MatIntro 2011
Uge 1, 5. - 9. September

Dette er kursets første *ugeseddel*. Her finder du en oversigt over alle ugens faglige aktiviteter. Ugesedlerne udgives løbende, cirka en uge i forvejen, på kursets hjemmeside.

Vi har sat følgende mål for den første uge:

1. Repetition af rationale og reelle tal, samt indførsel af supremum og infimum
2. Introduktion til komplekse tal samt gennemgang af følgende emner
    - Regning med komplekse tal, kompleks konjugering
    - Den komplekse plan, fortolkning af multiplikation
    - Kompleks eksponential funktion
    - Andengradsligninger, kvadratrødder og andre rødder
3. Introduktion til Maple.

Punkt 1 er udførligt behandlet i TL(=**T**om **L**indstrøm, Kalkulus) Afsnit 2.1-2.2 (materialet i Kapitel 1, pånær Afsnit 1.5, vil ikke blive repeteret). Endvidere behandles supremum og infimum i Afsnit 2.3. Vi fremhæver definitionen:

For en opad begrænset, ikke-tom mængde $A \subset \mathbb{R}$, er supremum $\sup A$ *defineret som det tal $b \in \mathbb{R}$ der opfylder*

1) b er en øvre grænse, *dvs: $x \leq b$ for alle $x \in A$*

2) b er den mindste *øvre grænse, dvs:*
Hvis c også er en øvre grænse, så er $b \leq c$

Disse to egenskaber fastlægger b entydigt. Infimum defineres tilsvarende.

Til punkt 2 hører TL, Afsnit 3.1–3.4, og til punkt 3 findes en kogebog i form af et udskrevet Maple-ark.

Modul 1

Forelæsning 1a: (TL 2.1-2.3, 3.1) Vi behandler de fundamentale egenskaber ved de reelle tal, som er grundlaget for det meste matematik. Fokus er især på fuldstændighedsprincippet samt sammenhæng mellem afstand på den reelle akse og numerisk værdi. Til slut indføres de komplekse tal og deres regneoperationer $(+, -, *, /)$.

Øvelser 1: Arbejd i små grupper med opgaveprogrammet:

TLO (=**T**om **L**indstrøm **O**pgave) 2.1.5, 2.1.12, 2.2.1, 2.2.3, 2.3.1, 2.3.3, 3.1.1, 3.1.6. Sørg for at komme rundt til alle numrene, hellere end samtlige delopgaver af nogle enkelte. Opgaverne svarer i niveau nogenlunde til hvad der kan forventes ved de to skriftlige prøver.

Klassetime 1a: Vælg klassens talsmand.

I klassetimen betragtes de reelle tals egenskaber, med udgangspunkt i ovenstående karakterisering af $\sup A$. Find eksempler med $\sup A \in A$ og $\sup A \notin A$. Hvordan ser den tilsvarende definition af infimum ud? Forbered lynopgaven ved at foretage omskrivning af 1.1.b)iv) på formen Forudsætning:... og Ønsket konklusion:.... Betragt derefter følgende.

Huller i tallene? Først vil vi give et eksempel på et hul i de rationale tal. Dette gør vi ved at pege på noget til venstre for hullet og noget til højre for hullet. Lad $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 \leq x; x^2 \leq 2\}$ og $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 \leq x; 2 \leq x^2\}$. Tegn i et koordinatsystem grafen for $y = x^2 - 2$ og markér de to mængder A og B på førsteaksen. Der gælder ret oplagt at ethvert tal $a \in A$ er en nedre grænse for B, altså vi er i situationen for lynopgave 1.1.b)iv).

Der findes *intet* rationalt tal $t \in \mathbb{Q}$ så

$$a \leq t \leq b$$

for ethvert $a \in A$ og $b \in B$. (Hvorfor?) Så der er et hul i $\mathbb{Q}$. (Der er mange - virkeligt mange!)

Der er *ingen huller* i de reelle tal: Hvis A og B er to ikke-tomme delmængder af de reelle tal $\mathbb{R}$ således at ethvert $a \in A$ er en nedre grænse for B, så findes (mindst ét) $t \in \mathbb{R}$ der skiller mellem A og B: For alle $a \in A$ og $b \in B$ gælder $a \leq t \leq b$. Dette vises nemt ud resultatet i lynopgave 1.1.b)iv).

'*Ingen huller*' garanterer under passende naturlige betingelser eksistens af en masse vigtige objekter: nulpunkter for funktioner, skæring mellem kurver, maksimum og minimum, differentialkvotienter, integraler og meget mere givet ved *eksakte værdier*. Dette vender vi tilbage til i kurset.

I praksis arbejder man som oftest med tilnærmede værdier, fx i form af endelige decimalbrøker. Diskutér ud fra dit toningsfag, hvorfor der alligevel er brug for eksakte værdier, altså *fuldstændighed* af $\mathbb{R}$.

Endvidere tages de komplekse tal op. Som supplement til forelæsningen gennemgår klasselæreren de komplekse tal efter behov, og forklarer hvordan regner man med dem.

Opgaver fra Øvelser 1 gennemgås ligeledes efter behov.

Modul 2

Forelæsning 1b: (TL 3.2-3.3) Forelæsningen drejer sig fortsat om de komplekse tal. Vi indfører den komplekse plan, modulus og argument samt eksponentialfunktionen.

I perioden før/efter Maple-øvelserne arbejdes på egen hånd eller i grupper med lynopgaven (ugeopgave 1), der skal afleveres i klassetimen. Der er desuden mulighed for at udnytte spørgetiden hos ugens forelæsere.

Maple-øvelser 1: Instruktoren giver en kort introduktion til brugen af Maple i praksis. Deltagerne assisteres med at logge på.

Herefter arbejdes med komplekse tal ud fra kogebogen. Regn udvalgte opgaver fra TLO 3.1.1, 3.2.5, 3.2.6 med Maple. Afprøv plotfunktionen på TLO 3.2.8. Maple-delen af lynopgaven regnes.

Modul 3

Forelæsning 1c: (TL 3.4 samt 3.5.1) Vi afslutter emnet om komplekse tal med at omtale kvadratrødder og andengradsligninger, samt højere ordens rødder. Til slut omtales *algebraens fundamentalsætning*, som illustrerer hvad vi har opnået ved at udvide talbegrebet.

Klassetime 1b: Lynopgaven afleveres.

Der arbejdes med komplekse tal, såvel algebraisk som geometrisk, fx med udgangspunkt i TL Eksempel 3.2.6. Regn endvidere opgaverne

TLO 3.1.5, 3.1.10, 3.2.4, 3.2.7 a), 3.2.10, 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3, 3.3.5, 3.3.8.

Det forventes ikke at alle delopgaver fra hvert nummer regnes i timen. Overskydende delopgaver kan regnes på egen hånd og kontrolleres med facitlisten bag i bogen.