experiment werden Halbwertszeiten bestimmt. Um Nuklide mit Halbwertszeiten im Sekunden bis Stunden Bereich herzustellen, werden stabile Kerne mit Neutronen beschossen.

### 2.1 Kernreaktionen mit Neutronen

Der Begriff Kernreaktion beschreibt allgemein die Wechselwirkungen von Teilchen mit Atomkernen. Um die Halbwertszeiten bestimmen zu können, müssen zunächst Kernreaktionen, bei denen ein Neutron in ein Teilchen eindringt, untersucht werden. Wird ein Atomkern mit einem Neutron beschossen, so wird der Kern in einen angeregten Zustand überführt. Diese Kerne werden als Zwischenkern oder Compoundkern bezeichnet. Die Energie des Compoundkerns ist um die kinetische Energie und die Bindungsenergie des Neutrons höher als vorher. Durch die zusätzliche Energie entsteht die Anregung der Nukleonen. Der Kern ist in den meisten Fällen, wegen der Verteilung der zusätzlichen Energie auf viele Nukleonen, nicht in der Lage, das Neutron oder ein Nukleon abzustößen. In diesem Falle wird ein  $\gamma$ -Quant emittiert, sodass der Zwischenkern wieder in den Grundzustand übergeht. Für diese Reaktion gilt



Der nun vorhandene Kern ist nicht stabil aufgrund der erhöhten Neutronenanzahl. Aufgrund des abgegebenen Photons ist dieser langlebiger als der Compoundkern. Durch die Emission eines Elektrons geht dieser schließlich zu einem stabilen Kern über



Die Masse von  ${}_z^{m+1} A$  ist größer als die Masse der Summe der Teilchen auf der rechten Seite der obigen Gleichung. Gemäß der Einsteinschen Beziehung

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

wird die überschüssige Masse in kinetische Energie von Elektronen und Antineutrino umgewandelt. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Neutron durch einen stabilen Kern eingefangen wird. Die durch den Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  beschreibt die Fläche, die der Kern haben sollte, sodass jedes Neutron, welches diese Fläche trifft eingefangen wird. Für den Wirkungsquerschnitt gilt

$$\sigma = \frac{u}{nKd}. \quad (3)$$

Dabei ist  $d$  die Dicke der gegebenen Probe,  $n$  die Anzahl der auftreffenden Neutronen,  $K$  die Anzahl der Kerne pro  $\text{cm}^3$  und  $u$  ist die Anzahl der eingefangenen Neutronen. Es liegt eine starke Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von der Geschwindigkeit der Neutronen und damit von der kinetischen Energie der Neutronen vor. Dementsprechend wird zwischen schnellen und langsamen Neutronen differenziert. Anhand der De-Broglie-Wellenlänge  $\lambda = \frac{h}{m_n v}$  kann ein Rückschluss gezogen werden. Wenn die Geschwindigkeit  $v$  der Neutronen sehr groß ist, sodass  $\lambda$  klein gegen den Radius  $R$  des gegebenen Kerns ist, dann können für die Wechselwirkung der Neutronen mit dem Kern einfache geometrische Überlegungen verwendet werden. Für die langsamen Neutronen bei denen gilt  $R \leq \lambda$ , können die geometrischen Überlegungen nicht angewendet werden. Es lässt sich der Wirkungsquerschnitt als Funktion der Neutronenenergie  $E$  darstellen. Die Formel von Breit und Wigner ist gegeben durch

$$\sigma(E) = \sigma_0 \sqrt{\frac{E_{r_i}}{E}} \frac{\tilde{c}}{(E - E_{r_i})^2 + \tilde{c}}, \quad (4)$$

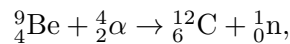
wobei  $\sigma_0$  und  $\tilde{c}$  charakteristische Konstanten der betreffenden Kernreaktion sind und  $E_{r_i}$  die Energieniveaus des Zwischenkerns darstellt. In dem Fall, dass  $E \ll E_{r_i}$  gilt, kann der Term  $(E - E_{r_i})$  als konstant angenommen werden und es folgt die Proportionalität

$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{E}} \sim \frac{1}{v}.$$

Für den Versuch werden die niederenergetischen Neutronen benötigt, da die Wahrscheinlichkeit, dass diese eingefangen werden größer ist.

## 2.2 Erzeugung niederenergetischen Neutronen

Die gewollten niederenergetischen Neutronen müssen zunächst erzeugt werden. Neutronen kommen in der Natur als freies Teilchen nicht vor, da diese instabil sind. Daher muss es durch eine geeignete Kernreaktion hervor gebracht werden. In dem Versuch werden die Neutronen durch Beschuss von  ${}^9\text{Be}$  mit  $\alpha$ -Teilchen freigesetzt



wobei die  $\alpha$ -Teilchen aus dem Zerfall  ${}^{226}\text{Ra}$  stammen. Zur Abbremsung werden die Neutronen durch dicke Materieschichten hindurchdiffundiert. Dabei kommt es zu elastischen

Stößen mit den leichten Kernen der Atome und die Neutronen geben Energie ab. Als Stoßpartner bietet sich das Wasserstoffatom an, da der Bremseffekt optimiert werden kann, indem die beiden sich stoßenden Massen wenig verschieden sind. Die Neutronen werden soweit gebremst, dass die Energie ungefähr mit der mittleren kinetischen Energie der Moleküle der Umgebung übereinstimmt. Diese Neutronen sind unter dem Begriff thermische Neutronen bekannt.

### 2.3 Untersuchung des Zerfalls instabiler Isotope

Die Zahl  $N(t)$  der zu dem Zeitpunkt  $t$  noch nicht zerfallenen Kerne ist gegeben durch

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (5)$$

Hierbei sind  $N_0$ , die bei  $t = 0$  vorhandenen instabilen Kerne und  $\lambda$  ist die Zerfallskonstante. Die Zerfallskonstante beschreibt die Wahrscheinlichkeit über die vorliegenden Zerfälle. Die Halbwertszeit  $T$  steht in Abhängigkeit zu  $\lambda$  und es gilt

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (6)$$

Gemessen wird für ein festes Zeitintervall  $\Delta t$  die Anzahl der zerfallenen Kerne  $N_{\Delta t}(t)$ . Dabei gilt die Gleichung

$$N_{\Delta t}(t) = N(t) - N(t + \Delta t).$$

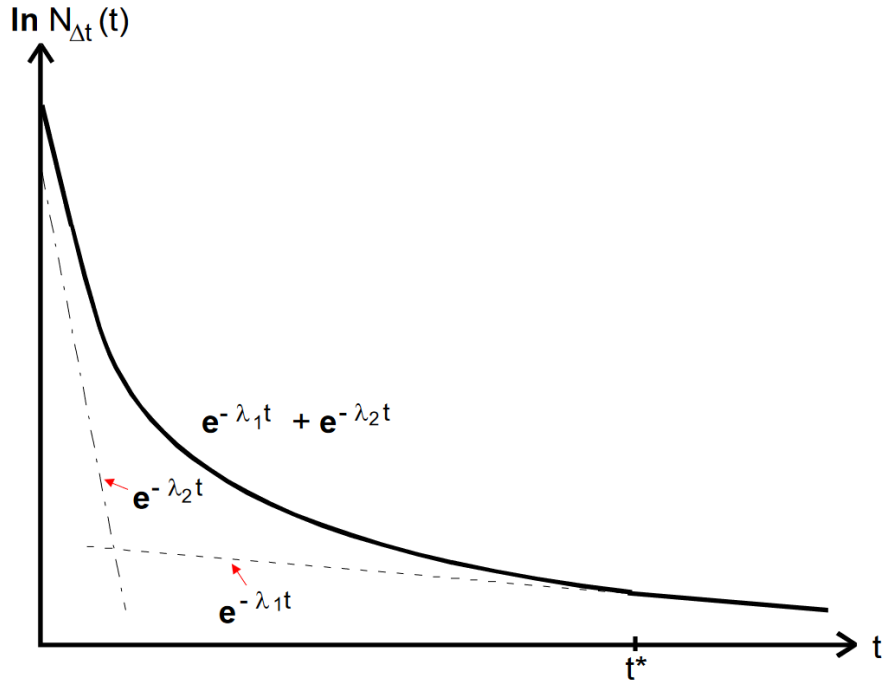
Durch das Einsetzen von (5) folgt die Gleichung

$$\ln N_{\Delta t}(t) = \ln N_0 (1 - e^{-\lambda \Delta t}) - \lambda t. \quad (7)$$

Mithilfe einer linearen Ausgleichsrechnung lässt sich die Zerfallskonstante  $\lambda$  bestimmen.

### 2.4 Sonderfälle Rhodium und Silber

Das natürlich vorkommende Silber besteht aus 52.3% aus dem Isotop  $^{107}\text{Ag}$  und zu 48.7% aus  $^{109}\text{Ag}$ . Wird dieses mit Hilfe von Neutronen aktiviert, finden die Zerfälle zufällig statt. Diese nebeneinander ablaufenden Zerfälle sind in Abbildung 1 dargestellt.



**Abbildung 1:** Zerfallsskurve der Isotope von Silber.[1]

Die Gesamtaktivität der Probe ist dabei die Summe der Einzelaktivitäten. Die Halbwertszeiten von  $^{107}\text{Ag}$  und  $^{109}\text{Ag}$  weichen stark voneinander ab, was es möglich macht die jeweiligen Halbwertszeiten zu bestimmen. Anhand der Abbildung 1 kann abgelesen werden, dass ab einem Zeitpunkt  $t^*$  ausschließlich ein linearer Teil des Isotops mit längerer Halbwertszeit Einfluss hat. Mittels einer linearen Ausgleichsfunktion lässt sich der Parameter  $\lambda_l$  bestimmen. Über die Gleichung

$$N_{\Delta t_\ell}(t) := N_{0_\ell} (1 - e^{-\lambda_\ell \Delta t}) e^{-\lambda_\ell t} \quad (8)$$

kann die Zählrate berechnet werden. Die Zählrate der kurzlebigen Isotope ergibt sich aus der Differenz der gesamten gemessenen Zählrate und der berechneten Werte der langlebigen Isotope.

Das natürliche Rhodium besteht 100% aus dem Isotop  $^{103}\text{Rh}$ . Wird dieses aktiviert, so entsteht mit einer Wahrscheinlichkeit von 90% das instabile Isotop  $^{104}\text{Rh}$ . Andernfalls entsteht aber auch das instabile  $^{104i}\text{Rh}$ , welches durch die Emission eines  $\gamma$ -Quants in  $^{104}\text{Rh}$  übergeht. Beide Zerfälle laufen nebeneinander ab und das mit jeweils unterschiedlichen Halbwertszeiten. Es kann die gleiche Auswertungsmethode verwendet werden wie oben genannt, um die Halbwertszeiten zu bestimmen.

### 3 Durchführung

Im Folgenden wird die Versuchsdurchführung und der Aufbau beschrieben und erläutert.

#### 3.1 Versuchsaufbau

Abbildung 2 zeigt eine schematische Darstellung des verwendeten Versuchsaufbaus.

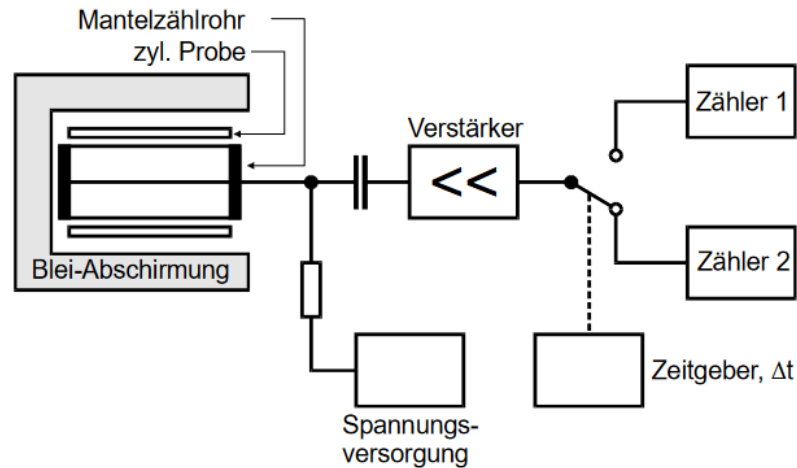


Abbildung 2: Schematischer Versuchsaufbau.[1]

Die aktivierte Probe wird auf das Geiger-Müller Zählrohr gesteckt. Mittels einer Blei-Abschirmung wird die Umgebungsradioaktivität möglichst gering gehalten. Die gemessenen Teilchen liefern am Verstärkungsausgang einen elektrischen Impuls. Das benutzte Zählwerk erhält diese Impulse. Das Zählwerk schaltet periodisch pro gewähltem Zeitintervall von Zähler 1 zu Zähler 2 und umgekehrt.

#### 3.2 Versuchsdurchführung

Als erstes wurde eine Nullmessung durchgeführt, um den Nulleffekt zu bestimmen. In einem Zeitintervall von  $t = 600\text{ s}$  wurde alle  $10\text{ s}$  die Zählrate der Umgebung gemessen. Bei den Proben ist es zu beachten, dass diese relativ zügig aus dem Paraffinbehälter entfernt werden müssen, um dann auf das Zählrohr gesteckt zu werden. Zunächst wird die erste Messreihe für Rhodium aufgenommen, indem für  $12\text{ Minuten}$  alle  $8\text{ s}$  die Zählrate gemessen wird. In dem Zeitraum, in dem die Rhodium Probe erneut aktiviert wird, wird in einem Zeitraum von  $15\text{ Minuten}$  alle  $30\text{ s}$  die Zählrate von Vanadium aufgenommen. Anschließend wird die zweite Messung für die Rhodium Probe durchgeführt.

## 4 Auswertung

Die beschriebenen Zusammenhänge werden nun angewendet und geprüft.

### 4.1 Methodik

Für eine Stichprobe  $x$  aus  $K$  Messpunkten  $x_k$  ist der Mittelwert mit

$$\mu(x) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K x_k$$

gegeben. Über diesen ist auch die Standardabweichung

$$\sigma(x) = \sqrt{\mu(x^2) - \mu(x)^2}$$

als Streumaß definiert. Zum weiteren Vorgehen wird die Berechnung und Fortpflanzung von Abweichungen mithilfe der Bibliothek `uncertainties` [6] automatisiert. Lineare Ausgleichsrechnungen werden mit `numpy` [4] durchgeführt. Dabei ergeben sich die Fehler aus der jeweiligen Kovarianzmatrix. Zur Erstellung von Grafiken kommt `matplotlib` [5] zum Einsatz. Alle Programme werden unter `python` [7] ausgeführt. Passende Zeiten zur Aktivierung sowie günstige Messintervalle werden Abbildung 11 entnommen.

### 4.2 Nulleffekt

**Tabelle 1:** Messdaten zum Nulleffekt bei  $\Delta t = 10$  s.

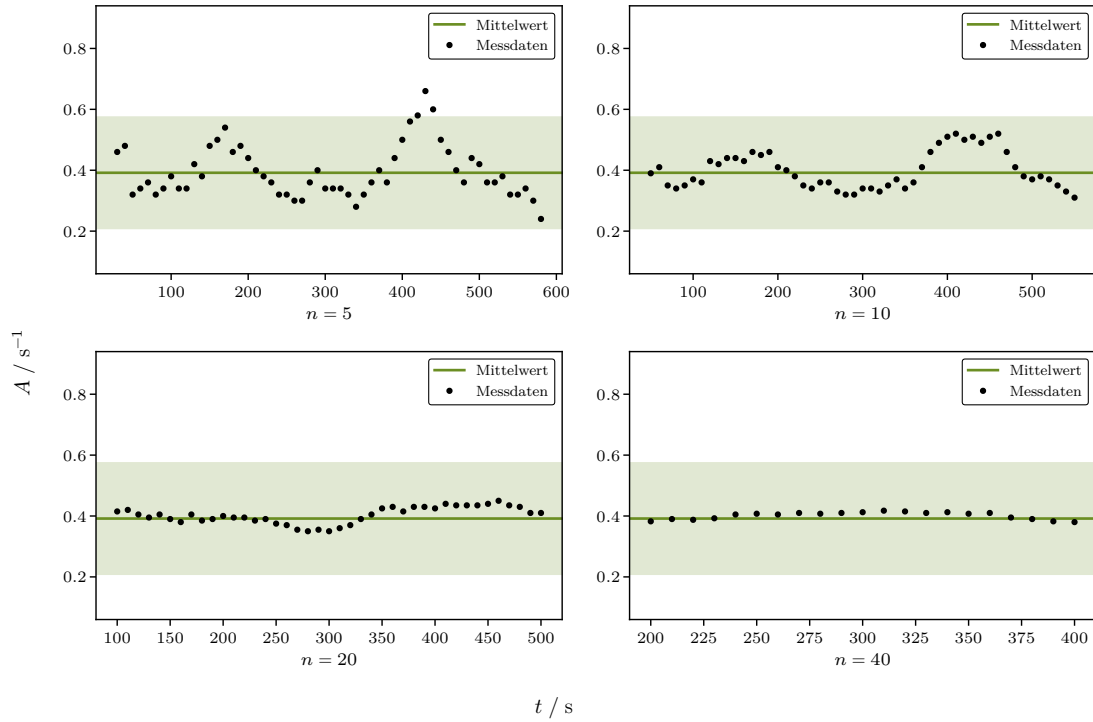
$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$
10	0,3	160	0,3	310	0,4	460	0,3
20	0,9	170	0,8	320	0,3	470	0,3
30	0,5	180	0,5	330	0,2	480	0,5
40	0,1	190	0,4	340	0,3	490	0,3
50	0,5	200	0,3	350	0,4	500	0,4
60	0,4	210	0,4	360	0,2	510	0,7
70	0,1	220	0,6	370	0,5	520	0,2
80	0,6	230	0,3	380	0,4	530	0,2
90	0,2	240	0,3	390	0,5	540	0,3
100	0,3	250	0,2	400	0,2	550	0,5
110	0,5	260	0,2	410	0,6	560	0,4
120	0,3	270	0,6	420	0,8	570	0,2
130	0,4	280	0,2	430	0,7	580	0,3
140	0,2	290	0,3	440	0,6	590	0,1
150	0,7	300	0,5	450	0,6	600	0,2



Aus den Messwerten in Tabelle 1 ergibt sich die gemittelte Größe

$$A = (0,392 \pm 0,185) \text{ s}^{-1}$$

für die Hintergrundzählrate. Alle anschließenden Messreihen müssen durch Subtraktion von  $A$  bereinigt werden, damit sich daraus sinnvolle Werte ergeben. Zur Beurteilung des Streuverhaltens und der Annahme, dass der Nulleffekt über große Zeiträume konstant ist, wird ein gleitender Mittelwert implementiert, der aus  $n$  benachbarten Messpunkten zentriert das arithmetische Mittel berechnet. Abbildung 3 stellt dazu einige Fälle dar.



**Abbildung 3:** Streuverhalten der Hintergrundzählrate.

Der Bereich der Standardabweichung des Nulleffekts ist farblich hinterlegt. Es lässt sich eine gleichmäßige Konvergenz der geglätteten Daten aus Tabelle 1 gegen den Mittelwert erkennen. Die Voraussetzung einer uniform verteilten Zufallsgröße scheint also erfüllt zu sein, sodass mit der weiteren Auswertung fortgefahren werden kann.

### 4.3 Vanadium

Anhand des Isotops  $^{52}\text{V}$  als Aktivierungsprodukt von  $^{51}\text{V}$  wird exemplarisch ein relativ einfacher Zerfallsprozess analysiert. Dazu werden die Werte in Tabelle 2 logarithmiert, eine lineare Regression liefert dann die gesuchten Parameter.

**Tabelle 2:** Bereinigte Messdaten zu  $^{52}\text{V}$  bei  $\Delta t = 30\text{ s}$ .

$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$
30	$5,9 \pm 0,2$	330	$1,9 \pm 0,2$	630	$1,0 \pm 0,2$
60	$5,3 \pm 0,2$	360	$1,9 \pm 0,2$	660	$0,3 \pm 0,2$
90	$4,5 \pm 0,2$	390	$1,7 \pm 0,2$	690	$0,9 \pm 0,2$
120	$3,5 \pm 0,2$	420	$1,5 \pm 0,2$	720	$0,9 \pm 0,2$
150	$3,8 \pm 0,2$	450	$1,3 \pm 0,2$	750	$0,6 \pm 0,2$
180	$2,8 \pm 0,2$	480	$1,7 \pm 0,2$	780	$0,7 \pm 0,2$
210	$3,4 \pm 0,2$	510	$1,2 \pm 0,2$	810	$0,3 \pm 0,2$
240	$2,4 \pm 0,2$	540	$1,2 \pm 0,2$	840	$0,5 \pm 0,2$
270	$2,0 \pm 0,2$	570	$1,0 \pm 0,2$	870	$0,4 \pm 0,2$
300	$1,8 \pm 0,2$	600	$0,9 \pm 0,2$	900	$0,3 \pm 0,2$

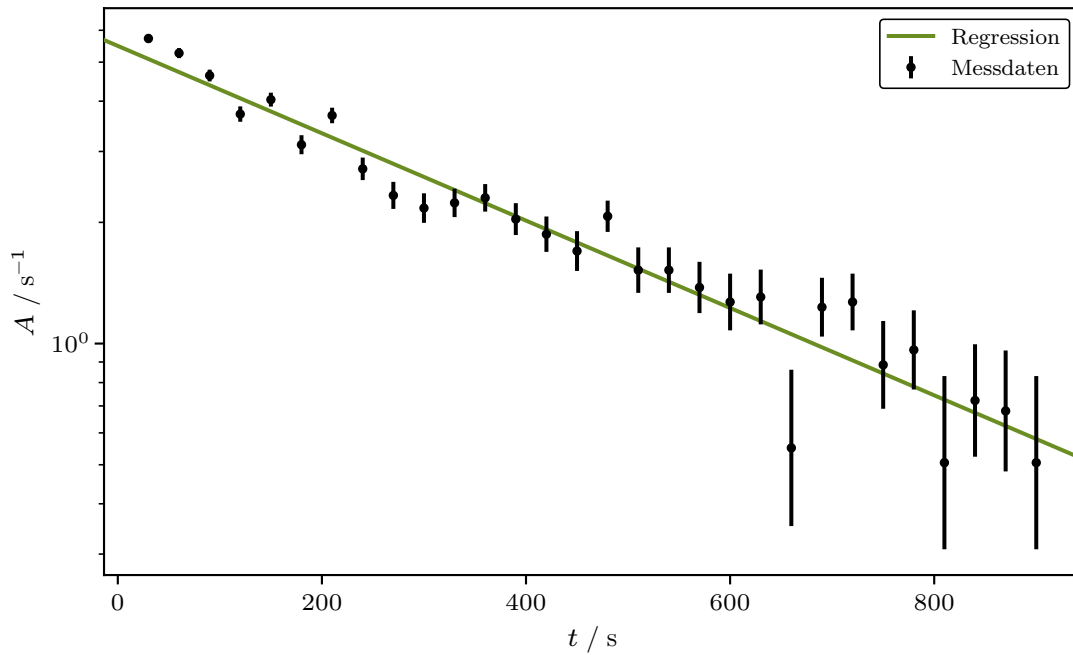
Mit dem konstanten Faktor  $C = A_0(1 - \exp(-\lambda))$  kann die Aktivität als

$$A(t) = C \exp(-\lambda t)$$

zusammengefasst werden. Entlang der logarithmischen Formulierung kann

$$\ln(A(t)) = at + b$$

als lineares Modell mit  $\lambda = -a$  und  $C = \exp(b)$  angesetzt werden.



**Abbildung 4:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm für  $^{52}\text{V}$ .

Die resultierende Ausgleichsgerade mit den Optimierungsparametern

$$a = (-0,00303 \pm 0,00016) \text{ s}^{-1} \quad b = 1,719 \pm 0,087$$

ist in Abbildung 4 eingetragen. Aus  $a$  folgen die Zerfallskonstante

$$\lambda = (0,00303 \pm 0,00016) \text{ s}^{-1}$$

und über den Zusammenhang  $T = \ln(2) \lambda^{-1}$  die Halbwertszeit

$$T = (228,4 \pm 12,3) \text{ s}$$

für  $^{52}\text{V}$ . Der konstante Faktor  $C$  berechnet sich aus  $b$  zu

$$C = (5,580 \pm 0,486) \text{ s}^{-1}$$

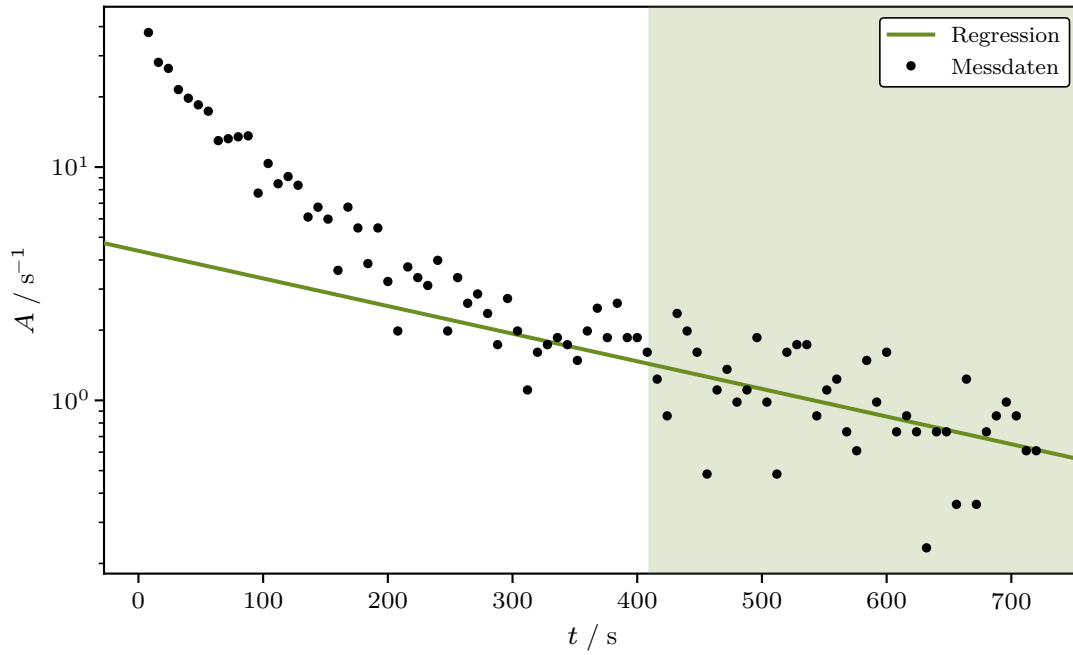
und gibt ein Maß für die initiale Aktivität an.

#### 4.4 Rhodium

Neben dem instabilen Isotop  $^{104}\text{Rh}$  produziert die Neutronenaktivierung von  $^{103}\text{Rh}$  mit dem metastabilen  $^{104m}\text{Rh}$  auch dazu isomere Kerne. Dadurch tritt ein komplexer Zerfallsvorgang auf, bei dessen Untersuchung die Beiträge der gemischten Isotope separiert werden müssen, bevor eine weitere Verarbeitung der Daten möglich ist.

**Tabelle 3:** Bereinigte Messdaten zum  $^{104}\text{Rh}$ -Gemisch bei  $\Delta t = 8 \text{ s}$ .

$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$
8	$37,7 \pm 0,2$	152	$6,0 \pm 0,2$	296	$2,7 \pm 0,2$	440	$2,0 \pm 0,2$	584	$1,5 \pm 0,2$
16	$28,1 \pm 0,2$	160	$3,6 \pm 0,2$	304	$2,0 \pm 0,2$	448	$1,6 \pm 0,2$	592	$1,0 \pm 0,2$
24	$26,5 \pm 0,2$	168	$6,7 \pm 0,2$	312	$1,1 \pm 0,2$	456	$0,5 \pm 0,2$	600	$1,6 \pm 0,2$
32	$21,5 \pm 0,2$	176	$5,5 \pm 0,2$	320	$1,6 \pm 0,2$	464	$1,1 \pm 0,2$	608	$0,7 \pm 0,2$
40	$19,7 \pm 0,2$	184	$3,9 \pm 0,2$	328	$1,7 \pm 0,2$	472	$1,4 \pm 0,2$	616	$0,9 \pm 0,2$
48	$18,5 \pm 0,2$	192	$5,5 \pm 0,2$	336	$1,9 \pm 0,2$	480	$1,0 \pm 0,2$	624	$0,7 \pm 0,2$
56	$17,4 \pm 0,2$	200	$3,2 \pm 0,2$	344	$1,7 \pm 0,2$	488	$1,1 \pm 0,2$	632	$0,2 \pm 0,2$
64	$13,0 \pm 0,2$	208	$2,0 \pm 0,2$	352	$1,5 \pm 0,2$	496	$1,9 \pm 0,2$	640	$0,7 \pm 0,2$
72	$13,2 \pm 0,2$	216	$3,7 \pm 0,2$	360	$2,0 \pm 0,2$	504	$1,0 \pm 0,2$	648	$0,7 \pm 0,2$
80	$13,5 \pm 0,2$	224	$3,4 \pm 0,2$	368	$2,5 \pm 0,2$	512	$0,5 \pm 0,2$	656	$0,4 \pm 0,2$
88	$13,6 \pm 0,2$	232	$3,1 \pm 0,2$	376	$1,9 \pm 0,2$	520	$1,6 \pm 0,2$	664	$1,2 \pm 0,2$
96	$7,7 \pm 0,2$	240	$4,0 \pm 0,2$	384	$2,6 \pm 0,2$	528	$1,7 \pm 0,2$	672	$0,4 \pm 0,2$
104	$10,4 \pm 0,2$	248	$2,0 \pm 0,2$	392	$1,9 \pm 0,2$	536	$1,7 \pm 0,2$	680	$0,7 \pm 0,2$
112	$8,5 \pm 0,2$	256	$3,4 \pm 0,2$	400	$1,9 \pm 0,2$	544	$0,9 \pm 0,2$	688	$0,9 \pm 0,2$
120	$9,1 \pm 0,2$	264	$2,6 \pm 0,2$	408	$1,6 \pm 0,2$	552	$1,1 \pm 0,2$	696	$1,0 \pm 0,2$
128	$8,4 \pm 0,2$	272	$2,9 \pm 0,2$	416	$1,2 \pm 0,2$	560	$1,2 \pm 0,2$	704	$0,9 \pm 0,2$
136	$6,1 \pm 0,2$	280	$2,4 \pm 0,2$	424	$0,9 \pm 0,2$	568	$0,7 \pm 0,2$	712	$0,6 \pm 0,2$
144	$6,7 \pm 0,2$	288	$1,7 \pm 0,2$	432	$2,4 \pm 0,2$	576	$0,6 \pm 0,2$	720	$0,6 \pm 0,2$



**Abbildung 5:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm für  $^{104m}\text{Rh}$  bei  $\Delta t = 8\text{ s}$ .

Anhand Abbildung 5 wird ein Zeitpunkt  $t_1 = 410\text{ s}$  geschätzt, ab dem die logarithmierten Daten aus Tabelle 3 um eine Gerade streuen, also nur noch das langlebigere  $^{104m}\text{Rh}$  zur Aktivität beiträgt. Die Messwerte  $t \geq t_1$  werden dann zur linearen Ausgleichsrechnung herangezogen. Der entsprechende Bereich ist farblich gekennzeichnet.

Die weitere Rechnung verläuft analog zum einfachen Zerfall. Mit den Koeffizienten

$$a_1 = (-0,00273 \pm 0,00079)\text{ s}^{-1} \quad b_1 = 1,476 \pm 0,459$$

folgt aus  $a_1$  die Zerfallskonstante

$$\lambda_1 = (0,00273 \pm 0,00079)\text{ s}^{-1}$$

und damit die Halbwertszeit

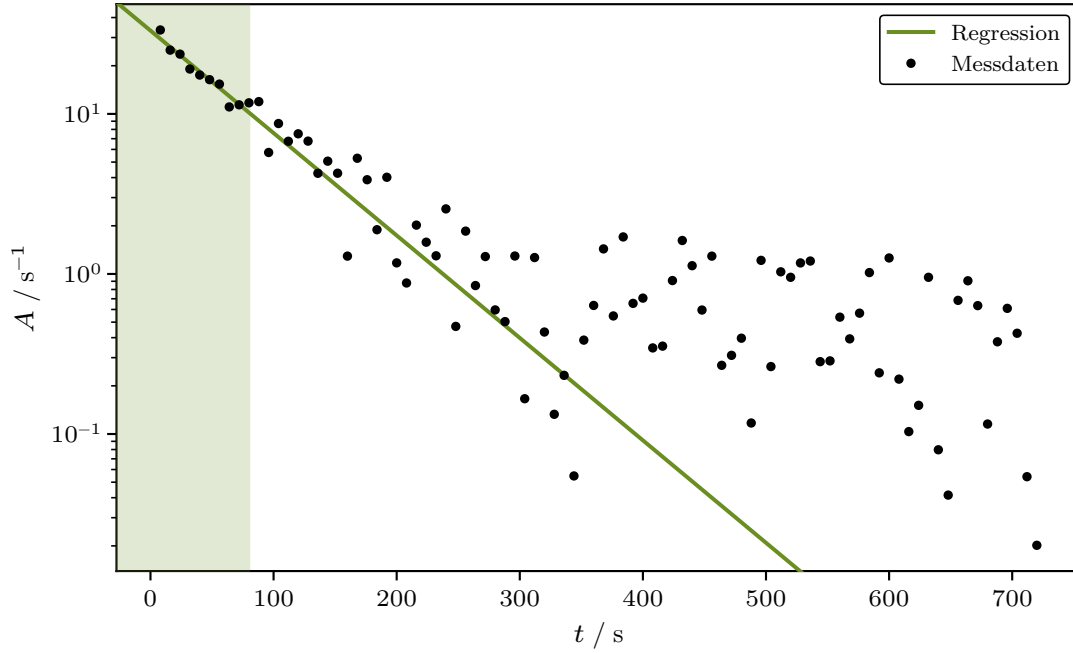
$$T_1 = (254,3 \pm 74,4)\text{ s}$$

für  $^{104m}\text{Rh}$ . Aus  $b_1$  kann

$$C_1 = (4,376 \pm 2,008)\text{ s}^{-1}$$

berechnet werden.

Für den Zerfall von  $^{104}\text{Rh}$  muss die soeben bestimmte Zählrate  $A_1(t) = C_1 \exp(-\lambda_1 t)$  von den in Tabelle 3 nachgehaltenen Messwerten abgezogen werden. Die Ergebnisse dieser Korrektur sind in Abbildung 6 visualisiert. Nun wird ein Zeitpunkt  $t_2 = 80\text{ s}$  gewählt, wobei  $t_2 < t_1$  gefordert ist. Punkte  $t \leq t_2$  verlaufen annähernd geradlinig und erlauben erneut eine Regressionsrechnung. Wieder ist der verwendete Bereich farblich hervorgehoben.



**Abbildung 6:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm für  $^{104}\text{Rh}$  bei  $\Delta t = 8\text{ s}$ .

Die geringste Abweichung zwischen Modell und Messung ist durch

$$a_2 = (-0,01703 \pm 0,00153) \text{ s}^{-1} \quad b_2 = 3,500 \pm 0,076$$

gegeben. Aus  $a_2$  folgt die Zerfallskonstante

$$\lambda_2 = (0,01703 \pm 0,00153) \text{ s}^{-1}$$

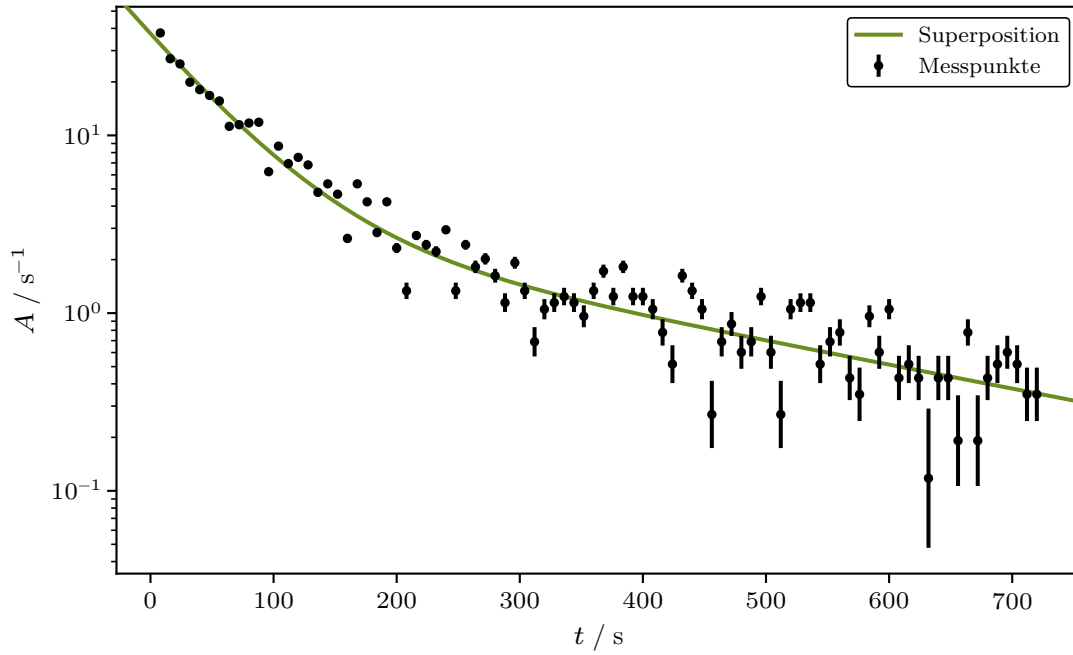
und damit eine Halbwertszeit von

$$T_2 = (40,7 \pm 3,7) \text{ s}$$

für  $^{104}\text{Rh}$ . Aus  $b_2$  lässt sich

$$C_2 = (33,105 \pm 2,517) \text{ s}^{-1}$$

bestimmen.



**Abbildung 7:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm zum  $^{104}\text{Rh}$ -Gemisch bei  $\Delta t = 8\text{ s}$ .

Der Verlauf des Zerfalls der Isotopen-Mischung sollte der Superposition der Resultate

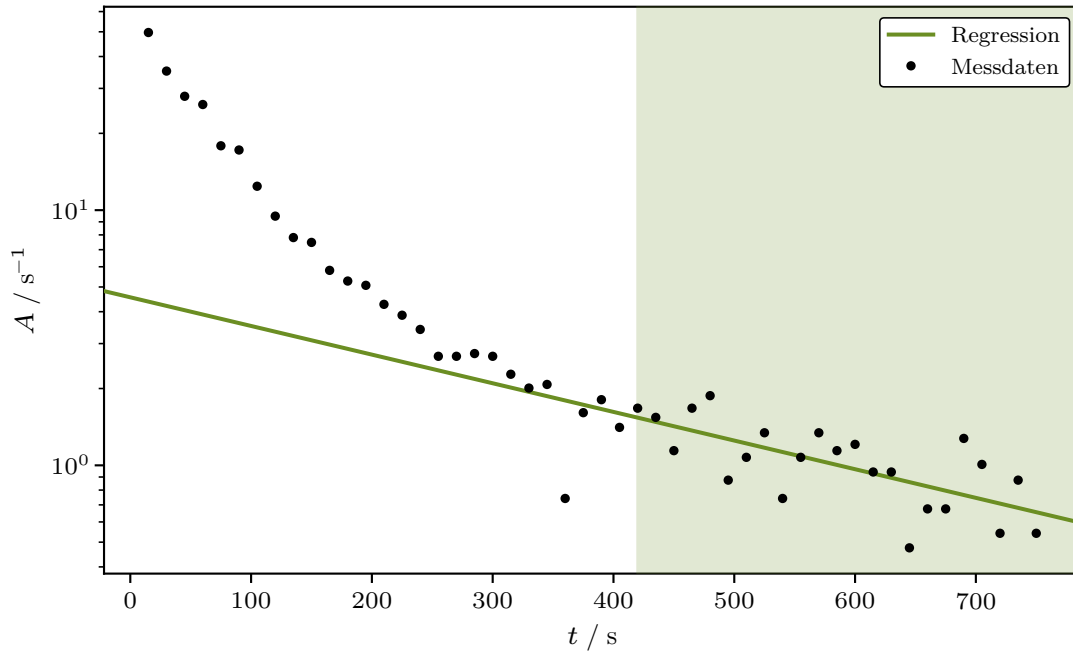
$$A(t) = C_1 \exp(-\lambda_1 t) + C_2 \exp(-\lambda_2 t)$$

gehörchen. Abbildung 7 erlaubt eine Beurteilung der Güte dieses Modells. Darin werden nun auch Fehlerbalken zu den Messwerten eingetragen, welche in den Abbildungen 5 und 6 zur besseren Lesbarkeit ausgelassen sind.

Völlig analog wird eine zweite Messreihe mit größeren Zeitintervallen ausgewertet.

**Tabelle 4:** Bereinigte Messdaten zum  $^{104}\text{Rh}$ -Gemisch bei  $\Delta t = 15\text{ s}$ .

$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$	$t / \text{s}$	$A / \text{s}^{-1}$
15	$49,7 \pm 0,2$	165	$5,8 \pm 0,2$	315	$2,3 \pm 0,2$	465	$1,7 \pm 0,2$	615	$0,9 \pm 0,2$
30	$35,1 \pm 0,2$	180	$5,3 \pm 0,2$	330	$2,0 \pm 0,2$	480	$1,9 \pm 0,2$	630	$0,9 \pm 0,2$
45	$27,9 \pm 0,2$	195	$5,1 \pm 0,2$	345	$2,1 \pm 0,2$	495	$0,9 \pm 0,2$	645	$0,5 \pm 0,2$
60	$25,9 \pm 0,2$	210	$4,3 \pm 0,2$	360	$0,7 \pm 0,2$	510	$1,1 \pm 0,2$	660	$0,7 \pm 0,2$
75	$17,9 \pm 0,2$	225	$3,9 \pm 0,2$	375	$1,6 \pm 0,2$	525	$1,3 \pm 0,2$	675	$0,7 \pm 0,2$
90	$17,2 \pm 0,2$	240	$3,4 \pm 0,2$	390	$1,8 \pm 0,2$	540	$0,7 \pm 0,2$	690	$1,3 \pm 0,2$
105	$12,4 \pm 0,2$	255	$2,7 \pm 0,2$	405	$1,4 \pm 0,2$	555	$1,1 \pm 0,2$	705	$1,0 \pm 0,2$
120	$9,5 \pm 0,2$	270	$2,7 \pm 0,2$	420	$1,7 \pm 0,2$	570	$1,3 \pm 0,2$	720	$0,5 \pm 0,2$
135	$7,8 \pm 0,2$	285	$2,7 \pm 0,2$	435	$1,5 \pm 0,2$	585	$1,1 \pm 0,2$	735	$0,9 \pm 0,2$
150	$7,5 \pm 0,2$	300	$2,7 \pm 0,2$	450	$1,1 \pm 0,2$	600	$1,2 \pm 0,2$	750	$0,5 \pm 0,2$



**Abbildung 8:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm für  $^{104m}\text{Rh}$  bei  $\Delta t = 15\text{ s}$ .

Für  $t_1 = 420\text{ s}$  ergeben sich aus der in Abbildung 8 dargestellten linearen Regression

$$a_1 = (-0,00259 \pm 0,00059)\text{ s}^{-1} \quad b_1 = 1,516 \pm 0,349$$

als Parameter. Mit  $a_1$  folgen daraus die Zerfallskonstante

$$\lambda_1 = (0,00259 \pm 0,00059)\text{ s}^{-1}$$

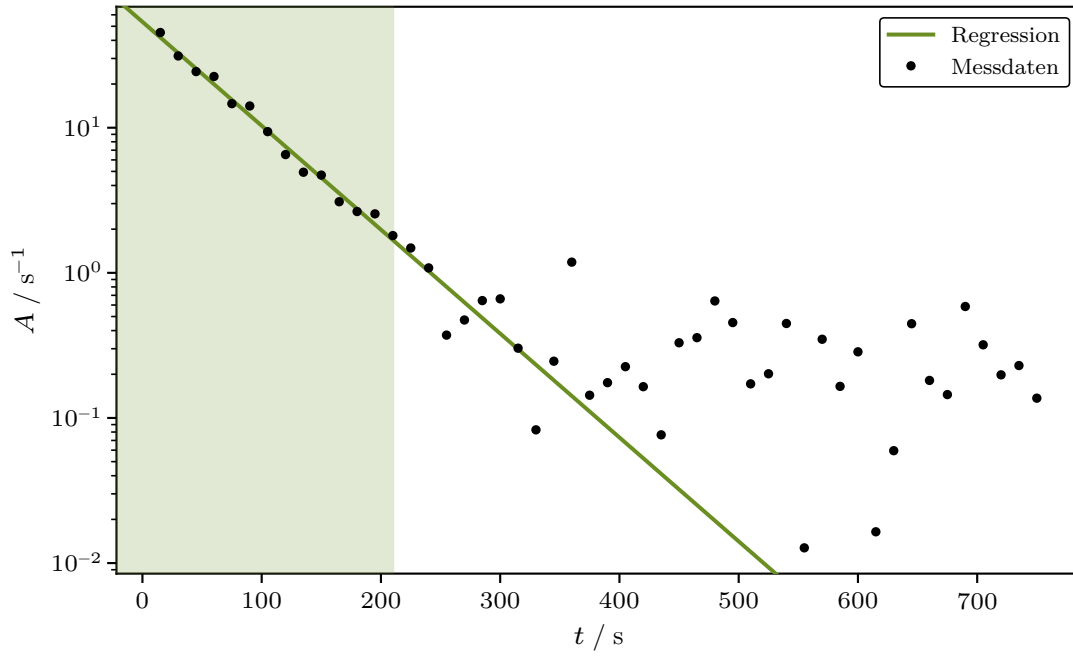
sowie die entsprechende Halbwertszeit

$$T_1 = (268,1 \pm 60,9)\text{ s}$$

für  $^{104m}\text{Rh}$ . Mit  $b_1$  kann der Faktor

$$C_1 = (4,555 \pm 1,589)\text{ s}^{-1}$$

bestimmt werden.



**Abbildung 9:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm für  $^{104}\text{Rh}$  bei  $\Delta t = 15$  s.

Die bereinigten Werte in Abbildung 9 liefern mit  $t_2 = 210$  s auf gleiche Weise wie zuvor

$$a_2 = (-0,01702 \pm 0,00051) \text{ s}^{-1} \quad b_2 = 3,988 \pm 0,065$$

als Regressionsparameter. Aus  $a_2$  folgt die Zerfallskonstante

$$\lambda_2 = (0,01702 \pm 0,00051) \text{ s}^{-1}$$

und damit die zugehörige Halbwertszeit

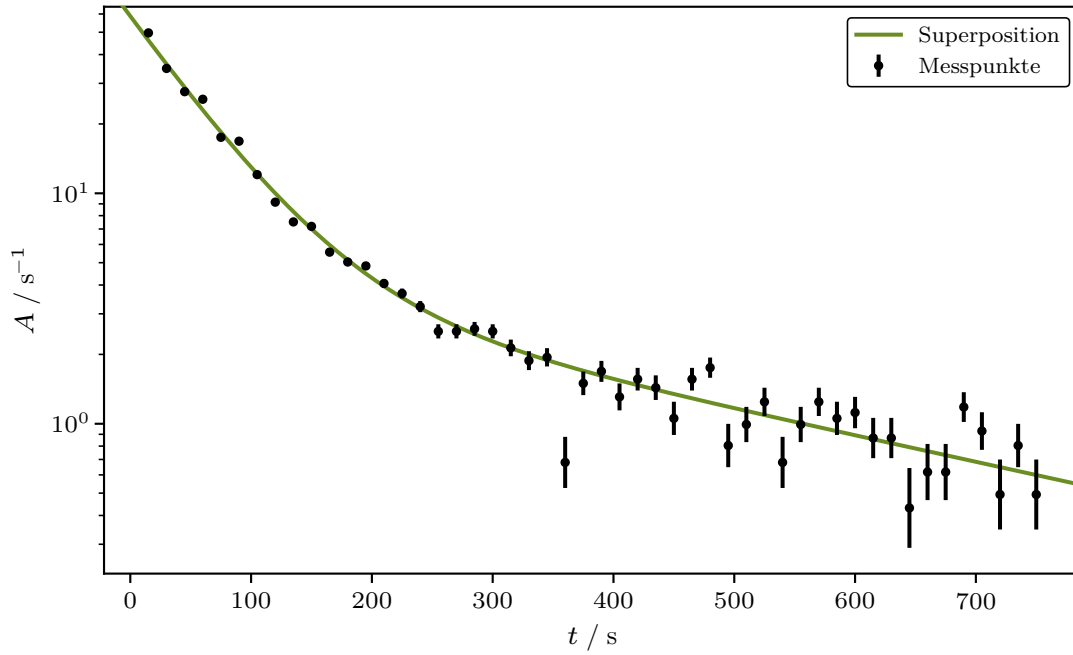
$$T_2 = (40,7 \pm 1,2) \text{ s}$$

für  $^{104}\text{Rh}$ . Über  $b_2$  lässt sich

$$C_2 = (53,941 \pm 3,492) \text{ s}^{-1}$$

berechnen.





**Abbildung 10:** Halblogarithmisches Zerfallsdiagramm zum  $^{104}\text{Rh}$ -Gemisch bei  $\Delta t = 15\text{ s}$ .

Abbildung 10 enthält wie Abbildung 7 die Superposition der Ergebnisse samt grafischer Darstellung der fehlerbehafteten Messgrößen aus Tabelle 4.

Es lässt sich noch die Wahl der Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  überprüfen, indem in die Bedingung  $A_2(t_2) \ll A_1(t_2)$  eingesetzt wird.

Für  $\Delta t = 8\text{ s}$  ist diese Forderung mit  $(0,031 \pm 0,019)\text{ s}^{-1} \ll (1,431 \pm 0,807)\text{ s}^{-1}$  erfüllt.

Mit  $(0,042 \pm 0,009)\text{ s}^{-1} \ll (1,538 \pm 0,657)\text{ s}^{-1}$  genügt auch  $\Delta t = 15\text{ s}$  der Voraussetzung.

Um die Ergebnisse zusammenzufassen, wird zuletzt für beide Messreihen der Mittelwert aufgestellt. Die Halbwertszeiten belaufen sich dann auf  $T = (261,2 \pm 48,1)\text{ s}$  für  $^{104m}\text{Rh}$  und  $T = (40,7 \pm 1,9)\text{ s}$  für  $^{104}\text{Rh}$ .

## 5 Diskussion

Als Literaturwert für  $^{52}\text{V}$  ist  $T = (224,6 \pm 0,3)\text{ s}$  gegeben [3] und weist damit eine recht hohe Übereinstimmung zum experimentell bestimmten Wert  $T = (228,4 \pm 12,3)\text{ s}$  auf. Für  $^{104m}\text{Rh}$  sowie  $^{104}\text{Rh}$  gibt die Literatur die Halbwertszeiten  $T = (260,4 \pm 1,8)\text{ s}$  sowie  $T = (42,3 \pm 0,4)\text{ s}$  an [2] und passt damit ebenfalls gut zu den Auswertungsergebnissen  $T = (261,2 \pm 48,1)\text{ s}$  sowie  $T = (40,7 \pm 1,9)\text{ s}$ .

Auffällig sind die vergleichsweise großen Fehlerintervalle für die Messung der Isotope  $^{52}\text{V}$  und  $^{104m}\text{Rh}$ . Dies ist in erster Linie darauf zurückzuführen, dass für Materialien mit längeren Lebensdauern zwingend geringere Zerfallsraten auftreten und entsprechende Störungen der Hintergrundaktivität eine größere Streuung verursachen. Es handelt sich dabei um statistische Abweichungen, eine größere Anzahl der Messwerte würde diese also kompensieren.

Weiterhin sei angemerkt, dass die Wahl der Zeitpunkte  $t_1$  und  $t_2$  mit einiger Willkür stattfindet und dementsprechend auch die Ergebnisse nicht völlig rigoros reproduzierbar sind. Die visuelle Prüfung der Verläufe in den jeweiligen Abbildungen zeigt aber, dass es sich trotzdem um eine relativ exakte Beschreibung des physikalischen Phänomens handelt.

Zuletzt lautet ein Nachteil für Isotope wie  $^{104}\text{Rh}$  mit Halbwertszeiten im Bereich einiger Sekunden, dass die Aktivität schnell gegen Null geht und überdeckt wird. Dies ist anschaulich in Abbildung 6 zu sehen, in der nur innerhalb 80 s brauchbare Daten vorliegen, da hier eine längere Zeitspanne zwischen Entnahme aus der Quelle und Einsetzen der Probe in den Detektor auftritt.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 702, Aktivierung mit Neutronen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] *Ground and isomeric state information for Rhodium-104*. Version 3.0. National Nuclear Data Center. Information extracted from the NuDat database. 2023. URL: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat>.
- [3] *Ground and isomeric state information for Vanadium-52*. Version 3.0. National Nuclear Data Center. Information extracted from the NuDat database. 2023. URL: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat>.
- [4] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [5] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [6] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [7] *Python*. Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: <https://www.python.org>.

## Anhang

**tu** technische universität  
dortmund

**Proben für die Neutronenaktivierung**

Element	Aktivierungszeit $t_A$ [min]	Messintervall $\Delta t$ [s]	Minimale Messzeit [min]
Rhodium	> 20	15 - 20	12
Silber	> 10	8 - 10	7
Indium	> 240	200 - 250	60
Dysprosium	> 500	400 - 800	> 60
Vanadium	> 15	30 - 40	15
Brom	$30 < t_A < 40$	150 - 200	30
Jod	> 100	200 - 300	40
Mangan	> 600	400 - 800	> 60

**Abbildung 11:** Ausgehängte Liste zu Messintervallen und Aktivierungszeiten.

bins	N
10	3
20	9
30	5
40	1
50	5
60	4
70	1
80	6
90	2
100	3
110	5
120	3
130	4
140	2
150	67
160	3
170	8
180	5
190	4

t	N	t	N
200	3	390	5
210	4	400	2
220	6	410	6
230	3	420	8
240	3	430	7
250	2	440	6
260	2	450	6
270	6	460	3
280	2	470	3
290	3	480	5
300	5	490	3
310	4	500	4
320	3	510	7
330	2	520	2
340	3	530	2
350	4	540	3
360	2	550	5
370	5	560	4
380	4	570	2
		580	3
		590	1

600	Z	(zu langsam...)
Rhodium	$\Delta t = 8$	für 12min
$N_1$	t ins	$N_2$
305	8	57
228	.	51
215	.	32
175		57
161		47
151		34
142		47
107		29
109		19
111		33
112		30
65		28
86		35
71		19
76		30
70		24
52		26

$N_3$	+ alle 85	$N_4$
22	.	10
<del>16</del> 17	.	22
25		19
19	.	16
12		7
16	.	12
17		14
18		11
17		12
15		18
19		11
23		7
18		16
24		17
18		17
18		10
16		12
13		13
		9

N <sub>5</sub>	4
8	1
15	2
11	
16	
9	
10	
9	
5	
9	
9	
6	
13	
8	
9	
10	
11	
10	
8	
8	



Vandium		15 min
$\Delta t = 30s$		
$N_1$	$N_2$	$t$ in s
188	47	30
171	47	.
148	43	.
116	40	.
127	41	
96	22	
115	39	
83	40	
71	30	
66	32	
68	21	
70	26	
62	25	
57	21	
52		
63		

Rhodium 2		in 12 min
		$\Delta t = 15s$
$N_1$	$N_2$	t in s
751	46	15
532	47	
425	46	
395	40	
274	36	
264	37	
192	17	
148	30	
123	33	
118	27	
93	31	
85	29	
82	23	
70	31	
64	34	
57	19	
46	22	
	26	

13	
17	
22	
26	
23	
24	
20	
20	
13	
16	
16	
25	
21	
14	
19	
14	

1.04m