V701

Reichweite von Alphastrahlung

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 18. April 2023
Abgabe: 23. April 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung **2**

2 Theorie **2**
2.1 Vorbereitungsaufgabe 3

3 Durchführung **3**

4 Auswertung **5**
4.1 Reichweite und Energie 5
4.2 Zerfallsstatistik 10

5 Diskussion **11**

Literatur **11**

Anhang **12**

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, experimentell die Reichweite von α-Strahlung in Luft zu bestimmen.

2 Theorie

Durch das Messen der Reichweite von α-Teilchen kann die Energie dieser bestimmt werden. Die α-Teilchen geben durch elastische Stöße mit dem Material Energie ab, dies spielt bei dem Energieverlust schlussendlich nur eine untergeordnete Rolle. Die Teilchen können dur h Anregung oder Dissoziation von Molkülen verlieren. Der Energieverlust $\frac{dE_\alpha}{dx}$ hängt von der Energie der α-Teilchen und der Dichte des zu durchlaufenden Materials ab. Dabei ist zu beachten, dass bei kleineren Geschwindigkeit die Wahrscheinlichkeit der Wechselwirkungen zunimmt. Für hinreichend große Energien lässt sich der Energieverlust der α-Teilchen über die Bethe-Bolch-Gleichung beschreiben

$$-\frac{dE_\alpha}{dx} = \frac{z^2 e^4}{4\pi\epsilon_0 m_e} \frac{nZ}{v^2} \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I}\right), \tag{1}$$

wobei z die Ladung der α-Teilchen ist und v die Geschwindigekit dieser. Z ist die Ordnungszahl, n die Teilchendichte und I die Ioniesierungsenergie des Targetgases. Die Gleichung 1 verliert an Gültigkeit, wenn das α-Teilchen sehr kleine Energien hat. Die Reichweite der α-Teilchen, also die Strecke bis zur vollkommenen Ausbremsung, lässt sich über den Zusammenhang

$$R = \int_0^{E_\alpha} \frac{dE_\alpha}{-dE_\alpha/dx} \tag{2}$$

bestimmen. Da bei niedrig werdener Energie die Gleichung 1 nicht mehr gilt, wird zur Bestimmung der mittleren Reichweite empirisch gewonnene Kurven verwendet. Für die mittlere Reichweite von α-Strahlung in Luft mit der Energie $E_\alpha \preceq 2{,}5\,\mathrm{MeV}$ kann die Bezeichnung $R_m = 3{,}1\,\mathrm{E}^{3/2}$ verwendet werden. Bei einer konstanten Temperatur und konstantem Volumen ist die Reichwite von α-Teilchen in Gasen proportiona zum Druck ρ. Dementsprechend kann eine Absorptionsmessung, bei der der Druck variiert wird, durchgeführt werden. Für einen festen Abstand x_0 zwischen Detektor und α-Strahler gilt für die ëffektive Länge"x

$$x = x_0 \frac{\rho}{\rho_0}, \tag{3}$$

wobei für der Normaldruck mit $\rho_0 = 1013\,\mathrm{mbar}$ eingesetzt werden muss.

2.1 Vorbereitungsaufgabe

Das Funktionsprinzip eines Halbleiterzählers basiert auf den Eigenschaften eines Halbleiters. Werden n-dotiertes und p-dotiertes Material in Kontakt miteinander gebracht, entsteht durch Diffusion eine Zone, in der Ladungsträger freibeweglich sind. Dises erhält sich bis das elektrische Feld die Diffuison verhindert. Wenn der n-Bereich mit einer Anode und der p-Bereich mit einer Kathode verbunden wird, vergrößert sich der Bereich mit den freien Ladungsträgern. Dieser Bereich wird Sperrzone genannt. Wenn ein ionisierendes Teilchen diese Sperrzone durchquert, werden Löcher und Elektronen erzeugt. Dabei entsteht ein Stromfluss, welche gemessen werden kann.

3 Durchführung

In der Abbildung ist der verwendete Aufbau für den Versuch zur Bestimmung der Reichweite von α-Teilchen zu sehen.

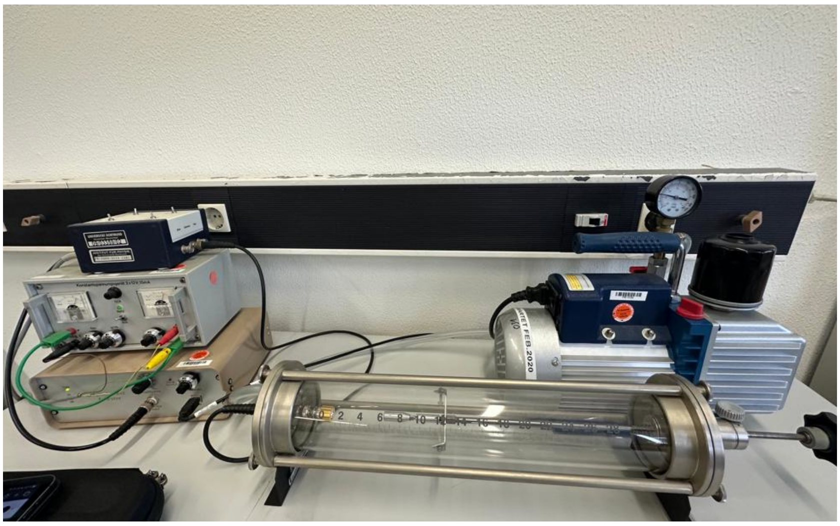


Abbildung 1: Der Versuchsaufbau zur Bestimmung der Reichweite von α-Teilchen.

In einem evakuierten Glaszylinder befindet sich das α-Präparat un dein Detektor. Mittels einer Vakuumpumpe wird der Glaszylinder evakuiert, sodass zum Start der ersten Messung ein Druck von 0 mbar herrscht. Als Strahlungsquelle wird ein Am-Präparat verwendet. Dieses zerfällt mit einer Halbwertszeit von $\mathrm{T}_{1/2} = 459a$ in

$$^{241}_{95}\mathrm{Am} \longrightarrow {}^{237}_{93}\mathrm{N} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}^{++}.$$

Das Präparat befindet sich an einem verschiebbaren Regler, sodass es möglich ist einen Abstand x zum Detektor einzustellen. Als Detektor wird ein Hableiter-sperrschichtzähler verwendet.

Bevor der Versuch durchgeführt werden kann, muss der Aufbau und dessen Verkabelung überprüft werden

4 Auswertung

4.1 Reichweite und Energie

Die Ergebnisse der ersten Messreihe, für die das verwendete Präparat in einem Abstand von 6 cm zum Halbleiter-Sperrschichtzähler befestigt wird, lassen sich anhand Tabelle 1 nachvollziehen. Ein entsprechendes Ventil an der Vakuumpumpe dient zur Variation des Zylinderdrucks p, der mithilfe des integrierten Manometers eingestellt wird. Daraus ergibt sich nach Formel (3) die effektive Distanz x. Mit N_{tot} ist die Anzahl aller aufgezeichneten Strompulse innerhalb eines Intervalls von 120 s bezeichnet. Für eine gegebene Einstellung zählt N_{max} über denselben Zeitraum die maximale Anzahl der Impulse innerhalb eines Kanals. Dieser die meisten Signale erhaltende Kanal wird unter CH aufgeführt. Im Vielkanalanalysator kann davon ausgangen werden, dass ein linearer Zusammenhang zwischen Kanalnummer und entsprechender Energie des Alphateilchens existiert. So wird dann der Modus E der Energieverteilung ermittelt, da $E = 4\,\mathrm{MeV}$ für $p = 0$ oder äquivalent für $x = 0$ bekannt ist. Der statistische Modus, auch Modalwert gennant, gibt den Wert an, der am häufigsten in einer Stichprobe vorkommt.

Tabelle 1: Messdaten bei festem Abstand $x_0 = 6\,\mathrm{cm}$ zwischen Probe und Detektor.

p / mbar	x / cm	N_{tot}	N_{max}	CH	E / MeV
0	0,00	16 178	71	803	4,00
50	0,30	16 170	74	779	3,88
100	0,59	16 153	78	716	3,57
150	0,89	15 246	82	656	3,27
200	1,18	15 085	99	595	2,96
250	1,48	14 200	111	524	2,61
300	1,78	13 984	97	472	2,35
350	2,07	12 137	95	408	2,03
400	2,37	3599	72	310	1,54
450	2,67	458	12	316	1,57
500	2,96	0	0	0	0,00

Zur weiteren Auswertung des Verlaufs der Zählrate N_{tot} in Abhängigkeit zur effektiven Länge x bietet sich die Verwendung einer Sigmoidfunktion

$$\mathrm{sig}(t) = \frac{a}{1 + \exp\left(b(t-c)\right)} + d \tag{4}$$

an, welche hier mit vier Freiheitsgraden formuliert ist. Ihr einziger Wendepunkt liegt bei $t = c$, dort nimmt sie den Funktionswert $\mathrm{sig}(c) = \frac{1}{2}a + d$ an. Dieser liegt genau mittig zwischen den Asymptoten d und $a + d$.

Aus dieser Tatsache folgt speziell für das Modell der Zählrate, dass bei einer effektiven Länge $x = c$ noch genau die Hälfte der maximalen Pulszahl den Detektor erreicht, womit $R = c$ ein Maß für die mittlere Reichweite von Alphastrahlung in Luft ist.

Alternativ lässt sich R über die tatsächlich gemessene maximale Zählrate $\hat{N}_{\text{tot}}$ bestimmen, indem $t = \frac{1}{2}\hat{N}_{\text{tot}}$ in die Inverse von (4) eingesetzt wird. Diese ist mit

$$\operatorname{sig}^{-1}(t) = \frac{\ln\left(\dfrac{a}{t-d} - 1\right)}{b} + c \tag{5}$$

gegeben. In Abbildung 2 werden die zuvor aufgetragenen Messwerte mit der beschriebenen Ausgleichskurve durch die Bibliothek Matplotlib [1] unter Python [3] dargestellt.

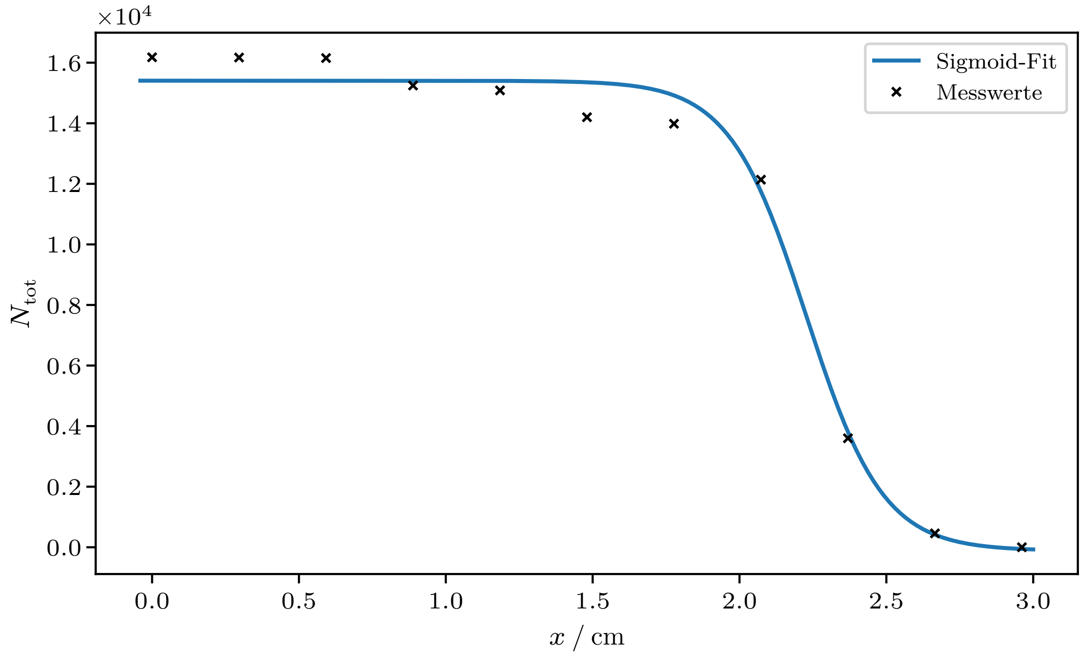


Abbildung 2: Gesamtzählrate N_{tot} der über einen Zeitraum von 120 s gemessenen Impulse in Abhängigkeit zur effektiven Länge x bei $x_0 = 6\,\text{cm}$.

Die optimalen Parameter liefert die numerische Methode `scipy.optimize.curve_fit` [4], wobei die angegebenen Abweichungen der Wurzel der Elemente auf der Hauptdiagonalen der Kovarianzmatrix entsprechen. So ergeben sich

$$a = -15\,520 \pm 752 \qquad b = (-7{,}63 \pm 1{,}38)\,\text{cm}^{-1}$$
$$c = (2{,}227 \pm 0{,}031)\,\text{cm} \qquad d = 15\,406 \pm 310$$

zur Minimierung der Fehlerquadrate. $R = (2{,}227 \pm 0{,}031)\,\text{cm}$ beschreibt die mittlere Reichweite über den Wendepunkt c mit $E = (3{,}723 \pm 0{,}035)\,\text{MeV}$ als die dazugehörige Energie. Um letztere zu berechnen, wird $R = 3{,}1E^{3/2}$ zur Näherung mit Gültigkeit für $E \leq 2{,}5\,\text{MeV}$ ausgenutzt, wobei R in mm anzugeben ist. Mit Uncertainties [2] erfolgt dazu eine automatisierte Fehlerfortpflanzung.

Die Hälfte der maximalen Zählrate innerhalb von 120 s lautet $\frac{1}{2}\hat{N}_{\text{tot}} = 8089$ und liefert über die Umkehrfunktion (5) den Wert $R = (2{,}212 \pm 0{,}035)\,\text{cm}$ für die mittlere Reichweite bei einer Energie von $E = (3{,}707 \pm 0{,}039)\,\text{MeV}$.

Zur Regression entlang der Modalwerte E bei Länge x wird ein linearer Zusammenhang

$$E(x) = w - vx \tag{6}$$

herangezogen. Daran lässt sich direkt der Term $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = v$ für den Energieverlust ablesen.

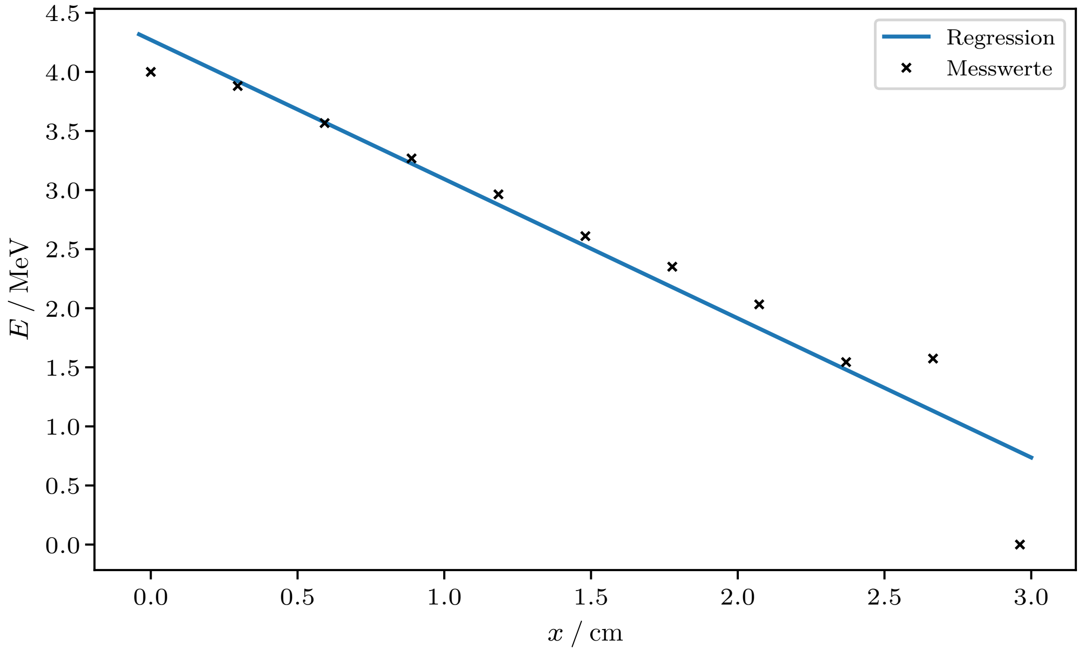


Abbildung 3: Modus E der Energieverteilung zum effektiven Abstand x bei $x_0 = 6\,\text{cm}$.

In Abbildung 3 werden Messpunkte und lineare Ausgleichsrechnung angezeigt. Die Funktion `numpy.polyfit` produziert

$$v = (1{,}178 \pm 0{,}106)\,\text{MeV}\,\text{cm}^{-1} \qquad w = (4{,}271 \pm 0{,}186)\,\text{MeV}$$

als Koeffizienten der optimalen Näherung. Mit $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = (1{,}178 \pm 0{,}106)\,\text{MeV}\,\text{cm}^{-1}$ folgt daraus die pro Streckeneinheit abgegebene Energie.

Analog zum bisherigen Vorgehen für $x = 6\,\text{cm}$ werden nun die Ergebnisse für einen weiteren Abstand $x_0 = 4\,\text{cm}$ betrachtet. Die entsprechenden Messwerte dazu sind in Tabelle 2 eingetragen.

Tabelle 2: Messdaten bei festem Abstand $x_0 = 4\,\mathrm{cm}$ zwischen Probe und Detektor.

p / mbar	x / cm	N_{tot}	N_{max}	CH	E / MeV
0	0,00	35 970	137	832	4,00
50	0,20	35 467	156	783	3,76
100	0,39	34 994	156	735	3,53
150	0,59	34 253	150	719	3,46
200	0,79	34 239	168	658	3,16
250	0,99	34 219	174	640	3,08
300	1,18	33 165	188	584	2,81
350	1,38	31 181	185	559	2,69
400	1,58	30 254	181	505	2,43
450	1,78	28 910	195	463	2,23
500	1,97	25 276	194	384	1,85
550	2,17	18 557	204	340	1,63
600	2,37	6020	122	312	1,50
650	2,57	753	17	308	1,48
700	2,76	117	2	441	2,12
750	2,96	1	1	126	0,61

Abbildung 4 stellt die Zählraten sowie den Graphen der optimierten Fit-Funktion dar.

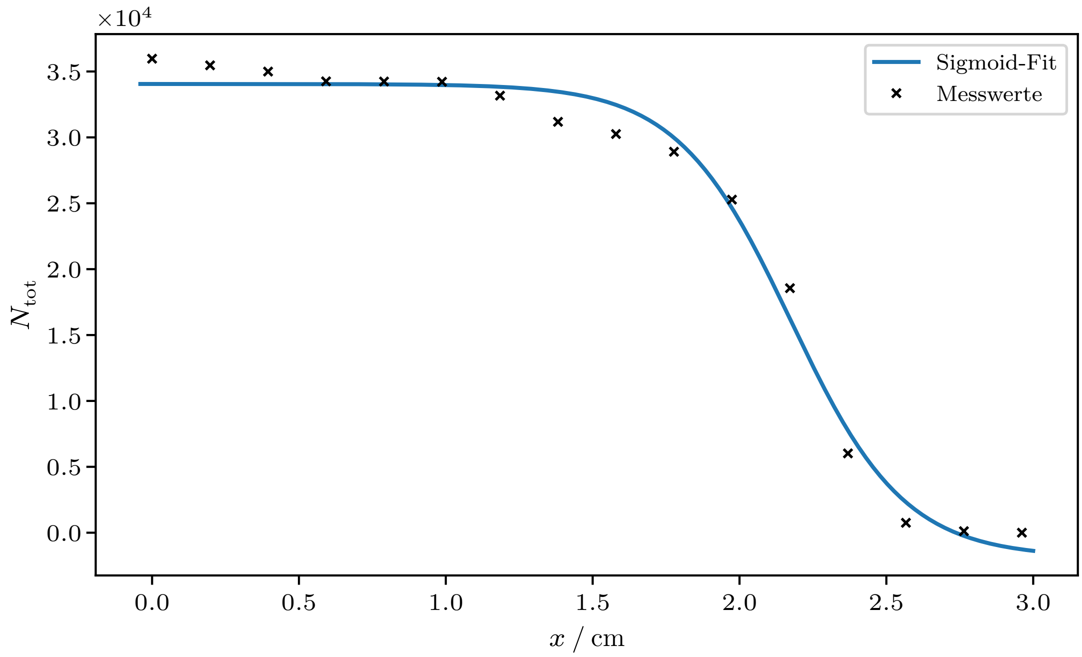


Abbildung 4: Gesamtzählrate N_{tot} der über einen Zeitraum von 120 s gemessenen Impulse in Abhängigkeit zur effektiven Länge x bei $x_0 = 4\,\mathrm{cm}$.

Die der Sigmoidfunktion (4) zugehörigen Parameter lauten jetzt

$$a = -35\,927 \pm 1706 \qquad b = (-5{,}17 \pm 0{,}73)\,\mathrm{cm}^{-1}$$
$$c = (2{,}175 \pm 0{,}032)\,\mathrm{cm} \qquad d = 34\,053 \pm 585$$

und führen über den Wendepunkt auf eine mittlere Reichweite $R = (2{,}175 \pm 0{,}032)\,\mathrm{cm}$ sowie auf die Energie $E = (3{,}665 \pm 0{,}036)\,\mathrm{MeV}$ als abgeleitete Größe. Mit $\frac{1}{2}\hat{N}_{\mathrm{tot}} = 17\,985$ ergibt sich nach Einsetzen in Zusammenhang (5) der Wert $R = (2{,}134 \pm 0{,}039)\,\mathrm{cm}$ mit $E = (3{,}618 \pm 0{,}044)\,\mathrm{MeV}$ für Reichweite und Energie.

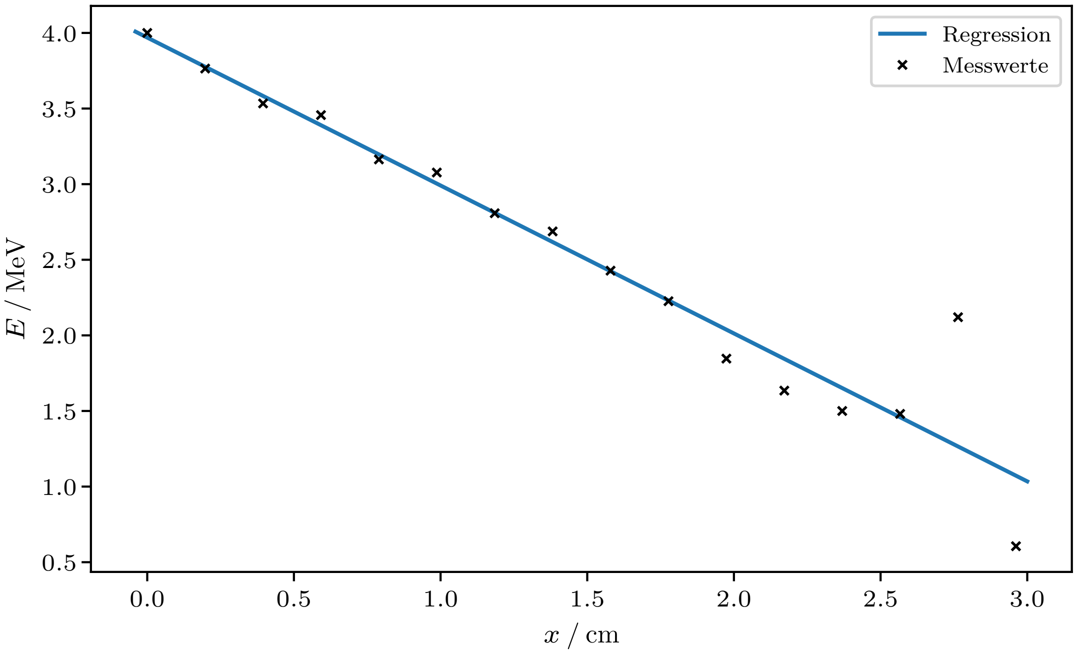


Abbildung 5: Modus E der Energieverteilung zum effektiven Abstand x bei $x_0 = 4\,\mathrm{cm}$.

In Abbildung 5 sind die Moden der Energie und eine dazu passende lineare Regression nach Ansatz (6) mit optimalen Steuerwerten

$$v = (0{,}978 \pm 0{,}076)\,\mathrm{MeV\,cm}^{-1} \qquad w = (3{,}969 \pm 0{,}132)\,\mathrm{MeV}$$

wiedergegeben. Daraus folgt der Energieverlust $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = (0{,}978 \pm 0{,}076)\,\mathrm{MeV\,cm}^{-1}$.

4.2 Zerfallsstatistik

Tabelle 3: Totale Impulszählrate N_{tot} über einen Zeitraum von 10 s bei Parametern $x_0 = 4\,\text{cm}$ und $p = 300\,\text{mbar}$. Das entspricht einem Abstand $x = 1{,}18\,\text{cm}$ bei Normaldruck. Aufgeführt werden $n_{\text{tot}} = 100$ Messungen, die zur besseren Nachvollziehbarkeit aufsteigend sortiert sind.

2339	2420	2455	2478	2504	2532	2570	2608	2642	2669
2340	2420	2457	2487	2509	2534	2571	2609	2642	2672
2355	2421	2460	2489	2514	2539	2574	2611	2642	2678
2375	2423	2467	2492	2518	2540	2576	2618	2646	2682
2375	2429	2468	2492	2521	2542	2576	2624	2651	2682
2387	2430	2473	2493	2523	2543	2582	2628	2654	2685
2395	2444	2475	2497	2523	2549	2590	2628	2655	2708
2405	2445	2475	2498	2527	2550	2597	2632	2660	2710
2406	2451	2477	2503	2527	2556	2605	2636	2663	2742
2411	2453	2478	2503	2529	2562	2607	2636	2665	2769

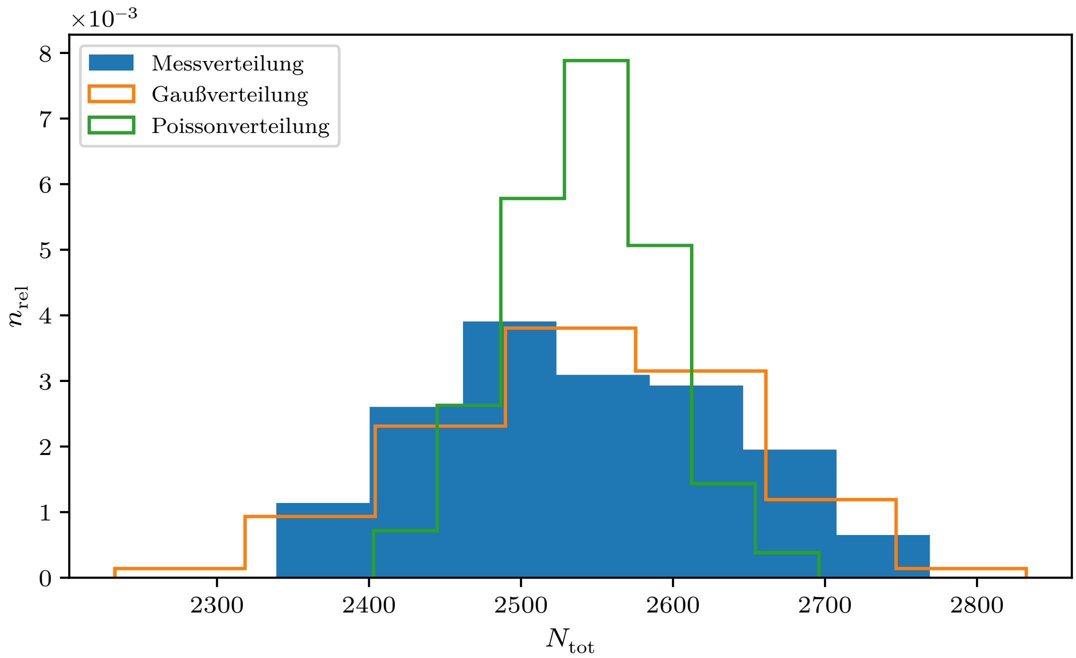


Abbildung 6: Histogramm der gemessenen relativen Zählratenverteilung ($n_{\text{tot}} = 100$) mit überlagerter Gauß- und Poisson-Verteilung (je $n_{\text{tot}} = 500$).

$$P_{\mu\,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \exp(-k)$$

$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n$$

$$(\Delta\overline{x})^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=1}^{N} (x_n - \overline{x})^2$$

$$(\Delta f)^2 = \sum_{n=1}^{N} \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 (\Delta x_n)^2$$

$\bar{N}_{\text{tot}} = 2539{,}78$

$\left(\Delta\bar{N}_{\text{tot}}\right)^2 = 9439{,}41$

$\Delta\bar{N}_{\text{tot}} = 97{,}16$

5 Diskussion

Literatur

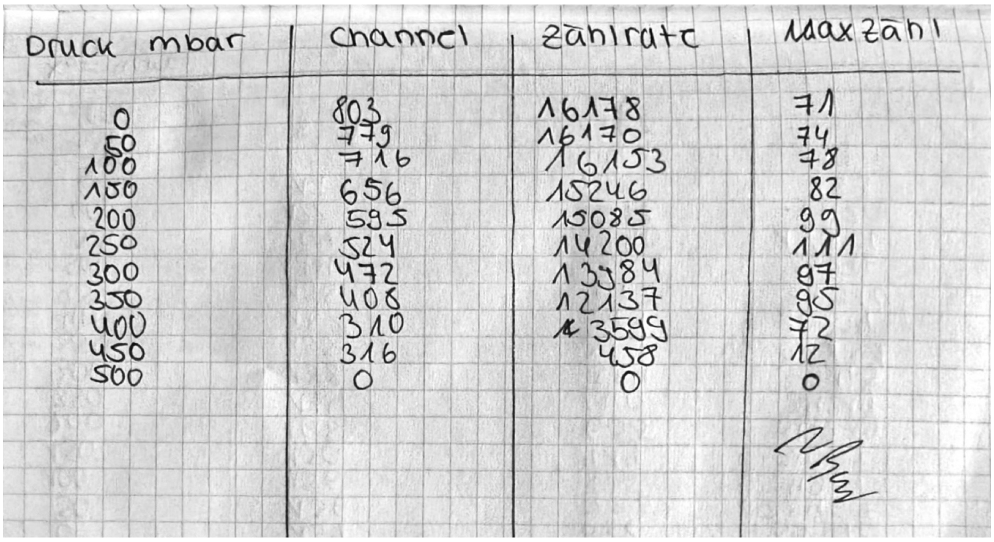
[1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: `10.1109/MCSE.2007.55`. URL: `http://matplotlib.org/`. Current version 3.6.2, DOI: `10.5281/zenodo.7275322`.

[2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

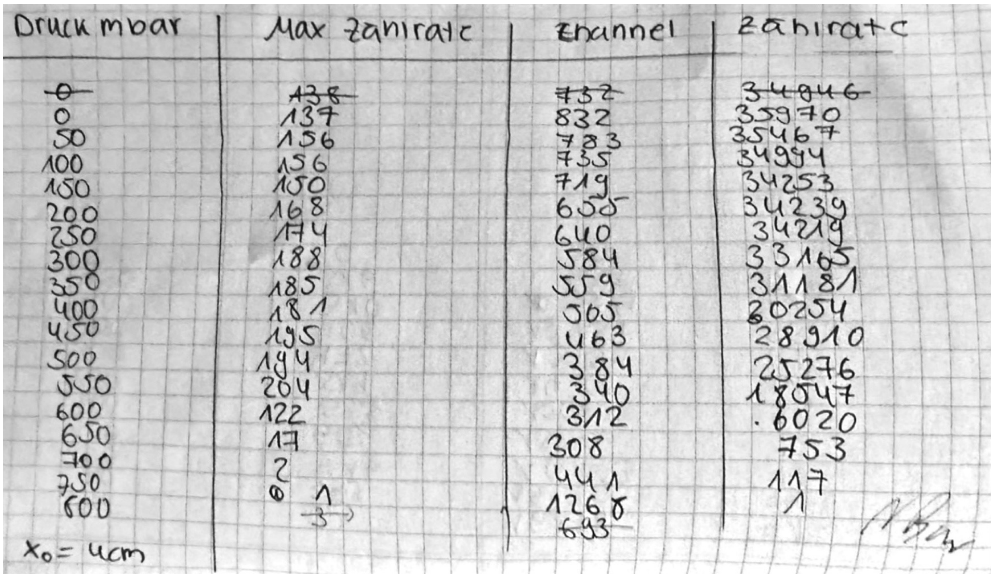
[3] *Python.* Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: `https://www.python.org`.

[4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: `10.1038/s41592-019-0686-2`.

Anhang



Druck mbar	Channel	Zählrate	Max Zähl
0	803	16178	71
50	779	16170	74
100	716	16153	78
150	656	15246	82
200	595	15085	99
250	524	14200	111
300	472	13984	97
350	408	12137	95
400	310	~~1~~ 3599	72
450	316	458	12
500	0	0	0



Druck mbar	Max Zählrate	Channel	Zählrate
~~0~~	~~138~~	~~732~~	~~34946~~
0	137	832	35970
50	156	783	35467
100	156	735	34994
150	150	719	34253
200	168	655	34239
250	174	640	34219
300	188	584	33165
350	185	559	31181
400	181	505	30254
450	195	463	28910
500	194	384	25276
550	204	340	18047
600	122	312	6020
650	17	308	753
700	2	441	117
750	~~0~~ 1 ~~3~~	1268 ~~693~~	1
800			

$x_0 = 4\,cm$

4cm Druck = 300mb

1)	2423	39	2523	77	2521
2	2608	40	2457	78	2611
3	2642	41	2529	79	2420
4	2478	42	2532	80	2682
5	2708	43	2642	81	2527
6	2570	44	2355	82	2682
7	2571	45	2534	83	2429
8	2475	46	2406	84	2685
9	2665	47	2672	85	2590
10	2339	48	2669	86	2411
11	2605	49	2503	87	2421
12	2453	50	2543	88	2636
13	2574	51	2497	89	2660
14	2556	52	2642	90	2492
15	2562	53	2468	91	2576
16	2493	54	2487	92	2477
17	2455	55	2509	93	2514
18	2387	56	2498	94	2460
19	2504	57	2478	95	2742
20	2445	58	2489	96	2473
21	2467	59	2375	97	2430
22	2340	60	2576	98	2518
23	2375	61	2395	99	2549
24	2678	62	2550	100	2655
25	2587	63	2451		
26	2646	64	2542		
27	2609	65	2492		
28	2654	66	2475		
29	2636	67	2539		
30	2632	68	2628		
31	2710	69	2523		
32	2607	70	2582		
33	2663	71	2618		
34	2405	72	2624		
35	2597	73	2444		
36	2769	74	2628		
37	2420	75	2651		
38	2540	76	2503		