

V407

Fresnelsche Formeln

Fritz Agildere
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 2. Mai 2023

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	2
2	Theorie	2
3	Durchführung	5
4	Auswertung	5
5	Diskussion	6
	Literatur	6
	Anhang	7

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Intensität von einfallender Strahlung und an der SI-Oberfläche reflektierter Strahlung in Abhängigkeit des Einfallswinkels zu messen. Anschließend werden die experimentel bestimmten Werte mit den theoretischen Werten verglichen.

2 Theorie

Als Grundlage des Versuches dient die elektromagnetische Wellentheorie, wobei die Ausbreitung von Licht mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon \varepsilon_0 \partial_t \vec{E} \quad \text{und} \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \mu_0 \partial_t \vec{H} \quad (2)$$

beschrieben wird. Im folgenden werden nicht-ferromagnetische und nicht elektrisch leitende Materialien betrachtet, somit gilt $\mu \approx 1$ und $\vec{j} = 0$. Die elektrische und magnetische Arbeit

$$W_{\text{elektrisch}} := \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}^2 \quad \text{und}$$

$$W_{\text{magnetisch}} := \frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}^2$$

stellen den Zusammenhang zwischen Energie pro Volumeneinheit eines elektrischen beziehungsweise magnetischen Feldes dar. Der Poynting Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \text{und} \quad (3)$$

$$|\vec{S}| = v \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}^2 \quad (4)$$

besitzt die Dimension Leistung/Fläche und stellt die Strahlungsleistung pro Flächeneinheit eines elektromagnetischen Feldes dar. Beim Einfallen einer Welle aus dem Vakuum auf eine Grenzfläche unter einem Winkel α , wird ein Bruchteil dieser reflektiert und der andere dringt in das Medium ein. Der Lichtstrahl, welcher in das Medium eindringt erfährt eine Richtungsänderung und wird so gebrochen, dass der Beugungswinkel $\beta < \alpha$ ist. Es werden nur nicht absorbierende Medien verwendet und es gilt somit

$$S_e F_e = S_r F_e + S_d F_d \quad \text{oder} \\ S_e \cos \alpha = S_r \cos \alpha + S_d \cos \beta.$$

Diese Gleichung kann umgeschrieben werden zu

$$c \varepsilon_0 \vec{E}_e^2 \cos \alpha = c \varepsilon_0 \vec{E}_r^2 \cos \alpha + v \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}_d^2 \cos \beta. \quad (5)$$

Für den Brechungsindex ergibt sich das Verhältnis

$$n = \frac{c}{v}. \quad (6)$$

Aus den Maxwell'schen Gleichungen (2) ergibt sich die Maxwell'sche Relation

$$n = \varepsilon^2. \quad (7)$$

Aus der Maxwell'schen Relation (7) und der Gleichung 5 ergibt sich

$$\left(\vec{E}_e^2 - \vec{E}_r^2 \right) \cos \alpha = n \vec{E}_d^2 \cos \beta. \quad (8)$$

Die Polarisationsrichtung der einfallenden Welle \vec{E}_e relativ zur Einfallsebene ist entweder senkrecht polarisiert oder parallel polarisiert, sodass

$$\vec{E}_e = \vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel \quad (9)$$

gegeben ist. Zunächst wird die Polarisation senkrecht zur Einfallsebene betrachtet. Für den parallel polarisierten Teil \vec{E}_\parallel geht hervor, dass dieser tangential zur Grenzfläche schwingt. In der Abbildung 1 wird die Reflexion eines Lichtstrahls an einer Grenzfläche dargestellt.

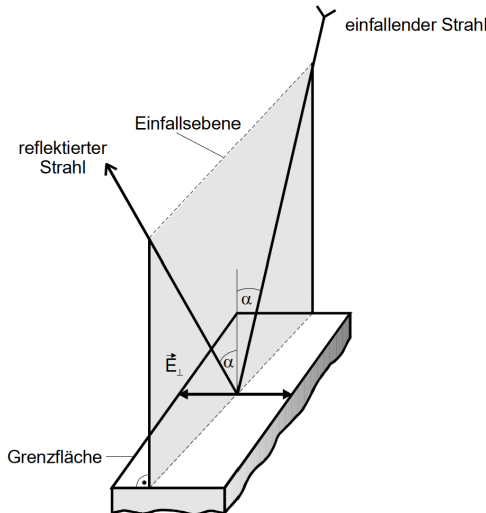


Abbildung 1: Reflexion und Brechung des senkrecht polarisierten Lichtstrahls. [1]

Da die Beträge der \vec{E}_\perp gleich ihren Tangentialkomponenten sind und keine Normalkomponente vorhanden ist kann aus den Stetigkeitsbedingungen die Beziehung

$$\vec{E}_{e\perp} + \vec{E}_{r\perp} = \vec{E}_{d\perp}$$

aufgestellt werden. Zusammen mit dem Snellius Brechungsgesetz

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (10)$$

ergeben sich die Fresnel Formeln

$$\begin{aligned}\vec{E}_{r\perp} &= -\vec{E}_{e\perp} \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad \text{und} \\ \vec{E}_{r\perp} &= -\vec{E}_{e\perp} \frac{\left(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha\right)^2}{n^2 - 1}.\end{aligned}\tag{11}$$

Für den streifenden Einfall $\alpha = \frac{\pi}{2}$ gilt

$$\vec{E}_{r\perp}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\vec{E}_{r\perp}.$$

Wenn der Lichtstrahl senkrecht einfällt, also bei $\alpha = 0$ gilt

$$\vec{E}_{r\perp}(0) = -\vec{E}_{r\perp} \frac{n - 1}{n + 1}.$$

Die Reflexion und Brechung des parallel zur Einfallsebene einfallende Strahl ist in Abbildung 2 dargestellt.

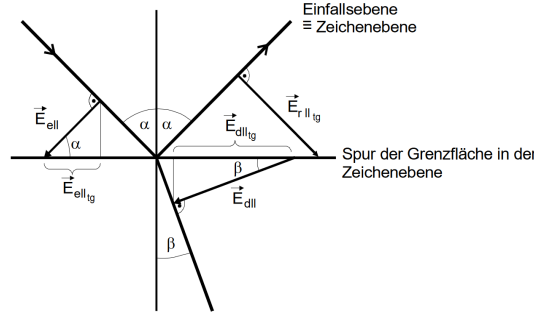


Abbildung 2: Reflexion und Brechung des parallel polarisierten Lichtstrahls. [1]

Die parallel polarisierte Komponente \vec{E}_{\parallel} setzt sich zusammen aus einer tangentialen Komponente $\vec{E}_{\parallel tg}$ und eine Komponente, welche normal zu Grenzfläche ist.

Aus den Stetigkeitsbedingungen und den Tangentialkomponenten der Vektoren $\vec{E}_{e\parallel}$, $\vec{E}_{r\parallel}$ und $\vec{E}_{d\parallel}$ ergibt sich die Gleichung

$$\vec{E}_{r\parallel} = \vec{E}_{e\parallel} \frac{n \cos \alpha - \cos \beta}{n \cos \alpha + \cos \beta}.\tag{12}$$

Für den senkrechten Einfall $\alpha = 0$ gilt

$$\vec{E}_{r\parallel}(0) = \vec{E}_{e\parallel} \frac{n - 1}{n + 1}$$

und für den streifenden Fall $\alpha = \frac{\pi}{2}$ gilt

$$\vec{E}_{r\parallel}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\vec{E}_{e\parallel}.$$

3 Durchführung

4 Auswertung

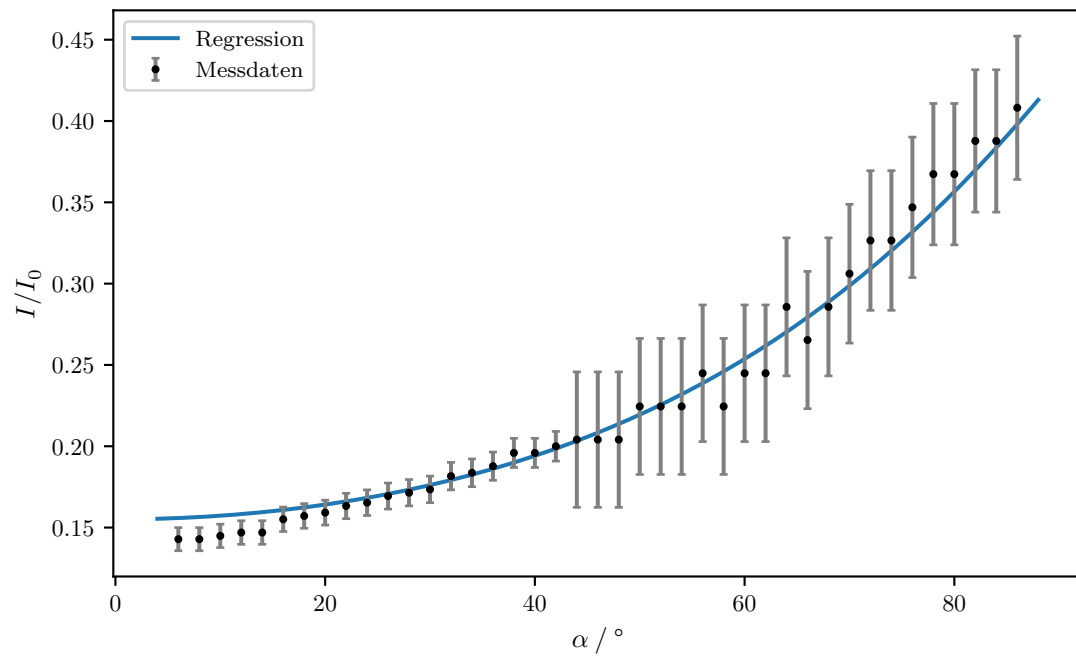


Abbildung 3

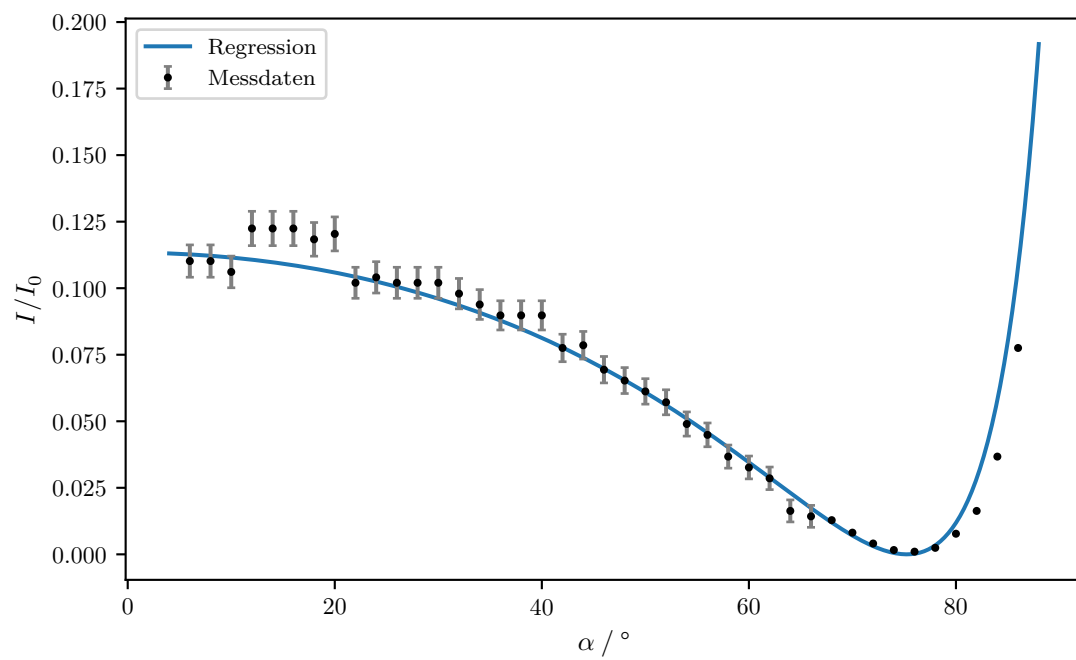


Abbildung 4

5 Diskussion

Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 407, Fresnelsche Formeln.* TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

Anhang