

V503

# Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Fritz Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann  
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 9. Mai 2023

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

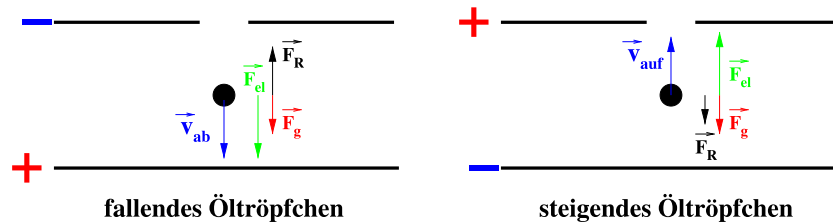
|                          |          |
|--------------------------|----------|
| <b>1 Zielsetzung</b>     | <b>2</b> |
| <b>2 Theorie</b>         | <b>2</b> |
| <b>3 Durchführung</b>    | <b>4</b> |
| <b>4 Auswertung</b>      | <b>5</b> |
| 4.1 Fehlerrechnung ..... | 5        |
| <b>5 Diskussion</b>      | <b>5</b> |
| <b>Literatur</b>         | <b>5</b> |
| <b>Anhang</b>            | <b>6</b> |

# 1 Zielsetzung

Zweck des nachfolgenden Versuchs ist es, die Elementarladung  $e_0$  mithilfe der von Millikan angewendeten Öltröpfchenmethode zu bestimmen. Das Ergebnis wird mittels Berechnung der Avogadro-Konstante  $N_A$  über die Faraday-Konstante  $F$  geprüft.

## 2 Theorie [1]

Die für den Versuch nach Millikan benötigten Öltröpfchen werden beim Zerstäuben durch gegenseitige Reibung elektrisch geladen. Da die getragene Ladung immer einem ganzzahligen Vielfachen der Elementarladung  $e_0$  entspricht, lässt sich diese bestimmen, indem die Tröpfchen in ein vertikales elektrisches Feld gebracht werden. Dieses wird näherungsweise homogen zwischen zwei Kondensatorplatten realisiert und erlaubt nach Aufstellen eines Kräftegleichgewichts die Berechnung der Ladung.



**Abbildung 1:** Vektordiagramm der auf ein Öltröpfchen wirkenden Kräfte im homogenen elektrischen Feld unter Berücksichtigung der Polung.

Ein Tröpfchen mit Masse  $m$  und Dichte  $\rho_O$  erfährt die Gravitationskraft  $\mathbf{F}_G = m\mathbf{g}$  und wird entsprechend nach unten beschleunigt. Entgegen der Bewegungsrichtung wirkt mit  $\mathbf{F}_R = -6\pi r\eta_L \mathbf{v}$  die Stokesche Reibungskraft, wobei  $\eta_L$  die Viskosität der Luft sowie  $r$  den Radius und  $\mathbf{v}$  die Geschwindigkeit des Öltröpfchens bezeichnen. Der Vollständigkeit halber soll hier auch der Auftrieb  $\mathbf{F}_A$  in Luft berücksichtigt werden, obwohl sein Beitrag wegen der geringen Dichte verschwindend gering ausfällt. Werden die Tropfen als kugelförmig angenommen, ergibt sich ihre Masse zu

$$m = \rho_O V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_O .$$

Nach kurzzeitiger Beschleunigungsphase stellt sich eine Kräftegleichgewicht mit passender Gleichgewichtsgeschwindigkeit  $\mathbf{v}_0$  ein. Es gilt also

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_A .$$

Entspricht  $\rho_L$  der Dichte des umgebenden Gasgemisches, liefert Einsetzen der Beträge und anschließendes Umstellen den Ausdruck

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g = 6\pi\eta_L r v_0 . \quad (1)$$

Daraus lässt sich der Tröpfchenradius abhängig von sekundären Messgrößen über

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_O - \rho_L)}} \quad (2a)$$

darstellen. Nun wird der Einfluss  $\mathbf{F}_C = q\mathbf{E}$  des elektrischen Feldes auf eine Ladung  $q$  im Plattenkondensator betrachtet. Ist dazu die Polung wie links in Abbildung 1 angelegt, steht  $\mathbf{F}_C$  parallel zu  $\mathbf{F}_G$  gerichtet, aus (1) folgt dann

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{ab} = -qE.$$

Hier gibt  $E$  die Feldstärke und  $v_{ab}$  die gleichförmige Sinkgeschwindigkeit an. Wird das elektrostatische Feld in entgegengesetzter Anordnung bei ausreichend großen Stärken betrieben, führt das Öltröpfchen eine Aufwärtsbewegung mit Geschwindigkeit  $v_{auf}$  aus, sodass nach (1) der Term

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g + 6\pi\eta_L r v_{auf} = +qE$$

formuliert werden kann. Wie rechts in Abbildung 1 zu sehen ist, wechselt  $\mathbf{F}_R$  hier das Vorzeichen. Gleichsetzen beider Fälle zu

$$\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{ab} = -\frac{4}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g - 6\pi\eta_L r v_{auf}$$

liefert durch die Umformung

$$\frac{8}{3}\pi r^3 (\rho_O - \rho_L) g = 6\pi\eta_L r (v_{ab} - v_{auf})$$

eine alternative Darstellung für den Tropfenradius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_O - \rho_L)}}. \quad (2b)$$

Anhand der Beziehungen (2a) und (2b) lässt sich die Forderung

$$2v_0 = v_{ab} - v_{auf} \quad (3)$$

erkennen, welche zur Prüfung der Messgültigkeit herangezogen wird. Ist sie nicht erfüllt, kann davon ausgegangen werden, dass die Ladung  $q$  des Öltröpfchens im Verlauf der Aufzeichnung variiert. Weiter kann  $r$  in eine der zwei Gleichungen  $\pm qE$  eingesetzt werden, sodass sich die Ladung mit

$$q = \frac{3\pi\eta_L}{E} (v_{ab} + v_{auf}) \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{4g(\rho_O - \rho_L)}} \quad (4)$$

beschreiben lässt. Anschließend ist noch eine letzte Einschränkung zu berücksichtigen.

Das Gesetz von Stokes gilt nur für Tröpfchen, die eine Ausdehnung größer als die mittlere Weglänge  $\bar{l}$  in Luft aufweisen. Da dies für den betrachteten Versuch nicht gegeben ist, muss die Viskosität zu

$$\hat{\eta}_L = \frac{\eta_L}{1 + \frac{B}{pr}} \quad (5)$$

korrigiert werden. Dabei findet der Cunningham-Korrekturterm  $B = 8,226 \cdot 10^{-3} \text{ Pa m}$  Verwendung, mit  $p$  wird der Luftdruck bezeichnet.

Nach Bestimmung der Elementarladung  $e_0$  kann über die sogenannte Faraday-Konstante  $F = 9,649 \cdot 10^4 \text{ C mol}^{-1}$  die Avogadrokonstante  $N_A$  leicht berechnet werden. Die Größe  $F$  beschreibt die elektrische Ladung eines Mols einfach geladener Ionen, daraus ergibt sich der Zusammenhang

$$N_A = \frac{F}{e_0}. \quad (6)$$

### 3 Durchführung

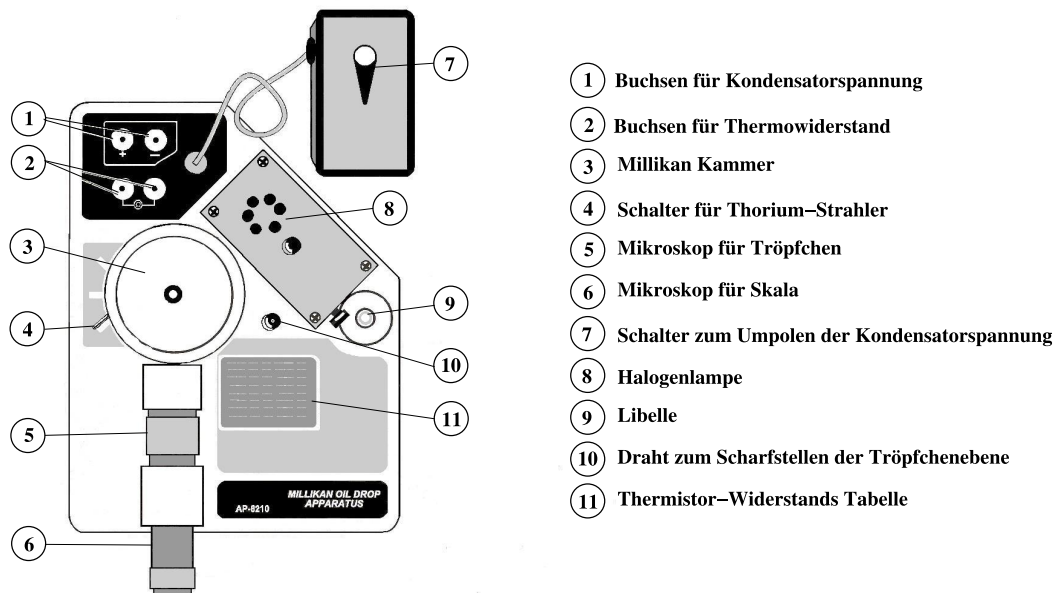


Abbildung 2

## 4 Auswertung

### 4.1 Fehlerrechnung

Die Fehlerrechnung für die Bestimmung der Messunsicherheiten, wird mit Uncertainties [2] gemacht. Die Formel der Gauß Fehlerfortpflanzung ist gegeben durch

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}. \quad (7)$$

Für den Mittelwert bei  $N$  Messwerten gilt

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i. \quad (8)$$

Der Fehler des Mittelwertes lässt sich berechnen mit

$$\Delta \bar{x} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (9)$$

Zu Bestimmung der relativen Abweichung von den experimentellen Werten zu den theoretischen Werten wird die Relation

$$\Delta x = \frac{x_{exp} - x_{theo}}{x_{theo}} \quad (10)$$

genutzt.

Zunächst wird überprüft, ob die einzelnen Messwerte die Bedingung  $2v_0 = v_{ab} - v_{auf}$  erfüllen. Wenn die Messwerte die Relation nicht erfüllen und außerhalb des Rahmens der Messgenauigkeit sind, können diese verworfen werden. Verwendet werden die Werte, bei denen die prozentuale Abweichung vom Sollwert unter 50% liegt.

## 5 Diskussion

### Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 503, Der Millikan-Öltröpfchenversuch.* TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

## Anhang