V701

Reichweite von Alphastrahlung

Fritz Agildere fritz.agildere@udo.edu Amelie Strathmann amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 18. April 2023 Abgabe: 23. April 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	2
2	Theorie 2.1 Vorbereitungsaufgabe	2 3
3	Durchführung	3
4	Auswertung4.1 Reichweite und Energie4.2 Zerfallsstatistik	5 5
5	Diskussion	12
Lit	teratur	13
Ar	nhang	14

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, experimentell die Reichweite von α -Strahlung in Luft zu bestimmen.

2 Theorie [1]

Durch das Messen der Reichweite von α -Teilchen kann die Energie dieser bestimmt werden. Die α -Teilchen geben durch elastische Stöße mit dem Material Energie ab, dies spielt bei dem Energieverlust schlussendlich nur eine untergeordnete Rolle. Die Teilchen können durch Anregung oder Dissoziation von Molkülen Energie verlieren. Der Energieverlust $\frac{dE_{\alpha}}{dx}$ hängt von der Energie der α -Teilchen und der Dichte des zu durchlaufenden Materials ab. Dabei ist zu beachten, dass bei kleinerer Geschwindigkeit die Wahrscheinlichkeit der Wechselwirkungen zunimmt. Für hinreichend große Energien lässt sich der Energieverlust der α -Teilchen über die Bethe-Bloch-Gleichung beschreiben

$$-\frac{dE_{\alpha}}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{nZ}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right),\tag{1}$$

wobei z die Ladung der α -Teilchen ist und v die Geschwindigkeit dieser. Z ist die Ordnungszahl, n die Teilchendichte und I die Ionisierungsenergie des Targetgases. Die Gleichung 1 verliert an Gültigkeit, wenn das α -Teilchen sehr kleine Energien hat. Die Reichweite der α -Teilchen, also die Strecke bis zur vollkommenen Ausbremsung, lässt sich über den Zusammenhang

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE_\alpha}{-dE_\alpha/dx} \tag{2}$$

bestimmen. Da bei niedrig werdender Energie die Gleichung 1 nicht mehr gilt, werden zur Bestimmung der mittleren Reichweite empirisch gewonnene Kurven verwendet. Für die mittlere Reichweite von α -Strahlung in Luft mit der Energie $E_{\alpha} \preceq 2,5\,\mathrm{MeV}$ kann die Bezeichnung $R_m = 3,1\,\mathrm{E}^{3/2}$ verwendet werden. Bei einer konstanten Temperatur und konstantem Volumen ist die Reichweite von α -Teilchen in Gasen proportional zum Druck ρ . Dementsprechend kann eine Absorptionsmessung, bei der der Druck variiert wird, durchgeführt werden. Für einen festen Abstand x_0 zwischen Detektor und α -Strahler gilt für die effektive Länge x

$$x = x_0 \frac{\rho}{\rho_0},\tag{3}$$

wobei der Normaldruck mit $\rho_0=1013\,\mathrm{mbar}$ eingesetzt werden muss.

2.1 Vorbereitungsaufgabe

Das Funktionsprinzip eines Halbleiterzählers basiert auf den Eigenschaften eines Halbleiters. Werden n-dotiertes und p-dotiertes Material in Kontakt miteinander gebracht, entsteht durch Diffusion eine Zone, in der Ladungsträger freibeweglich sind. Dises erhält sich bis das elektrische Feld die Diffuison verhindert. Wenn der n-Bereich mit einer Anode und der p-Bereich mit einer Kathode verbunden wird, vergrößert sich der Bereich mit den freien Ladungsträgern. Dieser Bereich wird Sperrzone genannt. Wenn ein ionisierendes Teilchen diese Sperrzone durchquert, werden Löcher und Elektronen erzeugt. Dabei entsteht ein Stromfluss, welcher gemessen werden kann.

3 Durchführung

In Abbildung 1 ist der verwendete Aufbau für den Versuch zur Bestimmung der Reichweite von α -Teilchen zu sehen.



Abbildung 1: Der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Reichweite von α -Teilchen.

In einem evakuierten Glaszylinder befindet sich das α -Präparat und ein Detektor. Mittels einer Vakuumpumpe wird der Glaszylinder evakuiert, sodass zum Start der ersten Messung ein Druck von 0 mbar herrscht. Als Strahlungsquelle wird ein Am-Präparat verwendet. Dieses zerfällt mit einer Halbwertszeit von $T_{1/2}=459a$ in

$$^{241}_{95}\text{Am} \longrightarrow ^{237}_{93}\text{N} + ^{4}_{2}\text{He}^{++}.$$

Das Präparat befindet sich an einem verschiebbaren Regler, sodass es möglich ist einen Abstand x_0 zum Detektor einzustellen. Als Detektor wird ein Halbleiter-Sperrschichtzähler verwendet.

Bevor der Versuch durchgeführt werden kann, muss der Aufbau und dessen Verkabelung überprüft werden. Die Probe wird zunächst mit einem Abstand von 6 cm zum Detektor eingestellt. Der Glaszylinder wird evakuiert mit Hilfe der Vakuumpumpe. Das Programm, welches zur Messung der α -Teilchen verwendet wird, wird geöffnet. Es wird die Schalterstellung AUTO auf 2 Minuten eingestellt. Sobald die Messung gestartet wird, misst das Programm die Häufigkeit der Energien, die die Helium Kerne besitzen. Ausgegeben werden die Anzahl der detektierten α -Teilchen, die Energien derer und die Häufigkeiten derer. Nach den 2 Minuten wird der Druck im Glaszylinder um 50 mbar erhöht. Dieser Vorgang wird wiederholt bis keine Teilchen mehr detektiert werden oder bis der Druck 1 bar erreicht hat. Für den zweiten Durchlauf der Messung wurde ein Abstand von 4 cm eingestellt. Dieser wurde solange durchgeführt bis keine Teilchen mehr nachgewiesen werden konnten.

Nach den zwei Messdurchgängen wird ein konstanter Druck von 300 mbar eingestellt und ein fester Abstand von 4 cm wird gewählt. Es wird ein fester Zeitraum vom 10 s eingestellt, indem gemessen wird. Dies wird 100 mal wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Reichweite und Energie

Die Ergebnisse der ersten Messreihe, für die das verwendete Präparat in einem Abstand von 6 cm zum Halbleiter-Sperrschichtzähler befestigt wird, lassen sich anhand Tabelle 1 nachvollziehen. Ein entsprechendes Ventil an der Vakuumpumpe dient zur Variation des Zylinderdrucks p, der mithilfe des integrierten Manometers eingestellt wird. Daraus ergibt sich nach Formel (3) die effektive Distanz x. Mit $N_{\rm tot}$ ist die Anzahl aller aufgezeichneten Strompulse innerhalb eines Intervalls von 120 s bezeichnet. Für eine gegebene Einstellung zählt $N_{\rm max}$ über denselben Zeitraum die maximale Anzahl der Impulse innerhalb eines Kanals. Dieser die meisten Signale erhaltende Kanal wird unter CH aufgeführt. Im Vielkanalanalysator kann davon ausgegangen werden, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Kanalnummer und entsprechender Energie des Alphateilchens existiert. So wird dann der Modus E der Energieverteilung ermittelt, da $E=4\,{\rm MeV}$ für p=0 oder äquivalent für x=0 bekannt ist. Der statistische Modus, auch Modalwert genannt, gibt den Wert an, der am häufigsten in einer Stichprobe vorkommt.

Tabelle 1: Messdaten bei festem Abstand $x_0 = 6 \,\mathrm{cm}$ zwischen Probe und Detektor.

p / mbar	x / cm	$N_{ m tot}$	$N_{ m max}$	СН	E / MeV
0	0,00	16178	71	803	4,00
50	$0,\!30$	16170	74	779	3,88
100	$0,\!59$	16153	78	716	$3,\!57$
150	0,89	15246	82	656	$3,\!27$
200	1,18	15085	99	595	2,96
250	1,48	14200	111	524	2,61
300	1,78	13984	97	472	$2,\!35$
350	2,07	12137	95	408	2,03
400	2,37	3599	72	310	1,54
450	2,67	458	12	316	$1,\!57$
500	2,96	0	0	0	0,00

Zur weiteren Auswertung des Verlaufs der Zählrate $N_{\rm tot}$ in Abhängigkeit zur effektiven Länge x bietet sich die Verwendung einer Sigmoidfunktion

$$\operatorname{sig}(t) = \frac{a}{1 + \exp(b(t - c))} + d \tag{4}$$

an, welche hier mit vier Freiheitsgraden formuliert ist. Ihr einziger Wendepunkt liegt bei t=c, dort nimmt sie den Funktionswert $\mathrm{sig}(c)=\frac{1}{2}a+d$ an. Dieser liegt genau mittig zwischen den Asymptoten d und a+d.

Aus dieser Tatsache folgt speziell für das Modell der Zählrate, dass bei einer effektiven Länge x=c noch genau die Hälfte der maximalen Pulszahl den Detektor erreicht, womit R=c ein Maß für die mittlere Reichweite von Alphastrahlung in Luft ist.

Alternativ lässt sich R über die tatsächlich gemessene maximale Zählrate \hat{N}_{tot} bestimmen, indem $t = \frac{1}{2}\hat{N}_{\text{tot}}$ in die Inverse von (4) eingesetzt wird. Diese ist mit

$$\operatorname{sig}^{-1}(t) = \frac{\ln\left(\frac{a}{t-d} - 1\right)}{b} + c \tag{5}$$

gegeben. In Abbildung 2 werden die zuvor aufgetragenen Messwerte mit der beschriebenen Ausgleichskurve durch die Bibliothek Matplotlib [3] unter Python [5] dargestellt.

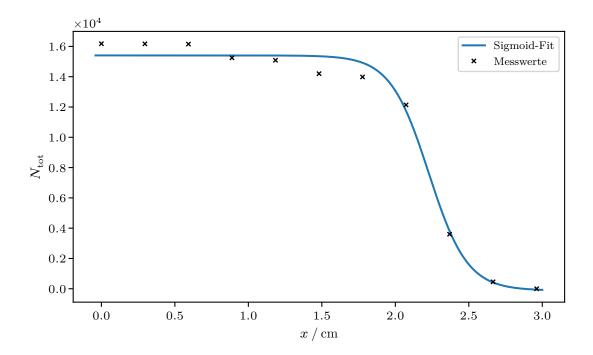


Abbildung 2: Gesamtzählrate $N_{\rm tot}$ der über einen Zeitraum von 120 s gemessenen Impulse in Abhängigkeit zur effektiven Länge x bei $x_0=6\,{\rm cm}$.

Die optimalen Parameter liefert die numerische Methode scipy.optimize.curve_fit [6], wobei die angegebenen Abweichungen der Wurzel der Elemente auf der Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrix entsprechen. So ergeben sich

$$a = -15520 \pm 752$$
 $b = (-7,63 \pm 1,38) \,\mathrm{cm}^{-1}$ $c = (2,227 \pm 0,031) \,\mathrm{cm}$ $d = 15406 \pm 310$

zur Minimierung der Fehlerquadrate. $R=(2,227\pm0,031)\,\mathrm{cm}$ beschreibt die mittlere Reichweite über den Wendepunkt c mit $E=(3,723\pm0,035)\,\mathrm{MeV}$ als die dazugehörige Energie. Um letztere zu berechnen, wird $R=3,1E^{3/2}$ zur Näherung mit Gültigkeit für $E\leq 2,5\,\mathrm{MeV}$ ausgenutzt, wobei R in mm anzugeben ist. Die Fehlerfortpflanzung dazu erfolgt automatisiert mit der Bibliothek Uncertainties [4].

Die Hälfte der maximalen Zählrate innerhalb von 120 s lautet $\frac{1}{2}\hat{N}_{\text{tot}} = 8089$ und liefert über die Umkehrfunktion (5) den Wert $R = (2.212 \pm 0.035)$ cm für die mittlere Reichweite bei einer Energie von $E = (3.707 \pm 0.039)$ MeV.

Zur Regression entlang der Modalwerte E bei Länge x wird ein linearer Zusammenhang

$$E(x) = w - vx \tag{6}$$

herangezogen. Daran lässt sich direkt der Term $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=v$ für den Energieverlust ablesen.

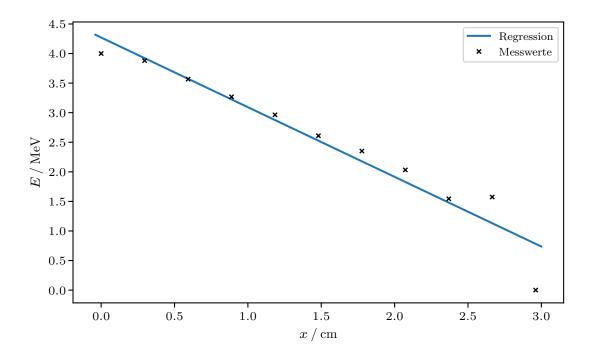


Abbildung 3: Modus E der Energieverteilung zum effektiven Abstand x bei $x_0=6\,\mathrm{cm}.$

In Abbildung 3 werden Messpunkte und lineare Ausgleichsrechnung angezeigt. Die Funktion numpy.polyfit produziert

$$v = (1,178 \pm 0,106) \,\mathrm{MeV} \,\mathrm{cm}^{-1}$$
 $w = (4,271 \pm 0,186) \,\mathrm{MeV}$

als Koeffizienten der optimalen Näherung. Mit $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=(1.178\pm0.106)\,\mathrm{MeV\,cm^{-1}}$ folgt daraus die pro Streckeneinheit abgegebene Energie.

Analog zum bisherigen Vorgehen für $x=6\,\mathrm{cm}$ werden nun die Ergebnisse für einen weiteren Abstand $x_0=4\,\mathrm{cm}$ betrachtet. Die entsprechenden Messwerte dazu sind in Tabelle 2 eingetragen.

Tabelle 2: Messdaten bei festem Abstand $x_0=4\,\mathrm{cm}$ zwischen Probe und Detektor.

p / mbar	x / cm	$N_{ m tot}$	$N_{ m max}$	СН	E / MeV
0	0,00	35 970	137	832	4,00
50	0,20	35467	156	783	3,76
100	$0,\!39$	34994	156	735	$3,\!53$
150	$0,\!59$	34253	150	719	3,46
200	0,79	34239	168	658	3,16
250	0,99	34219	174	640	3,08
300	1,18	33165	188	584	2,81
350	1,38	31181	185	559	2,69
400	1,58	30254	181	505	$2,\!43$
450	1,78	28910	195	463	$2,\!23$
500	1,97	25276	194	384	1,85
550	$2,\!17$	18557	204	340	1,63
600	$2,\!37$	6020	122	312	1,50
650	$2,\!57$	753	17	308	1,48
700	2,76	117	2	441	$2,\!12$
750	2,96	1	1	126	0,61

Abbildung 4 stellt die Zählraten sowie den Graphen der optimierten Fit-Funktion dar.

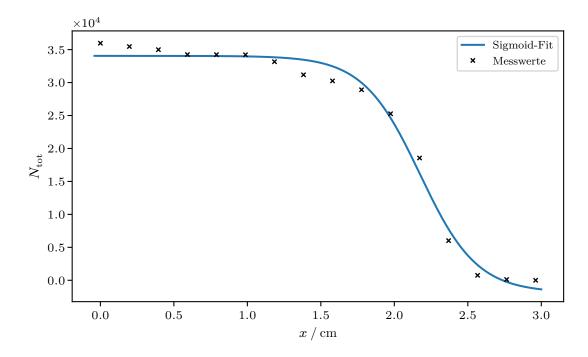


Abbildung 4: Gesamtzählrate $N_{\rm tot}$ der über einen Zeitraum von 120s gemessenen Impulse in Abhängigkeit zur effektiven Länge x bei $x_0=4\,{\rm cm}.$

Die der Sigmoidfunktion (4) zugehörigen Parameter lauten jetzt

$$a = -35\,927 \pm 1706$$
 $b = (-5,17 \pm 0,73)\,\mathrm{cm}^{-1}$ $c = (2,175 \pm 0,032)\,\mathrm{cm}$ $d = 34\,053 \pm 585$

und führen über den Wendepunkt auf eine mittlere Reichweite $R=(2,175\pm0,032)\,\mathrm{cm}$ sowie auf die Energie $E=(3,665\pm0,036)\,\mathrm{MeV}$ als abgeleitete Größe. Mit $\frac{1}{2}\hat{N}_{\mathrm{tot}}=17\,985$ ergibt sich nach Einsetzen in Zusammenhang (5) der Wert $R=(2,134\pm0,039)\,\mathrm{cm}$ mit $E=(3,618\pm0,044)\,\mathrm{MeV}$ für Reichweite und Energie.

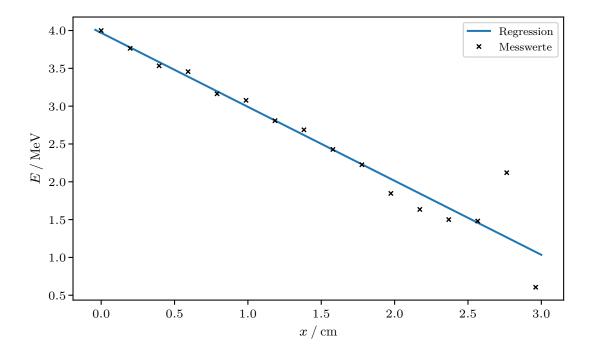


Abbildung 5: Modus E der Energieverteilung zum effektiven Abstand x bei $x_0=4\,\mathrm{cm}.$

In Abbildung 5 sind die Moden der Energie und eine dazu passende lineare Regression nach Ansatz (6) mit optimalen Steuerwerten

$$v = (0.978 \pm 0.076) \,\mathrm{MeV \, cm^{-1}}$$
 $w = (3.969 \pm 0.132) \,\mathrm{MeV}$

wiedergegeben. Daraus folgt der Energieverlust $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=(0.978\pm0.076)\,\mathrm{MeV\,cm^{-1}}.$

4.2 Zerfallsstatistik

 $\begin{array}{l} \textbf{Tabelle 3:} \ \ \text{Totale Impulszählrate} \ N_{\text{tot}} \ \ \text{"uber einen Zeitraum von 10s bei Parametern} \\ x_0 = 4 \, \text{cm und} \ p = 300 \, \text{mbar, entsprechend einem Abstand von} \ x = 1,18 \, \text{cm} \\ \text{bei Normaldruck. Aufgeführt werden} \ n_{\text{tot}} = 100 \, \text{Messungen, die zur besseren} \\ \text{Nachvollziehbarkeit aufsteigend sortiert sind.} \end{array}$

2339	2420	2455	2478	2504	2532	2570	2608	2642	2669
2340	2420	2457	2487	2509	2534	2571	2609	2642	2672
2355	2421	2460	2489	2514	2539	2574	2611	2642	2678
2375	2423	2467	2492	2518	2540	2576	2618	2646	2682
2375	2429	2468	2492	2521	2542	2576	2624	2651	2682
2387	2430	2473	2493	2523	2543	2582	2628	2654	2685
2395	2444	2475	2497	2523	2549	2590	2628	2655	2708
2405	2445	2475	2498	2527	2550	2597	2632	2660	2710
2406	2451	2477	2503	2527	2556	2605	2636	2663	2742
2411	2453	2478	2503	2529	2562	2607	2636	2665	2769

Die Einzelmessungen aus Tabelle 3 werden in Abbildung 6 mit dem gefüllten Histogramm dargestellt. Dabei wird die Fläche unter den Daten normiert, sodass statt der absoluten Häufigkeit n die relative Anzahl der Messwerte mit $n_{\rm rel} = n/n_{\rm tot}$ angegeben ist.

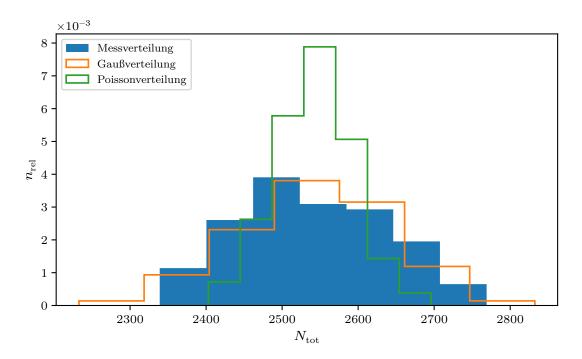


Abbildung 6: Histogramm der gemessenen relativen Zählratenverteilung ($n_{\rm tot}=100$) mit überlagerter Gauß- und Poisson-Verteilung (je $n_{\rm tot}=500$).

Zur statistischen Analyse der gemessenen Stichprobe aus $n_{\text{tot}} = 100$ Elementen wird die Bibliothek NumPy [2] verwendet, deren Funktionen mean und var den Mittelwert nach

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n$$

sowie die Varianz mit

$$(\Delta \overline{x})^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=1}^{N} (x_n - \overline{x})^2$$

liefern. Die mittlere Zählrate über einen Zeitraum von 10 s wird dann mit $\bar{N}_{\rm tot} = 2539,78$ bemessen, während sich die Varianz auf $\sigma^2 = 9439,41$ und ihre Quadratwurzel, die sogenannte Standardabweichung, auf $\sigma = 97,16$ belaufen. Diese beiden Werte geben je ein Maß für die Streuung der Verteilung an.

Weiter werden Methoden aus numpy.random verwendet, um Stichproben zum Vergleich verschiedener Wahrscheinlichsverteilungen zu generieren. Damit dabei Reproduzierbarkeit gewährleistet ist, wird ein deterministischer Generator default_rng mit konstantem Initialisierungswert zur Erzeugung einer Folge von Pseudozufallszahlen genutzt.

Eine gaußsche Normalverteilung folgt allgemein der Formel

$$P_{\mu \sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

und besitzt ihr Maximum beim Mittelwert μ , wobei ihre Breite durch σ beziehungsweise σ^2 bestimmt wird. Dagegen ist eine Poissonverteilung nur diskret für alle $k \in \mathbb{N}_0$ über

$$P_{\lambda}(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp\left(-k\right)$$

definiert. Der Mittelwert wird hier auf λ gesetzt, gibt aber gleichzeitig die Varianz bezüglich der Verteilung an. Über die Generatorattribute normal und poisson werden nun jeweils Stichproben aus $n_{\rm tot}=500$ Werten gezogen, wobei die zuvor berechneten Eigenschaften der Messverteilung als Eingabeparameter für μ , σ und λ Verwendung finden. Die resultierenden Verteilungen sind ebenfalls normiert als Treppenhistogramme in Abbildung 6 dargestellt.

5 Diskussion

Die mittlere Reichweite für Alphateilchen in Luft ergibt sich zu $(2,227\pm0,031)\,\mathrm{cm}$ und $(2,212\pm0,035)\,\mathrm{cm}$ für $x_0=6\,\mathrm{cm}$ sowie $(2,175\pm0,032)\,\mathrm{cm}$ und $(2,134\pm0,039)\,\mathrm{cm}$ für $x_0=4\,\mathrm{cm}$, wobei jeweils die Methoden über Wendepunkt und Messung verwendet werden. Diese Werte weisen eine gute Übereinstimmung auf und liegen größtenteils innerhalb der gegenseitigen Fehlerintervalle. Grafisch lässt sich am Verlauf der Sigmoid-Kurven in den Abbildungen 2 und 4 erkennen, dass sich die Funktion im relevanten Bereich nahezu geradlinig verhält. Entsprechend könnte durch Einschränkung der zur Regression herangezogenen Messpunkte auch ein linearer Ansatz gewählt werden, welcher durch reduzierte Komplexität und erhöhte numerische Stabilität potentiell zuverlässigere Lösungen produziert. Aufgrund der hohen Übereinstimmung der Ergebnisse können mögliche Abweichungen zum realen Wert am wahrscheinlichsten auf unbekannte Fehler innerhalb der Messapparatur zurückgeführt werden.

Zur Bestimmung der korrespondierenden Energien gelten die gleichen Methoden und Abstände. Für $x_0=6\,\mathrm{cm}$ ergeben sich $(3,723\pm0,035)\,\mathrm{MeV}$ und $(3,707\pm0,039)\,\mathrm{MeV}$, für $x_0=4\,\mathrm{cm}$ sind es $(3,665\pm0,036)\,\mathrm{MeV}$ und $(3,618\pm0,044)\,\mathrm{MeV}$. Da es sich hier um abgeleitete Größen handelt, besitzen sie ähnlich große Übereinstimmungen und Toleranzbereiche wie zuvor. Allerdings ist die verwendete Näherung $E=(0,32R)^{2/3}$ auf Energien bis 2,5 MeV beschränkt. Die Ergebnisse befinden sich also außerhalb des Gültigkeitsbereichs und sind daher von fragwürdiger Aussagekraft.

Aus einer linearen Näherung ergibt sich der Energieverlust zu $(1,178\pm0,106)\,\mathrm{MeV}\,\mathrm{cm}^{-1}$ für $x_0=6\,\mathrm{cm}$ und $(0,978\pm0,076)\,\mathrm{MeV}\,\mathrm{cm}^{-1}$ für $x_0=4\,\mathrm{cm}$. Diese Werte passen gut zu den Messergebnissen und weisen ebenso eine hohe gegenseitige Übereinstimmung auf. Die Beobachtung, dass die Verlustrate für einen Abstand von 6 cm höher ausfällt als bei 4 cm, ist damit zu erklären, dass der Zylinderdruck zu Beginn der Messung für 6 cm nicht in ausreichender Genauigkeit auf p=0 geregelt ist. Eigentlich müsste der erste Energiewert also bereits unter 4 MeV liegen, sodass insgesamt ein flacherer Verlauf mit geringerem Energieverlust auftreten würde. Eine weitere Fehlerquelle könnte in der Annahme eines perfekten linearen Zusammenhangs zwischen Kanal und Energie liegen, obwohl die Anordnung der Messungen diese weitestgehend zu bestätigen scheint. Die mit wachsendem effektiven Abstand zunehmende Streuung der Messdaten, welche in den Abbildungen 3 und 5 erkennbar ist, lässt sich auf die stark abfallenden Zählraten und die damit einhergehende schlechte statistische Signifikanz der Modalwerte zurückführen.

Ein Vergleich der statistischen Verteilungen in Abbildung 6 zeigt, dass der Verlauf der Messwerte in seiner Form eher einer Gaußschen Distribution entspricht. Die Poisson-Verteilung verläuft dagegen deutlich steiler. An dieser Stelle sei angemerkt, dass der Sperrschichtzähler eine hohe Zeitauflösung im Bereich einiger ns besitzt. Dennoch werden manche Impulse der eindringenden Alphastrahlung unweigerlich nicht registriert, weshalb die Zählrate auch nicht direkt der Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit entspricht. Die relative Anzahl $n_{\rm rel}$ sollte dadurch aufgrund der zufallsverteilten Signale jedoch keine Verfälschung erfahren.

Literatur

- [1] Anleitung zu Versuch 701, Reichweite von Alpha-Strahlung. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] Charles R. Harris u. a. "Array programming with NumPy". In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2.
- [3] John D. Hunter. "Matplotlib: A 2D Graphics Environment". Version 1.4.3. In: Computing in Science & Engineering 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007. 55. URL: http://matplotlib.org/. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [4] Eric O. Lebigot. Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties. Version 2.4.6.1. URL: http://pythonhosted.org/uncertainties/.
- [5] Python. Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: https://www.python.org.
- [6] Pauli Virtanen u. a. "SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python". Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang

Druck moar	Channel	2 ahirate	Maxzahl
0	803	8 = 1,9 1	7/
100	776	16170	74
720	656	15246	82
\$0 \$00 \$00 \$50 \$50 \$00 \$50 \$00	656 585 524 472	15085	99 1X1 195
300	472	14200 13384 12137	97
320	408	12/37	35
450	310	43599	1/2
500	0	O	0
	OCH BERTHE		16
			3
			5

Druck moar	Max Zanirate	Enannel	1 Zahirate
-0-	43.8	4.52	3-4-846 35970 35467 34994 34253 34239 34239 33165
0 50 100 150 200 250 300 350 400 450	137 137 156 156 150 150 168 174 188 185 185 139 139 204 122	#32 832 735 735 735 600 640 584 559 063 7384 340 342	35970
50	156	783	35467
100	156	7.19	34353
100	168	65-	311234
200	Au	(110	34219
300	188	TRU	33145
350	185	279	34484
400	181	505	20254
450	135	463	28310
500	184	284	25276
550	204	340	1 X TUT
600	122	3/12	18047
600 300 300 600	FN	308	753
OOF	2 1	Lille	
400	0 1	126 8	1177
800	3)	126 8 633	111111111111111111111111111111111111111
Xo= ucm		30	111172

	ucm	Druck = 3	300mb	
1	2423 2608 2642 2448 2408 2540 2540 2540 2445 2665	39 2523	77	2521
1	2608	40 21 52	78	2611
3	2642	41 2529	78 79 80 81	2420
5	2703	42 2532	80	2682
6	2030	43 2642	81	2682 2527 2682
1	2571	44 2355	82	2682
8	2475 2665 2339 2605 2605 2605 2605 2506 2506 2506 2405 2405 2405 2405 2405 2406 2407 2616	47 2529 42 2532 43 2642 44 2355 45 2534	82 83 84	2429 2685
0 10	2665	46 2400	85	2685
10	2339	47 2672 48 2669	85	2590 2411
M	2605	49 2503	86 87	2421
12 RB 14 ND	2 453	50 2543	00	2421 2636
13	2574	51 2497	89 99 90 91 92	2660
M	255 6	97 2642	90	24.92
10	25 62	53 2468	91	2492 2576 2477
16	2493	54 2487	02	1472
18	2455	55 2509	93	2514
18	2387	56 2498	94	24.60
19	2504	57 2478 58 2489	95	2460 2742 2473 2430
20	2445	58 7489	96	2472
21 22	24 67	59 2375	97	24.20
22	2340	60 2576	98	2518
23	7375	60 2576 61 2395	99	2549
24	7678	62 2550	100	2655
23 25 25 14	2527	62 2461	700	2033
26	7646	63 2451 64 2542 65 2492		1
77	3609	15 21.02		1
22	2151	52 2642 53 2468 54 2487 55 2509 56 2498 57 2478 58 2489 59 2375 60 2576 61 2395 62 2550 63 2451 64 2542 65 2492 66 2475 67 2539 68 2628 69 2523 70 2582	N	1.
23	5836	66 2475 67 2539 68 2628 69 2523 70 2582		IN
30	2622	67 2537		
2 1	27.40	68 2628		
31 32	2600	69 2523		
54	2007	70 2582		
33	1662	71 2618		
34	2405	72 2624		
SAN S	2097	71 2618 72 2624 73 2444		
34	27/9	71 2618 72 2624 73 2444 74 2628 75 2651		
27	2/ 50	75 2651		
36 37 38	2405 2797 2769 2420 2540	75 2057		The Property of the Party
38	2740	76 2503		