

V601

Der Franck-Hertz-Versuch

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 16. Mai 2023

Abgabe: 22. Mai 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	2
2 Theorie	2
3 Durchführung	6
4 Auswertung	7
4.1 Dampfdruck und mittlere freie Weglänge	7
4.2 Statistik zur graphischen Auswertung	7
4.3 Energiespektrum und Kontaktpotential	10
4.4 Anregungsenergie und Emission	14
5 Diskussion	19
Literatur	20
Anhang	21

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Energiedifferenz $E_1 - E_0$ zwischen dem ersten angeregten und dem Grundzustand eines Quecksilber-Atoms zu bestimmen. Bei diesem Experiment wird zudem das Bohrsche Atom-Modell in gewissem Umfang bestätigt.

2 Theorie

Der Franck-Hertz Versuch zählt zu den Elektronenstoßexperimenten, welche zur Untersuchung von Elektronenhüllen dienen. Es werden Quecksilber-Atome mit Elektronen beschossen, sodass elastische und inelastische Wechselwirkungen entstehen. Wenn es zu einem inelastischen Stoß kommt, wird das Quecksilber-Atom aus seinem Grundzustand E_0 in den ersten Zustand E_1 gehoben. Für die Differenzen lässt sich das Verhältnis

$$\frac{m_0 \cdot v_{\text{vor}}^2}{2} - \frac{m_0 \cdot v_{\text{nach}}^2}{2} = E_1 - E_0 \quad (1)$$

aufstellen. Dabei ist m_0 die Ruhemasse des Elektrons und v_{vor} und v_{nach} entsprechen den Geschwindigkeiten des Elektrons vor und nach dem Zusammenstoß.

Es wird die Gegenfeldmethode verwendet, um die Energien der Quecksilber-Atome zu bestimmen. Der dazu verwendete Aufbau ist in Abbildung 1 zu sehen.

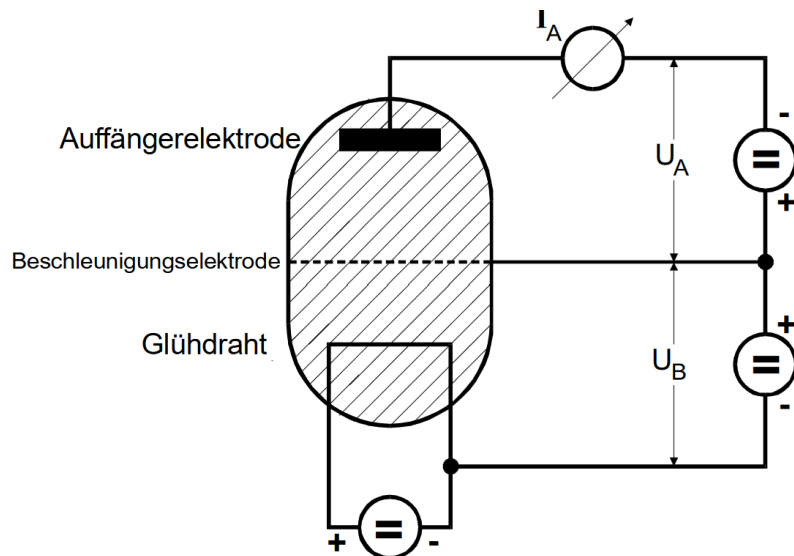


Abbildung 1: Der prinzipielle Aufbau des Franck-Hertz Versuches. [1]

Die Apparatur des Franck-Hertz Versuches besteht aus einem evakuierten Gefäß, welches winzige Tropfen Quecksilber beinhaltet. Das Quecksilber verdampft gemäß der

Dampfdruckkurve bis sich ein Gleichgewichtsdampfdruck $p_{\text{sät}}$ einstellt. Dieser ist von der Umgebungstemperatur T abhängig, welche eingestellt werden kann, um die Dampfdichte zu regulieren. In den Glaskolben wird ein Draht aus Wolfram eingeführt. An diesen wird eine Heizspannung angelegt, sodass aufgrund des glühelektrischen Effekts Elektronen austreten. Gegenüber des Glühdrahtes befindet sich eine netzförmige Beschleunigungselektrode, an der eine Beschleunigungsspannung U_B angelegt ist, welche die Elektronen beschleunigt. Nach Durchlaufen der Beschleunigungsstrecke besitzen die Elektronen, welche vorher eine Geschwindigkeit von $v = 0$ hatten, eine kinetische Energie mit

$$\frac{m_0 \cdot v_{\text{vor}}^2}{2} = e_0 \cdot U_B .$$

e_0 entspricht dabei der Ladung eines Elektrons. Hinter der Beschleunigungselektrode befindet sich eine Auffängerelektrode. In dem Zwischenraum beider Elektroden wird ein Gegenfeld mit der Spannung U_A angelegt. Somit wird die Auffängerelektrode ausschließlich von den Elektronen erreicht, welche die Bedingung

$$\frac{m_0}{2} v_Z^2 \geq e_0 U_A$$

erfüllen.

Es befinden sich Hg-Atome im Beschleunigungsraum, daher wechselwirken diese mit den Elektronen. Dabei gibt es zwei Fälle von Wechselwirkung die auftreten können: Im ersten Fall ist die Elektronenenergie E nicht hoch, so kommt es nur zu elastischen Stößen. Aufgrund des Massenverhältnisses m_0/M ergibt sich ein vernachlässigbarer Energieverlust

$$\Delta E = \frac{4 m_0 M}{(m_0 + M)^2} \cdot E \approx 1,1 \cdot 10^{-5} E .$$

Wichtig zu beachten ist dabei, dass die Elektronen beträchtliche Richtungsänderungen erfahren. Im zweiten Fall ist die Energie die Elektronen gleich oder größer der Energiedifferenz $E_1 - E_0$. Dann kommt es zu inelastischen Stößen. Auf die Quecksilber-Atome wird der Betrag der Energiedifferenz übertragen, wodurch diese angeregt werden. Daraufhin wird das Quecksilber-Atom unter Emission einer elektromagnetischen Welle wieder in den Grundzustand zurückgeführt. Der Lichtquant besitzt dabei eine Energie von

$$h\nu = E_1 - E_0 , \quad (2)$$

wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz der emittierten Strahlung ist.

Um die Anregungsenergie der Hg-Atome zu bestimmen, wird der Auffängerstrom I_A in Abhängigkeit zur Beschleunigungsspannung U_B betrachtet. Der idealisierte Verlauf ist in Abbildung 2 dargestellt.

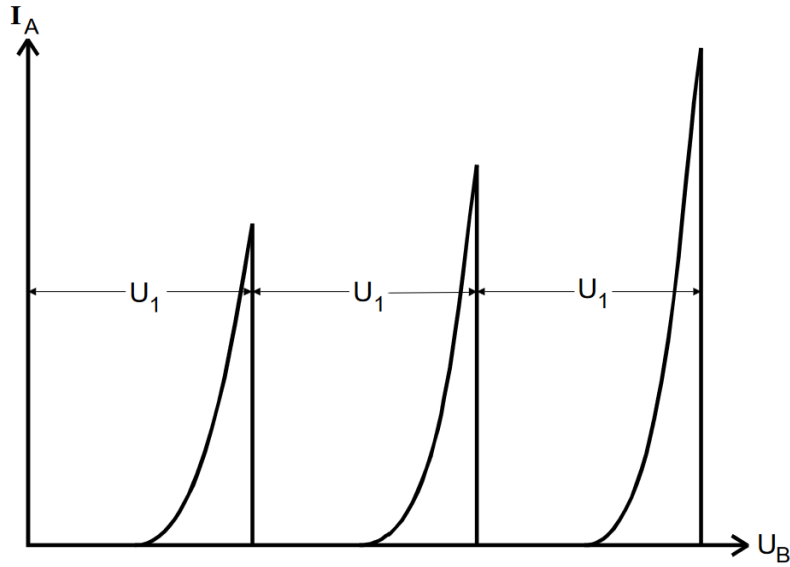


Abbildung 2: Der idealisierte Verlauf des Auffängerstroms I_A in Abhängigkeit zur Beschleunigungsspannung U_B . [1]

Es kann beobachtet werden, dass eine periodische Zu- und Abnahme des Auffängerstroms bei wachsender Beschleunigungsspannung passiert. Wenn durch das Erhöhen von U_B die Elektronenenergie $E_1 - E_0$ erreicht oder überragt, treten unelastische Stöße auf. Dabei geben die Elektronen immer die Energiedifferenz $E_1 - E_0$ ab. Der Abstand U_1 zweier aufeinander folgender Maxima muss dem 1. Anregungspotential entsprechen

$$U_1 := \frac{(E_1 - E_0)}{e_0} . \quad (3)$$

Es gibt drei wichtige Nebeneffekte, die bei der realen Franck-Hertz Kurve beachtet werden müssen. Diese sieht nicht aus wie in Abbildung 2 gezeigt.

Das reale Beschleunigungspotential zwischen dem Glühdraht und der Beschleunigungselektrode ist von der außen angelegten Spannung U_B verschieden, wenn beide Elektroden aus Materialien bestehen, die eine unterschiedliche Austrittsarbeit für Elektronen besitzen. Es wird für den Glühdraht ein Material ausgewählt, dessen Austrittsarbeit ϕ_G viel kleiner als die Austrittsarbeit ϕ_B der Beschleunigungselektrode ist. Das Potentialverhältnis ist in Abbildung 3 dargestellt.

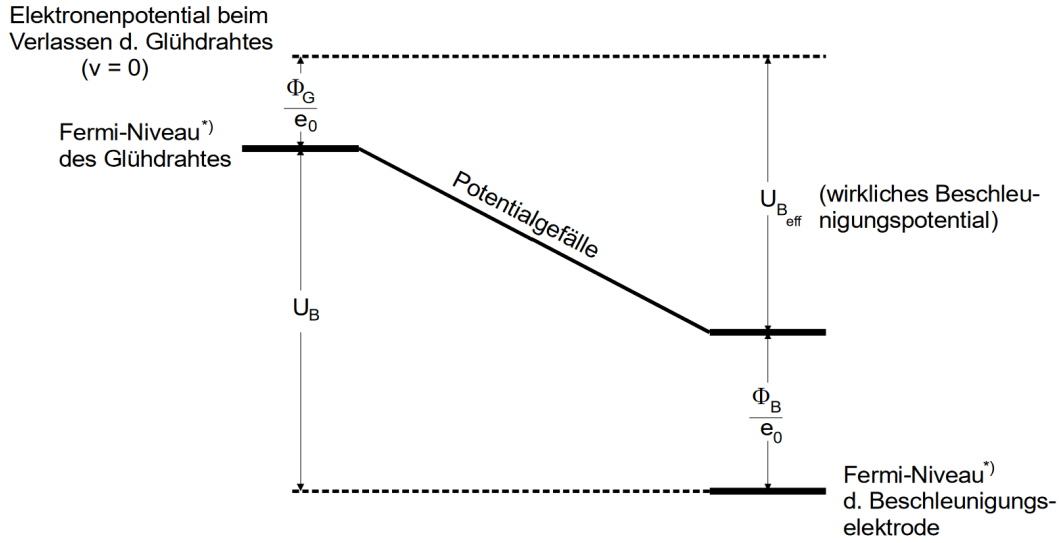


Abbildung 3: Potentialverhältnis zwischen Glühkathode und Beschleunigungselektrode. [1]

Für das eigentliche Beschleunigungspotential $U_{B,\text{eff}}$ gilt

$$U_{B,\text{eff}} = U_B - \frac{1}{e_0} (\phi_B - \phi_G) . \quad (4)$$

Der Ausdruck

$$K = \frac{(\phi_B - \phi_G)}{e_0} \quad (5)$$

entspricht dem Kontaktpotential. Die gemessene Franck-Hertz Kurve ist dabei um den Wert K verschoben.

Zunächst wurde die Annahme getroffen, dass die Elektronen nach Durchlauf des Beschleunigungsraumes alle eine einheitliche Energie besitzen. Diese Annahme ist jedoch unzutreffend. Die Leitungselektronen besitzen in Inneren eines Metalles bereits ein Energie-Spektrum, welches als Fermi-Dirac-Verteilung bezeichnet wird. Die unelastischen Stöße setzten bei einem sich erstreckten endlichen Einsatzbereich ein. Das führt dazu, dass sich die Franck-Hertz Kurven in ihrem Anstieg bei Annäherung an ein Maximum verringern und nicht mehr unstetig auf den Wert 0 abfallen. Die Richtungsänderungen, die aufgrund von elastischen Stößen auftreten, führen zu keinen merklichen Energieabnahmen der Elektronen. Erst wenn diese Stöße zwischen Beschleunigungselektrode und Auffängerelektrode vorkommen, entsteht eine Verteilung der z -Komponente der Geschwindigkeiten. Da das gegebene Gegenfeld eine v_z -Abhängigkeit vorweist, führen die elastischen Stöße zu einer Abflachung und Verbreiterung der Franck-Hertz-Kurve.

Ebenfalls Einfluss auf den Verlauf der Franck-Hertz Kurve hat der Dampfdruck. Damit Zusammenstöße von Elektronen und Hg-Atomen auftreten können, muss die mittlere freie

Weglänge \bar{w} der Atome klein gegen den Abstand a zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode sein. Die mittlere freie Weglänge \bar{w} kann über den Sättigungsdampfdruck $p_{\text{sät}}$, der innerhalb der Röhre herrscht, eingestellt werden. Aus der kinetischen Gastheorie geht hervor

$$\bar{w} [\text{cm}] = \frac{0.0029}{p_{\text{sät}}} \left[\frac{1}{\text{mbar}} \right]. \quad (6)$$

Wenn der Dampfdruckbereich klein ist, kommt es auch bei großer Bremsspannung U_B nur selten zu Anrungen, wobei bei einem sehr hohen Dampfdruckbereich der Energieverlust der elastischen Stöße wichtig ist, da es oft zu Zusammenstößen kommt. Die Dampfdruckkurve berechnet sich gemäß

$$p_{\text{sät}}(T) = 5,5 \cdot 10^7 \exp\left(\frac{-6876}{T}\right). \quad (7)$$

3 Durchführung

Die verwendete Schaltung zur Aufnahme der Franck-Hertz Kurve ist in Abbildung 4 gezeigt.

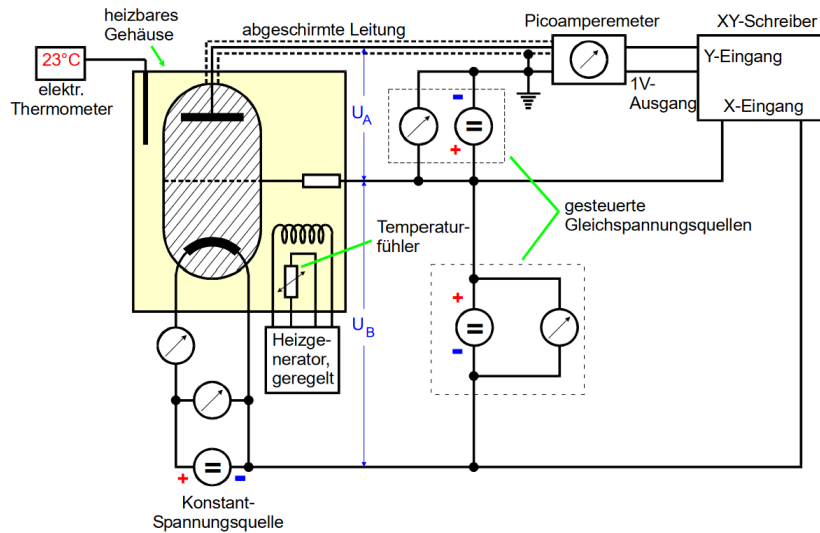


Abbildung 4: Die Schaltung zur Aufnahme der Franck-Hertz Kurve. [1]

Die Umgebungstemperatur T wird mithilfe eines Heizgenerators gesteuert und schließlich an einem Thermometer abgelesen. Mit einem XY-Schreiber wird der Auffängerstrom in Abhängigkeit der zu betrachtenden Spannung aufgenommen. Zu Beginn der Messung wird der Auffängerstrom I_A als Kurve in Abhängigkeit der Gegenspannung U_A bei einer Raumtemperatur $T = 24,3^\circ\text{C}$ aufgenommen. Die Beschleunigungsspannung ist dabei konstant bei $U_B = 11\text{ V}$ eingestellt. U_A wird von 1 V bis 10 V hochgeregelt. Der Vorgang wird für eine Temperatur $T = 145^\circ\text{C}$ wiederholt. Daraufhin werden Kurven

aufgenommen, bei denen eine Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung U_B vorliegt. Diese wird von 0 V bis 55 V variiert. U_A ist dabei zunächst auf 1 V und anschließend auf 2 V eingestellt. Es werden je Messungen für eine Temperatur von $T = 160^\circ\text{C}$ und $T = 180^\circ\text{C}$ durchgeführt.

4 Auswertung

Unter Verwendung der bis zu dieser Stelle beschriebenen Zusammenhänge und Methoden werden die gewonnenen Messdaten nun untersucht.

4.1 Dampfdruck und mittlere freie Weglänge

Mithilfe der Gleichungen (6) und (7) lassen sich die in Tabelle 1 nachgehaltenen Ergebnisse für die gegebenen Temperaturen bestimmen.

Tabelle 1: Zu Temperatur T herrschender Dampfdruck p mit entsprechender mittleren freien Weglänge \bar{w} und Verhältnis a/\bar{w} bei $a = 1\text{ cm}$.

Messung	T / K	p / bar	\bar{w} / m	a/\bar{w}
1	$297,45 \pm 0,00$	$(5,02 \pm 0,00) \cdot 10^{-6}$	$(5,77 \pm 0,00) \cdot 10^{-3}$	$(1,73 \pm 0,00) \cdot 10^0$
2	$418,15 \pm 5,00$	$(3,97 \pm 0,78) \cdot 10^{-3}$	$(7,30 \pm 1,44) \cdot 10^{-6}$	$(1,37 \pm 0,27) \cdot 10^3$
3 4	$433,15 \pm 5,00$	$(7,02 \pm 1,29) \cdot 10^{-3}$	$(4,13 \pm 0,76) \cdot 10^{-6}$	$(2,42 \pm 0,44) \cdot 10^3$
5 6	$453,15 \pm 5,00$	$(1,41 \pm 0,24) \cdot 10^{-2}$	$(2,05 \pm 0,34) \cdot 10^{-6}$	$(4,88 \pm 0,82) \cdot 10^3$

Es wird deutlich, dass nur Messung 1 die geforderte Bedingung an $a/\bar{w} \sim [1000, 4000]$ deutlich verfehlt. Bei Zimmertemperatur ist die Stoßwahrscheinlichkeit demnach nicht ausreichend, um den Franck-Hertz-Effekt zu beobachten. Alle übrigen Messungen sind dagegen gut dafür geeignet.

4.2 Statistik zur graphischen Auswertung

Für eine Messreihe x_k mit N Einzelmessungen beschreibt der Ausdruck

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$$

das arithmetische Mittel. Die zugehörige Standardabweichung folgt mit

$$\delta x = \sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$$

aus der Quadratwurzel der Varianz.

Um den Fehler aus zwei unabhängigen Quellen zusammenzufassen, kann die idealisierte Annahme

$$\delta_{ab}x = \sqrt{\delta_a x^2 + \delta_b x^2}$$

herangezogen werden. Auf diese Weise wird im weiteren Verfahren die statistische Streuung der Intervallbreite mit dem Ablesefehler vereint, um die Unsicherheit der in Tabelle 2 aufgeführten mittleren Breiten \bar{n} der Skalenbereiche anzugeben. Für die abschließende Bestimmung der Anregungsenergie wird aus fehlerbehafteten Größen das gewichtete Mittel nach

$$\bar{x}_\delta = \frac{\sum_k x_k / \delta x_k}{\sum_k 1 / \delta x_k}$$

gebildet. Als Gewichtung dient dabei die reziproke Standardabweichung. Die zugehörige Streuung ist dann durch

$$\delta x_\delta = \sqrt{\frac{1}{\sum_k 1 / \delta x_k}}$$

bemessen. Zur Vorbereitung der eigentlichen Auswertung ist in Tabelle 2 zunächst die Skala der nachfolgenden Abbildungen ausgewertet. Abbildungen 5 und 5* entsprechen der vorherigen Bezeichnung mit Messung 1, Messung 2 wird in Abbildung 6 und 6* dargestellt. Die Messungen 3 und 4 werden je in den Abbildungen 7a und 7b sowie 8a und 8b angezeigt. Analog werden Abbildung 9 und 10 mit Messung 5 und 6 bezeichnet. In den Darstellungen ohne * ist je die Kurve des XY-Schreibers hinterlegt. Um das nachfolgende Vorgehen zu beschreiben, werden die Achsen werden in der Horizontalen X und in der Vertikalen Y genannt. Die Dimension der Y-Richtung ist nicht relevant, da es hier nur auf eine korrekte Nullkalibrierung und den relativen Kurvenverlauf proportional zum Auffängerstrom I_A ankommt. Aus diesem Grund betrachtet Tabelle 2 ausschließlich die X-Skalierung, für welche mittels Schreiberkopf in regelmäßigen Stufen der Speisespannung ein Punkt markiert wird. Durch Abzählen der Skaleneinheiten zwischen benachbarten Markern lässt sich die auftretenden Variationen der Schrittweite kompensieren. Wie oben beschrieben, wird aus dem Ablesefehler, welcher auf eine Einheit geschätzt wird, und der statistischen Standardabweichung die zusammengesetzte Ungenauigkeit der jeweiligen Skalen gebildet, welche für die Entnahme der tatsächlichen Messpunkte je als horizontale Toleranz Verwendung findet. Außerdem sind in Tabelle 2 noch die intervallspezifischen Spannungseinheiten pro Skaleneinheit angegeben. Diese werden weiterhin zur Berechnung der Speisespannung aus der abgelesenen Koordinate nach dem unten beschriebenen Algorithmus verwendet.

Die Skalierungspunkte entsprechen einer festen Schrittweite ΔU , die so eingegrenzten Bereiche werden aufsteigend mit $N = 0, 1, 2, \dots$ bezeichnet. Sie besitzen jeweils die Spannungseinheit r_N pro Kästchen. Nun wird die horizontale Kästchenzahl x vom Messpunkt zum nächstniedrigeren Grenzmarker gezählt. Es ergibt sich dann

$$U = N \cdot \Delta U + x \cdot r$$

als tatsächlicher Spannungswert.

Die entsprechenden y Werte werden als Anzahl der vertikalen Kästchen zur Nulllinie aufgenommen, auf der die Skalenpunkte liegen, und zur Veranschaulichung so normiert, dass sie in etwa dem Kurvenverlauf folgen.

Tabelle 2: Anzahl n der Skaleneinheiten im jeweiligen Abschnitt N zwischen benachbarten Skalierungspunkten. Zur Bewertung ist die Spannung r pro Einheit angezeigt.

N	Abbildung 5		Abbildung 6		Abbildung 7a		Abbildung 7b	
	n	r / mV	n	r / mV	n	r / mV	n	r / mV
0	22 ± 1	45 ± 2	22 ± 1	45 ± 2	22 ± 1	227 ± 10	31 ± 1	161 ± 5
1	23 ± 1	43 ± 2	23 ± 1	43 ± 2	22 ± 1	227 ± 10	31 ± 1	161 ± 5
2	24 ± 1	42 ± 2	23 ± 1	43 ± 2	21 ± 1	238 ± 11	28 ± 1	179 ± 6
3	23 ± 1	43 ± 2	22 ± 1	45 ± 2	21 ± 1	238 ± 11	30 ± 1	167 ± 6
4	24 ± 1	42 ± 2	24 ± 1	42 ± 2	20 ± 1	250 ± 12	31 ± 1	161 ± 5
5	22 ± 1	45 ± 2	23 ± 1	43 ± 2	21 ± 1	238 ± 11	29 ± 1	172 ± 6
6	26 ± 1	38 ± 1	24 ± 1	42 ± 2	19 ± 1	263 ± 14	28 ± 1	179 ± 6
7	24 ± 1	42 ± 2	23 ± 1	43 ± 2	23 ± 1	217 ± 9	29 ± 1	172 ± 6
8	21 ± 1	48 ± 2	23 ± 1	43 ± 2	21 ± 1	238 ± 11		
9	24 ± 1	42 ± 2	20 ± 1	50 ± 2	21 ± 1	238 ± 11		
10					27 ± 1	185 ± 7		
\bar{n}	$23,3 \pm 1,4$		$22,7 \pm 1,1$		$21,6 \pm 2,0$		$29,6 \pm 1,3$	

N	Abbildung 8a		Abbildung 8b		Abbildung 9		Abbildung 10	
	n	r / mV	n	r / mV	n	r / mV	n	r / mV
0	22 ± 1	227 ± 10	27 ± 1	185 ± 7	24 ± 1	208 ± 9	20 ± 1	250 ± 12
1	24 ± 1	208 ± 9	32 ± 1	156 ± 5	19 ± 1	263 ± 14	23 ± 1	217 ± 9
2	17 ± 1	294 ± 17	27 ± 1	185 ± 7	20 ± 1	250 ± 12	19 ± 1	263 ± 14
3	21 ± 1	238 ± 11	31 ± 1	161 ± 5	21 ± 1	238 ± 11	20 ± 1	250 ± 12
4	22 ± 1	227 ± 10	28 ± 1	179 ± 6	20 ± 1	250 ± 12	22 ± 1	227 ± 10
5	21 ± 1	238 ± 11	30 ± 1	167 ± 6	18 ± 1	278 ± 15	20 ± 1	250 ± 12
6	22 ± 1	227 ± 10	29 ± 1	172 ± 6	22 ± 1	227 ± 10	21 ± 1	238 ± 11
7	19 ± 1	263 ± 14	32 ± 1	156 ± 5	21 ± 1	238 ± 11	20 ± 1	250 ± 12
8	21 ± 1	238 ± 11			21 ± 1	238 ± 11	20 ± 1	250 ± 12
9	21 ± 1	238 ± 11			20 ± 1	250 ± 12	22 ± 1	227 ± 10
10	21 ± 1	238 ± 11			26 ± 1	192 ± 7	21 ± 1	238 ± 11
\bar{n}	$21,0 \pm 1,7$		$29,5 \pm 2,0$		$21,1 \pm 2,2$		$20,7 \pm 1,2$	

Da die Auswertung in erster Linie aus graphischem Ablesen von Messwerten besteht, sei an dieser Stelle die Python-Bibliothek Matplotlib [4] erwähnt, welche zur Darstellung der Daten zum Einsatz kommt. Die bei der Verarbeitung notwendige Fehlerfortpflanzung wird aufbauend auf NumPy [3] durch Uncertainties [5] automatisiert.

4.3 Energiespektrum und Kontaktpotential

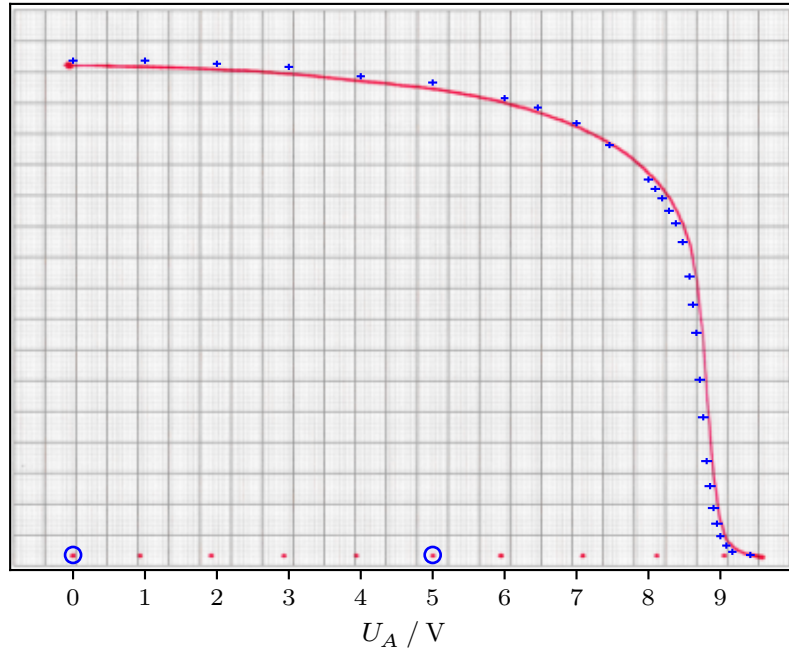


Abbildung 5: Integrale Energieverteilung der mit $U_B = 11$ V beschleunigten Elektronen bei $T = 297,45$ K.

Anhand Abbildung 5 lässt sich exemplarisch das Vorgehen für alle Aufzeichnungen des XY-Schreibers erklären. Das Bild wird im Koordinatensystem wie markiert an der Null und einem weiteren Punkt fixiert. An der Zentrierung des Skalenpunktes lässt sich die Güte der Ausrichtung beurteilen. Weiter werden die entnommenen Messdaten zur visuellen Verifikation über den Graphen gelegt.

Um aus dem integralen das differentielle Energiespektrum zu bestimmen, werden die Beträge der Sekantensteigungen zwischen den Messwerten

$$n'_k = -\frac{n_{k+1} - n_k}{U_{k+1} - U_k}$$

ermittelt und in Abbildung 5* auf halber Strecke zwischen den ursprünglichen Punkten festgehalten. Da die Kurve um den Wendepunkt sehr steil verläuft, ergeben sich für die Steigung extrem große Unsicherheiten, welche in der Grafik zur besseren Lesbarkeit um einen Faktor 40 reduziert sind. Die tatsächlichen Fehler sind mit den originalen Ablesewerten in willkürlichen Einheiten $n \sim I_A$ aus Tabelle 3 zu entnehmen.

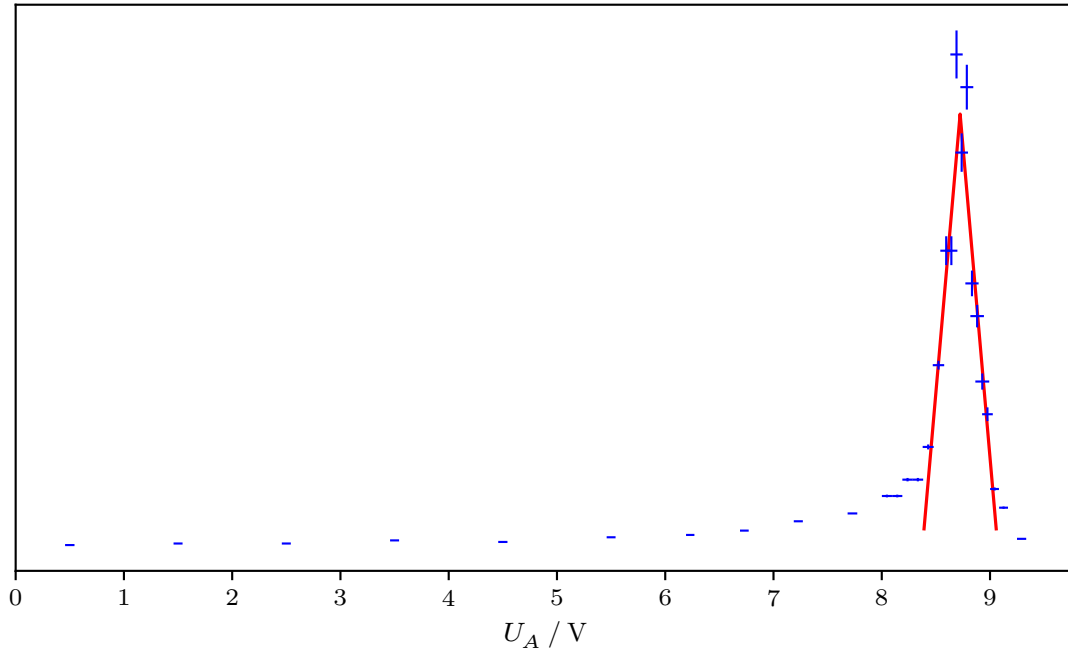


Abbildung 5*: Differentielle Energieverteilung der mit $U_B = 11$ V beschleunigten Elektronen bei $T = 297,45$ K.

Damit die Lage des Wendepunktes der integralen oder äquivalent des Maximums der differentiellen Energieverteilung exakt bestimmt werden kann, wird ein Modell der Form

$$I_A \sim |U_A - a| \cdot b + c$$

angesetzt. Dieses beschreibt die Annahme, dass die Kurve aus Abbildung 5* um ihren Peak annähernd symmetrisch verläuft. Die Parameter b und c liefern die nötigen Freiheitsgrade, sind sonst aber nicht relevant, sodass deren Ergebnisse ausgelassen werden. Für die Verschiebung ergibt sich dann über eine mit SciPy [6] durchgeführte und nach Ungenauigkeit gewichtete Regression

$$a = (8,724 \pm 0,007) \text{ V}$$

als Wert, dessen verhältnismäßig geringe Abweichung aus der Quadratwurzel der Diagonale der Kovarianzmatrix folgt. Demnach besitzt ein Großteil der bei $U_B = 11$ V emittierten Elektronen eine Energie im Bereich $E = (8,724 \pm 0,007) \text{ eV}$, die resultierende Differenz zur Beschleunigungsspannung bemisst nach (5) das Kontaktpotential der Apparatur mit $K = (2,276 \pm 0,007) \text{ V}$.

Tabelle 3: Abgelesene Punkte aus Abbildung 5 mit den abgeleiteten Werten, die in Abbildung 5* aufgetragen sind. Entsprechen einer Messung bei $U_B = 11$ V und $T = 297,45$ K.

Integrales Spektrum				Differentialles Spektrum			
U_A / V	n	U_A / V	n	U_A / V	n'	U_A / V	n'
$0,00 \pm 0,06$	158 ± 1	$8,48 \pm 0,07$	100 ± 1	$0,50 \pm 0,04$	$0,0 \pm 1,4$	$8,52 \pm 0,05$	$115,5 \pm 114,0$
$1,00 \pm 0,06$	158 ± 1	$8,57 \pm 0,07$	89 ± 1	$1,50 \pm 0,04$	$1,0 \pm 1,4$	$8,60 \pm 0,05$	$189,0 \pm 370,7$
$2,00 \pm 0,06$	157 ± 1	$8,62 \pm 0,07$	80 ± 1	$2,50 \pm 0,04$	$1,0 \pm 1,4$	$8,64 \pm 0,06$	$189,0 \pm 370,7$
$3,00 \pm 0,06$	156 ± 1	$8,67 \pm 0,07$	71 ± 1	$3,50 \pm 0,04$	$3,0 \pm 1,4$	$8,69 \pm 0,06$	$315,0 \pm 616,6$
$4,00 \pm 0,06$	153 ± 1	$8,71 \pm 0,07$	56 ± 1	$4,50 \pm 0,04$	$2,0 \pm 1,4$	$8,74 \pm 0,06$	$252,0 \pm 493,6$
$5,00 \pm 0,06$	151 ± 1	$8,76 \pm 0,08$	44 ± 1	$5,50 \pm 0,04$	$5,0 \pm 1,5$	$8,79 \pm 0,06$	$294,0 \pm 575,6$
$6,00 \pm 0,05$	146 ± 1	$8,81 \pm 0,08$	30 ± 1	$6,23 \pm 0,04$	$6,5 \pm 3,3$	$8,83 \pm 0,06$	$168,0 \pm 329,8$
$6,46 \pm 0,06$	143 ± 1	$8,86 \pm 0,08$	22 ± 1	$6,73 \pm 0,04$	$9,3 \pm 3,0$	$8,88 \pm 0,06$	$147,0 \pm 288,9$
$7,00 \pm 0,06$	138 ± 1	$8,90 \pm 0,08$	15 ± 1	$7,23 \pm 0,04$	$15,3 \pm 4,2$	$8,93 \pm 0,06$	$105,0 \pm 207,4$
$7,46 \pm 0,06$	131 ± 1	$8,95 \pm 0,08$	10 ± 1	$7,73 \pm 0,04$	$20,3 \pm 4,3$	$8,98 \pm 0,05$	$84,0 \pm 176,3$
$8,00 \pm 0,07$	120 ± 1	$9,00 \pm 0,06$	6 ± 1	$8,05 \pm 0,05$	$31,5 \pm 34,2$	$9,04 \pm 0,04$	$36,0 \pm 39,1$
$8,10 \pm 0,07$	117 ± 1	$9,08 \pm 0,06$	3 ± 1	$8,14 \pm 0,05$	$31,5 \pm 34,2$	$9,12 \pm 0,04$	$24,0 \pm 29,0$
$8,19 \pm 0,07$	114 ± 1	$9,17 \pm 0,06$	1 ± 1	$8,24 \pm 0,05$	$42,0 \pm 43,7$	$9,29 \pm 0,04$	$4,0 \pm 5,8$
$8,29 \pm 0,07$	110 ± 1	$9,42 \pm 0,06$	0 ± 1	$8,33 \pm 0,05$	$42,0 \pm 43,7$		
$8,38 \pm 0,07$	106 ± 1			$8,43 \pm 0,05$	$63,0 \pm 63,4$		

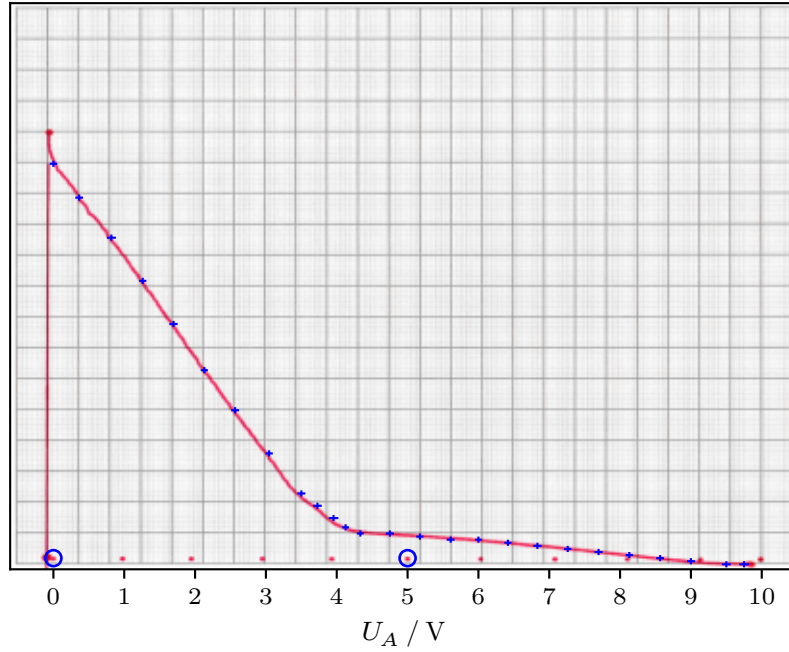


Abbildung 6: Integrale Energieverteilung der mit $U_B = 11$ V beschleunigten Elektronen bei $T = (418,15 \pm 5,00)$ K.

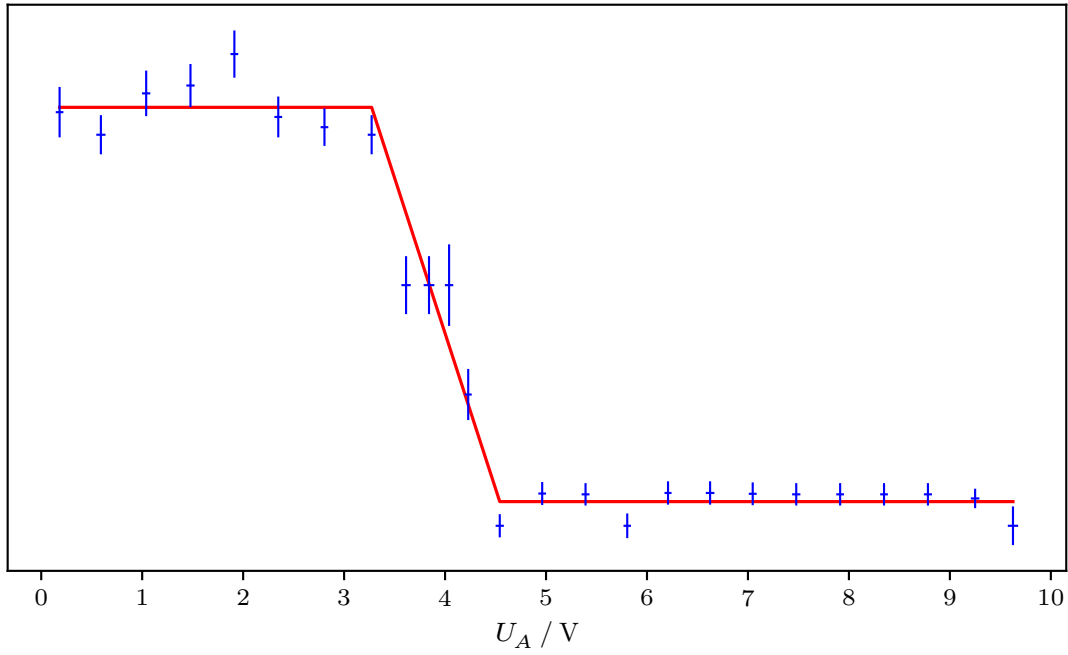


Abbildung 6*: Differentielle Energieverteilung der mit $U_B = 11$ V beschleunigten Elektronen bei $T = (418,15 \pm 5,00)$ K.

Tabelle 4: Abgelesene Punkte aus Abbildung 6 mit den abgeleiteten Werten, die in Abbildung 6* aufgetragen sind. Entsprechen einer Messung bei $U_B = 11$ V und $T = (418,15 \pm 5,00)$ K.

Integrales Spektrum				Differentielles Spektrum			
U_A / V	n	U_A / V	n	U_A / V	n'	U_A / V	n'
$0,00 \pm 0,05$	128 ± 1	$4,75 \pm 0,06$	8 ± 1	$0,18 \pm 0,04$	$30,2 \pm 7,4$	$4,96 \pm 0,04$	$2,4 \pm 3,4$
$0,36 \pm 0,05$	117 ± 1	$5,17 \pm 0,05$	7 ± 1	$0,59 \pm 0,05$	$28,6 \pm 5,7$	$5,39 \pm 0,04$	$2,3 \pm 3,3$
$0,82 \pm 0,06$	104 ± 1	$5,61 \pm 0,06$	6 ± 1	$1,04 \pm 0,04$	$31,6 \pm 6,7$	$5,80 \pm 0,04$	$0,0 \pm 3,6$
$1,26 \pm 0,05$	90 ± 1	$6,00 \pm 0,05$	6 ± 1	$1,48 \pm 0,04$	$32,2 \pm 6,3$	$6,21 \pm 0,03$	$2,4 \pm 3,4$
$1,70 \pm 0,06$	76 ± 1	$6,42 \pm 0,05$	5 ± 1	$1,91 \pm 0,04$	$34,5 \pm 6,9$	$6,62 \pm 0,04$	$2,4 \pm 3,4$
$2,13 \pm 0,05$	61 ± 1	$6,83 \pm 0,06$	4 ± 1	$2,35 \pm 0,04$	$29,9 \pm 6,0$	$7,05 \pm 0,04$	$2,3 \pm 3,3$
$2,57 \pm 0,06$	48 ± 1	$7,26 \pm 0,05$	3 ± 1	$2,81 \pm 0,04$	$29,2 \pm 5,5$	$7,48 \pm 0,04$	$2,3 \pm 3,3$
$3,05 \pm 0,05$	34 ± 1	$7,70 \pm 0,06$	2 ± 1	$3,27 \pm 0,04$	$28,6 \pm 5,7$	$7,91 \pm 0,04$	$2,3 \pm 3,3$
$3,50 \pm 0,06$	21 ± 1	$8,13 \pm 0,05$	1 ± 1	$3,61 \pm 0,05$	$17,6 \pm 8,5$	$8,35 \pm 0,04$	$2,3 \pm 3,3$
$3,73 \pm 0,06$	17 ± 1	$8,57 \pm 0,06$	0 ± 1	$3,84 \pm 0,05$	$17,6 \pm 8,5$	$8,78 \pm 0,04$	$2,3 \pm 3,3$
$3,95 \pm 0,07$	13 ± 1	$9,00 \pm 0,06$	-1 ± 1	$4,04 \pm 0,04$	$17,6 \pm 11,9$	$9,25 \pm 0,04$	$2,0 \pm 2,8$
$4,12 \pm 0,05$	10 ± 1	$9,50 \pm 0,06$	-2 ± 1	$4,23 \pm 0,04$	$9,6 \pm 7,5$	$9,62 \pm 0,05$	$0,0 \pm 5,7$
$4,33 \pm 0,05$	8 ± 1	$9,75 \pm 0,07$	-2 ± 1	$4,54 \pm 0,04$	$0,0 \pm 3,4$		

Auf analoge Weise wird für Messung 2 die differentielle Energieverteilung in Abbildung 6* bestimmt. Die zugehörigen Daten können aus Tabelle 4 entnommen werden, wobei die vertikalen Fehlerbalken in der Grafik der Klarheit wegen um einen Faktor 4 reduziert sind. Der grundlegende Verlauf der differentiellen Darstellung ist stark vereinfacht hinter die Datenpunkte gelegt und setzt sich aus zwei Plateaus sowie deren Verbindungsgerade zusammen. Damit können einige charakteristische Phänomene der angewendeten Messmethode beschrieben werden. Einerseits ist der Sättigungsdampfdruck bei der auf 145 °C erhöhten Temperatur schon so groß, dass die mittlere freie Weglänge \bar{w} laut Tabelle 1 bereits um den Faktor $(1,37 \pm 0,27) \cdot 10^3$ kleiner als der Abstand $a = 1 \text{ cm}$ ist. Die Elektronen erfahren daher auf dem Weg von Kathode zu Elektrode vielfach elastische Stöße. Ihr Energiespektrum flacht sich bei dieser Streuung derartig ab, dass es innerhalb der konstanten Bereiche als annähernd uniform beobachtet wird. Der Sprung zwischen den beiden Stufen lässt sich auf die Anregung der Quecksilber-Atome zurückführen. An dieser Stelle wird auf den nächsten Abschnitt vorgegriffen, um das dazu ermittelte Energieniveau $\Delta E = (5,06 \pm 0,13) \text{ eV}$ anzugeben. Die Differenz

$$\Delta \bar{U}_k - K = (2,79 \pm 0,13) \text{ V}$$

liegt in ungefährer Umgebung der grob genäherten Sprungspannung

$$s = (3,27 \pm 0,04) \text{ V}$$

und entspricht dann der durch das Kontaktpotential gesenkten Anregungsspannung. Die meisten Elektronen mit Austrittsenergien oberhalb dieses Gebiets stoßen also inelastisch mit den Atomen, geben dabei genau das Energiequant $\Delta \bar{E}_k$ ab und werden nach weiteren elastischen Stößen Teil des niederenergetischen Plateaus des Auffängerstroms. Auf diese Weise entsteht ein idealerweise diskreter Einbruch des Spektrums, der hier aufgrund weiterer Fehlerquellen nur näherungsweise realisiert wird.

4.4 Anregungsenergie und Emission

Zur Bestimmung der Anregungsenergie werden nun die für diesen Versuch typischen Franck-Hertz-Kurven aufgenommen. Indem die Analyse verschiedene Arbeitsbereiche der Apparatur bezüglich Temperatur und Bremsspannung berücksichtigt, lassen sich etwaige Störeinflüsse reduzieren. Aus den unten abgebildeten Aufzeichnungen des XY-Schreibers werden die den jeweiligen Maxima entsprechenden Werte der Beschleunigungsspannung entnommen. Aus deren Differenzen berechnet sich die Anregungsenergie. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5 festgehalten.

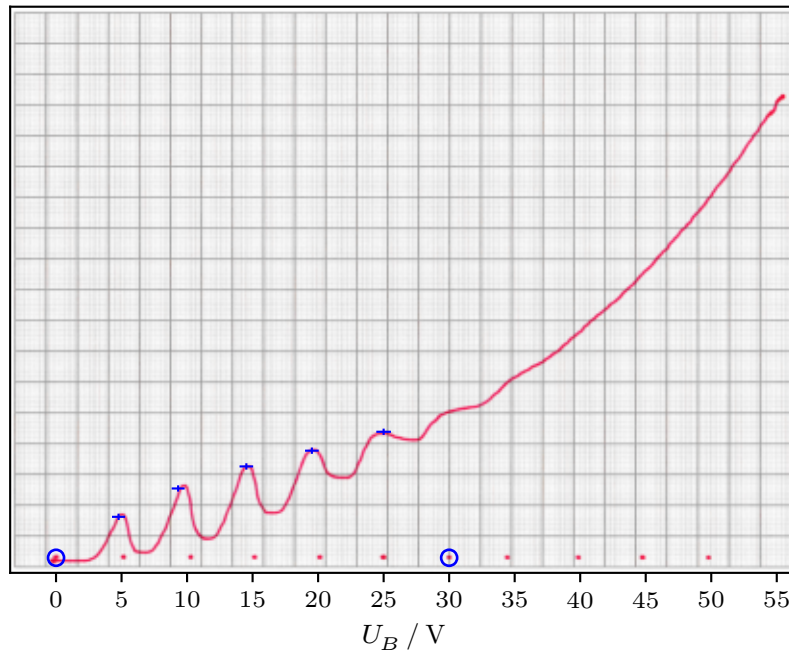


Abbildung 7a: Franck-Hertz-Kurve bei $U_A = 1 \text{ V}$ und $T = (433,15 \pm 5,00) \text{ K}$.

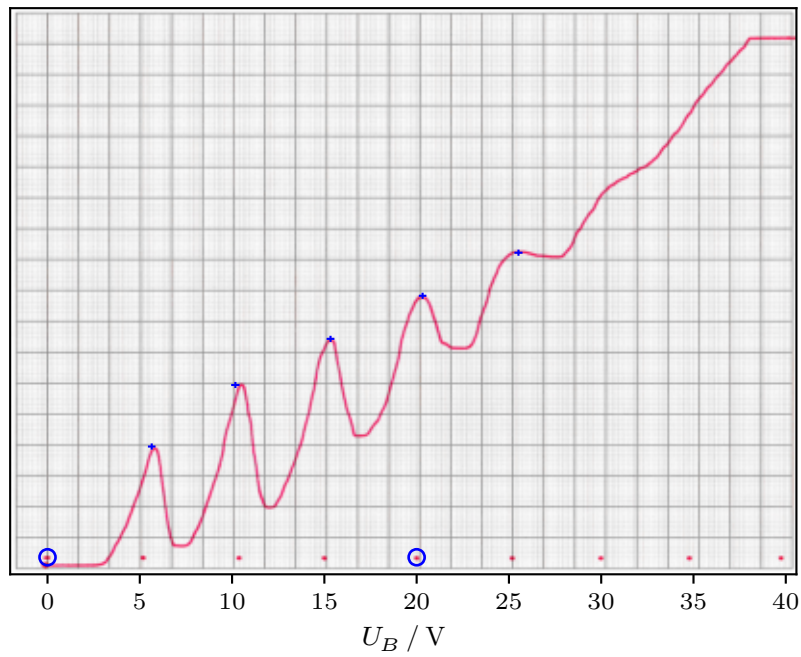


Abbildung 7b: Franck-Hertz-Kurve bei $U_A = 1 \text{ V}$ und $T = (433,15 \pm 5,00) \text{ K}$.
Vergrößerter Ausschnitt.

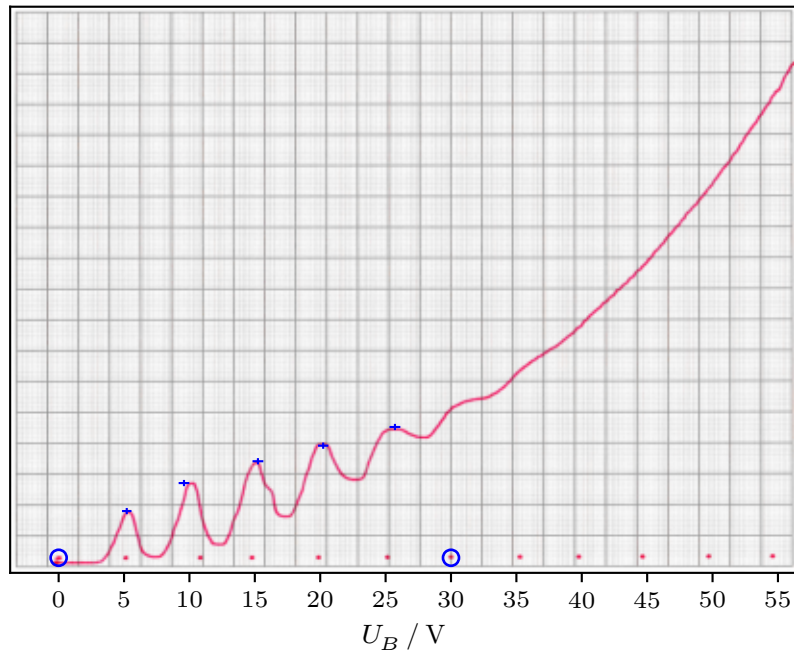


Abbildung 8a: Franck-Hertz-Kurve bei $U_A = 2 \text{ V}$ und $T = (433,15 \pm 5,00) \text{ K}$.

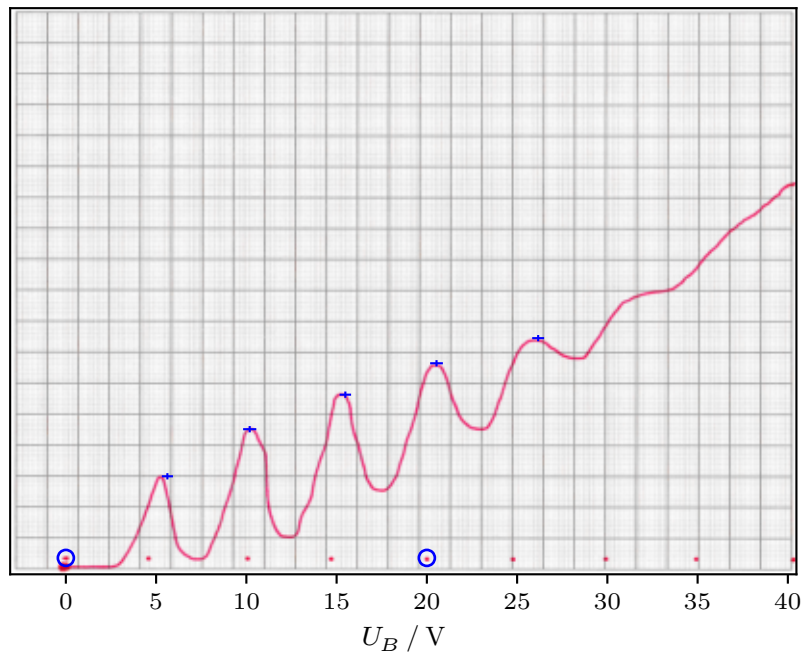


Abbildung 8b: Franck-Hertz-Kurve bei $U_A = 2 \text{ V}$ und $T = (433,15 \pm 5,00) \text{ K}$.
Vergrößerter Ausschnitt.

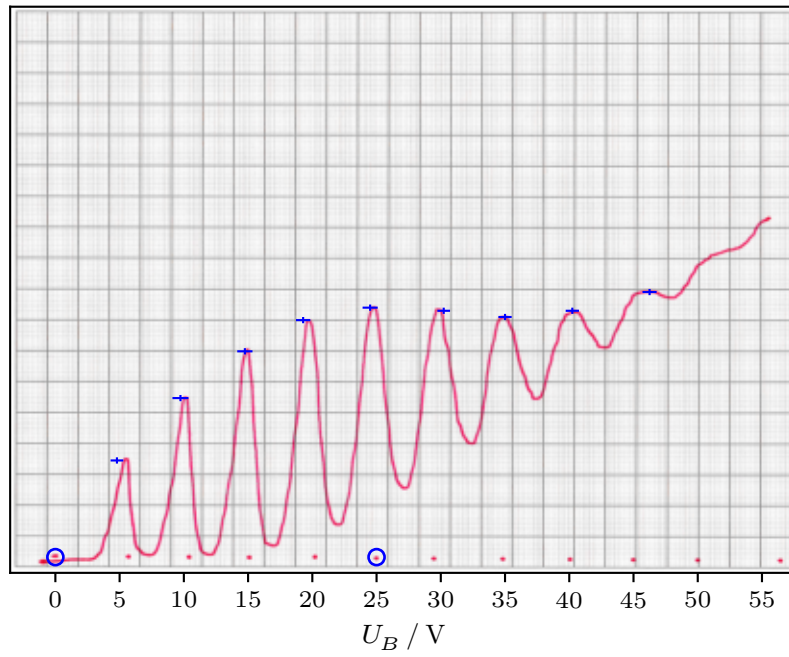


Abbildung 9: Franck-Hertz-Kurve bei $U_A = 2 \text{ V}$ und $T = (453,15 \pm 5,00) \text{ K}$.

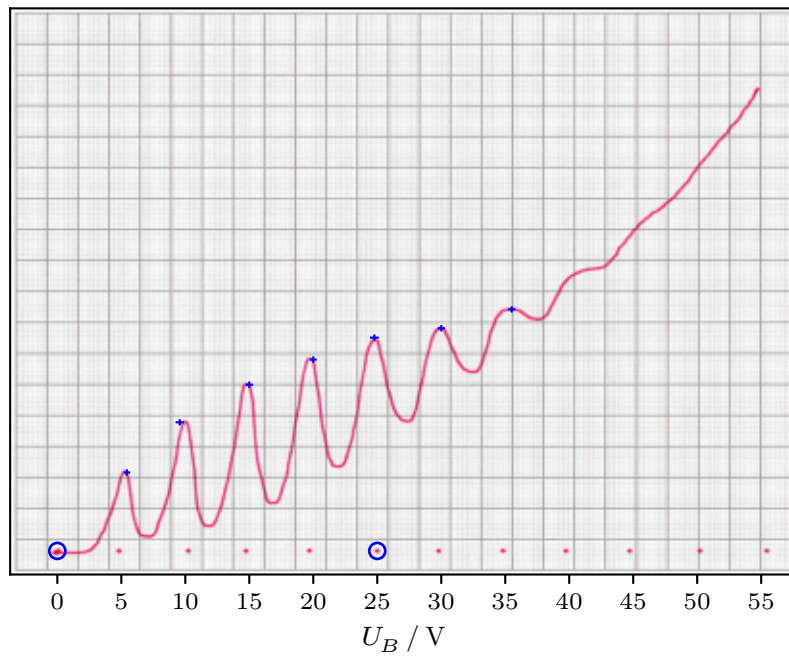


Abbildung 10: Franck-Hertz-Kurve bei $U_A = 1 \text{ V}$ und $T = (453,15 \pm 5,00) \text{ K}$.

Tabelle 5: Aus den genannten Abbildungen entnommene Peaks mit entsprechenden Differenzen der jeweils benachbarten Spannungswerte.

k	Abbildung 7a		Abbildung 7b	
	U_k / V	$\Delta U_k / \text{V}$	U_k / V	$\Delta U_k / \text{V}$
1	$4,77 \pm 0,50$	$4,55 \pm 0,70$	$5,65 \pm 0,21$	$4,53 \pm 0,31$
2	$9,32 \pm 0,49$	$5,21 \pm 0,72$	$10,18 \pm 0,23$	$5,15 \pm 0,31$
3	$14,52 \pm 0,52$	$5,00 \pm 0,74$	$15,33 \pm 0,21$	$4,99 \pm 0,29$
4	$19,52 \pm 0,52$	$5,48 \pm 0,76$	$20,32 \pm 0,20$	$5,19 \pm 0,30$
5	$25,00 \pm 0,56$		$25,52 \pm 0,22$	

k	Abbildung 8a		Abbildung 8b	
	U_k / V	$\Delta U_k / \text{V}$	U_k / V	$\Delta U_k / \text{V}$
1	$5,21 \pm 0,36$	$4,38 \pm 0,54$	$5,62 \pm 0,31$	$4,56 \pm 0,48$
2	$9,58 \pm 0,41$	$5,65 \pm 0,58$	$10,19 \pm 0,36$	$5,30 \pm 0,48$
3	$15,24 \pm 0,41$	$4,99 \pm 0,57$	$15,48 \pm 0,32$	$5,05 \pm 0,47$
4	$20,23 \pm 0,39$	$5,49 \pm 0,57$	$20,54 \pm 0,35$	$5,63 \pm 0,48$
5	$25,71 \pm 0,41$		$26,17 \pm 0,33$	

k	Abbildung 9		Abbildung 10	
	U_k / V	$\Delta U_k / \text{V}$	U_k / V	$\Delta U_k / \text{V}$
1	$4,79 \pm 0,49$	$4,95 \pm 0,80$	$5,43 \pm 0,26$	$4,13 \pm 0,40$
2	$9,74 \pm 0,62$	$5,01 \pm 0,86$	$9,57 \pm 0,32$	$5,43 \pm 0,44$
3	$14,75 \pm 0,59$	$4,54 \pm 0,81$	$15,00 \pm 0,29$	$5,00 \pm 0,40$
4	$19,29 \pm 0,56$	$5,21 \pm 0,81$	$20,00 \pm 0,27$	$4,77 \pm 0,44$
5	$24,50 \pm 0,59$	$5,73 \pm 0,77$	$24,77 \pm 0,34$	$5,23 \pm 0,44$
6	$30,23 \pm 0,49$	$4,77 \pm 0,72$	$30,00 \pm 0,28$	$5,50 \pm 0,41$
7	$35,00 \pm 0,52$	$5,24 \pm 0,73$	$35,50 \pm 0,29$	
8	$40,24 \pm 0,52$	$6,01 \pm 0,75$		
9	$46,25 \pm 0,55$			

Der über die Standardabweichung gewichtete Mittelwert der Spannungsdifferenzen ist mit $\Delta \bar{U}_k = (5,06 \pm 0,13) \text{ V}$ angegeben, folglich bemisst

$$\Delta E = (5,06 \pm 0,13) \text{ eV}$$

die erste Anregungsenergie der Quecksilberatome. Nach Formel (2) ergibt sich

$$\nu = (1,22 \pm 0,03) \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

als zugehörige Frequenz, wobei $h = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV Hz}^{-1}$ die Planck-Konstante bezeichnet. Einsetzen der Lichtgeschwindigkeit $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ in den Term $c = \lambda \nu$ liefert

$$\lambda = (244,8 \pm 6,3) \text{ nm}$$

für die Wellenlänge. Die Naturkonstanten werden hierzu aus SciPy [6] abgegriffen.

5 Diskussion

Aus der originalen Literatur [2] können die Werte $\Delta E = 4,9 \text{ eV}$ sowie die dazugehörige Quecksilberresonanzlinie $\lambda = 253,6 \text{ nm}$ entnommen werden. Im Vergleich der Ergebnisse dieses Versuchs zeigen $\Delta E = (5,06 \pm 0,13) \text{ eV}$ als Energiedifferenz sowie daraus folgend $\lambda = (244,8 \pm 6,3) \text{ nm}$ als Wellenlänge der beim Übergang in den Grundzustand emittierten Strahlung eine gute Übereinstimmung. Anders als etwa bei Neon tritt im verwendeten Quecksilberdampf keine sichtbare Bandenstruktur für die erste Anregungsenergie ΔE auf, da λ im ultravioletten Bereich liegt.

Der Energieverlust durch den zentralen elastischen Stoß der Elektronen kann für die Auswertung weitestgehend vernachlässigt werden. Durch auftretende Verfälschung der Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Auffängerelektrode sorgen elastische Stöße im Gegenfeldbereich allerdings für eine Abflachung und Verbreiterung des Kurvenverlaufs. Ersterer Einfluss erschwert zunächst nur das Ablesen und sollte statistisch ausgleichbar sein. Eine Verzerrung mit einhergehender Vergrößerung der Maximumsabstände bietet aber eine mögliche Erklärung für eine leichte systematische Abweichung nach oben, die sich hier zwischen Ergebnis und Literaturwert andeutet.

Weitere Fehlerquellen könnten durch den XY-Schreiber eingeführt werden, da dieser die Aufzeichnung der Graphen durch mechanische Bewegung vornimmt. Entsprechend ist der Kurvenverlauf anfällig für plötzliche Vibrationen. Solche sollten aber in der Auswertung als eindeutig unstetige Stellen auffallen. Bei der Justierung des Schreibers fällt außerdem ein leichter Drift auf, der Kopf bleibt bei konstanter Spannung also nicht direkt stehen.

Auch die manuelle Einstellung der jeweiligen Speisespannung ist fehleranfällig, da diese automatisch mit konstanter Rate ansteigt und beim gewünschten Wert angehalten werden muss. Dies ist zwar hilfreich zur Erstellung gut lesbarer Kurven am XY-Schreiber, hat aber zur Folge, dass die Skalierungsschritte teilweise deutliche Abweichungen aufweisen.

Zuletzt sei noch erwähnt, dass die Temperatur aufgrund fehlender Skaleneinheiten nur sehr ungenau und mit anhaltender Schwankung einstellbar ist. Dies sollte für die relevanten Schritte mit den großzügig abgeschätzten Fehlern berücksichtigt sein, für die Bestimmung von ΔE ist dies aber größtenteils irrelevant.

Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 601, Der Franck-Hertz Versuch*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] J. Franck und G. Hertz. „Über Zusammenstöße zwischen Elektronen und den Molekülen des Quecksilberdampfes und die Ionisierungsspannung desselben“. In: *Physikalische Blätter* 23.7 (1967), S. 294–301. DOI: <https://doi.org/10.1002/phbl.19670230702>. eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/phbl.19670230702>. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/phbl.19670230702>.
- [3] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [4] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [5] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [6] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang

Versuch: U60A

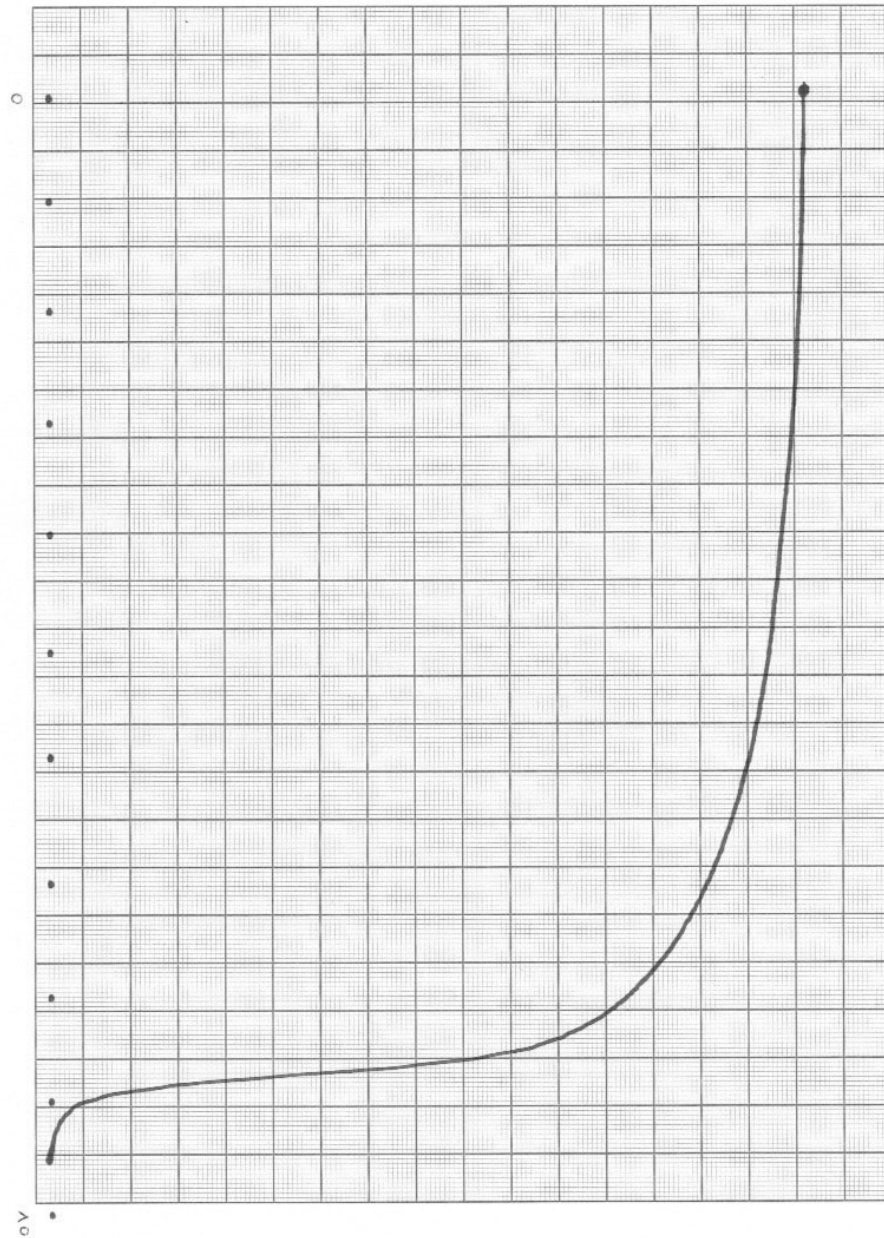
$r = 24,3$

Datum:

Gruppe:

$U_0 = 11\text{ V}$

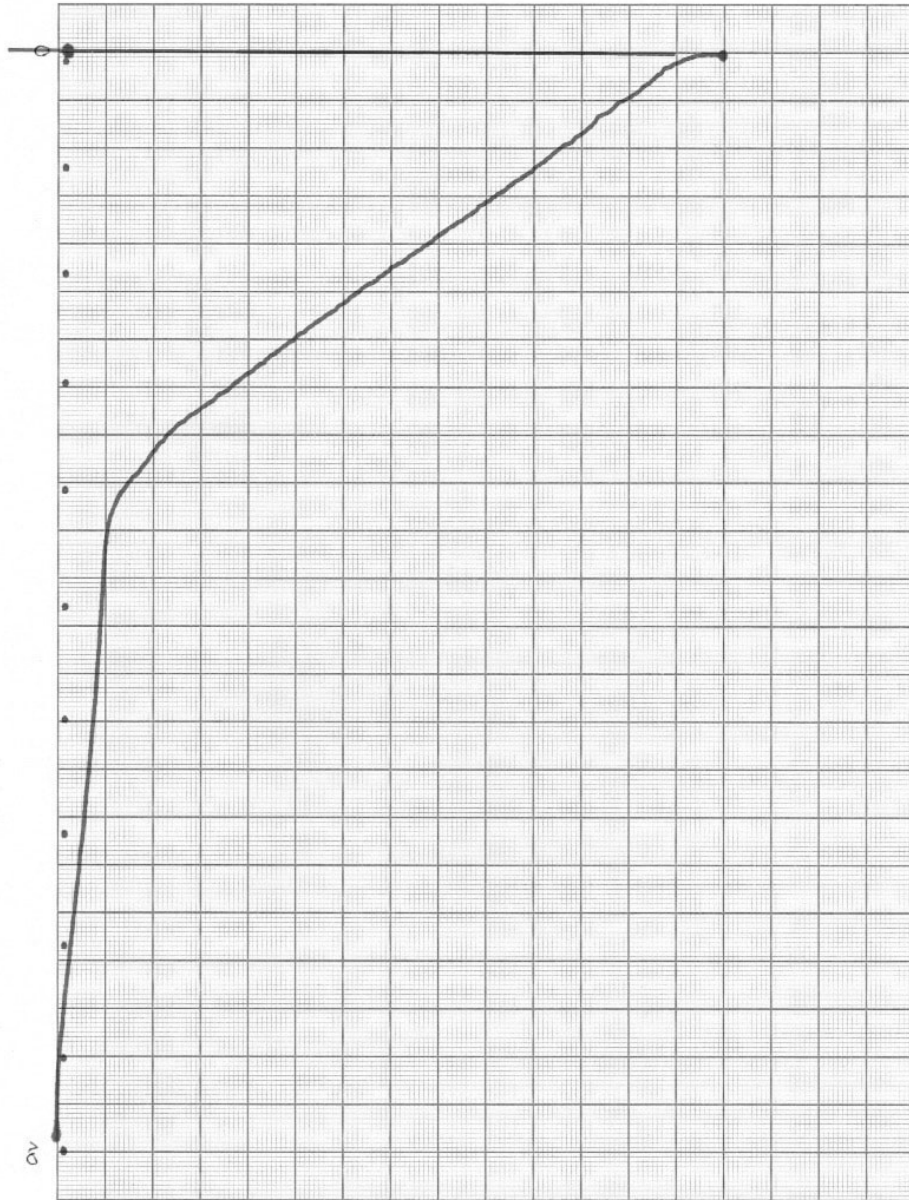
$I = 0,01\text{ mA}$



Versuch: V60.1 $T = 145 \pm 5$

Datum:

Gruppe: $U_B = 10 \mu\text{V}$ $I_A = 1.5 \text{ nA}$



Versuch:

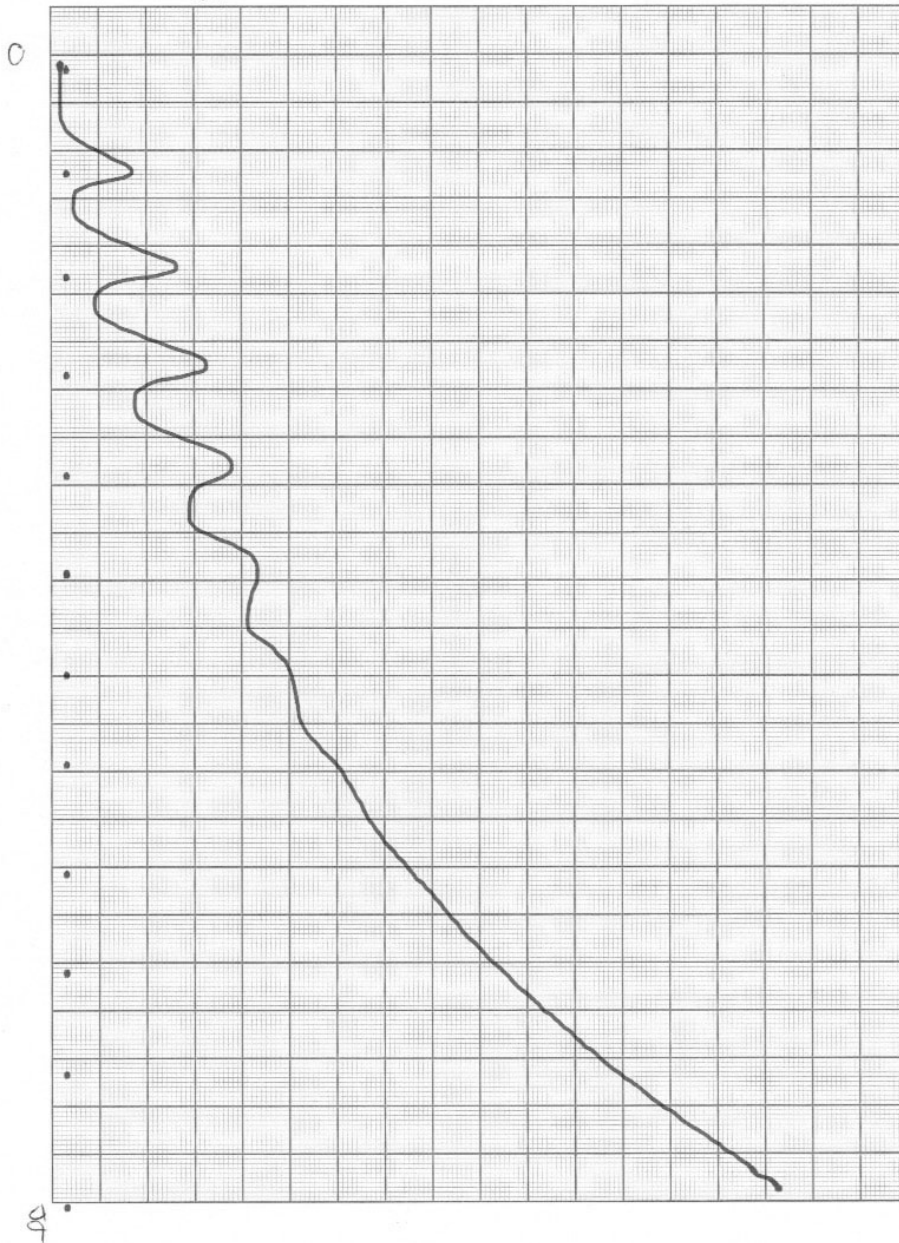
$$U = 1 \text{ V}$$

Datum:

Gruppe:

$$T = 160 \pm 5$$

$$I_r = 120 \text{ A}$$



Versuch:

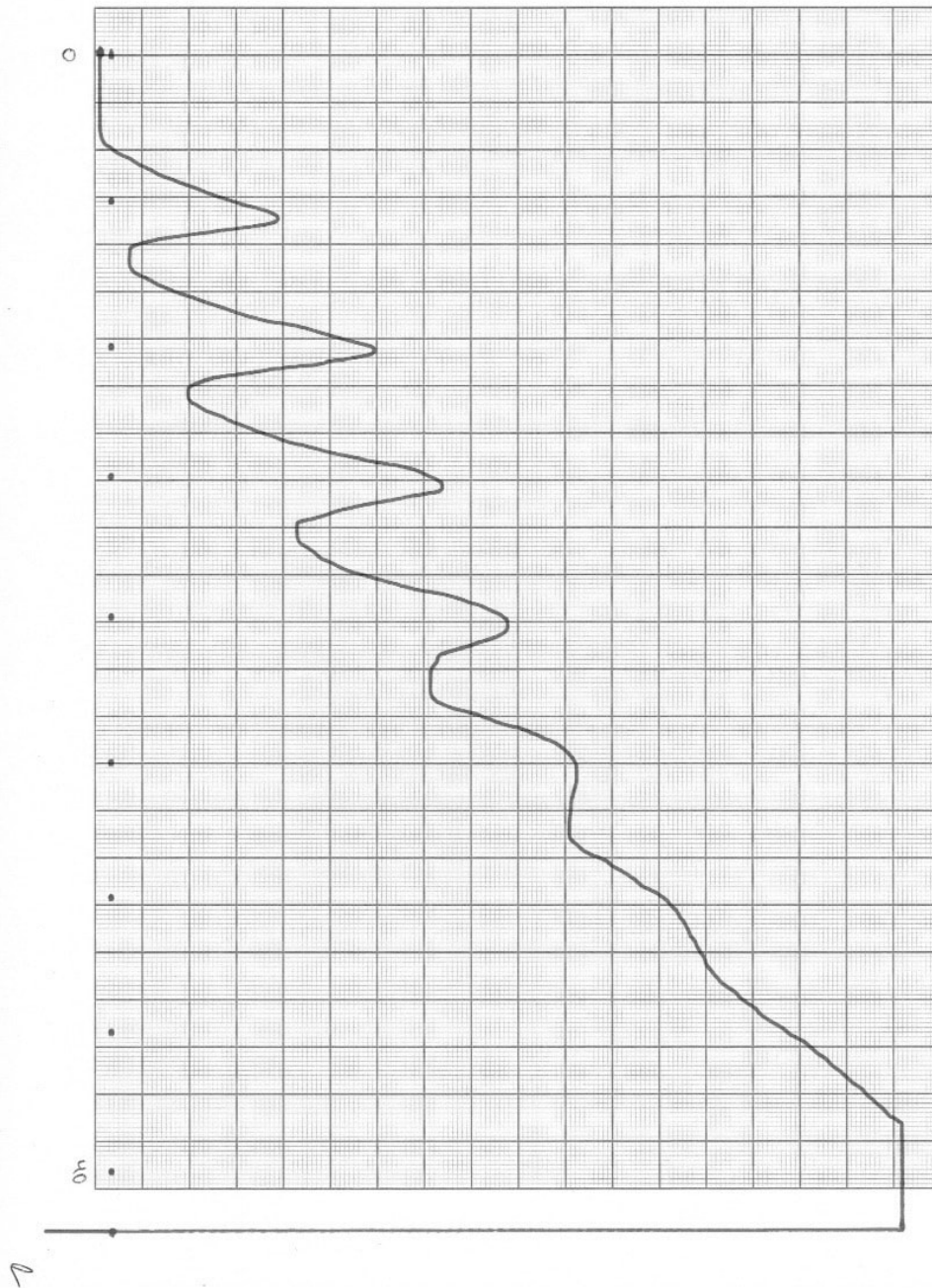
$T = 160 \pm 5$

Datum:

Gruppe:

$I_A = 1,2 \text{ nA}$

$U = 1$



Versuch:

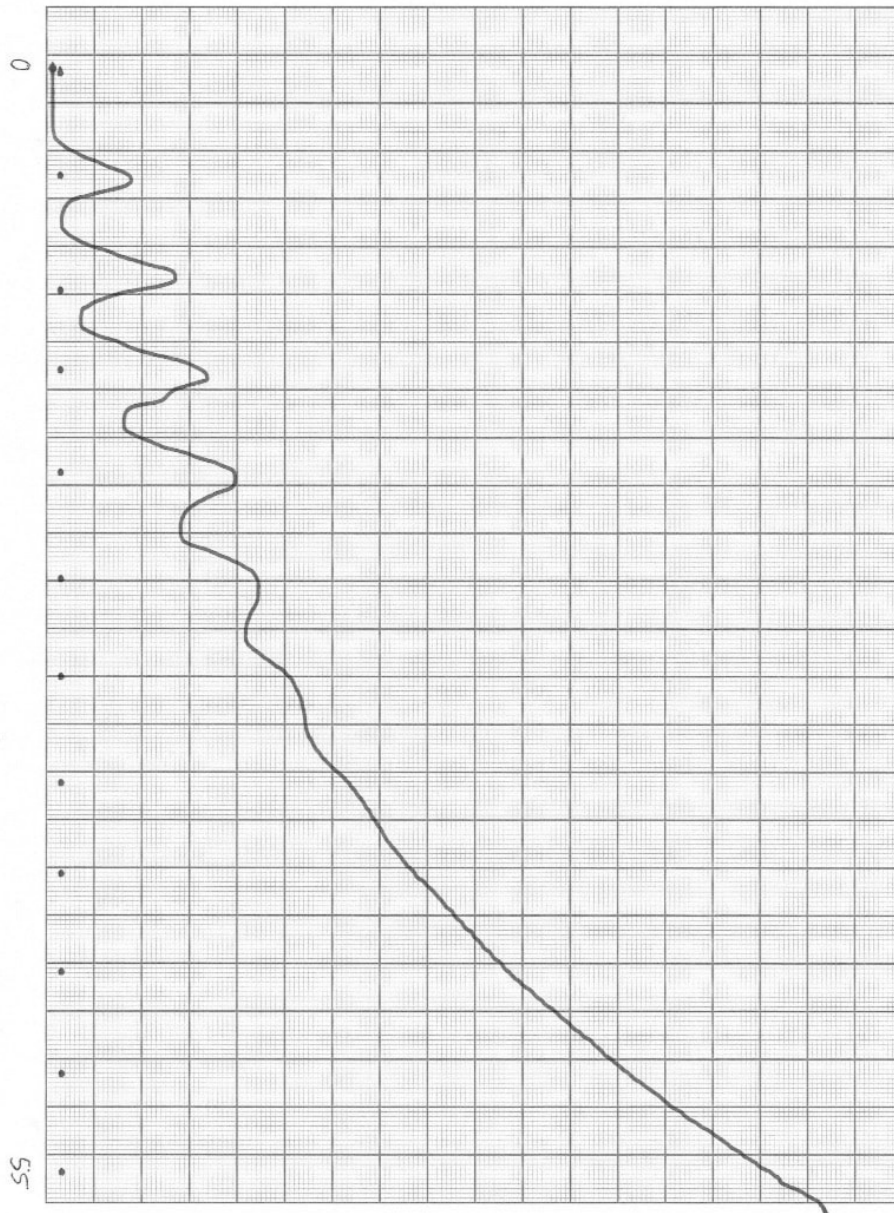
$U = 2\text{ V}$

$T = 160 \pm 5$

Datum:

Gruppe:

$I = 116\text{ nA}$



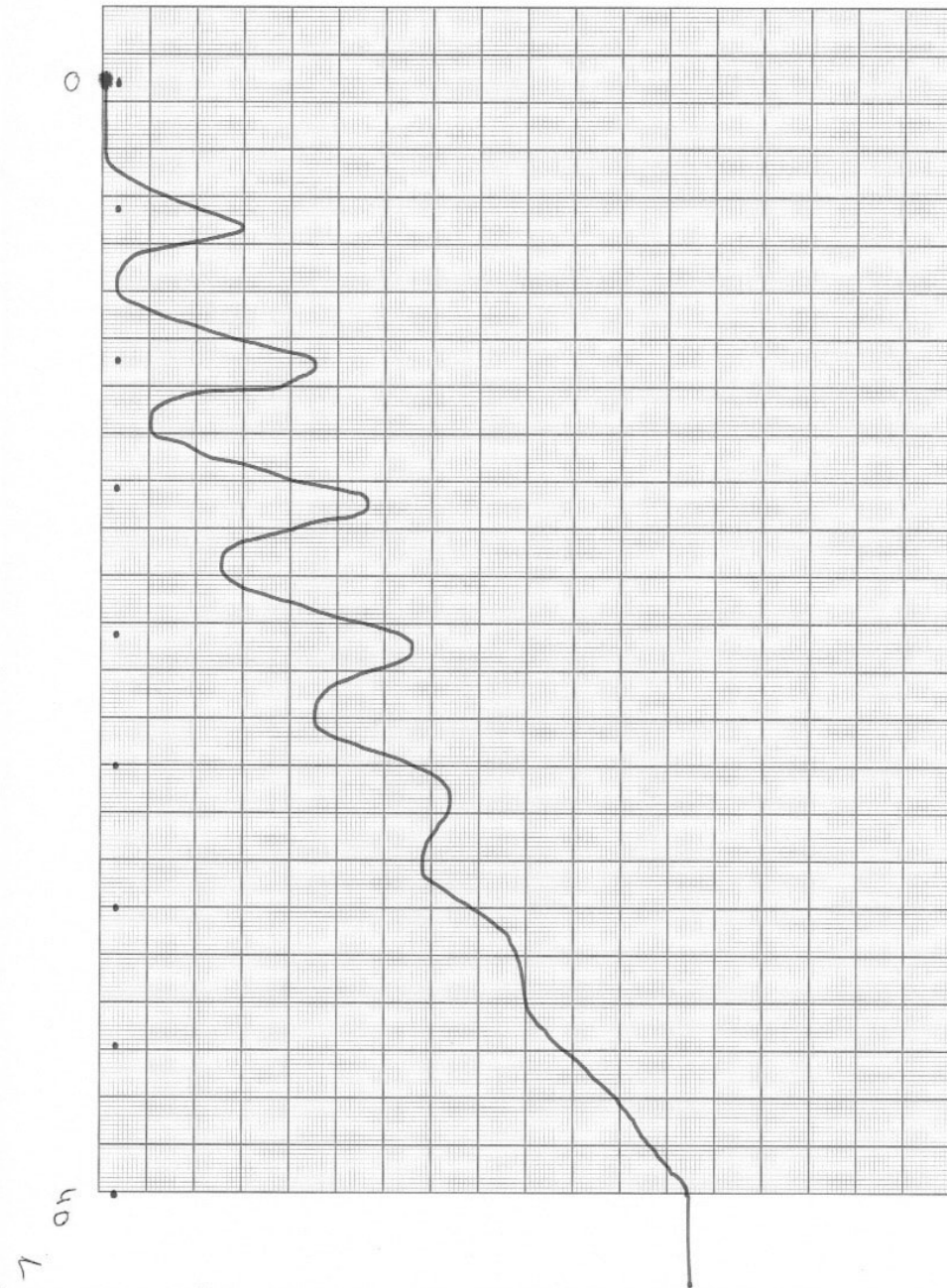
Versuch:

$$U_B = 2\text{ V}$$

Datum:

Gruppe:

$$T = 160 \pm 10$$



Versuch:

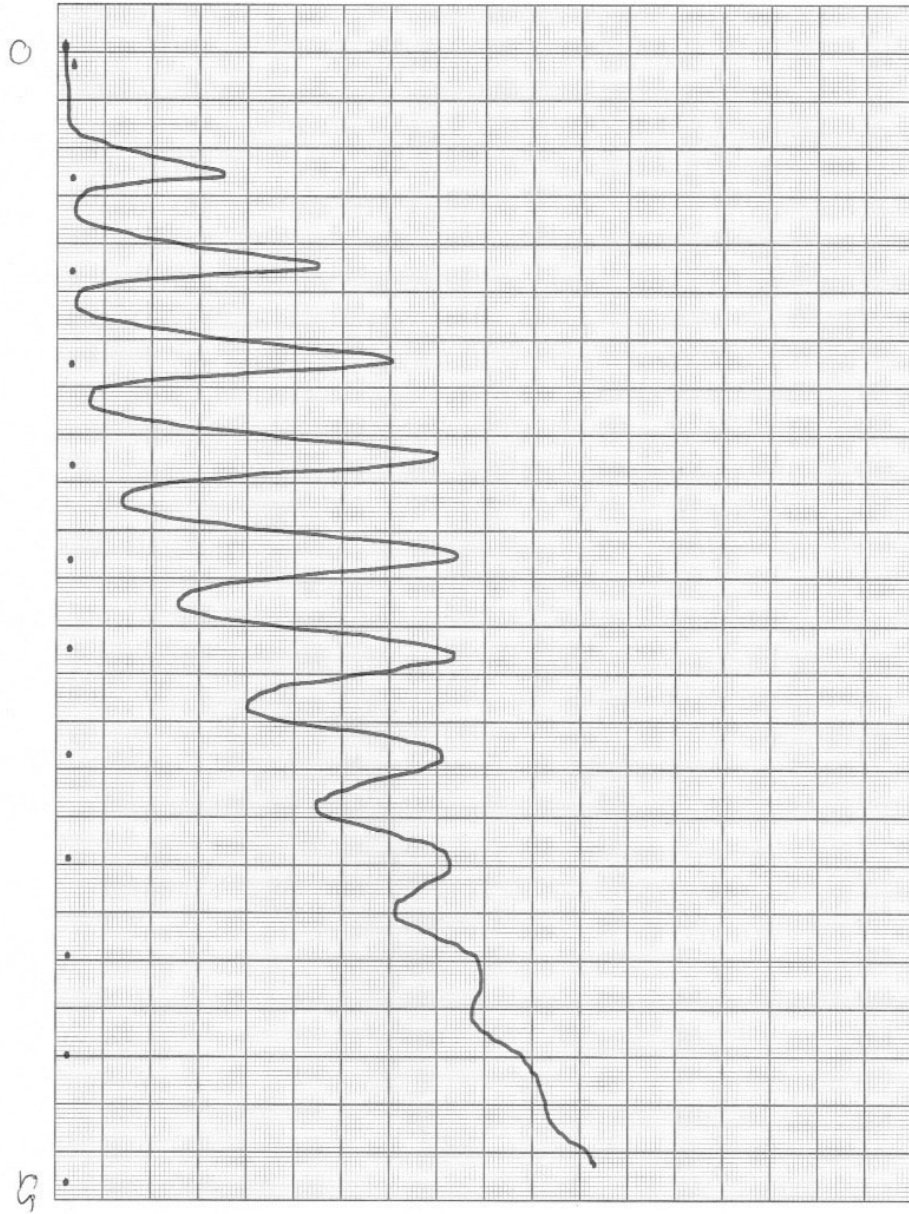
$$T = 180 \pm 5$$

Datum:

Gruppe:

$$I = 0,15 \text{ nA}$$

$$Z = U_B$$



Versuch:

$T = 180 \pm 5$ $U = 1$

Datum:

Gruppe:

I 0,4 n 1

