

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

به نام خدا

تمرین سری چهارم درس داده کاوی محاسباتی

عنوان : فشرده سازی تصویر با تجزیه SVD

دانشجو:

فاطمه عرب

شماره دانشجویی : ۴۰۱۱۱۲۰۸۹

استاد:

دکتر شاکری

پاییز ۱۴۰۱

مقدمه

ک تصویر رنگی و یک تصویر سیاه و سفید را در نظر می گیریم ، می خواهیم با یکی از روش های جبرخطی به نام تجزیه مقدار منفرد یا (SVD) Singular Value Decomposition (تصویر هارا با مقدير مختلف تقريب رتبه k ماتريس به دست آمده از تصاویر را حساب کنیم ، و در انتها تصویر اصلی را با تصویر به دست آمده مقایسه کنیم .

شرح مساله

ما در این پروژه دو تصویر که یکی سیاه و سفید و دیگری رنگی است را خوانده ، و با تجزیه SVD که تقريب رتبه K ام ماتريس ها را به عنوان تصاویر فشرده در نظر میگیرد برای مقادیر مختلف K بررسی خواهیم کرد.

$$A = \sum_{i=1}^n \sigma_i u_i v_i^T \approx \sum_{i=1}^k \sigma_i u_i v_i^T := A_k$$

هدف :

برای تصاویر در انتها باید یک تصویر فشرده با به ازای هر K داشته باشیم

روش کار

ما در این پروژه از زبان برنامه نویسی پایتون استفاده می کنیم ، همچنین از کتابخانه های PIL (pillow)، Matplotlib و numpy استفاده خواهیم کرد.

دو برنامه نوشته شده است ، `SVDbw.py` برای فشرده سازی تصویر سیاه و سفید و `SVDrgb.py` برای فشرده سازی تصویر رنگی. در ادامه به گزارش هر کد می پردازیم.

فشرده سازی تصویر سیاه و سفید

یک تصویر سیاه و سفید را می خوانیم :



ابعاد تصویر اصلی : 1000 2000x

عکس را به ماتریس تبدیل می کنیم ، که ما در اینجا ماتریسی به اندازه ۲۰۰۰۰۰۰ خواهیم داشت.

حال برای تجزیه SVD از تابعی در کتابخانه numpy استفاده می کنیم و با توجه به مفهوم تجزیه منفرد را با مقادیر k مختلف حساب خواهیم کرد.

$$A = U D V^T$$

Left singular vectors Singular values Right singular vectors

فشرده سازی تصویر رنگی

فشرده سازی تصویر رنگی نسبتاً کار پیچیده تری است ، هر تصویر رنگی دارای ۳ طیف قرمز،سبز و آبی است ما باید ابتدا برای هر طیف تجزیه را حساب کنیم.

یک تصویر رنگی میخوانیم:



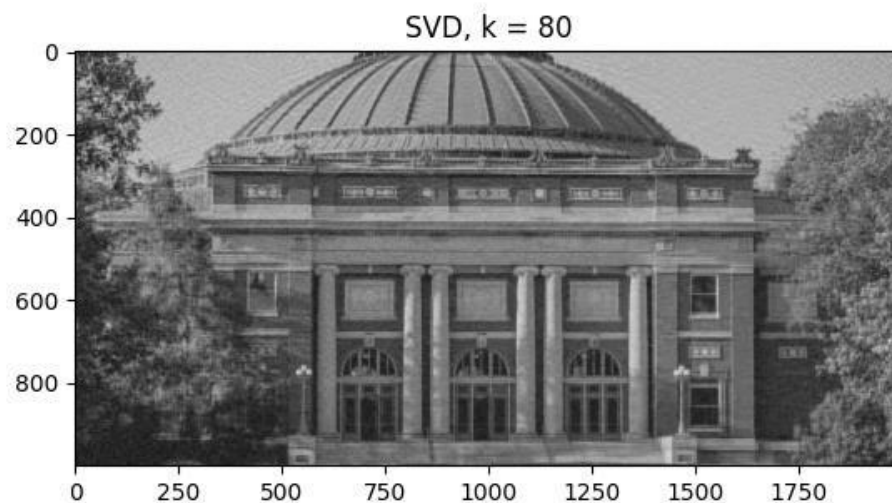
سایز تصویر اصلی : 16000 1240x

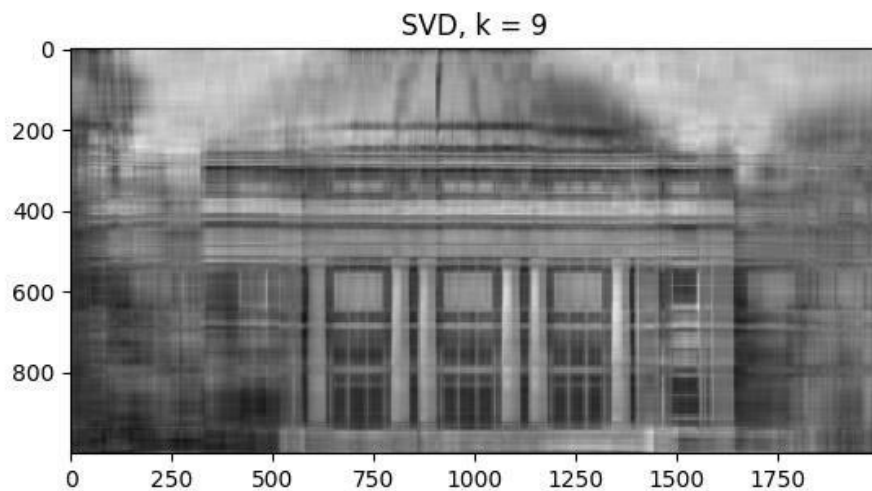
حال برای هر طیف رنگ به صورت جداگانه تجزیه SVD را محاسبه میکنیم و در آخر بدست آماده از هر طیف رنگ را به یک ماتریس سه بعدی تبدیل میکنیم

** برای محاسبه هر طیف رنگ ارایه سه بعدی را به دو بعدی تبدیل میکنیم، و در انتها مجدد سه بعدی میکنیم.

نتایج

در ادامه تصویر فشرده برای تصویر سیاه و سفید به ازای مقادیر k مختلف را نشان می دهیم:

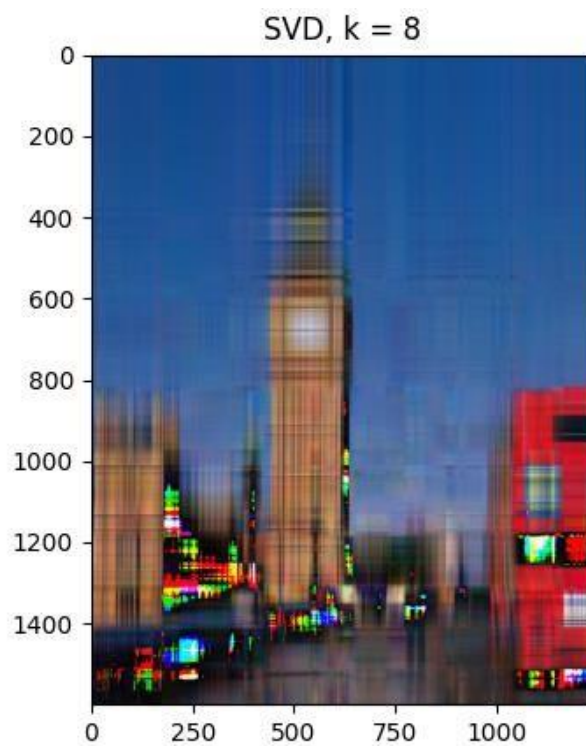


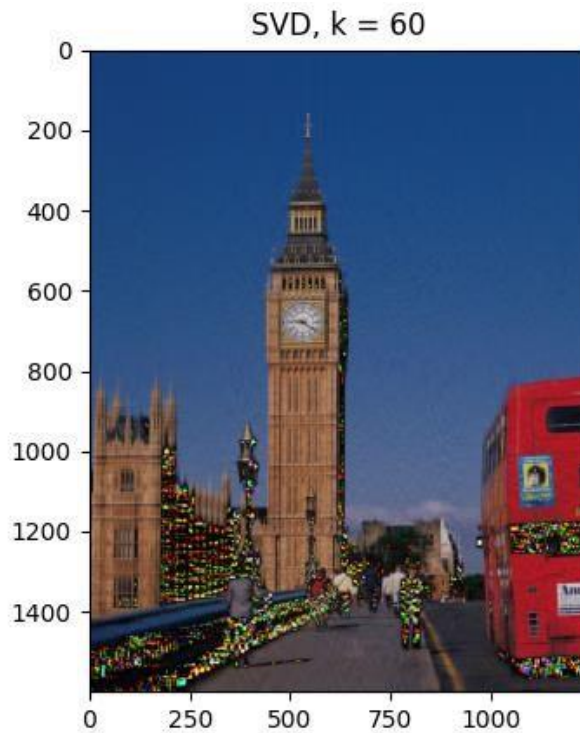


```
original size: 6000000
compressed size: 720240
Proportion is : 0.12004
k=80 , Compressed image size is 12.0% of the original image
```

```
original size: 6000000
compressed size: 81027
Proportion is : 0.0135045
k=9 , Compressed image size is 1.35% of the original image
```

در ادامه تصویر فشرده برای تصویر رنگی به ازای مقادیر k مختلف را نشان می دهیم:





```
original size: 5943483
compressed size: 68136
Proportion is : 0.011463985006771283
k=8 , Compressed image size is 1.15% of the original image
```

```
original size: 5943483
compressed size: 511020
Proportion is : 0.08597988755078462
k=60 , Compressed image size is 8.6% of the original image
```

منابع

1. [geeksforgeeks](#)
2. [github](#)
3. [delftstack](#)