

V504

# Thermische Elektronenemission

Fritz Agildere  
fritz.agildere@udo.edu

Amelie Strathmann  
amelie.strathmann@udo.edu

Durchführung: 4. April 2023

Abgabe:

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Begriffe der Austrittsarbeit und die Energieverteilung der Leitungselektronen	2
2.2	Berechnung der Sättigungsstromdichte bei der thermischen Elektronenemission	4
2.3	Die Hochvakuum-Diode .....	4
2.4	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung .....	4
2.5	Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode .....	5
2.6	Die Kennlinie der Hochvakuumdiode .....	6
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>7</b>
3.1	Kennlinienschar einer Hochvakuum-Diode .....	7
3.2	Untersuchung des Anlaufstromgebietes .....	7
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Sättigungsstrom und Gültigkeit des Raumladungsgesetzes .....	8
4.2	Kathodentemperatur unter maximaler Heizleistung .....	13
4.3	Austrittsarbeit des Kathodenmaterials .....	14
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>14</b>
	<b>Literatur</b>	<b>14</b>
	<b>Anhang</b>	<b>15</b>

# 1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es zu zeigen, dass durch Erwärmung einer Metalloberfläche eine Elektronenemission möglich ist. Bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit dieses Effektes wird besonders auf die Austrittsarbeit geachtet. Diese Konstante soll für das Metall Wolfram bestimmt werden.

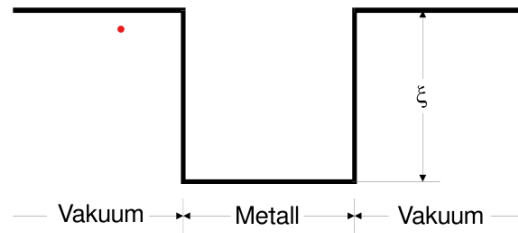
## 2 Theorie

Im Folgenden werden grundlegende Begriffe des Versuches, wie die Austrittsarbeit, die Hochvakuum-Diode und dessen Kennlinie und Sättigungsstromdichte erläutert. Zudem wird beschrieben und teilweise hergeleitet, wie rechnerisch die Austrittsarbeit und die Kathodentemperatur bestimmt werden kann.

### 2.1 Begriffe der Austrittsarbeit und die Energieverteilung der Leitungselektronen

Eine große Anzahl der Metalle sind kristalline Festkörper, welche ausgezeichnete elektrische Leitfähigkeit besitzen. Diese Tatsache lässt sich damit erklären, dass die Atome, welche auf den kristallgitterplätzen sitzen, komplett ionisiert sind. Somit bilden die Ionen ein periodisches Gitter, welches von freigesetzten Elektronen eingehüllt ist. Diese Elektronen befinden sich im Kraftfeld sämtlicher Ionen und werden als Leitungselektronen bezeichnet. Das Gitterpotential ist eine vom Ort abhängige periodische Funktion. Diese nimmt an den Gitterpunkten einen hohen positiven Wert an, weiter entfernt von den Punkten ist der Wert des Gitterpotentials nur wenig veränderlich. Somit lässt sich durch eine Näherung sagen, dass das Gitterpotential konstant ist. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass im Metallinneren ein konstantes positives Potential, welches um  $\phi$  verschieden zum Außenraum ist, herrscht. Die Elektronen können sich daher frei bewegen und demnach die elektrische Leitfähigkeit erzeugen.

Wenn ein Elektron das Metallinnere verlassen will, muss dieses die Austrittsarbeit zu dem gegebenen Potential  $\xi$  leisten. In Abbildung 1 wird dies anhand des Potentialtopf-Modells gezeigt.

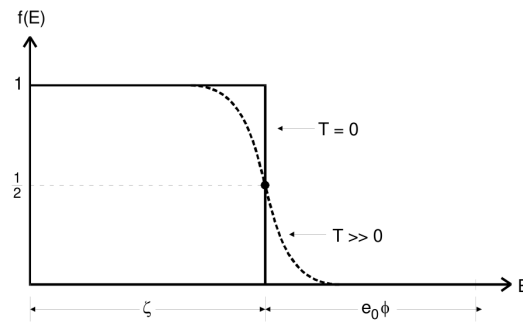


**Abbildung 1:** Darstellung des Potentialtopf-Modells eines Metalls.[1]

Die Quantentheorie beantwortet die Frage, ob das Elektron die benötigte Energie aufbringen kann. Elektronen können ausschließlich diskrete Energiewerte annehmen. Das Elektron hat einen halbzahligen Spin und unterliegt demnach dem Pauli-Verbot. Dieses besagt, dass jeder mögliche Zustand mit der vorausgesetzten Energie  $E$  nur von zwei Elektronen eingenommen werden kann, wenn diese entgegengesetzten Spin haben. Somit besitzen die Elektronen auch am Nullpunkt eine endlich Energie. Diese ist abhängig von den Elektronen pro Volumeneinheit im Metall. Der Begriff für diese Energie bei  $T = 0$  wird Fermische Grenzenergie  $\zeta$  genannt. Für Zimmertemperatur gilt für alle Metalle  $\zeta \gg kT$ . Durch die Fermi-Dirscsche Verteilungs Funktion

$$f(E) = \frac{1}{\exp \frac{E-\zeta}{kT} + 1}, \quad (1)$$

wird die Wahrscheinlichkeit angegeben, dass im thermischen Gleichgewicht der Zustand mit der Energie  $E$  erreicht ist. Der Verlauf des Graphen der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion ist in Abbildung 2 zu sehen.



**Abbildung 2:** Der Verlauf der Fermi-Diracschen Verteilungsfunktion am absoluten Nullpunkt.[1]

Es kann abgelesen werden, dass ein Elektron mindestens eine Energie von  $\zeta + e_0\phi$  vorweisen muss, damit es die Metalloberfläche verlassen kann. Für den Fall, dass das

gegebene Metall Wolfram ist, kann eine Näherung getroffen werden

$$f(E) \approx \exp\left(\frac{E - \zeta}{kT}\right). \quad (2)$$

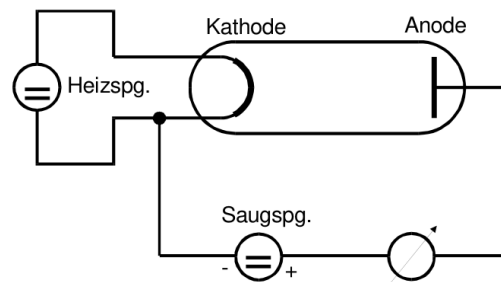
## 2.2 Berechnung der Sättigungsstromdichte bei der thermischen Elektronenemission

Mithilfe der Gleichung 2 lässt sich die Sättigungsstromdichte in Abhängigkeit zur Temperatur errechnen. Schlussendlich folgt für die Sättigungsstromdichte  $j_S(T)$  die Richardson-Gleichung

$$j_S(T) = 4\pi \frac{e_0 \cdot m_0 \cdot k^2}{h^3} T^3 \exp \frac{-e_0 \phi}{kT}. \quad (3)$$

## 2.3 Die Hochvakuum-Diode

Um den Sättigungsstrom einer emittierenden Metalloberfläche zu messen, muss ein Hochvakuum vorliegen, da sonst die Elektronen mit den Gasmolekülen wechselwirken würden. Weiter wird ein elektrisches Feld benötigt, welches die ausgetretenen Elektronen absaugt. Diese dafür vorgesehene Apperatur heißt Hochvakuum-Diode. Die Schaltskizze einer solchen Apperatur ist in Abbildung 3 dargestellt.



**Abbildung 3:** Die grundlegende Schaltskizze einer Hochvakuum-Diode.[1]

## 2.4 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Die Geschwindigkeit der Elektronen ist nicht konstant, das führt dazu, dass die Elektronen eine beschleunigte Bewegung in Richtung auf die Anode ausüben. Dementsprechend ist die Raumladungsdichte  $\rho$  der Elektronen eine Funktion des Ortes, welche zur Anode hin abnimmt. Diese Tatsache lässt sich aus der Kontinuitätsgleichung, dass  $j$  überall konstant ist, ableiten. Die Stromdichte ist gegeben durch

$$j = -\rho v. \quad (4)$$

Die Raumladungsdichte  $\rho$  beeinflusst daher den Verlauf der Feldstärke zwischen Anode und Kathode. Sie schirmt das Feld von der Kathode ab. Die emittierten Elektronen werden dann nicht mehr alle von dem Anodenfeld erfasst. Darauf folgt, dass der zu messende Kathodenstrom kleiner als der zu erwartende Sättigungsstrom ist. In der Gleichung 5 ist der Zusammenhang von Anodenspannung und -strom in der Poissongleichung dargestellt

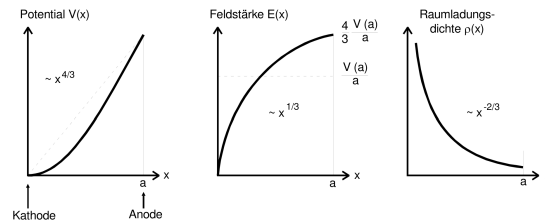
$$\Delta V = -\frac{1}{\xi_0} \rho. \quad (5)$$

Angenommen wird, dass die Anode und Kathode unendlich ausgedehnte ebene Oberflächen sind, welche mit einem Abstand  $a$  zueinander ausgerichtet sind. Zusammen aus Gleichung 4 und Gleichung 5 folgt der Zusammenhang zwischen der Stromdichte  $j$  und der Anodenspannung  $V$

$$j = \frac{4}{9} \xi_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2}, \quad (6)$$

welcher als Langmuir-Schottkysches Raumladungsgesetz bezeichnet wird. Der Gültigkeitsbereich in einem  $j$ - $V$ -Diagramm einer Hochvakuum-Diode wird als Raumladungsgebiet benannt.

In Abbildung 4 ist die Ortsabhängigkeit des Potentials, der Feldstärke und der Ladungsdichte im Raumladungsgebiet einer Hochvakuumdiodenkennlinie aufgetragen.



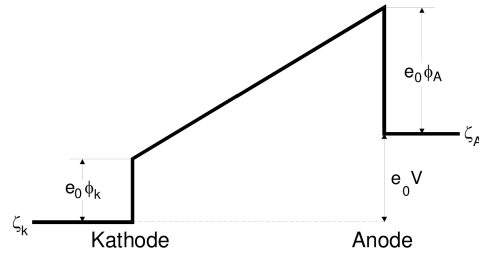
**Abbildung 4:** Die Darstellung der Ortsabhängigkeit des Potentials  $V$ , der Feldstärke  $E$  und der Ladungsdichte  $\rho$  im Raumladungsgebiet einer Hochvakuumdiodenkennlinie.[1]

## 2.5 Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode

Aus Gleichung 6 kann abgelesen werden, dass für  $j = 0$  auch  $V = 0$  gilt. Durch die Eigengeschwindigkeit, die die Elektronen bei Verlassen der Kathode haben, kann bei  $V = 0$  ein geringer Anodenstrom gemessen werden. Für  $T > 0$  existieren endlich viele Elektronen, deren Energie größer ist als die Austrittsarbeit. Diese Energie

$$\Delta E = E - (\zeta + e_0 \phi), \quad (7)$$

ist dann die kinetische Energie der Elektronen. Dieser Strom wird als Anlaufstrom bezeichnet. Das Energieverhältnis im Anlaufstromgebiet ist in Abbildung 5 dargestellt.



**Abbildung 5:** Die Potentialverhältnisse in einer Hochvakuum-Diode im Bereich ihres Anlaufstromgebietes.[1]

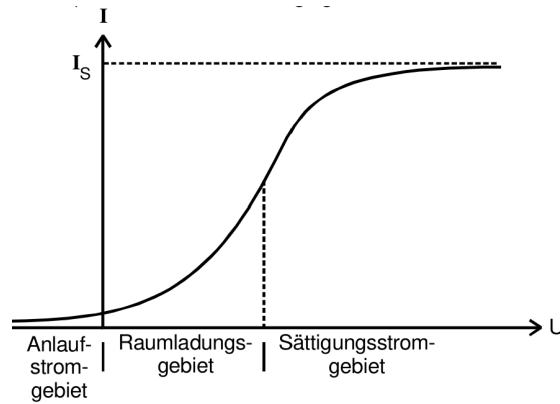
Da die Anzahl der Leitungselektronen mit Energien zwischen  $E$  und  $dE$  nach Gleichung 2 näherungsweise exponentiell von  $E$  abhängig ist, lässt sich mit

$$j(V) = j_0 \exp \left( -\frac{e_0 \phi_A + e_0 V}{kT} \right) = \text{const} \exp \left( -\frac{e_0 V}{kT} \right) \quad (8)$$

eine analoge Beziehung für Anlaufstromstärke und äußeres Potential  $V$  formulieren.

## 2.6 Die Kennlinie der Hochvakuumdiode

Die Kennlinie beschreibt den Zusammenhang der Stromdichte  $j$  beziehungsweise dem Anodenstrom  $I_A$  und dem außen angelegten Potential.



**Abbildung 6:** Die Kennlinie einer Hochvakuum-Diode.[1]

Die Abbildung 6 zeigt eine solche Kennlinie einer Hochvakuum-Diode. Diese lässt sich in drei Abschnitte unterteilen: Dem Anlaufstromgebiet, dem Raumladungsgebiet und dem Sättigungsstromgebiet. Das Anlaufstromgebiet ist durch einen exponentiellen Anstieg gekennzeichnet, dieses Gebiet liegt im Bereich  $V < 0$ . Bei dem Raumladungsgebiet liegt eine  $\sqrt{V^3}$ - Abhängigkeit vor. Schlussendlich wird das Raumladungsgebiet langsam von dem

Sättigungsstromgebiet abgelöst. Mithilfe dieser Kennlinie kann die Kathodentemperatur und die Austrittsarbeit der Kathode bestimmt werden.

### 3 Durchführung

Im Folgenden werden der Versuchsaufbau zur Bestimmung von Kennlinien einer Hochvakuum-Diode und der Aufbau zur Untersuchung des Anlaufstromgebietes beschrieben. Außerdem werden die einzelnen Schritte der Durchführung beider Versuchsteile genannt und erläutert.

#### 3.1 Kennlinienschar einer Hochvakuum-Diode

Zunächst wird die Schaltung aus der Abbildung 7 aufgebaut. Darauf wird eine Heizleistung eingestellt. Diese wird dann noch zwei mal variiert, sodass Messwerte für drei verschiedene Kathodenströme aufgenommen werden. Für die erste Messung wurde ein Strom von 2 A mit einer Spannung von 3,5 V verwendet. Bei der zweiten Durchführung wurde ein Strom von 2,2 A mit einer Spannung von 4,5 V angeschlossen. Beim dritten Mal betrug der Kathodenstrom 2,4 A und die Spannung war 5 V groß. Die drei Messreihen werden währenddessen notiert.

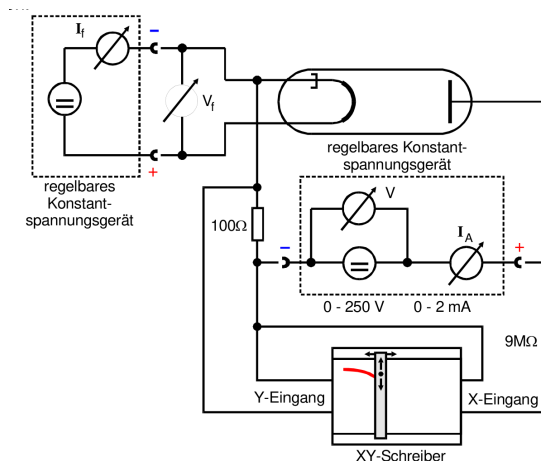


Abbildung 7: Schaltskizze zur Aufnahme einer Kennlinie einer Hochvakuum-Diode.[1]

#### 3.2 Untersuchung des Anlaufstromgebietes

Die Schaltskizze aus Abbildung 8 wird aufgebaut. Es wird eine maximale Heizleistung von 2,5 A angeschlossen. Gemessen wird der Anlaufstrom, während die angeschlossene Spannung von 0 V bis 0,9 V in 0,1-Schritten hochgedreht wird. Die Werte für den Anlaufstrom werden ebenfalls notiert.



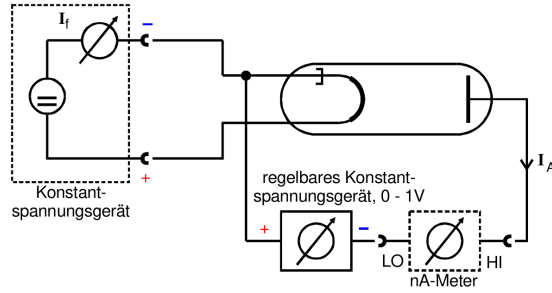


Abbildung 8: Schaltskizze zur Untersuchung des Anlaufstromgebietes.[1]

## 4 Auswertung

### 4.1 Sättigungsstrom und Gültigkeit des Raumladungsgesetzes

Wie beschrieben wird die in Tabelle 1 nachgehaltene Kennlinienschar aufgenommen. Anhand dieser Daten wird der Wendepunkt als Übergang vom Raumladungs- zum Sättigungsstrombereich abgeschätzt. Die so aufgeteilten Messwerte, deren Schnittmenge nur noch diesen approximierten Wendepunkt enthält, werden weiter separat unter Python [4] ausgewertet. Zur Untersuchung des Exponenten  $b$  der Strom-Spannungs-Beziehung bietet sich eine Funktion der Form

$$I = a \frac{4}{9} \xi_0 \sqrt{2e_0/m_0} U^b, \quad (9)$$

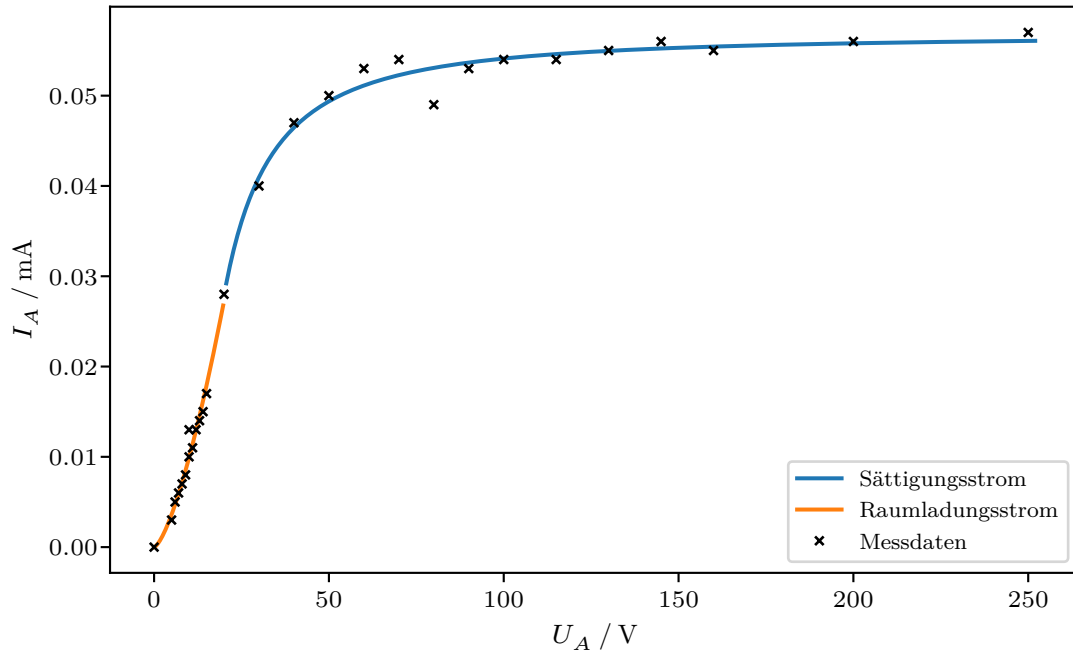
nach dem Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetz (6) an, wobei der hier dimensionslose Skalierungsfaktor  $a$  als zusätzlicher Freiheitsgrad dient. Zur Modellierung des Sättigungsstroms wird eine Beziehung

$$I = u + \frac{v}{U^w} \quad (10)$$

mit deren Asymptote  $u$  herangezogen, wobei  $v < 0$  und  $w > 0$  gilt. Die Parameter der passenden Ausgleichrechnungen lassen sich mittels `scipy.optimize.curve_fit` [5] bestimmen, wobei die Streuung über die Quadratwurzel der Diagonalelemente der Kovarianzmatrix gegeben ist. Zur grafischen Darstellung von Messdaten und Regression wird Matplotlib [2] verwendet, die Bibliothek Uncertainties [3] erlaubt eine automatisierte Fehlerfortpflanzung.

**Tabelle 1:** Anodenstrom  $I_A$  einer Hochvakuumdiode bei entsprechender Saugspannung  $U_A$  unter Variation von Heizstrom  $I_H$  und -spannung  $U_H$  an der Glühkathode. Hervorgehobene Werte stammen aus nachträglicher Messung zur genaueren Untersuchung des Raumladungsstromgebiets.

$U_A / \text{V}$	$I_A / \text{mA}$		
	$I_H = 2,0 \text{ A}$	$I_H = 2,2 \text{ A}$	$I_H = 2,4 \text{ A}$
	$U_H = 3,5 \text{ V}$	$U_H = 4,5 \text{ V}$	$U_H = 5,0 \text{ V}$
0	0,000	0,000	0,000
<b>5</b>	<b>0,003</b>	<b>0,007</b>	<b>0,011</b>
<b>6</b>	<b>0,005</b>	<b>0,009</b>	<b>0,012</b>
<b>7</b>	<b>0,006</b>	<b>0,011</b>	<b>0,016</b>
<b>8</b>	<b>0,007</b>	<b>0,013</b>	<b>0,018</b>
<b>9</b>	<b>0,008</b>	<b>0,016</b>	<b>0,022</b>
<b>10</b>	<b>0,010</b>	<b>0,019</b>	<b>0,026</b>
10	0,013	0,026	0,033
<b>11</b>	<b>0,011</b>	<b>0,022</b>	<b>0,028</b>
<b>12</b>	<b>0,013</b>	<b>0,025</b>	<b>0,033</b>
<b>13</b>	<b>0,014</b>	<b>0,028</b>	<b>0,035</b>
<b>14</b>	<b>0,015</b>	<b>0,031</b>	<b>0,040</b>
<b>15</b>	<b>0,017</b>	<b>0,034</b>	<b>0,044</b>
20	0,028	0,062	0,082
30	0,040	0,101	0,138
40	0,047	0,145	0,190
50	0,050	0,185	0,274
60	0,053	0,214	0,353
70	0,054	0,229	0,428
80	0,049	0,257	0,514
90	0,053	0,271	0,590
100	0,054	0,279	0,668
115	0,054	0,287	0,781
130	0,055	0,291	0,873
145	0,056	0,296	0,973
160	0,055	0,299	1,042
200	0,056	0,308	1,160
250	0,057	0,315	1,222



**Abbildung 9:** Messwerte und Regressionskurven für  $I_H = 2,0 \text{ A}$  und  $U_H = 3,5 \text{ V}$ .

Der Wendepunkt lässt sich grob bei  $U_A = 20 \text{ V}$  einordnen. Für den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes ergeben sich damit

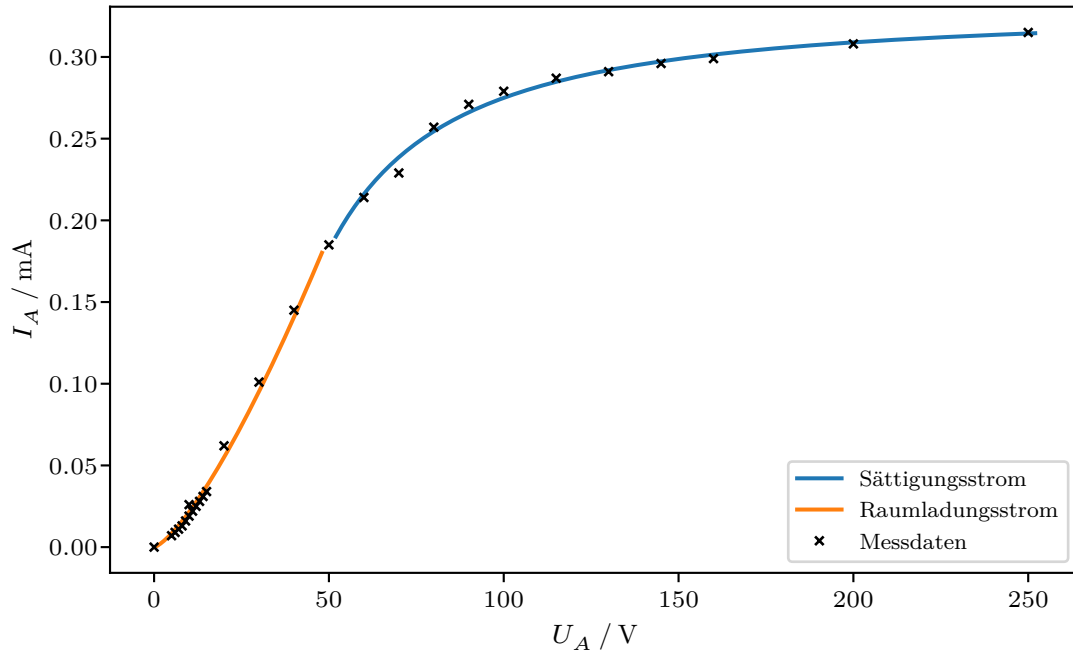
$$a = 147 \pm 29$$

$$b = 1,460 \pm 0,074$$

als Parameter nach (9). Weiter folgen aus (10)

$$u = (0,057 \pm 0,001) \text{ mA} \quad v = (-2,51 \pm 1,47) \text{ mA V}^{1,49 \pm 0,20} \quad w = 1,49 \pm 0,20$$

und liefern einen Sättigungsstrom von  $I_S = u = (0,057 \pm 0,001) \text{ mA}$ .



**Abbildung 10:** Messwerte und Regressionskurven für  $I_H = 2,2 \text{ A}$  und  $U_H = 4,5 \text{ V}$ .

Der Wendepunkt lässt sich grob bei  $U_A = 50 \text{ V}$  einordnen. Für den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes ergeben sich damit

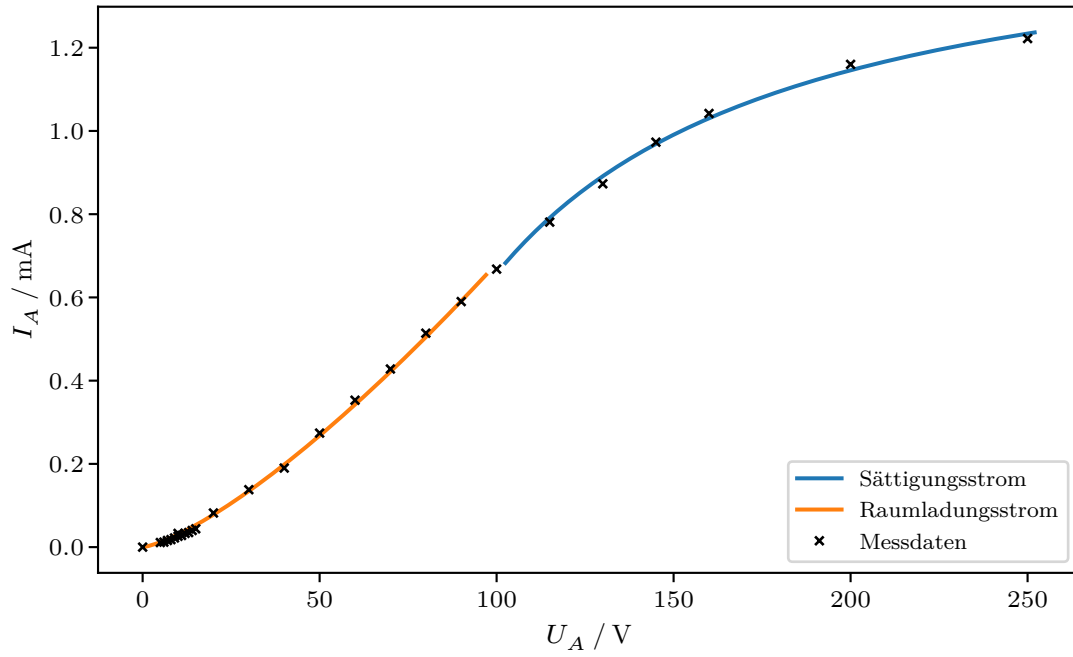
$$a = 404 \pm 48$$

$$b = 1,357 \pm 0,032$$

als Parameter nach (9). Weiter folgen aus (10)

$$u = (0,329 \pm 0,007) \text{ mA} \quad v = (-43,0 \pm 25,7) \text{ mA V}^{1,45 \pm 0,16} \quad w = 1,45 \pm 0,16$$

und liefern einen Sättigungsstrom von  $I_S = u = (0,329 \pm 0,007) \text{ mA}$ .



**Abbildung 11:** Messwerte und Regressionskurven für  $I_H = 2,4 \text{ A}$  und  $U_H = 5,0 \text{ V}$ .

Der Wendepunkt lässt sich grob bei  $U_A = 100 \text{ V}$  einordnen. Für den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes ergeben sich damit

$$a = 590 \pm 45$$

$$b = 1,347 \pm 0,018$$

als Parameter nach (9). Weiter folgen aus (10)

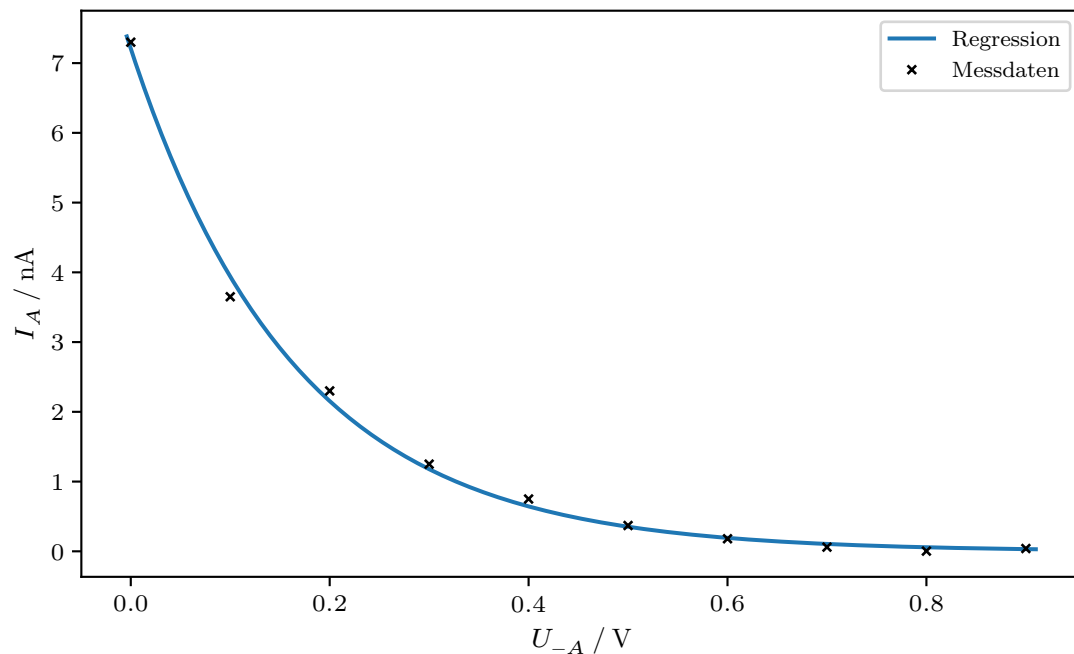
$$u = (1,519 \pm 0,106) \text{ mA} \quad v = (-223 \pm 224) \text{ mA V}^{1,21 \pm 0,24} \quad w = 1,21 \pm 0,24$$

und liefern einen Sättigungsstrom von  $I_S = u = (1,519 \pm 0,106) \text{ mA}$ .

## 4.2 Kathodentemperatur unter maximaler Heizleistung

**Tabelle 2:** Anodenstrom  $I_A$  zur Gegenfeldspannung  $U_{-A}$  an der Anode der Hochvakuumdiode bei maximaler Heizleistung mit  $I_H = 2,5 \text{ A}$  und  $U_H = 5,5 \text{ V}$ . Hervorgehobene Werte werden wegen unzuverlässiger Anzeige für weitere Rechnungen ausgeschlossen.

$U_{-A} / \text{V}$	$I_A / \text{nA}$	$U_{-A} / \text{V}$	$I_A / \text{nA}$
0,0	7,3	0,5	0,37
0,1	3,65	0,6	0,18
0,2	2,3	0,7	0,06
0,3	1,25	<b>0,8</b>	<b>0,003</b>
0,4	0,75	<b>0,9</b>	<b>0,04</b>



**Abbildung 12**

$$I = p \exp(qU)$$

$$p = (7,21 \pm 0,14) \text{ nA}$$

$$q = (-6,04 \pm 0,22) \text{ V}^{-1}$$

$$T = (1922 \pm 71) \text{ K}$$

### 4.3 Austrittsarbeit des Kathodenmaterials

## 5 Diskussion

### Literatur

- [1] *Anleitung zu Versuch 504, Thermische Elektronenemission*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.6.2, DOI: 10.5281/zenodo.7275322.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *Python*. Version 3.11.0. 24. Okt. 2022. URL: <https://www.python.org>.
- [5] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. Version 1.9.3. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

## Anhang