

V400

Reflexion, Brechung und Beugung

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 30. Mai 2023

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	2
2 Theorie	2
2.1 Strahlenoptik	2
2.1.1 Reflexion	2
2.1.2 Brechung	3
2.1.3 Reflexion und Transmission	4
2.2 Wellenoptik.....	4
2.2.1 Beugung am Einzelspalt	5
2.2.2 Beugung am Gitter.....	5
3 Durchführung	5
3.1 Versuchsaufbau	5
3.2 Versuchsaufgabe	6
4 Auswertung	8
4.1 Statistik.....	8
4.2 Reflexion	8
4.3 Brechung.....	10
4.4 Strahlversatz	11
4.5 Dispersion	12
4.6 Beugung	12
5 Diskussion	14
Literatur	14
Anhang	16

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, grundlegende Gesetzmäßigkeiten der Strahlenoptik und der Wellenoptik zu untersuchen.

2 Theorie

Im Folgenden werden elementare Begriffe der Strahlen- und der Wellenoptik eingeführt und erläutert.

Licht ist eine Form der elektromagnetischen Strahlung. Das optische Spektrum erstreckt sich von ultravioletttem Licht, welches in einem Wellenlängenbereich von 100 nm bis 380 nm vorkommt und reicht bis in das Infrarotspektrum, welches den Wellenlängenbereich von 780 nm bis 1 mm hat. Das für den Menschen sichtbare Licht ist dabei in dem Wellenlängenbereich von 380 nm bis 780 nm.

2.1 Strahlenoptik

Für die Beschreibung von Reflexion und Brechung an Grenzflächen können die Regeln der Strahlenoptik angewandt werden. Dabei wird die Wellenausbreitung über die Normalen der Wellenflächen beschrieben. Diese wird als Lichtstrahl bezeichnet. Lichtstrahlen breiten sich in einem homogenen Medium geradlinig aus. Wenn sich zwei oder mehr Lichtstrahlen kreuzen haben diese keine Einflüsse aufeinander. Für unterschiedliche Materialien ist auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle anders. Daher wird beim Übergang von einem Medium in ein anderes die Welle gebrochen. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeiten v_1 und v_2 ergibt sich die Beziehung

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (1)$$

Dabei beschreibt der Winkel α den Einfallswinkel und β den Ausfallswinkel, beide Winkel werden zur Normalen der Grenzfläche gemessen. n ist der Brechungsindex, welcher eine optische Materialeigenschaft ist. Wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit in Medium 1 größer ist als die in Medium 2, wird das Medium 1 als optisch dünner bezeichnet. Andersherum ist das Medium 1 optisch dicker.

2.1.1 Reflexion

Für einen reflektierten Lichtstrahl, welche in Abbildung 1 zu sehen ist, gilt

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad (2)$$

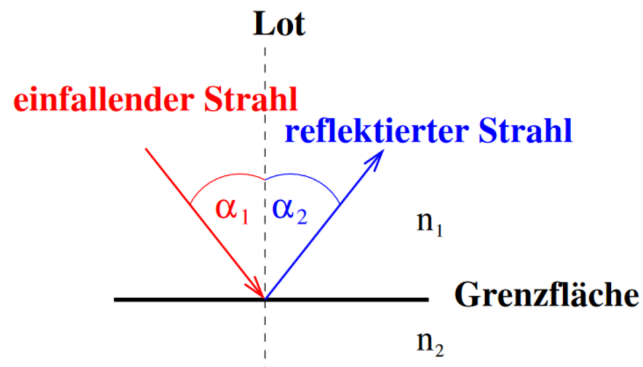


Abbildung 1: Reflexion an einer Grenzfläche. [1]

2.1.2 Brechung

Wenn ein Lichtstrahl auf ein anderes Medium mit dem Brechungsindex n trifft, ändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtstrahls in diesem. Der Lichtstrahl erfährt einen Richtungswechsel, sobald diese an der Grenzfläche auftrifft. Diese Richtungsänderung wird als Brechung bezeichnet, dies ist in Abbildung 2 dargestellt. Es gilt das Gesetz nach Snellius

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2. \quad (3)$$

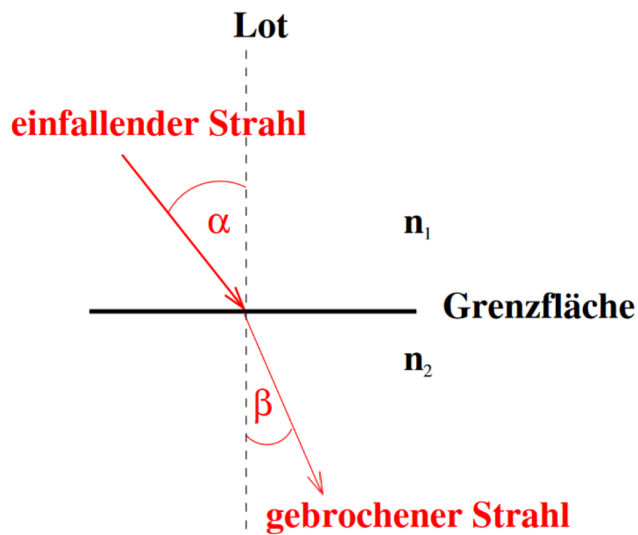


Abbildung 2: Brechung an einer Grenzfläche. [1]

2.1.3 Reflexion und Transmission

Normalerweise wird ein Lichtstrahl an einer Grenzfläche nicht ausschließlich reflektiert beziehungsweise gebrochen. Daher wird ein Teil der Intensität R reflektiert und der andere Teil T wird gebrochen und transmittiert. Siehe Abbildung 3 Es gilt immer $R + T = 1$.

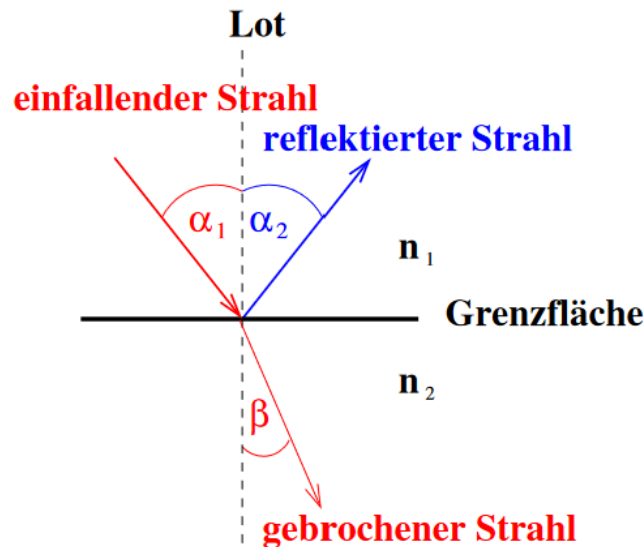


Abbildung 3: Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche. [1]

2.2 Wellenoptik

Es kann beobachtet werden, dass Licht sich im Schattenraum ausbreitet, wenn dieses auf ein Hindernis trifft. Dieses Phänomen wird als Beugung bezeichnet und kann nicht mit der Strahlenoptik erklärt werden. Daher wird für die Erklärung die Wellenoptik herangezogen. Charakteristisch für eine elektromagnetische Welle ist die Frequenz ν und die Wellenlänge λ und die Ausbreitungsgeschwindigkeit v der Welle. Bei der Überlagerung von zwei oder mehreren Wellen, kommt es zur Superposition derer Amplituden. Licht besteht aus vielen Wellenzügen, wenn diese Wellenzüge dieselbe Frequenz und eine feste Phasenbeziehung haben, kommt es zu einem Interferenzbild. Je nach Phasenbeziehung kommt es zu einer Verstärkung, also einer konstruktiven Interferenz oder zu einer Abschwächung, einer destruktiven Interferenz. Zwei Wellen löschen sich vollkommen aus, wenn der Gangunterschied $\lambda/2$ ist und die Intensitäten gleich sind. Die Ausbreitung einer Welle wird über das Huygensche Prinzip konstruiert. Dieses besagt, dass jeder Punkt einer Welle der Ausgangspunkt einer Elementarwelle gleicher Frequenz ist. Außerdem ist die Einhüllende aller Sekundarwellen zu einem späteren Zeitpunkt die neue Position der Wellenfront.

2.2.1 Beugung am Einzelspalt

Trifft eine Wellenfront auf einen Spalt mit der Spaltbreite a , so werden alle Punkte dieser an der Spaltöffnung gebeugt. Für die gebeugten Wellen gilt die gleiche Frequenz und die gleiche Phasenbeziehung. In einem Abstand L wird ein Schirm platziert. Auf diesem können dunkle und helle Interferenzstreifen beobachtet werden. Für die hellen Maxima kann gesagt werden, dass diese an Stellen auftreten, für die gilt

$$a \sin \alpha = k\lambda. \quad (4)$$

2.2.2 Beugung am Gitter

Ein Mehrfachspalt oder auch Gitter genannt, besteht aus N -Einfachspalten gleicher Breite. Fällt eine Wellenfront senkrecht auf ein Strichgitter mit der Gitterkonstante d , können Bedingungen für Intensitätsminima und Intensitätsmaxima aufgestellt werden. Für die Intensitätsmaxima k -ter Ordnung gilt

$$d \sin \alpha = k\lambda. \quad (5)$$

3 Durchführung

Im Folgenden wird der Versuchsaufbau erklärt und die Messdurchführung wird beschrieben.

3.1 Versuchsaufbau

Die Abbildung 4 zeigt die transparente Grundplatte, welche zur Untersuchung der grundlegenden Gesetzmäßigkeiten der Strahlenoptik und der Wellenoptik verwendet wird.

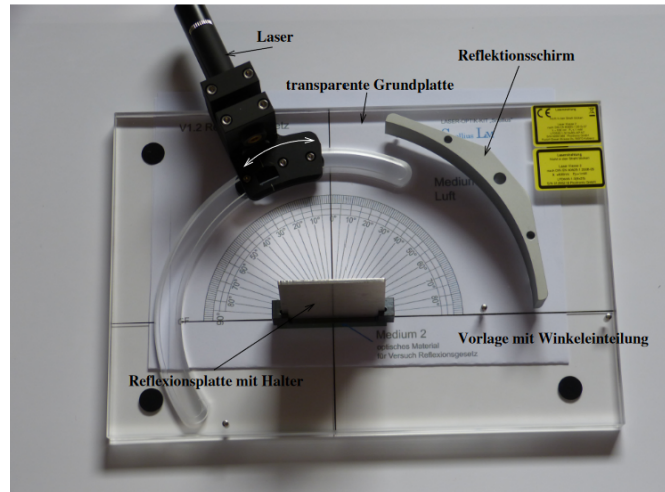


Abbildung 4: Transparente Grundplatte auf der sich zwei Laserdiodenmodule befinden.
[1]

Auf der Platte befinden sich zwei Laserdiodenmodule, welche Licht mit der Wellenlänge $\lambda_{\text{rot}} = 635 \text{ nm}$ und $\lambda_{\text{grün}} = 532 \text{ nm}$ emittieren. Diese Laserdioden lassen sich im Halbkreis bewegen. In der Mitte des Halbkreises lassen sich für die unterschiedlichen Versuchsaufgaben verschiedene geometrische Elemente einbauen.

3.2 Versuchsaufgabe

Zunächst wird das Reflexionsgesetz untersucht, indem der grüne Laser, die Vorlage a und der Halter mit dem Spiegel verwendet werden. Für 7 Einfallswinkel α_1 werden die Ausfallswinkel λ_2 gemessen.

Als Zweites wird das Brechungsgesetz untersucht, dafür wird der Brechungsindex von Luft $n_1 = 1$ genähert. Verwendet werden der grüne Laser, die Vorlage a und die planparallele Platte. Die Platte wird so positioniert, dass der Eintrittsspalt zur Winkelskala zeigt. Die Abbildung 5 zeigt den Prozess, bei dem der Lichtstrahl durch eine planparallele Platte geht und dabei zwei Brechungen erfährt.

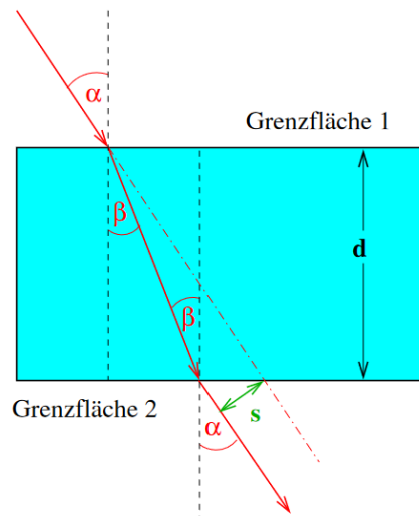


Abbildung 5: Strahlenversatz an einer planparallelen Platte. [1]

Der Strahlenversatz s lässt sich berechnen über die Gleichung

$$s = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}. \quad (6)$$

Bestimmt wird der Brechungswinkel β für 7 verschiedene Einfallswinkel α .

Ein optisches Prisma wird durch nicht parallele Flächen begrenzt.

4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt sollen die zuvor beschriebenen Zusammenhänge experimentell realisiert und überprüft werden.

4.1 Statistik

Dazu ist an dieser Stelle zunächst das Vorgehen zur Behandlung von fehlerbehafteten Daten ausgeführt. Alle Messungen werden mit einer Unsicherheit von einer Einheit der jeweils zum Ablesen verwendeten Skala angegeben. Mithilfe von `uncertainties` [4] lassen sich diese Abweichungen bei der Berechnung abgeleiteter Größen mittels linearer Fehlerfortpflanzung automatisiert mitführen. Weiter gibt

$$\bar{x}_\Delta = \frac{\sum_k x_k / \Delta x_k}{\sum_k 1 / \Delta x_k}$$

das mit dem reziproken Fehler Δx_k gewichtete arithmetische Mittel einer Messreihe x_k an. Als zugehöriges Streumaß wird die Standardabweichung

$$\Delta \bar{x}_\Delta = \frac{1}{\sqrt{\sum_k 1 / \Delta x_k}}$$

verwendet, sodass der Mittelwert $x = \bar{x}_\Delta \pm \Delta \bar{x}_\Delta$ definiert werden kann. Zur grafischen Auswertung durch `matplotlib` [3] wird entlang den Datenpunkten eine lineare Regression unter Anwendung von `numpy` [2] durchgeführt. Abweichungen der Optimierungsvariablen werden dabei der Kovarianzmatrix entnommen.

4.2 Reflexion

Unter Variation des Einfallswinkels α wird in Tabelle 1 der Reflexionswinkel β aufgetragen, für den nach Reflexionsgesetz $\beta = \alpha$ gelten muss. Das ebenso angegebene Verhältnis β/α bemisst die relative Abweichung vom erwarteten Zusammenhang.

Für die in Abbildung 6 dargestellte Ausgleichsrechnung wird ein Modell der Form

$$\beta = A\alpha + B$$

herangezogen, wobei die Verschiebung B als zusätzlicher Freiheitsgrad dient.

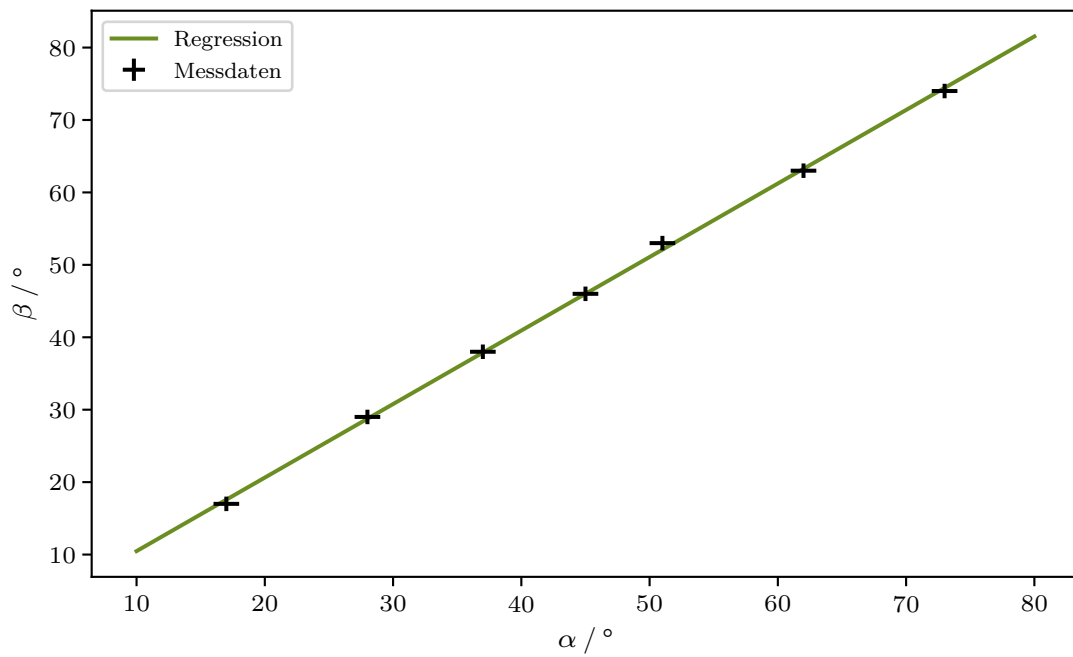


Abbildung 6

Dies liefert die Parameter

$$A = 1,015 \pm 0,012$$

$$B = 0,323 \pm 0,554$$

als Ergebnis. Mit der Geradensteigung $A = 1,015 \pm 0,012$ ist analog zum Winkelverhältnis ein Maß für die Güte der Theorie gegeben. Anhand der Messwerte in Tabelle 1 lässt sich dazu noch der Mittelwert $\beta/\alpha = 1,022 \pm 0,068$ schreiben.

Tabelle 1

$\alpha / ^\circ$	$\beta / ^\circ$	β/α
73 ± 1	74 ± 1	$1,014 \pm 0,020$
62 ± 1	63 ± 1	$1,016 \pm 0,023$
51 ± 1	53 ± 1	$1,039 \pm 0,028$
45 ± 1	46 ± 1	$1,022 \pm 0,032$
37 ± 1	38 ± 1	$1,027 \pm 0,039$
28 ± 1	29 ± 1	$1,036 \pm 0,051$
17 ± 1	17 ± 1	$1,000 \pm 0,083$

4.3 Brechung

Laut Brechungsgesetz sollten Einfallswinkel α und Brechungswinkel β eines Lichtstrahls an der Grenzfläche zwischen Luft mit Brechungsindex $n_0 \approx 1$ und einer optisch dichteren planparallelen Platte aus Plexiglas mit n als Brechungsindex der Formel

$$\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = n$$

gehorschen. Es wird entlang der Messung in Tabelle 2 eine Regression nach

$$\sin(\beta) = A \sin(\alpha) + B$$

durchgeführt und das Ergebnis in Abbildung 7 angezeigt.

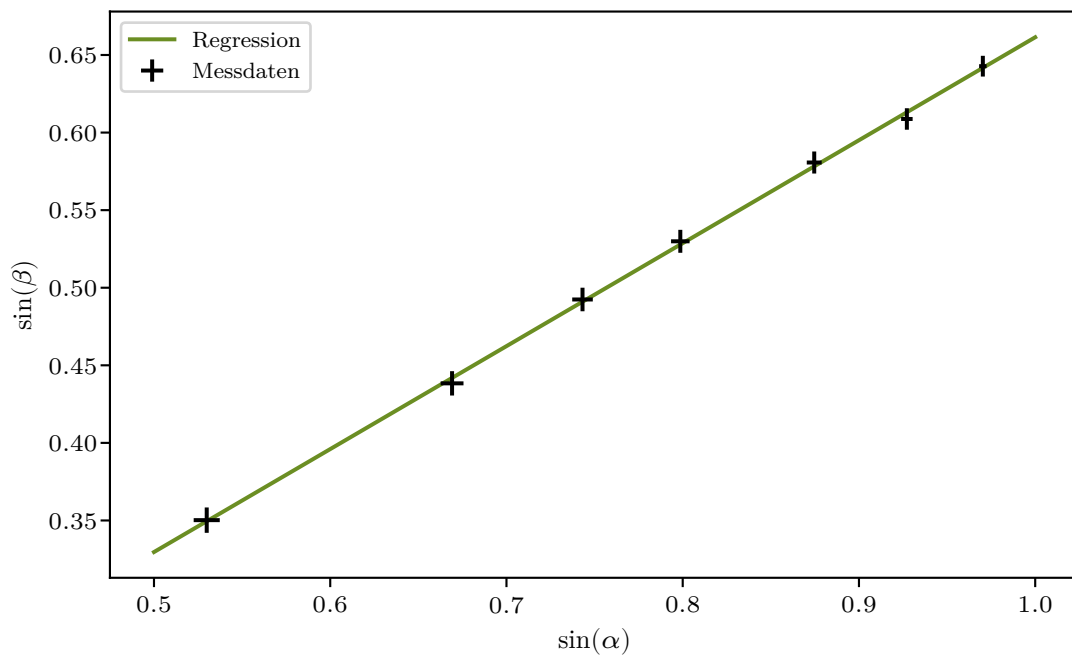


Abbildung 7

Anhand den so erhaltenen Fit-Parametern

$$A = 0,664 \pm 0,008$$

$$B = -0,002 \pm 0,006$$

lässt sich aus dem Kehrwert von A der Brechungsindex $n = 1,507 \pm 0,018$ bestimmen.

Tabelle 2

$\alpha / ^\circ$	$\beta / ^\circ$	n
76	$40,0 \pm 0,5$	$1,510 \pm 0,016$
68	$37,5 \pm 0,5$	$1,523 \pm 0,018$
61	$35,5 \pm 0,5$	$1,506 \pm 0,020$
53	$32,0 \pm 0,5$	$1,507 \pm 0,023$
48	$29,5 \pm 0,5$	$1,509 \pm 0,026$
42	$26,0 \pm 0,5$	$1,526 \pm 0,031$
32	$20,5 \pm 0,5$	$1,513 \pm 0,041$

Über die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ [5] und die Beziehung $c = nv$ folgt mit $n = 1,507 \pm 0,018$ die Geschwindigkeit $v = (1,989 \pm 0,024) \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ für die Ausbreitung in Plexiglas. Analog liefert der Mittelwert $n = 1,513 \pm 0,057$ mit $c = (1,981 \pm 0,075) \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ein leicht abweichendes Ergebnis.

4.4 Strahlversatz

Zur Untersuchung der Verschiebung des Lichtstrahls wird weiterhin der bereits in Tabelle 2 einsehbare Datensatz für die planparallele Platte mit Dicke $d = 5,85 \text{ cm}$ [1] genutzt. Deren Brechungsindex ist hier als Mittelwert $n = 1,509 \pm 0,117$ der vorherigen Ergebnisse angenommen. Aus geometrischer Überlegung lässt sich der Versatz

$$s = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\beta)}$$

in Abhängigkeit von Einfallswinkel α und Brechungswinkel β formulieren.

Tabelle 3

$\alpha / ^\circ$	$\beta / ^\circ$	$\hat{\beta} / ^\circ$	s / cm	\hat{s} / cm
76	$40,0 \pm 0,5$	$40,0 \pm 3,7$	$4,49 \pm 0,06$	$4,49 \pm 0,17$
68	$37,5 \pm 0,5$	$37,9 \pm 3,5$	$3,74 \pm 0,06$	$3,72 \pm 0,22$
61	$35,5 \pm 0,5$	$35,4 \pm 3,2$	$3,09 \pm 0,07$	$3,10 \pm 0,24$
53	$32,0 \pm 0,5$	$32,0 \pm 2,8$	$2,47 \pm 0,07$	$2,47 \pm 0,24$
48	$29,5 \pm 0,5$	$29,5 \pm 2,5$	$2,13 \pm 0,07$	$2,13 \pm 0,23$
42	$26,0 \pm 0,5$	$26,3 \pm 2,2$	$1,79 \pm 0,07$	$1,76 \pm 0,21$
32	$20,5 \pm 0,5$	$20,6 \pm 1,7$	$1,25 \pm 0,07$	$1,24 \pm 0,17$

Tabelle 3 enthält die Brechungswinkel β aus direkter Messung sowie $\hat{\beta}$ aus der Vorhersage des Brechungsgesetzes zum eingestellten Einfallswinkel α . Entsprechend werden s aus β und \hat{s} aus $\hat{\beta}$ berechnet.

4.5 Dispersion

Nun wird ein Prisma aus Kronglas mit einem Brechungsindex $n = 1,510$ und Innenwinkeln $\gamma = 60^\circ$ [1] verwendet. Durchläuft ein Lichtstrahl das Prisma, erfährt dieser abhängig von seiner jeweiligen Wellenlänge λ eine Ablenkung, welche sich nach

$$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2)$$

berechnet. Gemessen werden die Winkel α in Luft, über $\sin(\alpha) = n \sin(\beta)$ ergeben sich die Verläufe innerhalb des Mediums. Mithilfe der Beziehung $\gamma = \beta_1 + \beta_2$ kann die Gültigkeit der Rechnung überprüft werden. Tabelle 4 gibt die Ergebnisse der Messung für grünes Licht mit $\lambda = 532 \text{ nm}$ an, in Tabelle 5 sind Daten und abgeleitete Größen zum roten Laser bei $\lambda = 635 \text{ nm}$ eingetragen.

Tabelle 4

$\alpha_1 / ^\circ$	$\beta_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\beta_2 / ^\circ$	$\beta_1 + \beta_2 / ^\circ$	$\delta_G / ^\circ$
35 ± 1	$22,3 \pm 0,6$	66 ± 1	$37,2 \pm 0,3$	$59,6 \pm 0,7$	$41,4 \pm 0,8$
42 ± 1	$26,3 \pm 0,5$	57 ± 1	$33,7 \pm 0,4$	$60,0 \pm 0,7$	$39,0 \pm 0,7$
49 ± 1	$30,0 \pm 0,5$	48 ± 1	$29,5 \pm 0,5$	$59,5 \pm 0,7$	$37,5 \pm 0,7$
54 ± 1	$32,4 \pm 0,5$	42 ± 1	$26,3 \pm 0,5$	$58,7 \pm 0,7$	$37,3 \pm 0,7$
67 ± 1	$37,6 \pm 0,3$	33 ± 1	$21,1 \pm 0,6$	$58,7 \pm 0,7$	$41,3 \pm 0,8$

Im Mittel gilt eine Ablenkung von $\delta_G = (39,2 \pm 0,4)^\circ$ für den grünen Laser.

Tabelle 5

$\alpha_1 / ^\circ$	$\beta_1 / ^\circ$	$\alpha_2 / ^\circ$	$\beta_2 / ^\circ$	$\beta_1 + \beta_2 / ^\circ$	$\delta_R / ^\circ$
35 ± 1	$22,3 \pm 0,6$	65 ± 1	$36,9 \pm 0,3$	$59,2 \pm 0,7$	$40,8 \pm 0,8$
42 ± 1	$26,3 \pm 0,5$	56 ± 1	$33,3 \pm 0,4$	$59,6 \pm 0,7$	$38,4 \pm 0,7$
49 ± 1	$30,0 \pm 0,5$	48 ± 1	$29,5 \pm 0,5$	$59,5 \pm 0,7$	$37,5 \pm 0,7$
54 ± 1	$32,4 \pm 0,5$	41 ± 1	$25,8 \pm 0,6$	$58,1 \pm 0,7$	$36,9 \pm 0,7$
67 ± 1	$37,6 \pm 0,3$	32 ± 1	$20,5 \pm 0,6$	$58,1 \pm 0,7$	$40,9 \pm 0,8$

Für rotes Licht gibt $\delta_R = (38,8 \pm 0,4)^\circ$ den Mittelwert an.

4.6 Beugung

Zuletzt soll die Wellennatur des Lichts untersucht werden.

$$\lambda = d \frac{\sin(\varphi)}{k}$$

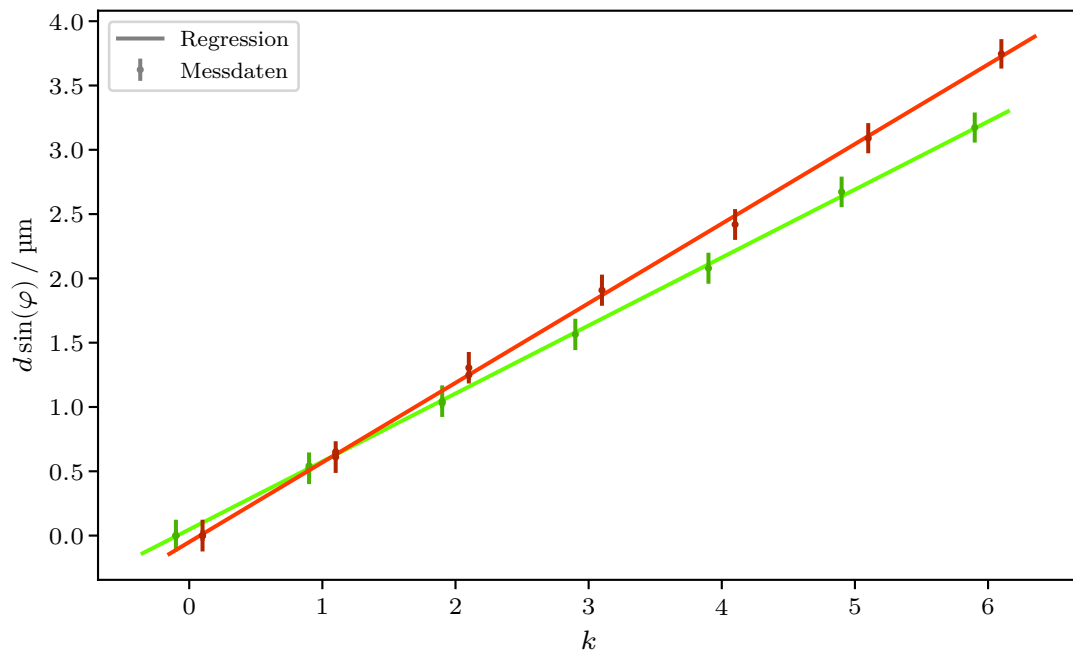


Abbildung 8

$$d \sin(\varphi) = \lambda k + A$$

$$\lambda_G = (529 \pm 3) \text{ nm}$$

$$A_G = (-6 \pm 8) \text{ nm}$$

$$\lambda_R = (619 \pm 5) \text{ nm}$$

$$A_R = (12 \pm 14) \text{ nm}$$

Tabelle 6

$d / \mu\text{m}$	k	$\varphi / ^\circ$		λ_G / nm	
1,67	1	19 ± 1	19 ± 1	543 ± 28	543 ± 28
3,33	1	9 ± 1	9 ± 1	521 ± 57	521 ± 57
3,33	2	18 ± 1	18 ± 1	515 ± 28	515 ± 28
10,00	1	3 ± 1	3 ± 1	523 ± 174	523 ± 174
10,00	2	6 ± 1	6 ± 1	523 ± 87	523 ± 87
10,00	3	9 ± 1	9 ± 1	521 ± 57	521 ± 57
10,00	4	12 ± 1	12 ± 1	520 ± 43	520 ± 43
10,00	5	16 ± 1	15 ± 1	551 ± 34	518 ± 34
10,00	6	18 ± 1	19 ± 1	515 ± 28	543 ± 28

$$\lambda_G = (527 \pm 2) \text{ nm}$$

Tabelle 7

$d / \mu\text{m}$	k	$\varphi / ^\circ$		λ_R / nm	
1,67	1	23 ± 1	23 ± 1	651 ± 27	651 ± 27
3,33	1	11 ± 1	11 ± 1	636 ± 57	636 ± 57
3,33	2	22 ± 1	22 ± 1	624 ± 27	624 ± 27
10,00	1	3 ± 1	4 ± 1	523 ± 174	698 ± 174
10,00	2	7 ± 1	8 ± 1	609 ± 87	696 ± 86
10,00	3	11 ± 1	11 ± 1	636 ± 57	636 ± 57
10,00	4	14 ± 1	14 ± 1	605 ± 42	605 ± 42
10,00	5	18 ± 1	18 ± 1	618 ± 33	618 ± 33
10,00	6	22 ± 1	22 ± 1	624 ± 27	624 ± 27

$$\lambda_R = (629 \pm 2) \text{ nm}$$

5 Diskussion

Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 400, Reflexion, Brechung und Beugung.* TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

- [2] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

Anhang