

V503

# Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Fritz Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann  
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 9. Mai 2023

Abgabe: 15. Mai 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

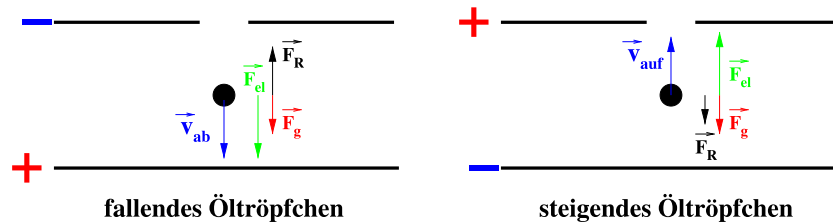
<b>1 Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>2</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1 Fehlerrechnung .....	5
4.2 Bestimmung der Elementarladung .....	6
4.3 Bestimmung der Avogadro-Konstante .....	15
<b>5 Diskussion</b>	<b>16</b>
<b>Literatur</b>	<b>17</b>
<b>Anhang</b>	<b>18</b>

# 1 Zielsetzung

Zweck des nachfolgenden Versuchs ist es, die Elementarladung  $e_0$  mithilfe der von Millikan angewendeten Öltröpfchenmethode zu bestimmen. Das Ergebnis wird mittels Berechnung der Avogadro-Konstante  $N_A$  über die Faraday-Konstante  $F$  geprüft.

## 2 Theorie [1]

Die für den Versuch nach Millikan benötigten Öltröpfchen werden beim Zerstäuben durch gegenseitige Reibung elektrisch geladen. Da die getragene Ladung immer einem ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung  $e_0$  entspricht, lässt sich diese bestimmen, indem die Tröpfchen in ein vertikales elektrisches Feld gebracht werden. Dieses wird näherungsweise homogen zwischen zwei Kondensatorplatten realisiert und erlaubt nach Aufstellen eines Kräftegleichgewichts die Berechnung der Ladung.



**Abbildung 1:** Vektordiagramm der auf ein Öltröpfchen wirkenden Kräfte im homogenen elektrischen Feld unter Berücksichtigung der Polung.

Ein Tröpfchen mit Masse  $m$  und Dichte  $\rho_O$  erfährt die Gravitationskraft  $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$  und wird entsprechend nach unten beschleunigt. Entgegen der Bewegungsrichtung wirkt mit  $\mathbf{F}_R = -6\pi r\eta_L \mathbf{v}$  die Stokessche Reibungskraft, wobei  $\eta_L$  die Viskosität der Luft sowie  $r$  den Radius und  $\mathbf{v}$  die Geschwindigkeit des Öltröpfchens bezeichnen. Der Vollständigkeit halber soll hier auch der Auftrieb  $\mathbf{F}_A$  in Luft berücksichtigt werden, obwohl sein Beitrag wegen der geringen Dichte verschwindend gering ausfällt. Werden die Tropfen als kugelförmig angenommen, ergibt sich ihre Masse zu

$$m = \rho_O V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_O .$$

Nach kurzzeitiger Beschleunigungsphase stellt sich ein Kräftegleichgewicht mit passender Gleichgewichtsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_0$  ein. Es gilt also

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_A .$$

Entspricht  $\rho_L$  der Dichte des umgebenden Gasgemisches, liefert Einsetzen der Beträge und anschließendes Umstellen den Ausdruck

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g = 6\pi\eta_L r v_0 . \quad (1)$$

Daraus lässt sich der Tröpfchenradius abhängig von sekundären Messgrößen über

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_O - \rho_L)}} \quad (2a)$$

darstellen. Nun wird der Einfluss  $\mathbf{F}_C = q\mathbf{E}$  des elektrischen Feldes auf eine Ladung  $q$  im Plattenkondensator betrachtet. Ist dazu die Polung wie links in Abbildung 1 angelegt, steht  $\mathbf{F}_C$  parallel zu  $\mathbf{F}_G$  gerichtet, aus (1) folgt dann

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{ab} = -qE.$$

Hier gibt  $E$  die Feldstärke und  $v_{ab}$  die gleichförmige Sinkgeschwindigkeit an. Wird das elektrostatische Feld in entgegengesetzter Anordnung bei ausreichend großen Stärken betrieben, führt das Öltröpfchen eine Aufwärtsbewegung mit Geschwindigkeit  $v_{auf}$  aus, sodass nach (1) der Term

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g + 6\pi\eta_L r v_{auf} = +qE$$

formuliert werden kann. Wie rechts in Abbildung 1 zu sehen ist, wechselt  $\mathbf{F}_R$  hier das Vorzeichen. Gleichsetzen beider Fälle zu

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{ab} = -\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{auf}$$

liefert durch die Umformung

$$\frac{8}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g = 6\pi\eta_L r (v_{ab} - v_{auf})$$

eine alternative Darstellung für den Tropfenradius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_O - \rho_L)}}. \quad (2b)$$

Anhand der Beziehungen (2a) und (2b) lässt sich die Forderung

$$2v_0 = v_{ab} - v_{auf} \quad (3)$$

erkennen, welche zur Prüfung der Messgültigkeit herangezogen wird. Ist sie nicht erfüllt, kann davon ausgegangen werden, dass die Ladung  $q$  des Öltröpfchens im Verlauf der Aufzeichnung variiert. Weiter kann  $r$  in eine der zwei Gleichungen  $\pm qE$  eingesetzt werden, sodass sich die Ladung mit

$$q = \frac{3\pi\eta_L}{E} (v_{ab} + v_{auf}) \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_O - \rho_L)}} \quad (4)$$

beschreiben lässt. Es ist dann noch eine zusätzliche Einschränkung zu berücksichtigen:

Das Gesetz von Stokes gilt nur für Tröpfchen, die eine Ausdehnung größer als die mittlere Weglänge  $\bar{l}$  in Luft aufweisen. Da dies für den betrachteten Versuch nicht gegeben ist, muss die Viskosität zu

$$\hat{\eta}_L = \frac{\eta_L}{1 + \frac{B}{pr}} \quad (5)$$

korrigiert werden. Dabei findet der Cunningham-Korrekturterm  $B = 8,226 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$  Verwendung, mit  $p$  wird der Luftdruck bezeichnet. Wegen  $q \sim \eta_L^{3/2}$  folgt direkt

$$\hat{q} = q \left(1 + \frac{B}{pr}\right)^{-3/2} \quad (6)$$

als Vorschrift für die Korrektur der Ladung.

Nach Bestimmung der Elementarladung  $e_0$  kann über die sogenannte Faraday-Konstante  $F = 9,649 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$  die Avogadrokonstante  $N_A$  leicht berechnet werden. Die Größe  $F$  beschreibt die elektrische Ladung eines Mols einfach geladener Ionen, daraus ergibt sich der Zusammenhang

$$N_A = \frac{F}{e_0}. \quad (7)$$

### 3 Durchführung

Der verwendete Aufbau lässt sich anhand Abbildung 2 nachvollziehen. Nachdem am Plattenkondensator eine feste Spannung  $U$  eingestellt ist, mithilfe derer sich über  $U = dE$  die Feldstärke ermitteln lässt, wird im zunächst feldfreien Zwischenraum der Höhe  $d$  Öl zerstäubt. Aus der Menge der so entstehenden Tröpfchen lassen sich durch kurzes Einschalten des elektrischen Feldes solche identifizieren, die als Resultat der Reibung bei der Injektion eine Ladung besitzen. Anschließend werden je die Zeiten  $t_0$  ohne Feld sowie  $t_{\text{auf}}$  und  $t_{\text{ab}}$  bei entsprechender Polung gemessen, welche das Tröpfchen benötigt, um eine Distanz  $s$  zurückzulegen. Mittels  $s = vt$  ergeben sich damit die Geschwindigkeiten zur weiteren Rechnung. Für jeden gewählten Öltropfen werden außerdem Spannung und Thermistor-Widerstand an den jeweiligen Buchsen abgegriffen und geprüft. Aus dem Widerstand  $R$  wird mithilfe einer Tabelle die vorherrschende Temperatur  $T$  bestimmt, welche sich durch die Halogenlampe zur Erleuchtung der Kondensatorkammer graduell erhöht. Bei Normaldruck  $p$  lassen sich auf diese Weise Viskosität  $\eta_L$  und Dichte  $\rho_L$  von Luft ermitteln. Dieses Vorgehen wird mehrfach für verschiedene Tröpfchen wiederholt, zur besseren Vergleichbarkeit ist die Hälfte der Messreihe für eine von der ersten abweichende Feldspannung aufgenommen. Das zur Ionisation der Umgebungsluft verbaute schwach radiaktive Thorium-Präparat bleibt abgeschirmt.

Aus den so gewonnenen Werten werden unter Anwendung der zuvor beschriebenen mathematischen Zusammenhänge die korrigierten Ladungen  $q$  der Öltröpfchen bestimmt. Der größte gemeinsame Divisor gibt dann folglich die Elementarladung  $e_0$  an.



Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Messapparatur zum Millikan-Versuch.

## 4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt wird aus den Messwerten die Elementarladung  $e$  und die Avogadro-Konstante bestimmt.

### 4.1 Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung für die Bestimmung der Messunsicherheiten, wird mit Uncertainties [2] gemacht. Die Formel der Gauß Fehlerfortpflanzung ist gegeben durch

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (8)$$

Für den Mittelwert bei  $N$  Messwerten gilt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (9)$$

Der Fehler des Mittelwertes lässt sich berechnen mit

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (10)$$

Zu Bestimmung der relativen Abweichung von den experimentellen Werten zu den theoretischen Werten wird die Relation

$$\Delta x = \frac{x_{exp} - x_{theo}}{x_{theo}} \quad (11)$$

genutzt.

## 4.2 Bestimmung der Elementarladung

Zunächst wird überprüft, ob die einzelnen Messwerte die Bedingung  $2v_0 = v_{ab} - v_{auf}$  erfüllen. Wenn die Messwerte die Relation nicht erfüllen und außerhalb des Rahmens der Messgenauigkeit sind, können diese verworfen werden. Verwendet werden die Werte, bei denen die prozentuale Abweichung vom Sollwert unter 50% liegt. Die verwendbaren Messwerte und die berechneten Größen zur Bestimmung der Ladung werden in Tabelle 1 bis Tabelle 13 dargestellt.

**Tabelle 1:** Ergebnisse für 1. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,21 \pm 0,09$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{ab} / \text{s}$	$t_{auf} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$17,32 \pm 0,10$	$4,04 \pm 0,10$	$9,60 \pm 0,10$	2,16	253,0
	$3,85 \pm 0,10$	$7,59 \pm 0,10$		
	$3,55 \pm 0,10$	$8,81 \pm 0,10$		
	<b><math>3,81 \pm 0,20</math></b>	<b><math>8,67 \pm 0,83</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{ab} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{auf} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,029 \pm 0,006$	$0,131 \pm 0,027$	$0,058 \pm 0,013$	22	$33,18 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{C}$	
$0,59 \pm 0,07$	18,33	$5,80 \pm 1,81$	$4,77 \pm 1,58$	

**Tabelle 2:** Ergebnisse für 3. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,18 \pm 0,06$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$16,56 \pm 0,10$	$3,80 \pm 0,10$	$7,39 \pm 0,10$	2,10	252,0
	$3,62 \pm 0,10$	$8,25 \pm 0,10$		
	$3,55 \pm 0,10$	$8,30 \pm 0,10$		
	<b><math>3,66 \pm 0,11</math></b>	<b><math>7,98 \pm 0,42</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,030 \pm 0,006$	$0,137 \pm 0,028$	$0,063 \pm 0,013$	23	$33,05 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,59 \pm 0,06$	18,38	$6,20 \pm 1,88$	$5,11 \pm 1,65$	

**Tabelle 3:** Ergebnisse für 4. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,28 \pm 3,07$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$40,21 \pm 0,10$	$3,90 \pm 0,10$	$3,53 \pm 0,10$	2,08	252,0
	$2,72 \pm 0,10$	$3,60 \pm 0,10$		
	$2,14 \pm 0,10$	$2,75 \pm 0,10$		
	<b><math>2,92 \pm 0,73</math></b>	<b><math>3,29 \pm 0,39</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,012 \pm 0,002$	$0,171 \pm 0,055$	$0,152 \pm 0,035$	23	$33,05 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,30 \pm 0,37$	18,38	$5,14 \pm 6,88$	$3,59 \pm 6,17$	



**Tabelle 4:** Ergebnisse für 5. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,05 \pm 0,18$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$18,31 \pm 0,10$	$5,57 \pm 0,10$	$9,80 \pm 0,10$	2,04	251,8
	$4,63 \pm 0,10$	$10,77 \pm 0,10$		
	$5,27 \pm 0,10$	$12,91 \pm 0,10$		
	<b><math>5,16 \pm 0,39</math></b>	<b><math>11,16 \pm 1,30</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,027 \pm 0,005$	$0,097 \pm 0,021$	$0,045 \pm 0,010$	24	$33,02 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{C}$	
$0,50 \pm 0,07$	18,42	$3,72 \pm 1,21$	$2,96 \pm 1,04$	

**Tabelle 5:** Ergebnisse für 6. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,33 \pm 0,58$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$49,26 \pm 0,10$	$4,57 \pm 0,10$	$6,09 \pm 0,10$	2,06	252,0
	$3,46 \pm 0,10$	$6,62 \pm 0,10$		
	$4,24 \pm 0,10$	$3,60 \pm 0,10$		
	<b><math>4,09 \pm 0,47</math></b>	<b><math>5,44 \pm 1,32</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,010 \pm 0,002$	$0,122 \pm 0,028$	$0,092 \pm 0,029$	24	$33,05 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{C}$	
$0,38 \pm 0,17$	18,42	$4,28 \pm 2,12$	$3,19 \pm 1,92$	

**Tabelle 6:** Ergebnisse für 7. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,04 \pm 0,44$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$12,17 \pm 0,10$	$2,30 \pm 0,10$	$6,33 \pm 0,10$	2,04	251,7
	$3,78 \pm 0,10$	$8,00 \pm 0,10$		
	$3,80 \pm 0,10$	$6,37 \pm 0,10$		
	<b><math>3,29 \pm 0,70</math></b>	<b><math>6,90 \pm 0,78</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,041 \pm 0,008$	$0,152 \pm 0,044$	$0,072 \pm 0,017$	24	$33,01 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,62 \pm 0,14$	18,42	$7,26 \pm 3,34$	$6,01 \pm 3,00$	

**Tabelle 7:** Ergebnisse für 8. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,19 \pm 1,05$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$19,43 \pm 0,10$	$3,68 \pm 0,10$	$4,05 \pm 0,10$	2,30	275,7
	$3,55 \pm 0,10$	$5,34 \pm 0,10$		
	$2,24 \pm 0,10$	$3,63 \pm 0,10$		
	<b><math>3,16 \pm 0,65</math></b>	<b><math>4,34 \pm 0,73</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,026 \pm 0,005$	$0,158 \pm 0,045$	$0,115 \pm 0,030$	24	$36,16 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,45 \pm 0,20$	18,42	$5,96 \pm 3,58$	$4,64 \pm 3,24$	

**Tabelle 8:** Ergebnisse für 10. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,15 \pm 0,22$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$16,61 \pm 0,10$	$6,90 \pm 0,10$	$39,08 \pm 0,10$	2,00	275,4
	$5,22 \pm 0,10$	$24,78 \pm 0,10$		
	$4,45 \pm 0,10$	$12,54 \pm 0,10$		
	<b><math>5,52 \pm 1,02</math></b>	<b><math>25,47 \pm 10,85</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,030 \pm 0,006$	$0,091 \pm 0,025$	$0,020 \pm 0,009$	25	$36,12 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,58 \pm 0,10$	18,48	$3,09 \pm 1,25$	$2,54 \pm 1,10$	

**Tabelle 9:** Ergebnisse für 12. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,11 \pm 0,96$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$13,89 \pm 0,10$	$3,98 \pm 0,10$	$7,43 \pm 0,10$	2,00	275,3
	$2,73 \pm 0,10$	$3,77 \pm 0,10$		
	$2,25 \pm 0,10$	$3,43 \pm 0,10$		
	<b><math>2,99 \pm 0,73</math></b>	<b><math>4,88 \pm 1,81</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,036 \pm 0,007$	$0,167 \pm 0,053$	$0,103 \pm 0,043$	25	$36,10 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,56 \pm 0,25$	18,48	$7,25 \pm 4,17$	$5,90 \pm 3,84$	

**Tabelle 10:** Ergebnisse für 13. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,34 \pm 0,56$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$25,90 \pm 0,10$	$1,61 \pm 0,10$	$2,53 \pm 0,10$	2,00	275,2
	$1,71 \pm 0,10$	$2,41 \pm 0,10$		
	$2,41 \pm 0,10$	$2,43 \pm 0,10$		
	<b><math>1,91 \pm 0,36</math></b>	<b><math>2,46 \pm 0,05</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,019 \pm 0,004$	$0,262 \pm 0,072$	$0,204 \pm 0,041$	25	$36,09 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,53 \pm 0,23$	18,48	$11,85 \pm 7,16$	$9,54 \pm 6,56$	

**Tabelle 11:** Ergebnisse für 14. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,15 \pm 0,46$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$11,77 \pm 0,10$	$3,15 \pm 0,10$	$6,98 \pm 0,10$	2,04	275,3
	$2,46 \pm 0,10$	$5,13 \pm 0,10$		
	$3,68 \pm 0,10$	$5,05 \pm 0,10$		
	<b><math>3,10 \pm 0,50</math></b>	<b><math>5,72 \pm 0,89</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,042 \pm 0,008$	$0,161 \pm 0,041$	$0,087 \pm 0,022$	24	$36,10 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,59 \pm 0,13$	18,42	$7,11 \pm 2,93$	$5,86 \pm 2,63$	

**Tabelle 12:** Ergebnisse für 16. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,30 \pm 0,37$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$26,17 \pm 0,10$	$3,73 \pm 0,10$	$5,37 \pm 0,10$	1,98	274,9
	$6,95 \pm 0,10$	$15,79 \pm 0,10$		
	$5,00 \pm 0,10$	$15,56 \pm 0,10$		
	<b><math>5,23 \pm 1,32</math></b>	<b><math>12,24 \pm 4,86</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,019 \pm 0,004$	$0,096 \pm 0,031$	$0,041 \pm 0,018$	25	$36,05 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,51 \pm 0,15$	18,48	$3,38 \pm 1,69$	$2,70 \pm 1,49$	

**Tabelle 13:** Ergebnisse für 17. Tröpfchen. Felder entsprechen jeweils primären, sekundären und tertiären Messgrößen. Hervorgehoben ist der Mittelwert der Laufzeiten. Relative Abweichung zur Bedingung an Geschwindigkeit:  $0,19 \pm 0,48$ .

$t_0 / \text{s}$	$t_{\text{ab}} / \text{s}$	$t_{\text{auf}} / \text{s}$	$R / \text{M}\Omega$	$U / \text{V}$
$13,82 \pm 0,10$	$3,33 \pm 0,10$	$5,38 \pm 0,10$	1,98	274,8
	$4,12 \pm 0,10$	$5,92 \pm 0,10$		
	$4,05 \pm 0,10$	$10,32 \pm 0,10$		
	<b><math>3,83 \pm 0,36</math></b>	<b><math>7,21 \pm 2,21</math></b>		
$v_0 / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{ab}} / \text{mm s}^{-1}$	$v_{\text{auf}} / \text{mm s}^{-1}$	$T / ^\circ\text{C}$	$E / \text{kV m}^{-1}$
$0,036 \pm 0,007$	$0,130 \pm 0,029$	$0,069 \pm 0,025$	25	$36,04 \pm 0,02$
$r / \mu\text{m}$	$\eta_L / \mu\text{Pa s}$	$q / 10^{-19} \text{ C}$	$\hat{q} / 10^{-19} \text{ C}$	
$0,54 \pm 0,12$	18,48	$5,22 \pm 1,81$	$4,22 \pm 1,61$	

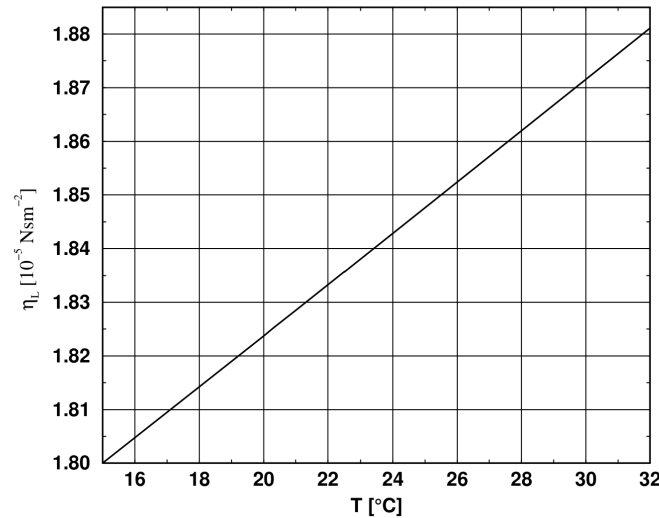
Die verwendbaren Messwerte für die Zeiten  $t_{\text{auf}}$  und  $t_{\text{ab}}$  wurden gemittelt und der Fehler wurde nach Gleichung (10) bestimmt. Mit Hilfe des Python-Package Uncertainties [2] wurden die Geschwindigkeiten der Teilchen berechnet. Als Wegstrecke  $s$  wurde immer  $(0.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-3} \text{ m}$  angenommen. Um die Ladung der einzelnen Teilchen bestimmen zu können, wird die elektrische Feldstärke berechnet

$$E = U/d,$$

wobei  $U$  der gemessenen Spannung entspricht und  $d = (7.625 \pm 0.0051) \cdot 10^{-3} \text{ m}$  dem Abstand der Platten des Plattenkondensators. Anhand der Abbildung 3 und der Abbildung 4 lässt sich über die gemessenen Thermistorwiderstände die Temperatur und die Viskosität bestimmen.

T[°C]	R [MΩ]	T[°C]	R [MΩ]	T[°C]	R [MΩ]
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

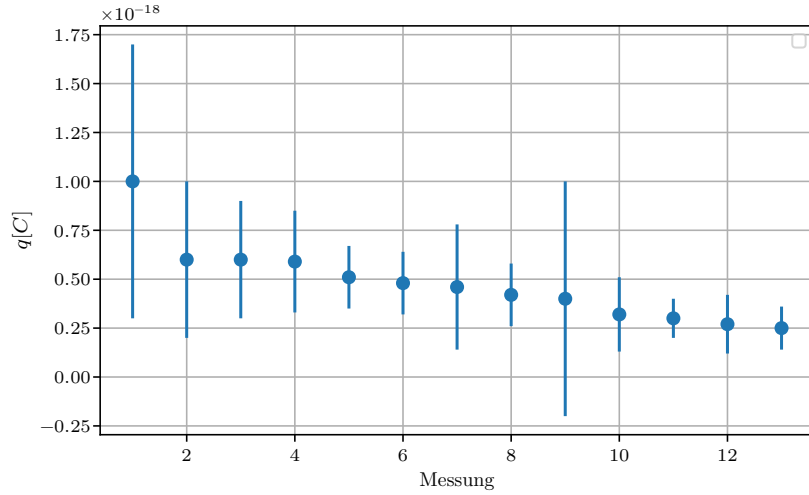
**Abbildung 3:** Thermistor-Widerstandstabelle. [1]



**Abbildung 4:** Viskosität von Luft als Funktion der Temperatur. [1]

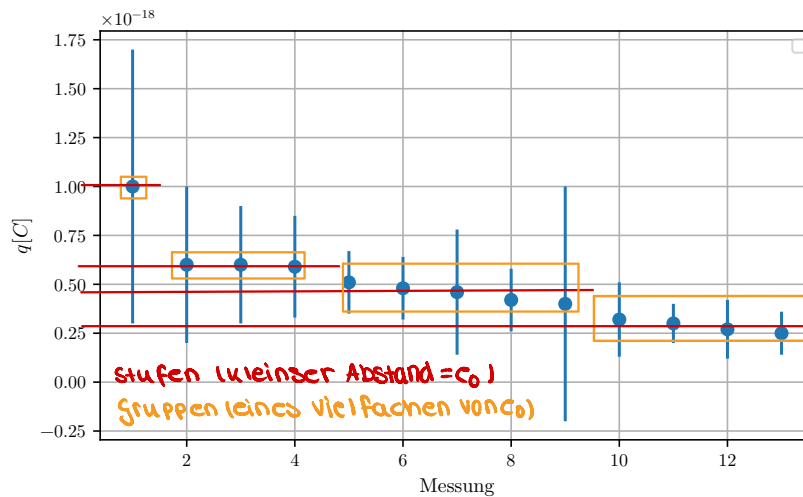
Die abgelesenen Werte der Viskosität  $\eta_L$  und der Temperatur  $T$  wurden ebenfalls in den Tabellen der Tropfen aufgelistet. Unter Verwendung der Gleichung 2b wird der Radius der Öltröpfchen bestimmt. Daraufhin wird die unkorrigierte Ladung nach der Gleichung 4 ermittelt, um anschließend über die Gleichung 6 die korrigierte Ladung der einzelnen Tropfen zu berechnen. Als Korrekturterm  $B$  war ein Wert von  $B = 8,226 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$  angegeben.

Die korrigierten Ladungen der Öltröpfchen wurden in der Abbildung 5 zusammen mit ihren Fehlern dargestellt.



**Abbildung 5:** Histogramm der korrigierten Ladungen der Öltröpfchen.

In der Abbildung 6 lassen sich anhand der Mittelwerte Plateaus und Sprünge der Ladung erkennen. Unter der Annahme, dass kleinere Ladungssprünge niedrigen einstelligen Vielfachen der Elementarladung entsprechen, werden daraus Stufen abgeschätzt. Die Werte der Ladungen werden innerhalb der so eingeteilten Gruppen gemittelt. Für die höchste Stufe des ersten Teilchens ergibt das einen Wert von  $q_1 = (10 \pm 7) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Für die zweite Gruppe lässt sich ein Wert von  $q_2 = (6.0 \pm 1.9) \cdot 10^{-19} \text{ C}$  bestimmen. Bei der dritten Gruppe beträgt der gemittelte Wert der Ladungen  $q_3 = (4.5 \pm 1.5) \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und bei der Vierten  $q_4 = (2.9 \pm 0.7) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .



**Abbildung 6:** Überlagerte Skizze der abgeschätzten Stufen.

Aus der beschriebenen Annahme folgt, dass auch die Differenzen zwischen den Ladungsstufen jeweils ganzzahligen Vielfachen von  $e$  entsprechen. Weiter kann dann angenommen werden, dass die kleinsten Sprünge genau eine Elementarladung beschreiben. Bei dem ersten Wert  $q_1$  und den zweiten Wert  $q_2$  liegt ein größerer Abstand vor, sodass dieser ausgeschlossen wird. Für die Differenz der zweiten und der dritten Gruppe ergibt sich ein Wert von  $d_{23} = (1.4 \pm 2.4) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Analog ergibt sich für die letzten beiden Gruppen ein Wert  $d_{34} = (1.7 \pm 1.6) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Da diese beiden Schritte nur geringfügig voneinander abweichen und weiterhin davon ausgegangen wird, dass alle Differenzen niedrigstellige Vielfache sind, lässt sich darauf schließen, dass sie einem Sprung um dieselbe Ladung  $e$  entsprechen. Aus dem Mittel der beiden Differenzen ergibt sich dann die Elementarladung  $e_{\text{exp}} = (1.6 \pm 1.0) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

### 4.3 Bestimmung der Avogadro-Konstante

mittels der Bestimmten Elementarladung und der Faraday-Konstante lässt sich die Avogadro-Konstante (7)

$$N_A = (6 \pm 4) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

bestimmen.



## 5 Diskussion

Die experimentell bestimmte Ladung entspricht  $e_{\text{exp}} = (1.6 \pm 1.0) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , der theoretische Wert entspricht  $e_{\text{theo}} = 1.602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Der berechnete Mittelwert stimmt mit dem Literaturwert bei einer Unsicherheit von 60% überein. Für die experimentell bestimmte Avogadro-Konstante gilt  $N_A = (6 \pm 4) \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Der theoretische Wert stimmt mit dem Experimentellen bei einer Unsicherheit von 70% überein. Die zum Vergleich verwendeten Konstanten werden der Datenbank `scipy.constants` [3] entnommen.

Auffallend bei der Bestimmung der Ladung ist, dass die Fehler der einzelnen Ladungen hoch sind. Bei den Messwerten wurde zunächst gemittelt, um dann die Rechnung fortzuführen. Dadurch, dass die Messwerte für  $t_{\text{ab}}$  und  $t_{\text{auf}}$  eines einzelnen Teilchens sich teilweise stark unterscheiden, wird der Fehler des jeweiligen Mittelwertes groß. Der große Fehler des Mittelwertes lässt sich dadurch begründen, dass die Messmethode nicht effektiv war. Die Zeiten wurden händisch über eine Stoppuhr gemessen, wobei ein Experimentator die Tropfen beobachtet hat und der andere die Zeit gemessen hat. Die Strecke für die die Zeit gemessen wurde, hat im Idealfall  $s = 0.5 \text{ mm}$  betragen, jedoch war dies eine grobe Abschätzung, da es durch das Mikroskop sehr ungenau war diese Strecke genau für die Tropfen ablesen zu können. Wenn die Teilchen sehr schnell waren und demnach eine hohe Geschwindigkeit hatten, wurde der Fehler des Ablesens auch groß.

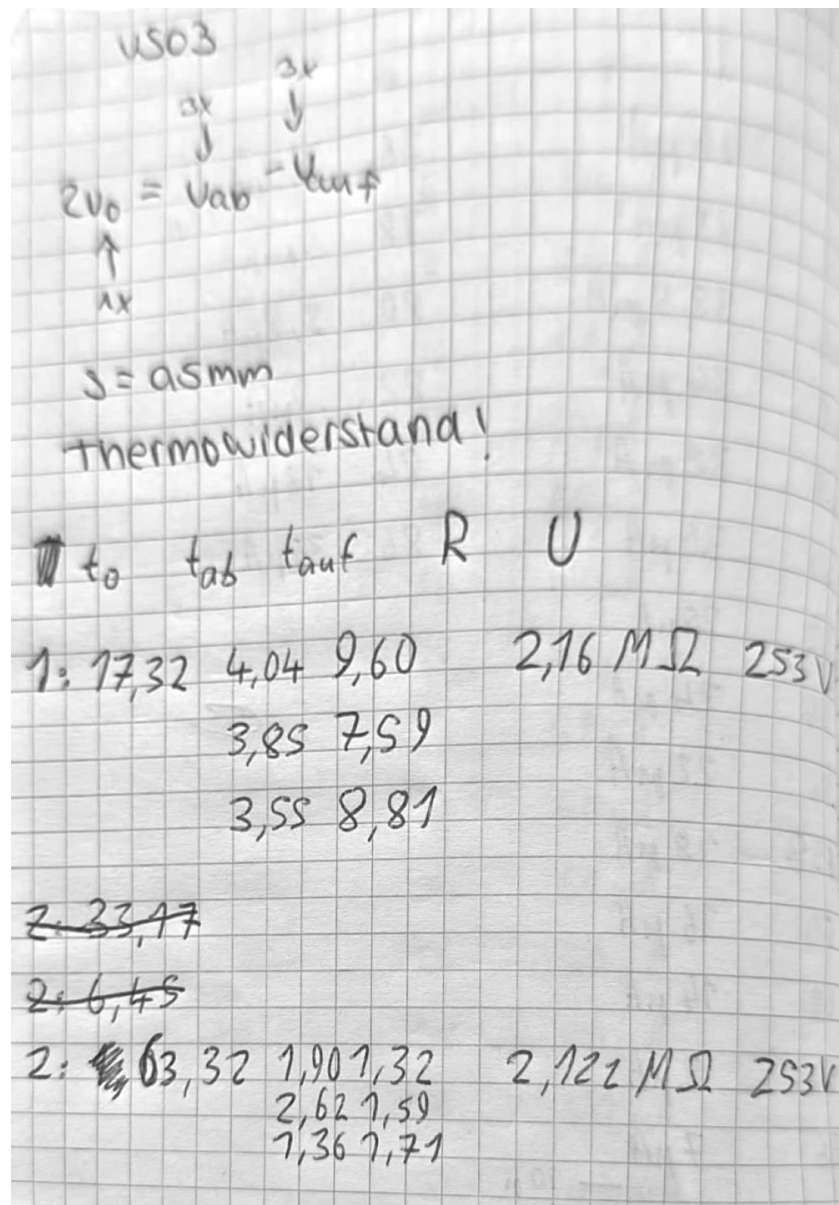
Eine weitere Fehlerquelle war die Kondensator-Kammer, da diese nicht dicht war. Es kam während der Versuchsdurchführung mehrmals dazu, dass die Tropfen durch Luftzüge bewegt worden waren. Demnach wurde die Bewegung der Tröpfchen beeinflusst und somit die Ergebnisse verfälscht. Die Libelle war ebenfalls leicht ungenau ausgerichtet und demnach war die Gewichtskraft nicht exakt parallel zum Feld.

Die Methode zur Ladungsbestimmung beruht auf einer graphischen Abschätzung und ist somit grundsätzlich für Fehler der menschlichen Kognition anfällig. Da der Literaturwert der Elementarladung bereits im Voraus bekannt ist, kann also nicht ausgeschlossen werden, dass die Wahl der Ladungsstufen von einer Bestätigungstendenz beeinflusst ist, obwohl das Theorieergebnis nie explizit in der Rechnung Verwendung findet. Um dies weiter zu untersuchen muss die Argumentation der Auswahl betrachtet werden. Diese stützt sich im Wesentlichen auf die Annahme, dass beim Zerstäuben der Öltröpfchen nur vielfache Elementarladungen im Bereich der niedrigen einstelligen Zahlen auftreten. Mit der experimentellen Erfahrung, dass die Umgebungsluft größtenteils elektrisch neutral ist und es demnach nur wenige freie Ladungsträger gibt, scheint damit eine plausible Näherung getroffen zu sein, die resultierenden Ergebnisse können also angenommen werden.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 503, Der Millikan-Öltröpfchenversuch*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

## Anhang



3:	<del><math>t_0</math></del> : 8,44	
	$t_0$ : 16,56	
	$t_a$ 7,39	Wider
	<del><math>t_{ab}</math></del> 3,8	2,105 M $\Omega$
	$t_{au}$ 8,25	252 V
	$t_{ab}$ 3,62	
	$t_{au}$ 8,30	
	$t_{ab}$ 3,55	
4:	$t_0$ : 9,47	252 V
	$t_{au}$ 51,07	2,081 M $\Omega$
	$t_{ab}$ 4,37	
	$t_{au}$ 19,88	
	$t_{ab}$ 5,42	
5:	$t_0$ : 40,21	2,077 M $\Omega$
	$t_{au}$ : 3,53	252 V
	$t_{ab}$ : 3,90	
	$t_{au}$ : 3,60	
	$t_{ab}$ : 2,72	
	$t_{au}$ : 2,75	
	$t_{ab}$ : 2,74	

6:	$t_0$ : 49,26	2,055 M $\Omega$
		252 V
	$t_{auf}$ : 6,09	
	$t_{ab}$ : 4,57	
	$t_{auf}$ : 6,62	
	$t_{ab}$ : 3,46	
	$t_{auf}$ : 3,60	
	$t_{ab}$ : 4,24	
7:	$t_{0.1738}$	
	$t_{auf}$ $t_0$ : 18,31	
	$t_{auf}$ : 9,80	2,036 M $\Omega$
	$t_{ab}$ : 5,57	251,8
	$t_{auf}$ : 10,77	
	$t_{ab}$ : 4,63	
	$t_{auf}$ : 12,91	
	$t_{ab}$ : 5,27	

8:	to	12,17	2,044 μs
	tauf	6,33	
	tab	2,30	
	tau	3,98	
	tab	2,18	
	tau	5,10	
	tab	2,43	
9:	to	25,03	251,7 V
	tauf	7,15	
	tab	4,97	
	tau	8,00	
	tab	3,78	
	tau	6,37	
	tab	3,80	

10:	<del>t<sub>0</sub>: 45,06</del>	2,030 MΩ
	t <sub>0</sub> : 19,43	275,7 V
	t <sub>ant</sub> : 4,05	
	t <sub>ab</sub> : 3,68	
	t <sub>ant</sub> : 5,34	
	t <sub>ab</sub> : 3,55	
	t <sub>ant</sub> : 3,63	
	t <sub>ab</sub> : 2,24	
11:	<del>t<sub>0</sub>: 21,14</del>	
	<del>7,41</del>	
	<del>7,28</del>	
	t <sub>0</sub> : 20,23	2,012 MΩ
	t <sub>ant</sub> : 1,85	275,5 V
	t <sub>ab</sub> : 2,70	
	t <sub>ant</sub> : 1,33	
	t <sub>ab</sub> : 1,50	
	t <sub>ant</sub> : 1,84	
	t <sub>ab</sub> : 1,74	

12 :	$t_0$ :	16,61	
	$t_{auf}$ :	39,08	2004 MΩ
	$t_{ab}$ :	6,90	275,4 V
	$t_{auf}$ :	24,78	
	$t_{ab}$ :	5,22	
	$t_{auf}$ :	12,54	
	$t_{ab}$ :	4,45	
13 :	$t_0$ :	13,89	21001 MΩ
	$t_{auf}$ :	7,43	275,3
	$t_{ab}$ :	3,98	
	$t_{auf}$ :	3,77	
	$t_{ab}$ :	2,73	
	$t_{auf}$ :	3,43	
	$t_{ab}$ :	2,25	



14:	$t_0$	25.90	
	$t_{auf}$	2.53	1886 MS
	$t_{ab}$	1.61	275,2
	$t_{auf}$	2.41	
	$t_{ab}$	1.71	
	$t_{auf}$	2.43	
	$t_{ab}$	2.41	
15:	$t_0$	11.77	2,041 MS
	$t_{auf}$	6.58	275,3 V
	$t_{ab}$	3.15	
	$t_{auf}$	5.13	
	$t_{ab}$	2.46	
	$t_{auf}$	5.05	
	$t_{ab}$	3.68	

16:	to:	tauf:	1.974 MSL
		37,17	275,0 Y
		8,08	
		5,16	
		15,25	
		4,45	
		3,72	
		2,04	
17:	to:	26,17	1.975 MSL
			274,9 V
	tauf:	5,37	
	tab	3,73	
	tauf	15,79	
		6,95	
	tab	15,56	
	tauf		
	tab	5,00	

18	60	13.82	
	tau	5.38	1.975 M <sub>2</sub>
	tau	3.33	274.8 U
	tau	5.92	
	tau	4.12	
	tau	10.32	
	tau	4.05	

I. Mainus