Projet de Langage R en Actuariat

Marie GANON, Daniel NKAMENI, Florian SALAUN

Partie 1 - Agrégation simple des risques

Avant toute chose, nous stockons les valeurs des paramètres des lois normales et des copules.

Puis nous créons deux fonctions afin de calculer le Best Estimate (BE) et le Solvency Capital Requirement (SCR) d'une variable aléatoire X. Ces deux grandeurs sont définies de la manière suivante:

$$BE(X) = \mathbb{E}(X)$$
 et $SCR(X) = VaR_{99.5\%}(X) - BE(X)$

où $VaR_{99.5\%}(X)$ est la $Value\ at\ Risk$ au niveau 99.5% correspond au quantile de niveau 99.5%.

Modélisation avec copule gaussienne

Formule standard

Modèle agrégé

Modélisation avec copule de Clayton

Formule standard

Modèle agrégé

Partie 2 - Agrégation des risques par somme aléatoire

Nous commençons par définir tous les paramètres qui nous seront utiles par la suite.

Pour simuler S_1 et S_2 nous procédons en plusieurs étapes. Nous simulons dans un premier temps les deux nombres de sinistres, avec des lois marginales négatives binomiales et la structure de copule choisie (gaussienne ou Clayton). Puis, pour chaque simulation:

- 1. Nous générons les X_n^1 selon la loi $\mathcal{LN}(\mu_{log}, \sigma_{log})$.
- 2. Nous générons les U_n selon la loi $\mathcal{U}([0,1])$.
- 3. Nous calculons $X_n^2 = k + \frac{s}{\xi}(U^{-\xi} 1)$.
- 4. Enfin nous sommons respectivement les X_n^1 et les X_n^2 pour obtenir S_1 et S_2 .

Modélisation avec copule gaussienne

Dans cette partie, nous appliquons une structure de copule gaussienne de paramètre ρ_C .

Formule standard

Pour appliquer la formule standard, nous avons tout d'abord besoin de calculer le coefficient de corrélation linéaire ρ entre S_1 et S_2 . Celui-ci se calcule empiriquement de la manière suivante:

$$\hat{\rho}_n = \frac{\sum_{i=1}^n (S_1^i - \overline{S_1})(S_2^i - \overline{S_2})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (S_1^i - \overline{S_1})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (S_2^i - \overline{S_2})^2}}$$

La formule standard donne le SCR suivant:

[1] 12246347293

Modèle agrégé

En calculant le SCR de manière agrégée, en posant $S=S_1+S_2,$ nous obtenons:

[1] 12243600382

Comparaison

Modélisation avec copule de Clayton

Dans cette partie, nous appliquons une structure de copule de Clayton inversée de paramètre α_C .

Formule standard

La formule standard donne le SCR suivant:

[1] 12240400999

Modèle agrégé

En calculant le SCR de manière agrégée, en posant $S=S_1+S_2,$ nous obtenons:

[1] 12240970534

Comparaison