Högskolan i Halmstad
ITE/MPE-lab
Mikael Hindgren

Envariabelanalys
Projektuppgift 1.5 hp
23 november 2016

Projektuppgiften löses med hjälp av Mathematica och redovisas såväl muntligt som med en skriftlig rapport i form av en Mathematica notebook. Rapporten ska innehålla en fullständig redogörelse för hur uppgiften lösts och lämnas in i ett exemplar per grupp (≈ 2 studenter). Projektuppgiften bedöms med betyget godkänd eller underkänd. Godkänd projektuppgift ger 1.5 hp.

Stoppa tjuven - bygg ett tjuvlarm!

Kapacitansen hos en kondensator beror på dielektricitetskonstanten för materialet som finns inuti kondensatorn. Men det elektriska fält som finns omkring en laddad kondensator polariserar också material som befinner sig utanför men i närheten av kondensatorn. Detta innebär att kapacitansen påverkas av objekt som är nära kondensatorn och även om denna effekt är liten (typiskt av storleksordningen några pF) så kan den utnyttjas i t ex ett enkelt tjuvlarm. Om en tjuvhand eller någon annan del av tjuvs kropp kommer nära den laddade kondensatorn förändras kapacitansen och om denna kapacitansförändring kan registreras så har vi ett tjuvlarm där kondensatorn är larmets detektor.

Din uppgift är att konstruera ett tjuvlarm enligt denna princip. För att registrera kapacitansförändringen används en enkel seriekrets. Kondensatorn kopplas i serie med en resistor och en känslig amperemeter till en spänningskälla. Till ditt förfogande har du, förutom detektorkondensatorn, en likspänningskälla med konstant spänning, en ampéremeter som kan registrera små strömmar samt tillräckligt många resistorer för att kunna skapa i princip vilken resistans som helst.

1. Det första problemet du stöter på är att detektorkondensatorns märkning är otydlig och du måste därför först bestämma dess kapacitans. Någon har redan på börjat detta arbete vilket resulterat i mätserien som finns i filen `matserie.dat`. Tabellen i filen visar spänningen (V) över kondensatorn som funktion av tiden (s) då den urladdas genom en resistor på 20.0 GΩ

   Utnyttja *hela* mätserien och bestäm:

   (a) Spänningen u_C över kondensatorn och strömmen i genom resistorn vid tiden t.
   (b) Kondensatorns kapacitans C_0.
   (c) Den tid t_1 det tar innan kondensatorns laddning minskat till hälften.
   (d) Effektutvecklingen i resistorn vid tiden t
   (e) Värmeenergin som utvecklats i resistorn under tiden t_1 s och totala värmeenergin som utvecklats då kondensatorn urladdats helt. Använd resultatet i (d).

   Tips: Mathematica-funktionerna `Import`, `FindFit` och eventuellt `DSolve` kan också vara användbara. För att plotta mätserien och resultatet från `FindFit` i samma plot kan man använda man `ListPlot` och `Show`.

2. Spänningskällan du ska använda till larmet lämnar en konstant likspänning på 250 V. Amperemetern har en utgång som kan kopplas till en sirén och denna utgång aktiveras om strömmen är över 1.00 μA under minst 250 μs. Tjuvlarmet ska konstrueras så att det löser ut om kapacitansen förändras med mer än 10 %. Tiden det tar för kapacitansen att förändras då ett objekt kommer i närheten av kondensatorn är i detta sammanhang försumbar.

   (a) Förklara hur seriekretsen kan fungera som ett tjuvlarm.
   (b) Bestäm de värden på serieresistansen som uppfyller specifikationerna ovan.
   Tips: Mathematica-funktionerna `DSolve` och `Solve` kan användas här.
   (c) Förklara vad som händer om man väljer för stor respektive för liten resistans.

3. Antag nu att man vill öka känsligheten på larmet.

   (a) Hur små kapacitansförändringar kan man mäta med ovanstående utrustning?
   Tips: `FindMaximum` och `FindRoot` kan man ha nytta av här.
   (b) Vilken spänning krävs om larmet ska kunna detektera kapacitansförändringar ner till 5% ?

Några tips...

- I seriekretsen gäller under urladdningen

$$u_R + u = 0 \Leftrightarrow Ri + u = 0 \Leftrightarrow i + \frac{u}{R} = 0$$

där u är spänningen över kondensatorn, $R = 500$ GΩ och C_0 den sökta kapacitansen. Eftersom $i(t) = q'(t) = C_0 u'(t)$ så får vi en differentialekvation i u. C_0 kan nu bestämmas genom att lösningen $u(t)$ anpassas till mätserien.

- Då tjuvhanden närmar sig kondensatorn ökar kapacitansen från C_0 till C. En ström kommer då att börja flyta i kretsen. (Varför?) Då gäller följande samband

$$u_R + u_C = E \Leftrightarrow Ri + \frac{q}{C} = E$$

där $E = 200$ V. Vi får även här en differentialekvation för q med begynnelsevillkoret $q(0) = C_0 E$. Derivering av ekvationen ger en differentialekvation för $i(t)$. Begynnelsevillkoret för $i(t)$ kan bestämmas med hjälp av differentialekvationen för q ovan och motsvarande begynnelsevillkor. Lösningen kommer att vara av formen

$$i(t) = \text{konst} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{RC}}}{R}.$$

(Vad är konstantens värde?) Eftersom strömmen måste vara över $i_{\text{min}} = 1.00$ μA under minst $t_{\text{min}} = 250$ μs kan intervallet för R bestämmas numeriskt.