

V504

# Thermische Elektronenemission

Fritz Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann  
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 4. April 2023

Abgabe: 19. April 2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Austrittsarbeit und Energieverteilung der Leitungselektronen .....	2
2.2	Sättigungsstromdichte bei thermischer Elektronenemission .....	3
2.3	Die Hochvakuum-Diode .....	4
2.4	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung .....	4
2.5	Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode .....	5
2.6	Die Kennlinie der Hochvakuumdiode .....	6
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>6</b>
3.1	Kennlinienschar einer Hochvakuum-Diode .....	7
3.2	Untersuchung des Anlaufstromgebietes .....	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Sättigungsstrom und Gültigkeit des Raumladungsgesetzes .....	8
4.2	Kathodentemperatur unter maximaler Heizleistung .....	13
4.3	Austrittsarbeit des Kathodenmaterials .....	14
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>15</b>
	<b>Literatur</b>	<b>16</b>
	<b>Anhang</b>	<b>17</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es zu zeigen, dass durch Erwärmung einer Metalloberfläche eine Elektronenemission möglich ist. Bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit dieses Effektes wird besonders auf die Austrittsarbeit geachtet. Diese Konstante soll für das Metall Wolfram bestimmt werden.

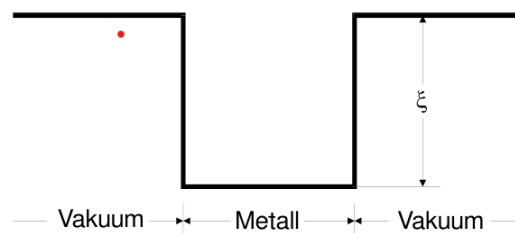
## 2 Theorie

Im Folgenden werden grundlegende Begriffe des Versuches, wie die Austrittsarbeit, die Hochvakuum-Diode und dessen Kennlinie und Sättigungsstromdichte erläutert. Zudem wird beschrieben und teilweise hergeleitet, wie rechnerisch die Austrittsarbeit und die Kathodentemperatur bestimmt werden kann.

### 2.1 Austrittsarbeit und Energieverteilung der Leitungselektronen

Eine große Anzahl der Metalle sind kristalline Festkörper, welche hohe elektrische Leitfähigkeit besitzen. Diese Tatsache lässt sich damit erklären, dass die Atome, welche auf den Kristallgitterplätzen sitzen, alle ionisiert sind. Somit bilden die Ionen ein periodisches Gitter, welches von freigesetzten Elektronen eingehüllt ist. Diese Elektronen befinden sich im Kraftfeld sämtlicher Ionen und werden als Leitungselektronen bezeichnet. Das Gitterpotential ist eine vom Ort abhängige periodische Funktion. Diese nimmt an den Gitterpunkten einen hohen positiven Wert an, weiter entfernt von den Punkten ist der Wert des Gitterpotentials nur wenig veränderlich. Somit lässt sich durch eine Näherung sagen, dass das Gitterpotential konstant ist. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass im Metallinneren ein konstantes positives Potential, welches um  $\phi$  verschieden zum Außenraum ist, herrscht. Die Elektronen können sich daher frei bewegen und demnach die elektrische Leitfähigkeit erzeugen.

Wenn ein Elektron das Metallinnere verlassen will, muss dieses die Austrittsarbeit zu dem gegebenen Potential  $\xi$  leisten. In Abbildung 1 wird dies anhand des Potentialtopf-Modells gezeigt.

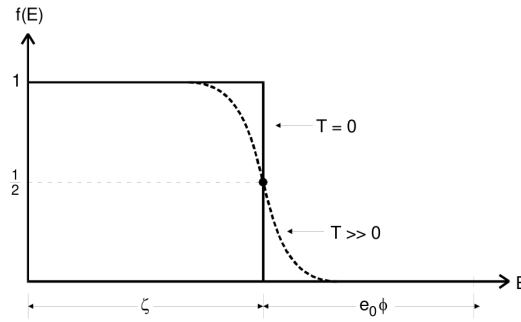


**Abbildung 1:** Darstellung des Potentialtopf-Modells eines Metalls.[1]

Die Quantentheorie beantwortet die Frage, ob das Elektron die benötigte Energie aufbringen kann. Elektronen können ausschließlich diskrete Energiewerte annehmen. Das Elektron hat einen halbzahligen Spin und unterliegt demnach dem Pauli-Verbot. Dieses besagt, dass jeder mögliche Zustand mit der vorausgesetzten Energie  $E$  nur von zwei Elektronen eingenommen werden kann, wenn diese entgegengesetzten Spin haben. Somit besitzen die Elektronen auch am Nullpunkt eine endlich Energie. Diese ist abhängig von den Elektronen pro Volumeneinheit im Metall. Der Begriff für diese Energie bei  $T = 0$  wird Fermische Grenzenergie  $\zeta$  genannt. Für Zimmertemperatur gilt für alle Metalle  $\zeta \gg kT$ . Durch die Fermi-Diracsche Verteilungsfunktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp \frac{E-\zeta}{kT} + 1}, \quad (1)$$

wird die Wahrscheinlichkeit angegeben, dass im thermischen Gleichgewicht der Zustand mit der Energie  $E$  besetzt ist. Der Verlauf des Graphen der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion ist in Abbildung 2 zu sehen.



**Abbildung 2:** Der Verlauf der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion am absoluten Nullpunkt 0 K und bei einer Temperatur  $T \gg 0$  K.[1]

Es kann abgelesen werden, dass ein Elektron mindestens eine Energie von  $\zeta + e_0\phi$  vorweisen muss, damit es die Metalloberfläche verlassen kann. Für den Fall, dass das gegebene Metall Wolfram ist, kann eine Näherung getroffen werden

$$f(E) \approx \exp \left( \frac{\zeta - E}{kT} \right). \quad (2)$$

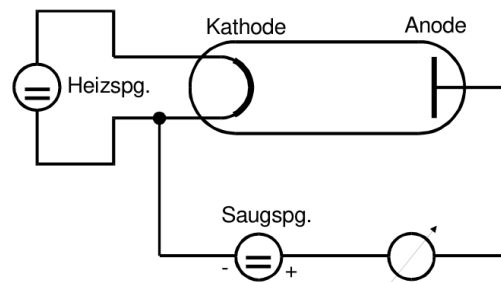
## 2.2 Sättigungsstromdichte bei thermischer Elektronenemission

Mithilfe der Gleichung 2 lässt sich die Sättigungsstromdichte in Abhängigkeit zur Temperatur errechnen. Schlussendlich folgt für die Sättigungsstromdichte  $j_S(T)$  die Richardson-Gleichung

$$j_S(T) = 4\pi \frac{e_0 \cdot m_0 \cdot k^2}{h^3} T^2 \exp \frac{-e_0\phi}{kT}. \quad (3)$$

## 2.3 Die Hochvakuum-Diode

Um den Sättigungsstrom einer emittierenden Metalloberfläche zu messen, muss ein Hochvakuum vorliegen, da sonst die Elektronen mit den Gasmolekülen wechselwirken würden. Weiter wird ein elektrisches Feld benötigt, welches die ausgetretenen Elektronen absaugt. Diese dafür vorgesehene Apparatur heißt Hochvakuum-Diode. Die Schaltskizze einer solchen Apparatur ist in Abbildung 3 dargestellt.



**Abbildung 3:** Die grundlegende Schaltskizze einer Hochvakuum-Diode.[1]

In der dargestellten Konfiguration fließt durch die emittierten Elektronen ein Strom von Kathode zu Anode. Bei umgekehrter Polung wird dies durch das Gegenfeld verhindert, im Vakuum sind keine sonstigen Ladungsträger vorhanden. Entsprechend ist die Bezeichnung als Diode gerechtfertigt, die je nach Betriebsrichtung eine leitende oder sperrende Funktion erfüllt.

## 2.4 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Die Elektronen führen eine beschleunigte Bewegung in Richtung der Anode aus, haben also keine konstante Geschwindigkeit. Dementsprechend ist die Raumladungsdichte  $\rho$  der Elektronen eine Funktion des Ortes, welche zur Anode hin abnimmt. Diese Tatsache lässt sich aus der Kontinuitätsgleichung, dass  $j$  überall konstant ist, ableiten. Die Stromdichte ist gegeben durch

$$j = -\rho v. \quad (4)$$

Die Raumladungsdichte  $\rho$  beeinflusst daher den Verlauf der Feldstärke zwischen Anode und Kathode. Sie schirmt das Feld von der Kathode ab. Die emittierten Elektronen werden dann nicht mehr alle von dem Anodenfeld erfasst. Darauf folgt, dass der zu messende Kathodenstrom kleiner als der zu erwartende Sättigungsstrom ist. In der Gleichung 5 ist der Zusammenhang von Anodenspannung und -strom in der Poissonsgleichung dargestellt

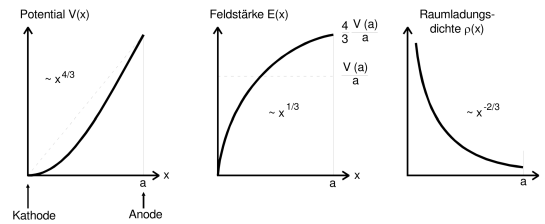
$$\Delta V = -\frac{1}{\varepsilon_0} \rho. \quad (5)$$

Angenommen wird, dass die Anode und Kathode unendlich ausgedehnte ebene Oberflächen sind, welche mit einem Abstand  $a$  zueinander ausgerichtet sind. Zusammen aus Gleichung 4 und Gleichung 5 folgt der Zusammenhang zwischen der Stromdichte  $j$  und der Anodenspannung  $V$

$$j = \frac{4}{9} \xi_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2}, \quad (6)$$

welcher als Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz bezeichnet wird. Der Gültigkeitsbereich in einem  $j$ - $V$ -Diagramm einer Hochvakuum-Diode wird Raumladungsgebiet genannt.

In Abbildung 4 ist die Ortsabhängigkeit des Potentials, der Feldstärke und der Ladungsdichte im Raumladungsgebiet einer Hochvakuumdiodenkennlinie aufgetragen.



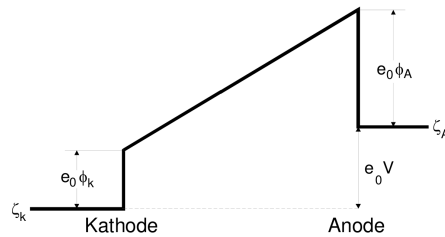
**Abbildung 4:** Die Darstellung der Ortsabhängigkeit des Potentials  $V$ , der Feldstärke  $E$  und der Ladungsdichte  $\rho$  im Raumladungsgebiet einer Hochvakuumdiodenkennlinie.[1]

## 2.5 Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode

Aus Gleichung 6 kann abgelesen werden, dass für  $j = 0$  auch  $V = 0$  gilt. Durch die Eigengeschwindigkeit, die die Elektronen bei Verlassen der Kathode haben, kann bei  $V = 0$  ein geringer Anodenstrom gemessen werden. Für  $T > 0$  existieren endlich viele Elektronen, deren Energie größer ist als die Austrittsarbeit. Diese Energie

$$\Delta E = E - (\zeta + e_0 \phi), \quad (7)$$

ist dann die kinetische Energie der Elektronen. Dieser Strom wird als Anlaufstrom bezeichnet. Das Energieverhältnis im Anlaufstromgebiet ist in Abbildung 5 dargestellt.



**Abbildung 5:** Die Potentialverhältnisse in einer Hochvakuum-Diode im Bereich ihres Anlaufstromgebietes.[1]

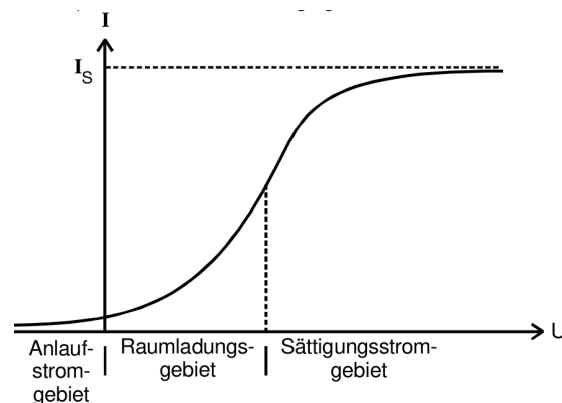
Da die Anzahl der Leitungselektronen mit Energien zwischen  $E$  und  $dE$  nach Gleichung 2 näherungsweise exponentiell von  $E$  abhängig ist, lässt sich mit

$$j(V) = j_0 \exp \left( -\frac{e_0 \phi_A + e_0 V}{kT} \right) = \text{const} \exp \left( -\frac{e_0 V}{kT} \right) \quad (8)$$

eine analoge Beziehung für Anlaufstromstärke und äußeres Potential  $V$  formulieren.

## 2.6 Die Kennlinie der Hochvakuumdiode

Die Kennlinie beschreibt den Zusammenhang der Stromdichte  $j$  beziehungsweise dem Anodenstrom  $I_A$  und dem außen angelegten Potential.



**Abbildung 6:** Die Kennlinie einer Hochvakuum-Diode.[1]

Die Abbildung 6 zeigt eine solche Kennlinie einer Hochvakuum-Diode. Diese lässt sich in drei Abschnitte unterteilen: Dem Anlaufstromgebiet, dem Raumladungsgebiet und dem Sättigungsstromgebiet. Das Anlaufstromgebiet ist durch einen exponentiellen Anstieg gekennzeichnet, dieses Gebiet liegt im Bereich  $V < 0$ . Bei dem Raumladungsgebiet liegt eine  $\sqrt{V^3}$ - Abhängigkeit vor. Schlussendlich wird das Raumladungsgebiet langsam von dem Sättigungsstromgebiet abgelöst. Mithilfe dieser Kennlinie kann die Kathodentemperatur und die Austrittsarbeit der Kathode bestimmt werden.

## 3 Durchführung

Im Folgenden werden der Versuchsaufbau zur Bestimmung von Kennlinien einer Hochvakuum-Diode und der Aufbau zur Untersuchung des Anlaufstromgebietes beschrieben. Außerdem werden die einzelnen Schritte der Durchführung beider Versuchsteile genannt und erläutert.

### 3.1 Kennlinienschar einer Hochvakuum-Diode

Zunächst wird die Schaltung aus der Abbildung 7 aufgebaut. Darauf wird eine Heizleistung eingestellt. Diese wird dann noch zwei mal variiert, sodass Messwerte für drei verschiedene Kathodenströme aufgenommen werden. Für die erste Messung wurde ein Strom von 2 A mit einer Spannung von 3,5 V verwendet. Bei der zweiten Durchführung wurde ein Strom von 2,2 A mit einer Spannung von 4,5 V angeschlossen. Beim dritten Mal betrug der Kathodenstrom 2,4 A und die Spannung war 5 V groß. Die drei Messreihen werden währenddessen notiert.

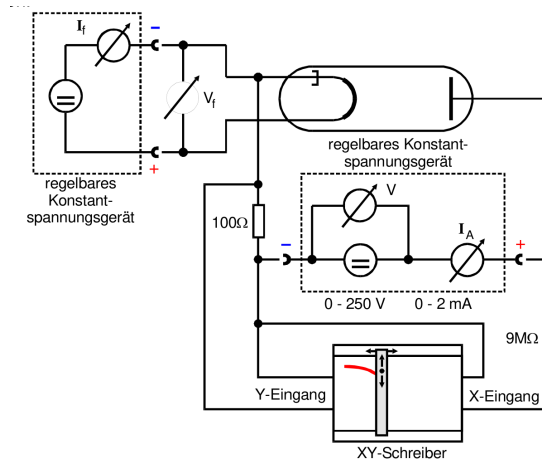


Abbildung 7: Schaltskizze zur Aufnahme einer Kennlinie einer Hochvakuum-Diode.[1]

### 3.2 Untersuchung des Anlaufstromgebietes

Die Schaltskizze aus Abbildung 8 wird aufgebaut. Es wird eine maximale Heizleistung von 2,5 A angeschlossen. Gemessen wird der Anlaufstrom, während die angeschlossene Spannung von 0 V bis 0,9 V in 0,1-Schritten hochgedreht wird. Die Werte für den Anlaufstrom werden ebenfalls notiert.

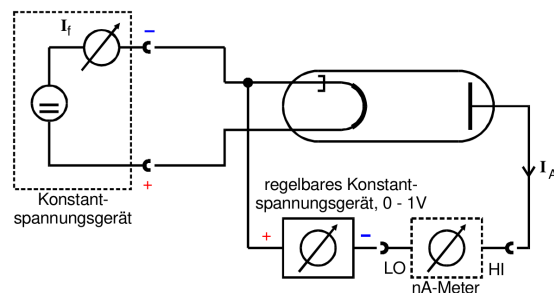


Abbildung 8: Schaltskizze zur Untersuchung des Anlaufstromgebietes.[1]



## 4 Auswertung

### 4.1 Sättigungsstrom und Gültigkeit des Raumladungsgesetzes

Wie beschrieben wird die in Tabelle 1 nachgehaltene Kennlinienschar aufgenommen. Anhand dieser Daten wird der Wendepunkt als Übergang vom Raumladungs- zum Sättigungsstrombereich abgeschätzt. Die so aufgeteilten Messwerte, deren Schnittmenge nur noch diesen approximierten Wendepunkt enthält, werden weiter separat unter Python [5] ausgewertet. Zur Untersuchung des Exponenten  $b$  der Strom-Spannungs-Beziehung bietet sich eine Funktion der Form

$$I = a \frac{4}{9} \xi_0 \sqrt{2e_0/m_0} U^b, \quad (9)$$

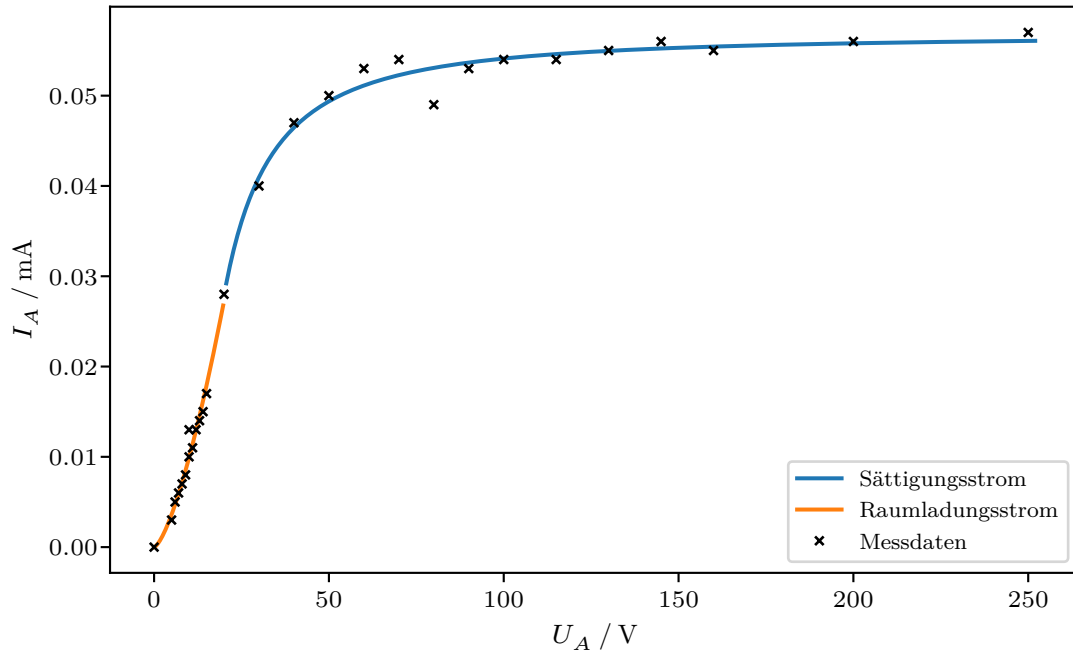
nach dem Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetz (6) an, wobei der hier dimensionslose Skalierungsfaktor  $a$  als zusätzlicher Freiheitsgrad dient. Zur Modellierung des Sättigungsstroms wird eine Beziehung

$$I = u + \frac{v}{U^w} \quad (10)$$

mit deren Asymptote  $u$  genutzt, wobei  $v < 0$  und  $w > 0$  gilt. Die Parameter der passenden Ausgleichrechnungen lassen sich mittels `scipy.optimize.curve_fit` bestimmen, wobei die Streuung über die Quadratwurzel der Diagonalelemente der Kovarianzmatrix gegeben ist. Zur grafischen Darstellung von Messdaten und Regression wird Matplotlib [3] verwendet, die Bibliothek Uncertainties [4] erlaubt eine automatisierte Fehlerfortpflanzung.

**Tabelle 1:** Anodenstrom  $I_A$  einer Hochvakuumdiode bei entsprechender Saugspannung  $U_A$  unter Variation von Heizstrom  $I_H$  und -spannung  $U_H$  an der Glühkathode. Hervorgehobene Werte stammen aus nachträglicher Messung zur genaueren Untersuchung des Raumladungsstromgebiets.

$U_A / \text{V}$	$I_A / \text{mA}$		
	$I_H = 2,0 \text{ A}$	$I_H = 2,2 \text{ A}$	$I_H = 2,4 \text{ A}$
	$U_H = 3,5 \text{ V}$	$U_H = 4,5 \text{ V}$	$U_H = 5,0 \text{ V}$
0	0,000	0,000	0,000
<b>5</b>	<b>0,003</b>	<b>0,007</b>	<b>0,011</b>
<b>6</b>	<b>0,005</b>	<b>0,009</b>	<b>0,012</b>
<b>7</b>	<b>0,006</b>	<b>0,011</b>	<b>0,016</b>
<b>8</b>	<b>0,007</b>	<b>0,013</b>	<b>0,018</b>
<b>9</b>	<b>0,008</b>	<b>0,016</b>	<b>0,022</b>
<b>10</b>	<b>0,010</b>	<b>0,019</b>	<b>0,026</b>
10	0,013	0,026	0,033
<b>11</b>	<b>0,011</b>	<b>0,022</b>	<b>0,028</b>
<b>12</b>	<b>0,013</b>	<b>0,025</b>	<b>0,033</b>
<b>13</b>	<b>0,014</b>	<b>0,028</b>	<b>0,035</b>
<b>14</b>	<b>0,015</b>	<b>0,031</b>	<b>0,040</b>
<b>15</b>	<b>0,017</b>	<b>0,034</b>	<b>0,044</b>
20	0,028	0,062	0,082
30	0,040	0,101	0,138
40	0,047	0,145	0,190
50	0,050	0,185	0,274
60	0,053	0,214	0,353
70	0,054	0,229	0,428
80	0,049	0,257	0,514
90	0,053	0,271	0,590
100	0,054	0,279	0,668
115	0,054	0,287	0,781
130	0,055	0,291	0,873
145	0,056	0,296	0,973
160	0,055	0,299	1,042
200	0,056	0,308	1,160
250	0,057	0,315	1,222



**Abbildung 9:** Messwerte und Regressionskurven der Kennlinie für  $I_H = 2,0 \text{ A}$  und  $U_H = 3,5 \text{ V}$ .

Der Wendepunkt lässt sich grob bei  $U_A = 20 \text{ V}$  einordnen. Für den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes ergeben sich damit

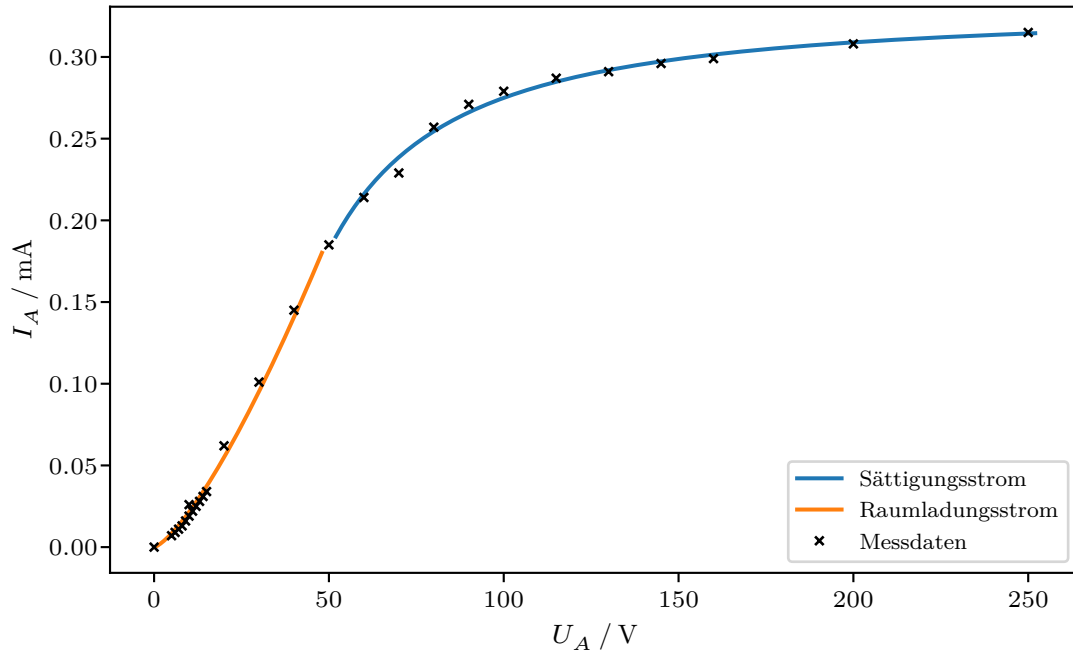
$$a = 147 \pm 29$$

$$b = 1,460 \pm 0,074$$

als Parameter nach (9). Weiter folgen aus (10)

$$u = (0,057 \pm 0,001) \text{ mA} \quad v = (-2,51 \pm 1,47) \text{ mA V}^{1,49 \pm 0,20} \quad w = 1,49 \pm 0,20$$

und liefern einen Sättigungsstrom von  $I_S = u = (0,057 \pm 0,001) \text{ mA}$ .



**Abbildung 10:** Messwerte und Regressionskurven der Kennlinie für  $I_H = 2,2 \text{ A}$  und  $U_H = 4,5 \text{ V}$ .

Der Wendepunkt lässt sich grob bei  $U_A = 50 \text{ V}$  einordnen. Für den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes ergeben sich damit

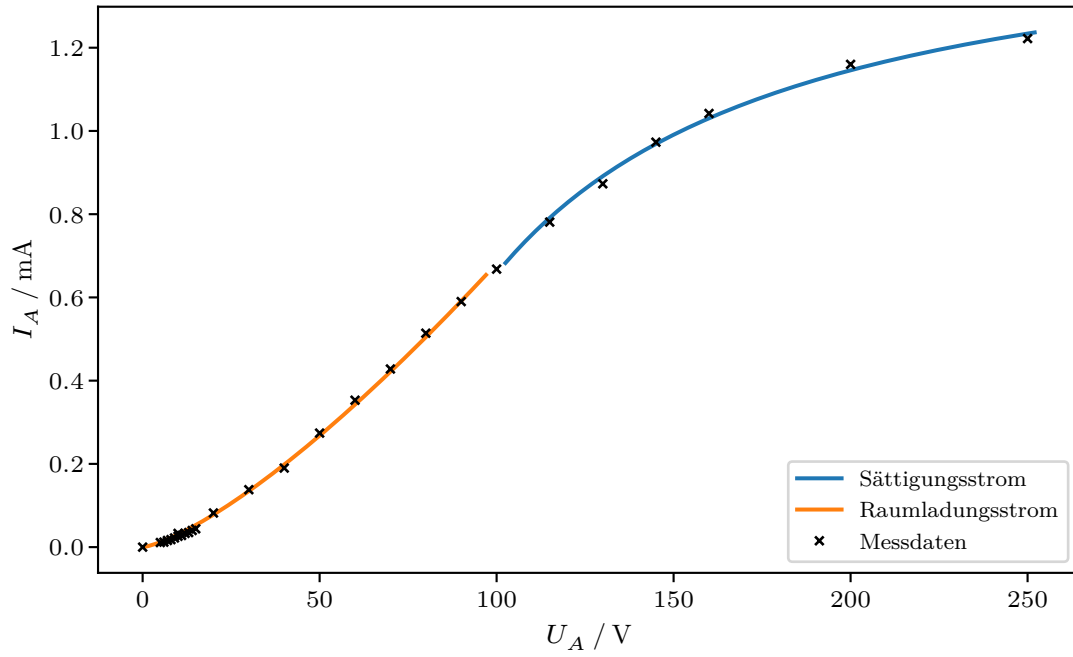
$$a = 404 \pm 48$$

$$b = 1,357 \pm 0,032$$

als Parameter nach (9). Weiter folgen aus (10)

$$u = (0,329 \pm 0,007) \text{ mA} \quad v = (-43,0 \pm 25,7) \text{ mA V}^{1,45 \pm 0,16} \quad w = 1,45 \pm 0,16$$

und liefern einen Sättigungsstrom von  $I_S = u = (0,329 \pm 0,007) \text{ mA}$ .



**Abbildung 11:** Messwerte und Regressionskurven der Kennlinie für  $I_H = 2,4 \text{ A}$  und  $U_H = 5,0 \text{ V}$ .

Der Wendepunkt lässt sich grob bei  $U_A = 100 \text{ V}$  einordnen. Für den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes ergeben sich damit

$$a = 590 \pm 45$$

$$b = 1,347 \pm 0,018$$

als Parameter nach (9). Weiter folgen aus (10)

$$u = (1,519 \pm 0,106) \text{ mA} \quad v = (-223 \pm 224) \text{ mA V}^{1,21 \pm 0,24} \quad w = 1,21 \pm 0,24$$

und liefern einen Sättigungsstrom von  $I_S = u = (1,519 \pm 0,106) \text{ mA}$ .

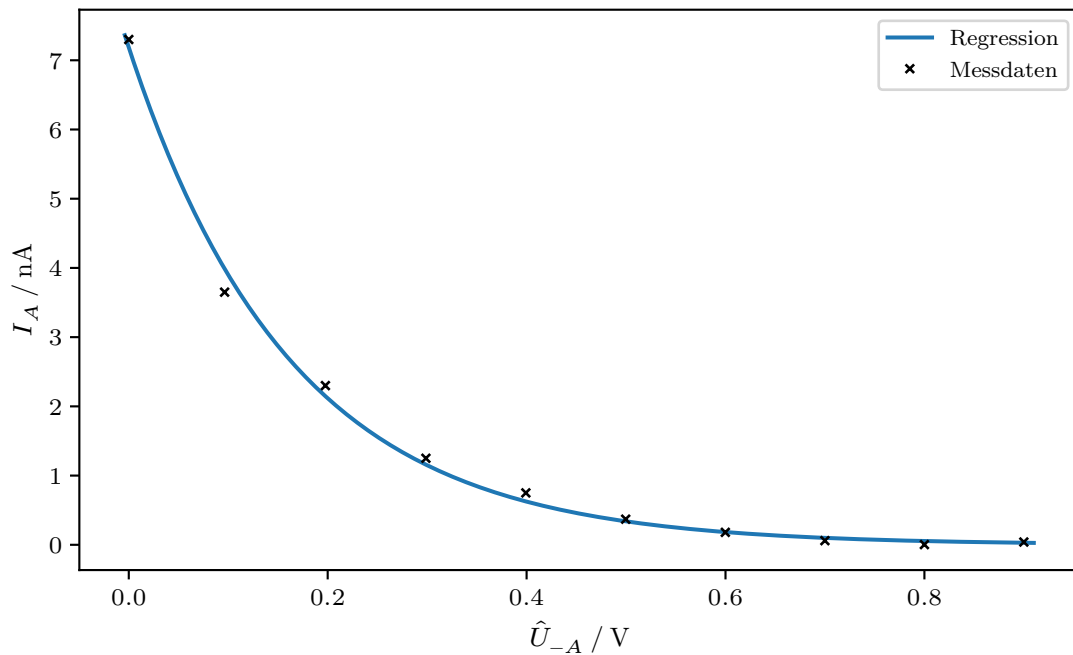
## 4.2 Kathodentemperatur unter maximaler Heizleistung

Die Messwerte für den Anlaufstrom werden in Tabelle 2 aufgetragen.

**Tabelle 2:** Anodenstrom  $I_A$  zur Gegenfeldspannung  $U_{-A}$  an der Anode der Hochvakuumdiode bei maximaler Heizleistung mit  $I_H = 2,5$  A und  $U_H = 5,5$  V. Die unten beschriebene Korrektur wird für  $\hat{U}_{-A}$  vorgenommen. Hervorgehobene Werte werden wegen unzuverlässiger Anzeige für weitere Rechnungen ausgeschlossen.

$U_{-A} / \text{V}$	$I_A / \text{nA}$	$\hat{U}_{-A} / \text{V}$	$U_{-A} / \text{V}$	$I_A / \text{nA}$	$\hat{U}_{-A} / \text{V}$
0,0	7,3	0,000 000	0,5	0,37	0,499 630
0,1	3,65	0,096 350	0,6	0,18	0,599 820
0,2	2,3	0,197 700	0,7	0,06	0,699 940
0,3	1,25	0,298 750	<b>0,8</b>	<b>0,003</b>	<b>0,799 997</b>
0,4	0,75	0,399 250	<b>0,9</b>	<b>0,04</b>	<b>0,899 960</b>

Zur Ausgleichsrechnung muss die Anodenspannung zunächst um den Einfluss des Innenwiderstands  $R = 1 \text{ M}\Omega$  im Nanoamperemeter bereinigt werden, es ist also  $\hat{U}_{-A} = U_{-A} - RI_A$  als Korrektur zu berücksichtigen.



**Abbildung 12:** Messwerte und Regressionskurve für den Anlaufstrom bei  $I_H = 2,5$  A und  $U_H = 5,5$  V. Es gilt  $U_A = -\hat{U}_{-A}$  für Saug- und Gegenspannung.

Wie zuvor wird mittels SciPy [7] eine Regressionsrechnung durchgeführt. Dazu dient

$$I = p \exp(qU_{-A})$$

als Modell, entlang dem die Daten verlaufen. Es ergeben sich

$$p = (7,18 \pm 0,16) \text{ nA} \quad q = (-6,11 \pm 0,26) \text{ V}^{-1}$$

als fehlerbehaftete Koeffizienten. Nach (8) ist dann  $q = -\frac{e_0}{kT}$ , sodass

$$T = -\frac{e_0}{qk} = (1899 \pm 82) \text{ K}$$

die Temperatur der Kathode bemisst, wobei Elementarladung  $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  und Boltzmann-Konstante  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  aus der Datenbank `scipy.constants` entnommen werden.

### 4.3 Austrittsarbeit des Kathodenmaterials

Aus einer Leistungsbilanz des Heizstromfadens lässt sich die Kathodentemperatur errechnen. Die zugeführte Leistung  $N_Z = I_H U_H$  wird von der Apparatur über Wärmeleitung mit  $N_{WL} \approx 1 \text{ W}$  und nach dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz über Wärmestrahlung mit  $N_{WS} = f\eta\sigma T^4$  abgegeben, wobei  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-12} \text{ W cm}^{-2} \text{ K}^{-4}$  die Stefan-Boltzmannsche Strahlungskonstante bezeichnet. Apparatspezifisch ist mit  $f = 0,32 \text{ cm}^2$  die Oberfläche und mit  $\eta = 0,28$  der Emissionsgrad der Kathode gegeben. Damit folgt

$$N_Z = I_H U_H = f\eta\sigma T^4 + N_{WL} = N_{WS} + N_{WL}$$

aus dem Energiesatz, womit über

$$T = \left( \frac{I_H U_H - N_{WL}}{f\eta\sigma} \right)^{1/4}$$

die Kathodentemperatur in Tabelle 3 bestimmt werden kann. Weiter lässt sich durch Umstellen der Richardson-Gleichung (3) nach  $e_0\phi$  die Austrittsarbeit

$$W = e_0\phi = -kT \ln \left( \frac{j_S h^3}{4\pi e_0 m_0 k^2 T^2} \right) = -kT \ln \left( \frac{I_S h^3}{4\pi e_0 m_0 f k^2 T^2} \right)$$

berechnen. Dabei ist  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  die Planck-Konstante,

$$j_S = \frac{I_S}{f}$$

drückt die Sättigungsstromdichte durch den Sättigungsstrom aus. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 3 eingetragen.

**Tabelle 3:** Die Temperatur  $T$  der Kathode in der Hochvakuumdiode wird aus dem zugehörigem Heizstrom  $I_H$  und der passenden Heizspannung  $U_H$  berechnet. Mit dem entsprechenden Sättigungsstrom  $I_S$  ergibt sich die Austrittsarbeit  $W$  für das verwendete Kathodenmaterial Wolfram.

$I_H / \text{A}$	$U_H / \text{V}$	$T / \text{K}$	$I_S / \text{mA}$	$W / 10^{-21} \text{ J}$	$W / \text{eV}$
$2,0 \pm 0,1$	$3,5 \pm 1,0$	$1851 \pm 2$	$0,057 \pm 0,001$	$727,8 \pm 65,9$	$4,543 \pm 0,411$
$2,2 \pm 0,1$	$4,5 \pm 1,0$	$2043 \pm 1$	$0,329 \pm 0,007$	$759,2 \pm 51,5$	$4,739 \pm 0,321$
$2,4 \pm 0,1$	$5,0 \pm 1,0$	$2154 \pm 1$	$1,519 \pm 0,106$	$758,1 \pm 45,6$	$4,732 \pm 0,285$

Um Fehlereinflüsse zu kompensieren wird für die Austrittsarbeit der nach der inversen Varianz gewichtete Mittelwert

$$x_w = \frac{\sum_i w_i x_i}{\sum_i w_i} = \frac{\sum_i x_i / \sigma_i^2}{\sum_i 1 / \sigma_i^2}$$

mit der dazugehörigen Abweichung

$$\Delta x_w = \sqrt{\frac{1}{\sum_i w_i}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_i 1 / \sigma_i^2}}$$

aufgestellt. Dieser ist schließlich mit  $W = (4,694 \pm 0,189) \text{ eV}$  gegeben.

## 5 Diskussion

Die Kennlinien der Abbildungen 9, 10 und 11 zeigen eine hohe Übereinstimmung mit dem erwarteten Verlauf nach Abbildung 6 auf. Im Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes (6) ergeben sich dazu nach Ausgleichsrechnung mit steigender Heizleistung die Werte  $1,460 \pm 0,074$ ,  $1,357 \pm 0,032$  und  $1,347 \pm 0,018$  für den Exponenten, der laut Vorhersage  $b = 3/2$  erfüllt. Diese Resultate fallen damit zwar geringer als in der Theorie aus, lassen sich aber dennoch mit dieser vereinbaren: Es ist davon auszugehen, dass genauere Wahl des Übergangspunktes vom Raumladungs- zum Sättigungsstromgebiet die Regressionskurve steiler verlaufen lassen und den Exponenten so an 1,5 angleichen würde. Die gleiche Störquelle betrifft auch die berechneten Sättigungsströme  $I_S$ . Hinzu kommt weiter, dass Ansatz (10) nicht auf konkreten physikalischen Zusammenhängen aufbaut, sondern ausschließlich zur Bestimmung der Asymptote dient. Trotzdem wird die Erwartung eindeutig erfüllt: Mit wachsendem Heizstrom steigt auch  $I_S$  mit den Werten  $(0,057 \pm 0,001) \text{ mA}$ ,  $(0,329 \pm 0,007) \text{ mA}$  und  $(1,519 \pm 0,106) \text{ mA}$  stetig an.

Auch der exponentielle Zusammenhang des Anlaufstromgebietes in Abbildung 12 folgt der Vorhersage. Die Messung des Anodenstroms gestaltet sich für größere Gegenfeldspannungen jedoch schwierig, da die Empfindlichkeit der Messapparatur so hoch eingestellt werden muss, dass das Signal vom Hintergrundrauschen verdeckt wird. Die daraus per



nonlineare Regression errechnete Kathodentemperatur  $T = (1899 \pm 82) \text{ K}$  liegt in der passenden Größenordnung, steht jedoch im Konflikt zu den Werten in Tabelle 3, die sich aus der Leistungsbilanz ergeben und für geringere Heizleistungen bereits höher ausfallen. Eine mögliche Ursache dafür könnte eine unbekannte Verlustquelle darstellen, für die bei der Berechnung aus der Gesamtleistung nicht kontrolliert wird. Die vorgenommene Korrektur um den Innenwiderstand des Nanoamperemeters fällt an dieser Stelle geringer als die Genauigkeit der initialen Messung am Konstantspannungsgerät aus, ihr Effekt ist demnach größtenteils vernachlässigbar.

Der Literaturwert für polykristalline Wolfram-Aggregate wird mit  $(4,54 \pm 0,05) \text{ eV}$  [2] angegeben, Monokristalle weisen je nach Oberflächenstruktur Werte von  $(4,47 \pm 0,02) \text{ eV}$  über  $(4,63 \pm 0,02) \text{ eV}$  bis  $(5,25 \pm 0,02) \text{ eV}$  [6] auf. Die hier ermittelte Austrittsarbeit von  $W = (4,694 \pm 0,189) \text{ eV}$  verträgt sich demnach gut mit den geläufigen Ergebnissen verschiedener Messmethoden. Dabei findet die geringere Genauigkeit in den systematischen Fehlerquellen ihre Begründung. Abweichungen aus Strom- und Spannungsmessung sowie aus dem Abschätzen des Wendepunkts der Kennlinien führt bereits vor jeglicher rechnerischer Abweichung signifikante Störfaktoren in den verwendeten Datensatz ein.

## Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 504, Thermische Elektronenemission*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] B. J. Hopkins und J. C. Rivière. „The Work Function of Polycrystalline Tungsten Foil“. In: *Proceedings of the Physical Society* 81.3 (März 1963), S. 590–592. DOI: 10.1088/0370-1328/81/3/129. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/0370-1328/81/3/129>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] *Python*. Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [6] R.W. Strayer, W. Mackie und L.W. Swanson. „Work function measurements by the field emission retarding potential method“. In: *Surface Science* 34.2 (1973), S. 225–248. ISSN: 0039-6028. DOI: [https://doi.org/10.1016/0039-6028\(73\)90117-9](https://doi.org/10.1016/0039-6028(73)90117-9). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0039602873901179>.
- [7] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

## Anhang

Thermische Elektronenemission

kennlinien:

kathode in A	Anodenstrom in mA	Spannung in V
2	0	0
und 3,5 Volt	0,013	10
	0,028	20
	0,040	30
	0,047	40
	0,050	50
	0,052	60
	0,054	70
	0,049	80
	0,053	90
	0,054	100
	0,054	115
	0,055	130
	0,058	145
	0,055	160
	0,056	200
	0,057	250

time	Anode mV	Kathode
0	0	2,2 A
10	0,026	und 4,5 V
20	0,062	
30	0,101	
40	0,145	
50	0,185	
60	0,214	
70	0,229	
80	0,257	
90	0,271	
100	0,279	
110	0,287	
130	0,291	
145	0,296	
160	0,299	
200	0,308	
250	0,315	

U <sub>anode</sub>	U <sub>anode</sub>	spanning
2,44	0	0
5 V	0,033	10
	0,082	20
	0,138	30
	0,199	40
	0,274	50
	0,353	60
	0,428	70
	0,514	80
	0,590	90
	0,668	100
	0,781	115
	0,873	130
	0,973	145
	1,042	160
	1,160	200
	1,222	250

Anlaufstrom		2,5 A
		5,5 V
U V	I nA	
0	7,3	
0,10	3,65	
0,20	2,3	
0,30	1,25	
0,40	0,75	
0,5	0,37	
0,6	0,18	
0,7	0,06	
0,8	0,003	
0,9	0,04	quatsch

2,4 A	Anode	Spannung
5 V	0,011	5
	0,012	6
	<del>0,012</del>	
	0,016	7
	0,018	8
	0,022	9
	0,026	10
	0,028	11
	0,033	12
	0,035	13
	0,040	14
	0,044	15

2,2 A	Anode	Spannung
4,5 V	0,007	5
	0,009	6
	0,011	7
	0,013	8
	0,016	9
	0,019	10
	0,022	11
	0,025	12
	<del>0,031</del>	<del>13</del>
	0,035	13
	0,034	14
	0,034	15

2. A	4ppoc m <sub>x</sub>	Spannung
3,5V	0,003	5
	0,005	6
	0,006	7
	0,007	8
	0,008	9
	0,010	10
	0,011	11
	0,013	12
	0,014	13
	0,015	14
	0,017	15

J. Mainusch