

Trabajo Práctico Número 4

Diseño de filtros analógicos

Grupo 5

AUTORES:

Federico TONDI (59341)
Franco MORICONI (58495)
Alan VEKSELMAN (59378)
Carola PEDROSA (59059)
Franco SCAPOLLA (58465)

PROFESORES:

Daniel JACOBY
Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

Contenido

1. Instructivo <i>filter tool</i>	4
1.1. Restricciones de uso	5
2. Aproximación Butterworth con Celda Sallen- Key	7
2.1. Análisis de la selda Sallen- Key	7
2.2. Selección de componentes y acople de etapas	10
2.3. Simulación	11
2.4. Sensibilidades	12
2.5. Análisis de Montecarlo	12
3. Aproximación de Chebychev I con Celda Rauch	14
3.1. Análisis teórico de la Celda Rauch	14
3.2. Aproximación de Chebychev I	20
3.3. Primera Etapa	24
3.4. Segunda Etapa	25
3.5. Rango dinámico	26
3.6. Impedancia de entrada	26
3.7. Acople de etapas	27
3.8. Simulaciones	28
3.8.1. Respuesta en frecuencia	28
3.8.2. Análisis de Montecarlo	30
4. Aproximación de Cauer con Celda Sedra-Ghorab-Martin	31
4.1. Análisis teórico de la Celda Sedra-Ghorab-Martin	31
4.1.1. Introducción	31
4.1.2. Sensibilidades y optimizaciones de diseño	35
4.2. Aproximación de Cauer	36
4.3. Segunda etapa	39
4.4. Primera etapa	43
4.5. Impedancia de entrada	46
4.6. Simulaciones	47
4.6.1. Respuesta en frecuencia	47
4.6.2. Análisis de Montecarlo	49
4.6.3. Respuesta a diferentes entradas	51
5. Aproximación de Chebychev II con Celda Universal	54
5.1. Distintas celdas universales	54
5.1.1. Kerwin Huelsman Newcomb	54
5.1.2. Tow Thomas	55

5.1.3. Akerberg Mossberg	55
5.1.4. Fleischer Tow	56
5.2. Selección	56
5.3. Cálculo de sensibilidades	60
5.4. Análisis de Montecarlo	62

1. Instructivo *filter tool*

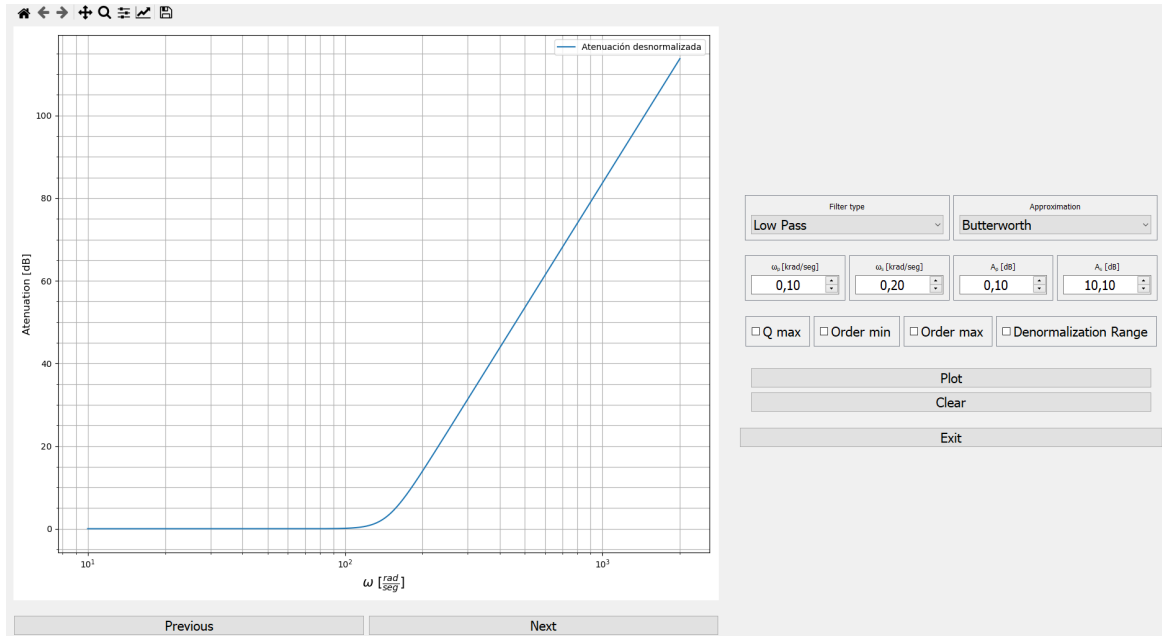


FIGURA 1.1: Captura de pantalla del Filter Tool en funcionamiento

Para esta parte se procedió a realizar en Python una herramienta para el cálculo y análisis de distintos filtros, siguiendo plantillas especificadas dentro de ciertos parámetros y utilizando algunas de las aproximaciones vistas en clase.

Los filtros que se pueden realizar son pasabajos, pasaaaltos, pasabanda, rechazabanda y retardo de grupo. Las aproximaciones que se pueden utilizar son Butterworth, Chebyshev I y II, Legendre, Gauss y Cauer, con algunas restricciones. Además, se permiten establecer límites tanto para el orden del filtro a realizar (mínimo y máximo), como así también el valor máximo del factor de calidad presente en alguna de las transferencias de segundo orden. Por último, se da la opción de elegir un porcentaje de desnormalización, que hace referencia a los límites:

- 0 % : $A(\omega_P) = A_P$
- 100 % : $A(\omega_S) = A_S$

Donde ω_P y ω_S son las frecuencias de paso y de rechazo, respectivamente, y A_P y A_S son la atenuación máxima permitida en banda de paso y la atenuación mínima permitida en banda de rechazo, respectivamente. (Para los filtros BP y SB se tiene ω_P^- , ω_P^+ , ω_S^- y ω_S^+ , y para el retardo de grupos se tendrán τ_0 , ω_P y el error máximo en ω_P).

A su vez, los gráficos que se muestran son los siguientes:

- Atenuación desnormalizada.
- Atenuación normalizada a pasabajos.

- Atenuación desnormalizada superpuesta con la plantilla (en caso de pasabanda y rechaza-banda, será del lado más restrictivo).
- Fase.
- Retardo de grupos normalizado ($\frac{-\frac{d\phi}{d\omega}}{\tau_0}$)
- Factores de calidad de los sistemas de segundo orden correspondientes al filtro.
- Diagrama de polos y ceros del filtro.
- Respuesta impulsiva
- Respuesta al escalón
- Ecuación de la función de transferencia, separada en sistemas de segundo orden.

En primer lugar al correr el programa, el cual se abre en una ventana en pantalla completa, se le permite al usuario seleccionar el tipo de filtro y la aproximación a utilizar para cumplir la plantilla pedida. Debajo de dichas selecciones, se le pide al usuario que ingrese los parámetros que debe cumplir la plantilla propiamente dicha (frecuencias de paso y rechazo así como también las atenuaciones en dichas regiones).

Luego de seleccionar los parámetros requeridos, se debe oprimir el botón *Plot*, el cual procederá a realizar los cálculos correspondientes y a graficar los resultados en distintas páginas. Para moverse a través de las páginas, se deben oprimir los botones *Previous* y *Next*. Si se deseara superponer los resultados de otro filtro, simplemente se deberán seleccionar los nuevos parámetros y repetir el proceso, luego de lo cual se graficarán los nuevos resultados superpuestos con los anteriores. En caso de querer limpiar las figuras, se debe oprimir el botón *Clear*.

En caso de requerirlo, debajo de los parámetros obligatorios del filtro se le da la opción al usuario de seleccionar alguna restricción adicional que deba cumplir el filtro (como ser el orden máximo, mínimo, el máximo factor de calidad o el rango de desnormalización), y asignarle un valor a la restricción. Se debe tener en cuenta que, en caso de seleccionar un valor mínimo para el orden mayor al valor máximo, el que se tendrá en cuenta será el mínimo, descartando el máximo.

Para salir del programa, es suficiente con presionar el botón etiquetado como *Exit* o presionar la tecla *Esc* en cualquier momento durante la ejecución del mismo.

1.1. Restricciones de uso

Para evitar problemas de cálculo matemático por parte de la herramienta, se tomaron ciertas consideraciones de diseño a la hora de armar el programa.

En primer lugar, y aunque no se especifique un orden máximo para el filtro, el orden máximo absoluto es de 25. Esto quiere decir que cualquier plantilla que requiera un orden mayor a 25 para ser realizada con la aproximación elegida tendrá este valor para su orden, aunque no cumpla la plantilla. Incluso con estas condiciones elegidas, se pueden dar condiciones tales que las funciones

de Python devuelvan resultados sin sentido (como polos con parte real positiva), lo cual debe ser tenido en cuenta a la hora de seleccionar los parámetros de la plantilla.

Por otro lado, y por cuestiones de tiempo, no están implementadas las funciones de pasabanda y rechazabanda para el filtro de Cauer, con lo cual esta combinación de filtro y aproximación no está permitida.

Para Gauss, dado que el único gráfico de importancia es el de retardo de grupo, el resto de los gráficos se muestran pero teniendo en mente que no son significativos.

En todos los casos de retardo de grupo, se debe tener en cuenta que existe la posibilidad de que, por las definiciones matemáticas utilizadas por Python, pueden darse saltos de fase de -180° a 180° , o al revés. Esto generará derivadas infinitas, que se verán reflejadas en el retardo de grupo como un pico muy elevado (∞). Esto se intentó solucionar con ciertas medidas correctivas. Sin embargo, existen combinaciones de valores que seguirán dando estas derivadas infinitas.

Se configuró el valor mínimo del factor de calidad de los polos en un valor de 0.51, ya que siempre quedará mayor o igual a 0.5 según el cálculo del factor de calidad para los polos complejos conjugados.

Por último, se configuró que automáticamente se modificaran los parámetros en función de los cambios que se realizan en la plantilla. Por ejemplo, al cambiar ω_P en un pasabajos, ω_S se modifica de forma tal que nunca ω_S sea menor a ω_P . De la misma manera se comportan los parámetros correspondientes en los distintos tipos de filtro. Las frecuencias tienen un mínimo de $100 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$ y un máximo de $200 \frac{\text{krad}}{\text{seg}}$, y las atenuaciones tienen los límites $0.1\text{dB} < A_P < 10\text{dB}$ y $10.1\text{dB} < A_S < 100\text{dB}$.

2. Aproximación Butterworth con Celda Sallen- Key

2.1. Análisis de la selda Sallen- Key

Se busca diseñar un filtro pasa bajos usando la aproximación de Butterworth junto con la celda Sallen- Key. Para ello, se siguen las siguientes especificaciones de diseño:

f_p	2750 Hz
f_a	13000 Hz
A_p	3 dB
A_a	40 dB
$ Z_{in} $	$\geq 50k$

TABLA 2.1: Parámetros de diseño

Luego, usando la aproximación de Butterworth, se tiene que:

$$\epsilon = \sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1} \cong 0.9976 \quad (2.1)$$

$$N \geq \frac{\log(\frac{\sqrt{10^{\frac{A_s}{10}} - 1}}{\epsilon})}{\log(\omega_{SN})} \cong 2.96 \Rightarrow N = 3 \quad (2.2)$$

Con:

$$\omega_{SN} = \frac{\omega_s}{\omega_p} \cong 4.722 \quad (2.3)$$

Resulta:

$$H(s_N) = \frac{1}{(s_N + 1)(s_N^2 + s_N + 1)} \quad (2.4)$$

Y $s = s_N \omega_b$ y

$$\omega_b = \frac{\omega_p}{\epsilon^{\frac{1}{N}}} \cong 17.3 \frac{rad}{s} \quad (2.5)$$

Por lo cual, resulta:

$$H(s) = \left(\frac{1}{\frac{s}{17.3k} + 1} \right) \frac{1}{\left(\frac{s}{17.3k} \right)^2 + \frac{s}{17.3k} + 1} \quad (2.6)$$

Por lo cual, para lograr tener la transferencia calculada, se emplea una celda Sallen- Key para la parte de la transferencia de orden 2, mientras que se emplea un circuito de primer orden para la primera parte de la transferencia, y finalmente se conectan ambos en cascada con un *buffer* de por medio, para evitar los efectos de una etapa sobre la otra, es decir, para evitar que se cargue una etapa con otra aprovechando la alta impedancia de entrada del buffer.

La celda Sallen- Key se puede configurar tal que actúe como un pasabajos de segundo orden, como se puede ver a continuación:

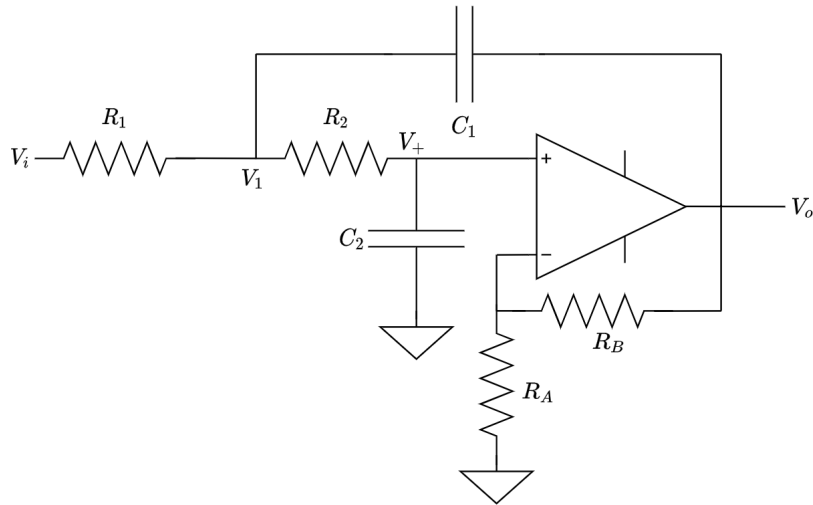


FIGURA 2.1: Celda Sallen Key

Si se analiza el circuito de la Fig. 2.1, se obtienen las siguientes relaciones: Donde:

$$K = 1 + \frac{R_B}{R_A} \quad (2.7)$$

$$V_+ = V_1 \frac{1}{1 + sC_2R_2} \quad (2.8)$$

$$V_O = KV_+ \quad (2.9)$$

Se asocian impedancias de la forma:

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{sC_2} \quad (2.10)$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} \quad (2.11)$$

Se hace KCL en el nodo 1, resulta:

$$(V_O - V_1)sC_1 + \frac{V_i - V_1}{R_1} - \frac{V_1}{Z_2} = 0 \quad (2.12)$$

Llamando

$$Y = \frac{1}{Z} = sC_1 + \frac{1}{R_1} + Y_2$$

Resulta:

$$V_1 = V_O sC_1 Z + V_i \frac{Z}{R_1} \quad (2.13)$$

Luego, se puede aplicar teoría de grafos para continuar con la búsqueda de la función de transfe-

rencia. Se parte de:

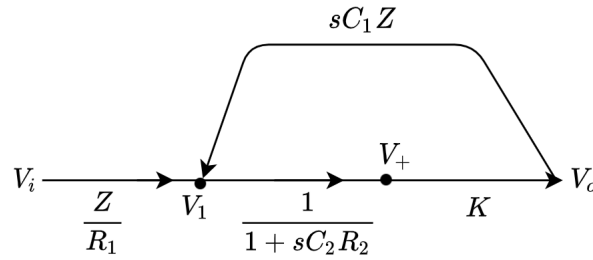


FIGURA 2.2: Esquema para aplicar teoría de grafos

Aplicando propiedades para reducción de grafos, se puede llegar a un esquema de la forma:

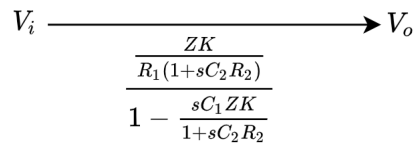


FIGURA 2.3: Esquema final para aplicar teoría de grafos

Por lo tanto, a partir de Fig. 2.3 y realizando cuentas algebraicas de por medio para simplificar la expresión, se puede ver que la transferencia $H(s)$ resulta:

$$H(s) = \frac{K}{s^2 R_1 C_1 R_2 C_2 + s[R_1 C_1(1 - K) + R_2 C_2 + R_1 C_2] + 1} \quad (2.14)$$

Por lo tanto, para la parte de orden 2, se analiza la transferencia:

$$\frac{1}{\left(\frac{s}{17.3k}\right)^2 + \frac{s}{17.3k} + 1} \quad (2.15)$$

Donde se ve que $Q=1$ y $\omega_O = 17.3 \frac{rad}{s}$. Por ende, como se necesita una ganancia unitaria en banda pasante, se emplea la siguiente versión de la celda Sallen- Key, donde se quitan las resistencias R_A y R_B :

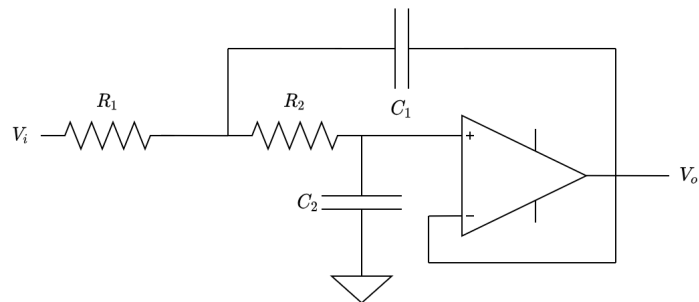


FIGURA 2.4: Celda Sallen Key para ganancia unitaria

Si se toma $R_1 = R_2 = R$, resulta:

$$2\pi f_p = \frac{1}{R\sqrt{C_1 C_2}} \quad (2.16)$$

Además, como $Q=1$, se tiene que cumplir que:

$$\sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = 0.5 \quad (2.17)$$

2.2. Selección de componentes y acople de etapas

Si se despejan los valores componentes de las expresiones anteriores, se obtiene:

- $R = 1k\Omega$
- $C_1 \cong 116nF$
- $C_2 \cong 29nF$

Análogamente, si se procede a analizar la parte de orden 1, se tiene que:

$$\frac{1}{\frac{s}{17.3k} + 1} \quad (2.18)$$

Como $\omega_O = 17.3k \frac{rad}{s}$, si se fija $R = 1k\Omega$ se obtiene $C \cong 58nF$.

Por lo tanto, si se acoplan ambas etapas se tiene:

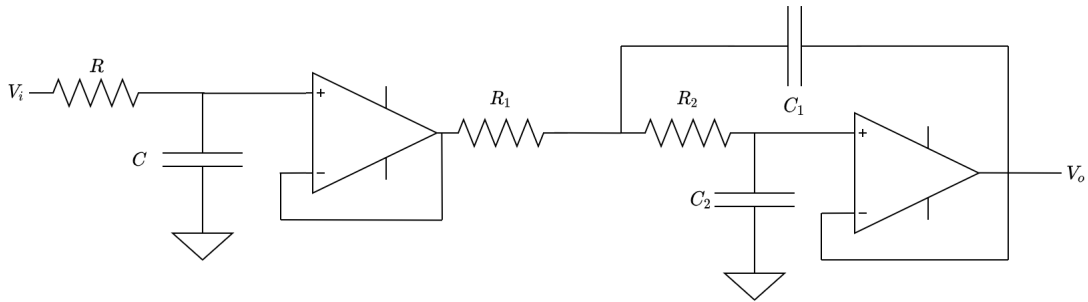


FIGURA 2.5: Celda Sallen Key acoplada

Con:

- $R = 1k\Omega$
- $C_1 \cong 116nF$
- $C_2 \cong 29nF$
- $C \cong 58nF$

Asimismo, también se ve que en este caso la impedancia de entrada resulta:

$$Z_{in} = R + \frac{1}{sC} \quad (2.19)$$

2.3. Simulación

Si se simula el circuito de la Fig.2.5, se obtiene el siguiente diagrama de respuesta en frecuencia:

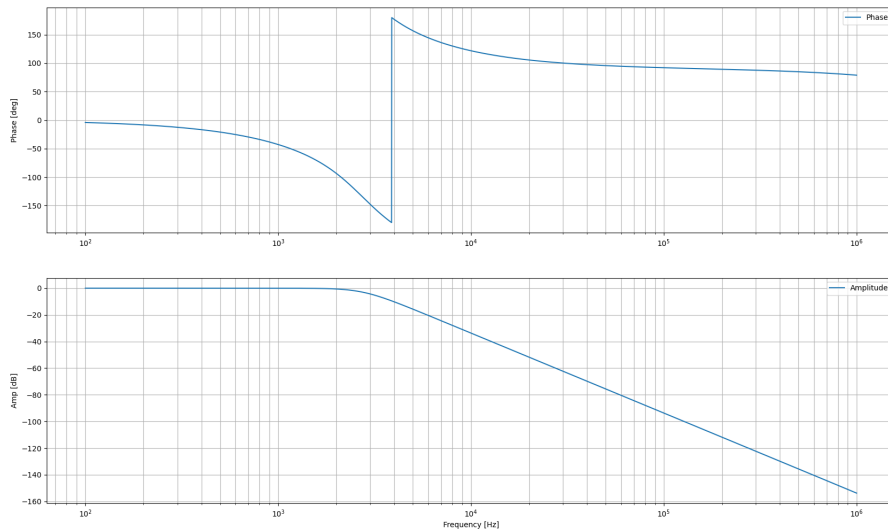


FIGURA 2.6: Respuesta en frecuencia

Se ve que los componentes elegidos cumplen con las especificaciones de diseño, puesto que la frecuencia de corte del filtro pasabajos es de aproximadamente 2750Hz. Si se simula la impedancia de entrada, se obtiene:

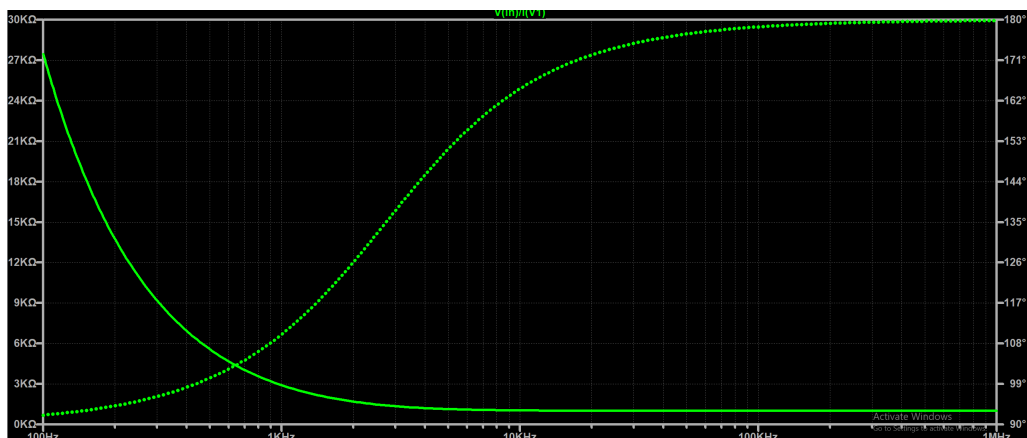


FIGURA 2.7: Impedancia de entrada

Se puede observar en la Fig. 2.7 que la impedancia de entrada es menor a $50k\Omega$, por lo cual se decide poner un buffer adicional a la entrada del circuito con el objetivo de subir dicha impedancia de entrada sin cargar al resto del circuito.

2.4. Sensibilidades

Finalmente, si se calculan las sensibilidades, se observa como varía un parámetro en función de la variación de un componente, con el objetivo de poder tener un mejor entendimiento del comportamiento del circuito:

$$S_{R_1^Q} = -S_{R_2^Q} = \frac{-1}{2} + Q = 0.25 \quad (2.20)$$

$$S_{C_1^Q} = -S_{C_2^Q} = \frac{-1}{2} + Q\left(\sqrt{\frac{R_1 C_2}{R_2 C_1}} + \frac{R_2 C_2}{R_1 C_1}\right) = \frac{-1}{2} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 0.25 \quad (2.21)$$

$$S_{K^Q} = QK\sqrt{\frac{R_2 C_1}{R_1 C_2}} = 0.5 \quad (2.22)$$

2.5. Análisis de Montecarlo

Se realiza un análisis de Montecarlo con el objetivo de ver como varía la respuesta en frecuencia del circuito teniendo en cuenta tolerancias para los distintos componentes. Tomando una tolerancia de 10 % para las resistencias y 5 % para los capacitores, se obtienen los siguientes resultados, para módulo y fase respectivamente:

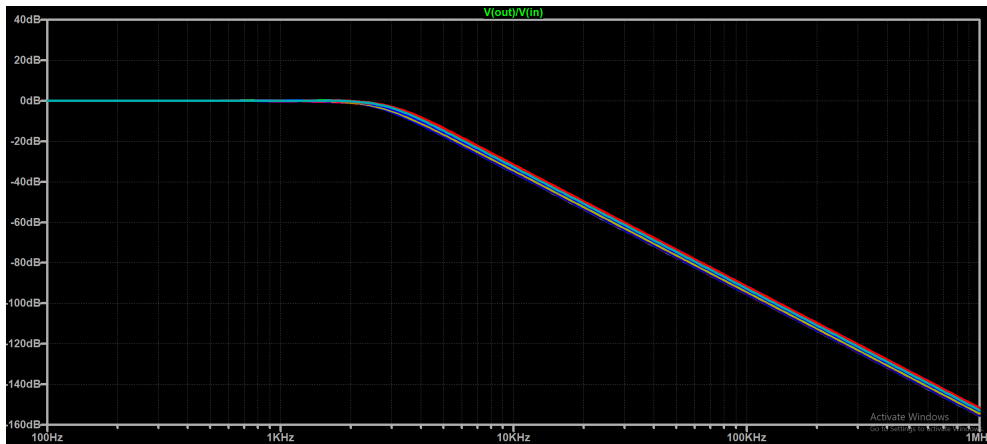


FIGURA 2.8: Análisis de Montecarlo para la respuesta en frecuencia

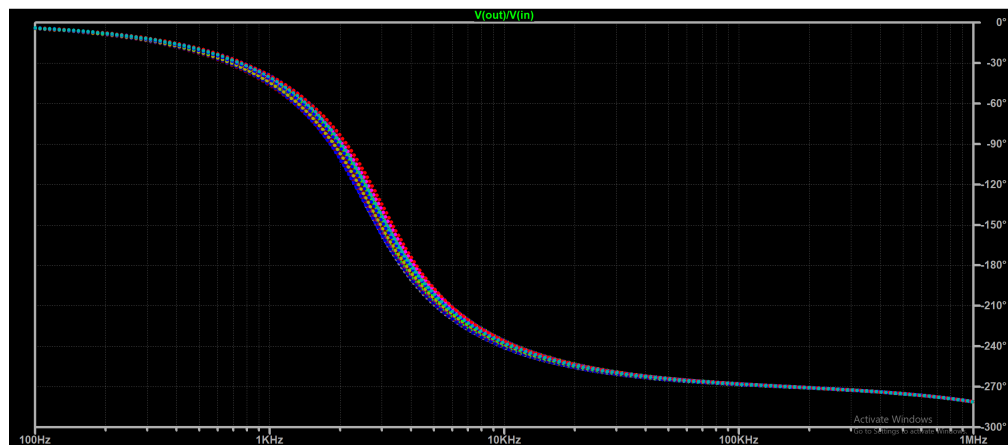


FIGURA 2.9: Análisis de Montecarlo para la respuesta en frecuencia

Se puede ver en la Fig. 2.8 que la ganancia en banda pasante, aún con los componentes con las tolerancias indicadas anteriormente, en ningún caso se encuentra por encima de los 0dB, lo cual implica que la ganancia en banda pasante del circuito no se ve afectada considerablemente por las tolerancias de los componentes.

3. Aproximación de Chebychev I con Celda Rauch

En esta sección se presenta el diseño un filtro pasa-banda elaborado utilizando la aproximación de Chebychev I y celdas Rauch. La plantilla del filtro se presenta a continuación:

Pendiente LP normalizado	-40 dB/dec
f_p	20kHz
B	$\frac{1}{10}$
A_p	3dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50k\Omega$

TABLA 3.1: Plantilla del filtro pasa-banda

3.1. Análisis teórico de la Celda Rauch

Un esquema del circuito de una Celda Rauch genérica se presenta en la figura 3.1. Esta celda también recibe el nombre de Deliyannis-Friend, en honor a sus creadores. Un tercer nombre para la misma es celda de realimentación múltiple, debido al hecho de que existen dos caminos para la realimentación en el operacional: uno a través de Z_5 y otro a través de Z_4 . Según el tipo de componentes que representen las impedancias Z_i , esta celda permite implementar filtros pasa-bandas, pasa-bajos, y pasa-altos. Los valores de Q máximos que puede implementar son de alrededor de 7, lo cual si bien representa una mejora en comparación con otras celdas como la Sallen-Key, sigue siendo bajo en comparación a otras topologías como la Sedra o alguna de las celdas Universales.

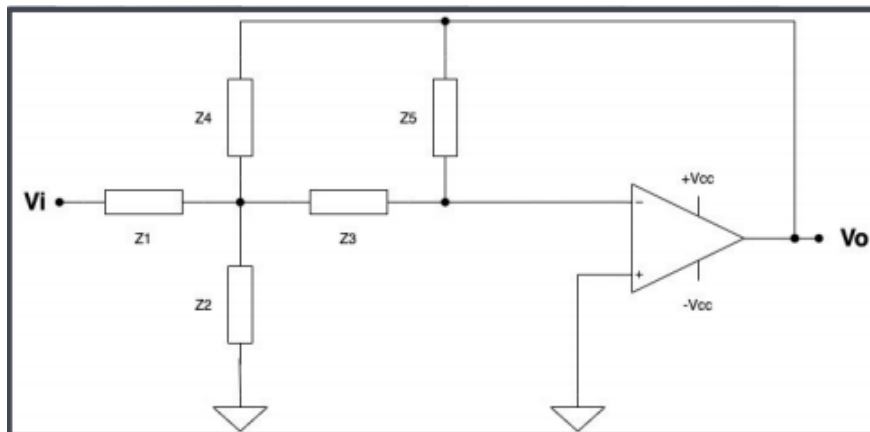


FIGURA 3.1: Circuito genérico de la celda Rauch

En particular, el circuito para la implementación de un pasa-banda con este tipo de celdas es el presentado en la figura 3.2. Se observa que la realimentación ocurre a través de la resistencia R_2 y a través del capacitor C_2 .

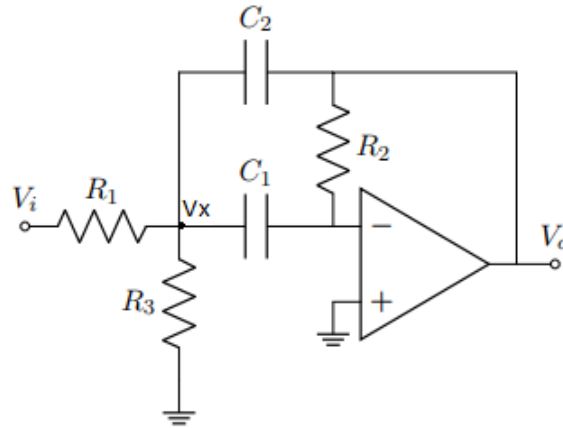


FIGURA 3.2: Circuito del pasa-banda con Celda Rauch

Para un primer análisis se considera al operacional ideal, es decir, se considera que la impedancia de entrada del mismo es infinita, que la de salida es nula, y que $A_{vol} \rightarrow \infty$, de donde $V^+ = V^-$. Se tiene entonces,

$$V^- = V^+ = 0 \quad (3.1)$$

Además, por el Teorema de los nodos en V_x , se tiene

$$\frac{V_i - V_x}{R_1} + \frac{V_o - V_x}{\frac{1}{sC_2}} - \frac{V_x}{\frac{1}{sC_1}} - \frac{V_x}{R_3} = 0 \quad (3.2)$$

Como el nodo conectado a la terminal inversora representa una tierra virtual,

$$V_x = -\frac{V_o}{sC_1 R_2} \quad (3.3)$$

Reemplazando esta última ecuación en la segunda, puede hallarse la transferencia $\frac{V_o}{V_i}(s)$. Una vez hallada la misma, se puede operar algebraicamente sobre ella para llevarla a la forma clásica de las transferencias de segundo orden, dejando en evidencia el valor de la frecuencia de resonancia ω_0 , del factor de calidad Q , y de la ganancia en banda pasante H . De esta forma se obtiene:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{H \frac{s}{\omega_0 Q}}{\frac{s^2}{\omega_0^2} + \frac{1}{Q} \frac{s}{\omega_0} + 1} \quad (3.4)$$

Siendo

$$H = \frac{-R_2 C_2}{R_1 C_2 + R_1 C_1} \quad (3.5)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1 + \frac{R_3}{R_1}}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad (3.6)$$

$$Q = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_3}{R_1}}}{\sqrt{\frac{R_3 C_1}{R_2 C_2}} + \sqrt{\frac{R_3 C_2}{R_2 C_1}}} \quad (3.7)$$

Para el proceso de diseño se sigue el recomendado en [2], que se explica a continuación. En primer lugar, se toma $C_1 = C_2 = C$. En segundo lugar, se define un parámetro a para ajustar la ganancia y se reemplaza R_1 por $\frac{R_1}{a}$ y R_3 por $\frac{R_1}{1-a}$. En la figura 3.3 se muestra un esquema del circuito modificado (tomado de [2]), donde $G_1 = \frac{1}{R_1}$, $G_2 = \frac{1}{R_2}$.

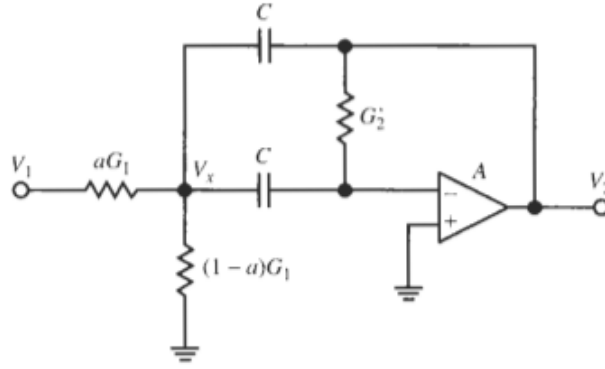


FIGURA 3.3: Circuito del pasa-banda con Celda Rauch

Aplicando estos cambios a las ecuaciones anteriores, se encuentra que:

$$H = \frac{1}{2} a \frac{R_2}{R_1} \quad (3.8)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \quad (3.9)$$

$$Q = \frac{1}{2} \omega_0 C R_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \quad (3.10)$$

Si bien este circuito podría utilizarse para la implementación del pasa-banda, se hace notar que con las relaciones anteriores se obtiene $\frac{R_2}{R_1} = 4Q^2$, de donde para implementaciones con Q muy alto, el valor del cociente $\frac{R_2}{R_1}$ es elevado, lo cual es poco práctico en un diseño, ya que la sensibilidad de Q respecto a esos dos componentes será muy elevada. Para solucionar este problema, [2] propone el circuito de la figura 3.4. El mismo recibe el nombre de celda Rauch mejorada o celda Delyiannis-Friend mejorada. Se observa que, por un lado, se mantuvieron los criterios de diseño propuestos antes: los capacitores iguales y la introducción del factor a ; por otro lado, se incluye una rama de realimentación positiva al operacional, muestreando la tensión de salida $V_o = V_2$, con el divisor de tensión formado por KR y $(1-K)R$, con $K < 1$.

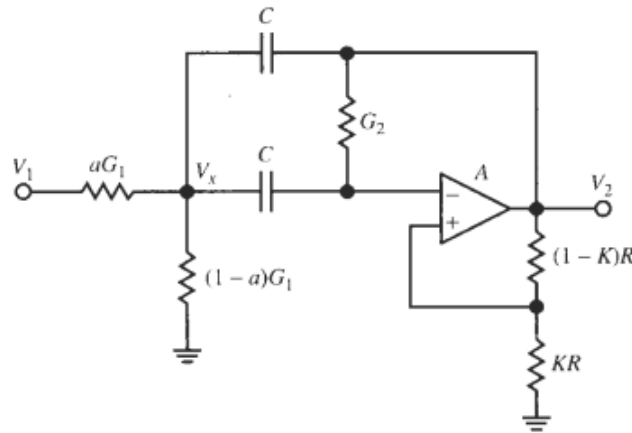


FIGURA 3.4: Circuito del pasa-banda con Celda Rauch mejorado

A continuación se realiza un análisis de este último circuito, considerando al operacional ideal. En primer lugar, se parte del hecho de que la tensión en la terminal no inversora ya no es cero. Se tiene entonces:

$$V^- = V^+ = V_o \frac{KR}{KR + (1-K)R} = KV_o \quad (3.11)$$

Nuevamente, por el Teorema de los Nodos,

$$\frac{V_i - V_x}{aR_1} + \frac{V_o - V_x}{\frac{1}{sC}} - \frac{V_x - KV_o}{\frac{1}{sC} - \frac{R_1}{1-a}} = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{V_o - KV_o}{R_2} - \frac{KV_o - V_x}{\frac{1}{sC}} = 0 \quad (3.13)$$

Reemplazando esta última en la segunda, se puede despejar la transferencia. Si se llama Q_0 al factor de calidad del circuito sin la realimentación positiva, y H_0 a la ganancia en banda pasante del circuito sin realimentación positiva, se obtiene

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1-K} \frac{H_0 \frac{s}{w_0 Q_0}}{\left(\frac{s}{w_0}\right)^2 + \frac{Q_0}{1-2\frac{K}{1-K}Q_0^2} \frac{s}{w_0} + 1} \quad (3.14)$$

Donde

$$w_0^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C^2} \quad (3.15)$$

Si se define $\alpha = \frac{K}{1-K}$, el nuevo valor del factor de calidad puede escribirse como:

$$Q = \frac{Q_0}{1-2\frac{K}{1-K}} Q_0^2 = \frac{Q_0}{1-2\alpha Q_0^2} = \frac{w_0 R_2 C}{2 - \frac{K}{1-K} \frac{R_2}{R_1}} \quad (3.16)$$

La ganancia en banda pasante es ahora

$$H = \frac{1}{1-K} \frac{H_0}{w_0 Q_0} = -\frac{1}{1-K} \frac{\frac{a}{R_1 C}}{\frac{2}{R_2 C} - \frac{K R_2}{1-K R_1}} = H_0 \frac{Q}{Q_0} \frac{1}{1-K} \quad (3.17)$$

Se observa entonces que se logró aumentar el Q del circuito y mejorar la ganancia en banda pasante manteniendo el mismo valor de w_0 .

Otro parámetro de gran interés al momento de diseño es la impedancia de entrada. Si se logra que la impedancia de entrada de una etapa sea mucho mayor a la impedancia de salida de la precedente, podrá realizarse el acople de esas dos etapas sin necesidad de incluir un Buffer. Sea I_i la corriente que atraviesa la resistencia $\frac{R_1}{a}$, se define la impedancia de entrada del circuito como:

$$Z_i = \frac{V_i}{I_i} \quad (3.18)$$

Se tiene que

$$I_i = \frac{V_i - V_x}{\frac{R_1}{a}} \quad (3.19)$$

Se puede relacionar V_x con V_i a través de las siguientes dos ecuaciones encontradas antes:

$$V_x = V_o \left(\frac{sCR_2K + K - 1}{sCR_2} \right) \quad (3.20)$$

$$V_o = V_i H(s) \quad (3.21)$$

Reemplazando esas dos ecuaciones en la primera y haciendo el desarrollo algebraico se encuentra la impedancia de entrada como:

$$Z_i(s) = \frac{R_1(As^2 + 2CR_1Bs + K + 1)}{As^2 + 2CR_1Ds + (1-a)(K-1)} \quad (3.22)$$

Con

$$A = C^2 R_1 R_2 (K - 1) \quad (3.23)$$

$$B = K + \frac{K R_2}{2 R_1} - 1 \quad (3.24)$$

$$D = (1 - a) \left(\frac{K R_2}{2 R_1} + 1 \right) + (K - 1) \quad (3.25)$$

Finalmente, se estudia el efecto de las distintas sensibilidades sobre los parámetros del sistema. Se define la sensibilidad del parámetro y con respecto a la variable x como $s_x^y = \frac{x_0}{y(x_0)} \frac{\partial y}{\partial x}$. Luego, tomando las derivadas parciales de las expresiones calculadas a lo largo del desarrollo teórico, se

obtienen las siguientes ecuaciones para las sensibilidades. Para w_0 , se encuentra:

$$S_{R_2}^{w_0} = -\frac{1}{2} \quad (3.26)$$

$$S_{\frac{R_1}{a}}^{w_0} = \frac{-\frac{R_1}{a}}{2\frac{R_1}{a} + 2\frac{R_1}{1-a}} \quad (3.27)$$

$$S_{\frac{R_1}{1-a}}^{w_0} = \frac{-\frac{R_1}{1-a}}{2\frac{R_1}{a} + 2\frac{R_1}{1-a}} \quad (3.28)$$

$$S_C^{w_0} = -\frac{1}{2} \quad (3.29)$$

Para la ganancia en banda pasante H se tiene:

$$S_{R_2}^H = \frac{\frac{R_1^2}{a(1-a)}(2KC - 2C)}{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}} \quad (3.30)$$

$$S_{\frac{R_1}{a}}^H = -\frac{\frac{R_1}{a}\left(2KC\frac{R_1}{1-a} + KR_2C - 2\frac{R_1}{1-a}C\right)}{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}} \quad (3.31)$$

$$S_{\frac{R_1}{1-a}}^H = \frac{KR_2\frac{R_1}{a}C}{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}} \quad (3.32)$$

$$S_C^H = \frac{\frac{R_1^2}{a(1-a)}C(1-K)}{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}} \quad (3.33)$$

Para el factor de calidad Q , se tiene:

$$S_{R_2}^Q = -\frac{1}{2} \frac{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} - 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C + 2\frac{R_1^2}{a(1-a)}C}{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}} \quad (3.34)$$

$$S_{\frac{R_1}{a}}^Q = \frac{1}{2} \frac{\frac{R_1}{a}\left(KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} - 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C + 2\frac{R_1^2}{a(1-a)}C\right)}{\left(KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}\right)\left(\frac{R_1}{a} + \frac{R_1}{1-a}\right)} \quad (3.35)$$

$$S_{\frac{R_1}{1-a}}^Q = \frac{1}{2} \frac{\frac{R_1}{1-a}\left(KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} - 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C + 2\frac{R_1^2}{a(1-a)}C\right)}{\left(KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}\right)\left(\frac{R_1}{a} + \frac{R_1}{1-a}\right)} \quad (3.36)$$

$$S_C^Q = -\frac{1}{2} \frac{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)}}{KR_1R_2C\frac{1}{a(1-a)} + 2K\frac{R_1^2}{a(1-a)}C - 2C\frac{R_1^2}{a(1-a)}} \quad (3.37)$$

3.2. Aproximación de Chebychev I

Antes de comenzar con el diseño del filtro, se precisa hallar la función transferencia a implementar. En particular, dicha función se halla a través de la aproximación de Chebychev I; se parte normalizando las características del filtro a la de un pasa-bajos. A partir de dicho pasa-bajos se encuentra una función transferencia que cumpla con la plantilla, y luego a partir de ésta se obtiene la transferencia del filtro deseado a través de una transformación en frecuencia.

En particular, la aproximación de Chebychev introduce un ripple en la banda de paso, pero permite conseguir mejores selectividades para un mismo orden que otras aproximaciones, como la de Butterworth. La forma general para el pasabajo normalizado (cuya frecuencia compleja se denominará s_N) es

$$|H(jw_N)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 T_n^2(w_N)} \quad (3.38)$$

siendo T_n el n -ésimo polinomio de Chebychev.

La atenuación del filtro estará dada entonces por:

$$|A(jw_N)|(dB) = 10 \log(1 + \epsilon^2 T_n^2(w_N)) \quad (3.39)$$

Para comenzar el análisis se deben normalizar los parámetros de la plantilla. Antes, sin embargo, se precisa hallar algunos parámetros faltantes. A continuación se replica la plantilla inicial para facilitar el seguimiento de esta sección.

Pendiente LP normalizado	-40 dB/dec
f_p	20 kHz
B	$\frac{1}{10}$
A_p	3 dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50 k\Omega$

TABLA 3.2: Plantilla del filtro pasa-banda

Como la pendiente es de $-40 dB/dec$, se precisa que el orden del pasa-bajos normalizado sea 2 (debido a que la aproximación de Chebychev tiene un rolloff de $-20n dB/dec$). Por lo tanto, el filtro pasa-banda se deberá implementar con dos Celdas Rauch. En segundo lugar, por la condición de simetría geométrica del pasa-bajos, si se toma $f_p = f_0$, los bordes de la banda de paso, f_p^- y f_p^+ , deben cumplir

$$f_0^2 = f_p^- f_p^+ \quad (3.40)$$

$$B = \frac{f_p^+ - f_p^-}{f_0} \quad (3.41)$$

Reemplazando con los valores de la plantilla se halla $f_p^- = 19,025 kHz$ y $f_p^+ = 21,025 kHz$.

De la ecuación de la atenuación para el pasa-bajos con Chebychev, haciendo uso de algunas propiedades de los polinomios de Chebychev, se obtiene que

$$\epsilon = \sqrt{10^{\frac{A_p}{10}} - 1} \quad (3.42)$$

$$n \geq \frac{\operatorname{argcosh}\left(\frac{\sqrt{10^{\frac{A_a}{10}} - 1}}{\epsilon}\right)}{\operatorname{argcosh}(w_N)} \quad (3.43)$$

Por lo mencionado antes se precisa que $n = 2$. Como los extremos de la banda de atenuación f_a^- y f_a^+ también deben cumplir la condición de simetría geométrica, se toma $f_a^- = 1,9025\text{kHz}$ y $f_a^+ = 210,25\text{kHz}$. Asimismo, para reducir el efecto del ripple en la banda de paso se tomó una plantilla más selectiva, haciendo $A_p = 1\text{dB}$. Si se toma una atenuación en la banda de rechazo de $A_a = 40\text{dB}$, se obtiene un filtro de orden 2 cumple con los requisitos. Finalmente, la plantilla completa es:

Orden del filtro	4
Orden de cada celda	2
f_p^-	19,025kHz
f_p^+	21,025kHz
f_a^-	1,9025kHz
f_a^+	210,25kHz
f_0	20kHz
A_p	1dB
A_a	40dB

Con estos datos se halla la función transferencia de orden 4 del filtro a través de la aproximación del pasa-bajos Chebychev 1, y realizando la transformación en frecuencia de pasabajos a pasa-banda $s_N \rightarrow \frac{1}{B} \left(\frac{s}{w_0} + \frac{w_0}{s} \right)$. La misma es:

$$H(s) = \frac{1,55 \times 10^8 s^2}{s^4 + 1,38 \times 10^4 s^3 + 3,18 \times 10^{10} s^2 + 2,17 \times 10^{14} s + 2,49 \times 10^{20}} \quad (3.44)$$

Se grafica la amplitud de la misma en un gráfico de respuesta en frecuencia, el cual se puede observar en 3.10. Se aprecia que efectivamente la respuesta es la de un pasa-banda. Se graficaron además como rectas verdes la frecuencia $f_0 = 20\text{kHz}$, y la atenuación máxima en la banda de paso (aquí -1 dB). Lo mismo se hace con la atenuación del filtro, marcando las zonas prohibidas, esto es, las zonas con muy poca atenuación en la banda de rechazo o con demasiada atenuación en la banda de paso. Se observa que la respuesta del filtro no cae dentro de dichas zonas en ninguna frecuencia.

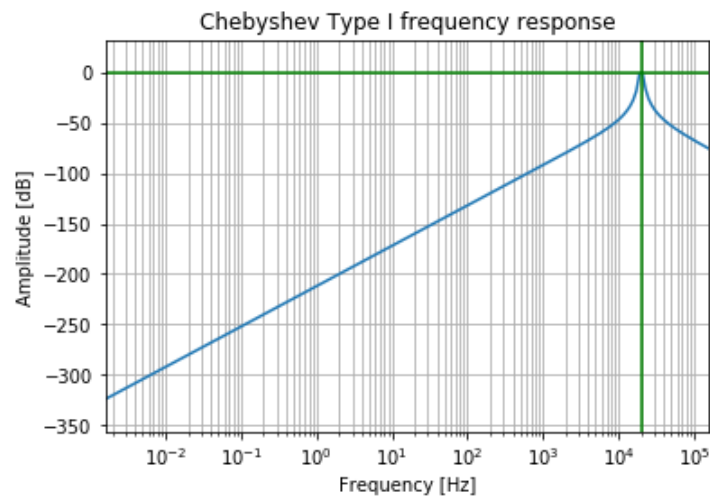


FIGURA 3.5: Transferencia del filtro pasa-banda

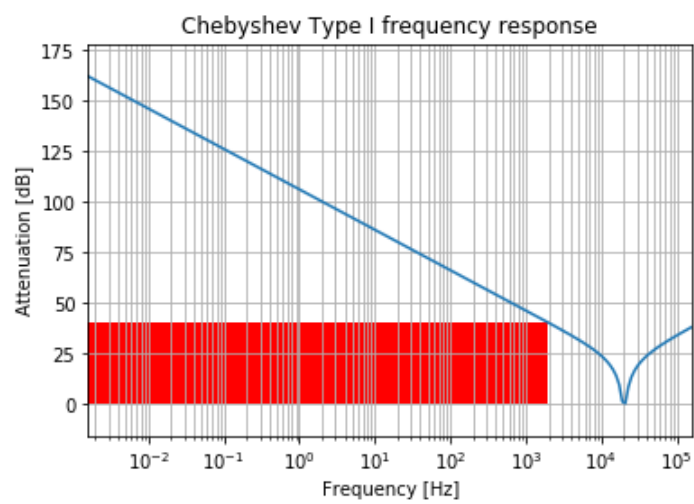


FIGURA 3.6: Atenuación del filtro pasa-banda

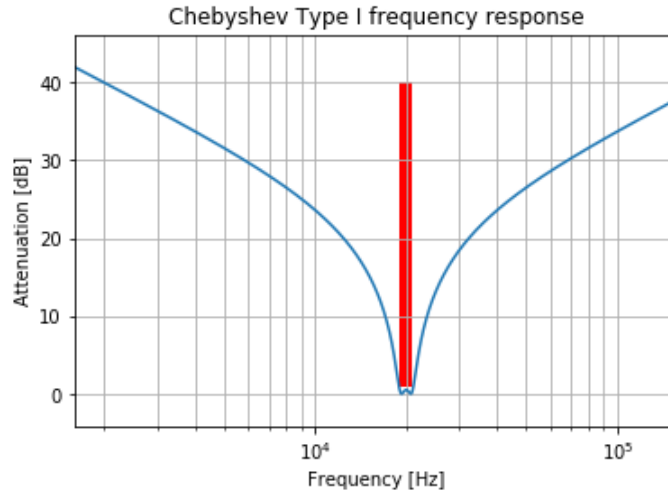


FIGURA 3.7: Atenuación del filtro pasa-banda

De la función transferencia se observan dos pares de polos complejos conjugados, uno en $p = -3602,88 \pm 131366,67j$, y otro en $p = -3294,38 \pm 120118,15j$. Además, hay un cero doble en $(0; 0)$.

Un diagrama de polos y ceros para la transferencia se presenta a continuación:

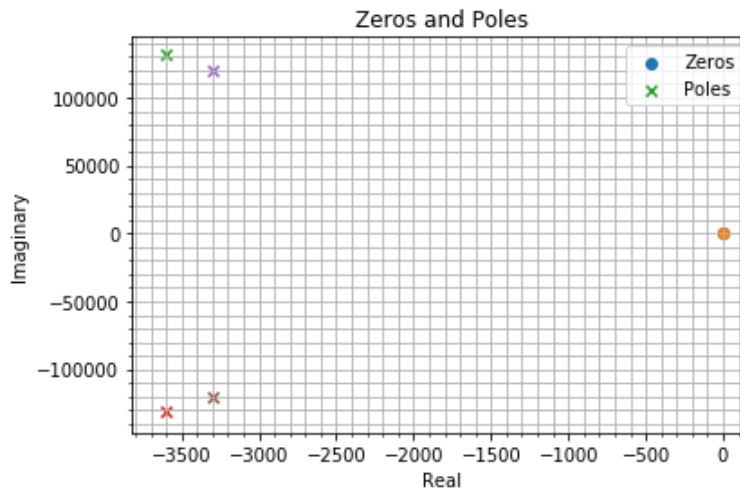


FIGURA 3.8: Diagrama de polos y ceros del filtro

A partir del mismo, se decide separar la transferencia en dos de orden 2 a implementarse con celdas Rauch. Para hacer la división se decide separar un par de polos complejos conjugados con un cero en una celda, y el otro par con el otro cero en la segunda celda. En base a estos, la transferencia se escribe como

$$H(s) = 1,55 \times 10^8 \frac{s}{s^2 + 7205,77s + 1,72 \times 10^{10}} \frac{s}{s^2 + 6588,76s + 1,44 \times 10^{10}} \quad (3.45)$$

3.3. Primera Etapa

Siguiendo las recomendaciones de [2], se toma un valor de $Q_0 = 1,5$. Se busca que esta primera etapa tenga una ganancia mayor que la segunda. Si se elige una ganancia en banda de paso de 2 dB , y como $Q = 18,21$, se encuentra que $\alpha = 0,204$, $K = 0,169$ y $H = 0,684$. Estos parámetros caracterizan a la celda Rauch y se estudiaron en la sección teórica. Entonces, la función transferencia de esta etapa queda:

$$H(s) = \frac{65897.86}{s^2 + 6588,76s + 1,44 \times 10^{10}} \quad (3.46)$$

Se ve que $w_0 = 120000\text{ rad/s}$. Asimismo, se toma un valor de $C = 330\text{ pF}$. A partir de estos, se encuentra $R_2 = 2Q_0 \frac{1}{w_0 C} = 75757,57\Omega$, $R_1 = \frac{R_2}{4Q_0^2} = 8417,5\Omega$, $a = \frac{H}{2Q_0^2} = 0,152$. Luego se obtiene $\frac{R_1}{a} = 55361,95\Omega$, $\frac{R_1}{1-a} = 9926,83\Omega$. Finalmente se toma $R = 10\text{ k}\Omega$, y $KR = 1,52\text{ k}\Omega$ y $(1 - K)R = 8,41\text{ k}\Omega$.

Tomando los valores comerciales más cercanos de resistencias con 5 % de tolerancia y capacitores con 10 %, se obtienen los siguientes valores para la primera etapa:

H_p	2 dB
Q	18,21
Q_0	1,5
w_0	120000 rad/s

Componente	Valor teórico	Valor nominal	Error porcentual
C	330 pF	330 pF	0 %
R_2	$75757,57\Omega$	$(75 + 0,75)\text{ k}\Omega$	0,009 %
$\frac{R_1}{a}$	$55361,95\Omega$	$(51 + 4,3)\text{ k}\Omega$	0,12 %
$\frac{R_1}{(1-a)}$	$9926,83\Omega$	$(9.1 + 0.82)\text{ k}\Omega$	0.07 %
KR	$1,52\text{ k}\Omega$	$(1,5 + 0,02)\text{ k}\Omega$	0 %
$(1 - K)R$	$8,41\text{ k}\Omega$	$(8,2 + 0.2)\text{ k}\Omega$	0,12 %

También es de interés observar cómo las variaciones de los componentes elegidos afectan a la ganancia en banda pasante H_p , a Q , y a w_0 . Para ello se realiza un análisis de sensibilidades. Se tiene que la sensibilidad del parámetro y con respecto a la variable x es $s_x^y = \frac{x_0}{y(x_0)} \frac{\partial y}{\partial x}$.

Operando algebraicamente, se toma la derivada parcial de las expresiones halladas en el desarrollo teórico y se calculan las sensibilidades para cada componente. A continuación se presentan los resultados

x (Componente)	$S_x^{w_0}$	$S_x^{H_p}$	S_x^Q
R_2	-0,5	2,43	1,93
$\frac{R_1}{a}$	-0,42	0,766	-1,64
$\frac{R_1}{1-a}$	-0,076	-1,661	0,29
C	-0,5	-1,22	-0,98

La mayor sensibilidad de H_p y Q se dan con respecto a R_2 . Se deberá buscar entonces, si se arma el circuito, en introducir la menor variación en ese componente. O bien, reemplazarlo por un preset de forma de ajustar la salida en función de las variaciones por tolerancias del resto de los componentes.

3.4. Segunda Etapa

En este caso, la función transferencia es

$$H(s) = \frac{23521,24}{s^2 + 7205,77s + 1,72 \times 10^{10}} \quad (3.47)$$

Procediendo de forma similar, para la segunda etapa se obtiene

H_p	1,6 dB
Q	18,21
Q_0	1,5
w_0	131416 rad/s

Componente	Valor teórico	Valor nominal	Error porcentual
C	470pF	470pF	0 %
R_2	48570,76Ω	(47 + 0,16)kΩ	0,06 %
R_1/a	109550,72Ω	110kΩ	0,4 %
$\frac{R_1}{(1-a)}$	5676,38Ω	(5,6 + 0,075)kΩ	0,024 %
KR	1,52kΩ	(1,5 + 0,02)kΩ	0 %
$(1 - K)R$	8,41kΩ	(8,2 + 0,2)kΩ	0,12 %

x (Componente)	$S_x^{w_0}$	$S_x^{H_p}$	S_x^Q
R_2	-0,5	3,2	3,4
$\frac{R_1}{a}$	-0,475	-0,47	-0,45
$\frac{R_1}{1-a}$	0,0245	-2,1	-3,02
C	-0,5	-1,3	-1

Nuevamente, la mayor sensibilidad de H_p y Q se da con respecto a R_2 , frente a la cual la variación es incluso mayor que en la etapa anterior. En este caso H_p y Q también son más sensibles a variaciones de la $\frac{R_1}{1-a}$.

3.5. Rango dinámico

El rango dinámico del filtro se define como el cociente entre el máximo y el mínimo valor que puede tomar la tensión de entrada V_{in} . En particular, en decibels se tendrá que

$$R_D = 20 \log_{10} \left(\frac{|V_{inmax}|}{|V_{inmin}|} \right) \quad (3.48)$$

Si bien el circuito no se implementará en una placa, resulta de interés analizar un poco el rango dinámico, pues el mismo puede resultar útil al momento de la elección de componentes. La tensión V_{inmin} está relacionada con la mínima tensión de entrada que puede distinguirse del piso de ruido. Por otro lado, la tensión máxima admisible estará asociada con la aparición de fenómenos alineales, como pueden ser la distorsión de cruce por cero, efectos del slew-rate, saturación del operacional. Para aumentar el rango lineal luego, puede elegirse un operacional como el TL084, que posee un alto valor de slew-rate y soluciona el problema de distorsión de cruce por cero por su etapa de salida.

3.6. Impedancia de entrada

Uno de los requisitos de la plantilla es lograr un Z_{in} mayor a $50k\Omega$ para todo el rango de frecuencias. En consecuencia, resulta de interés analizar la Z_{in} obtenida con los componentes elegidos.

La impedancia de entrada se calculó como se indica en 3.22. Notamos que para altas frecuencias, si consideramos a los capacitores como cables, se obtiene:

$$Z_{in} \approx R_1 \quad (3.49)$$

Para bajas frecuencia bajas, tomando $s = 0$, se obtiene que la impedancia de entrada es R_1 multiplicada por un factor mayor a uno. De donde en un principio se espera que la impedancia de entrada disminuya al aumentar la frecuencia. Esto debe considerarse al momento del diseñar el filtro. A continuación se presenta análisis de simulación hechos con LTSpice.

Simulando la impedancia de entrada, se observa que la misma cumple con lo predicho por la teoría, pero cae por debajo de los $50k\Omega$ requeridos durante un intervalo de frecuencias. Una posibilidad para solucionar esto sería rediseñar el circuito y partir de que $R_1 \gg 50k\Omega$. Una segunda opción sería incluir un Buffer en la entrada de la primer etapa. Se simula la impedancia nuevamente incluyendo un TL084 como Buffer, el cual tiene una impedancia de entrada extremadamente alta, del orden del $1T\Omega$. Se observa cómo con el Buffer la impedancia de entrada, si bien no permanece constante en todo el rango de frecuencias, siempre se mantiene muy por encima de los $50k\Omega$ requeridos por la plantilla.

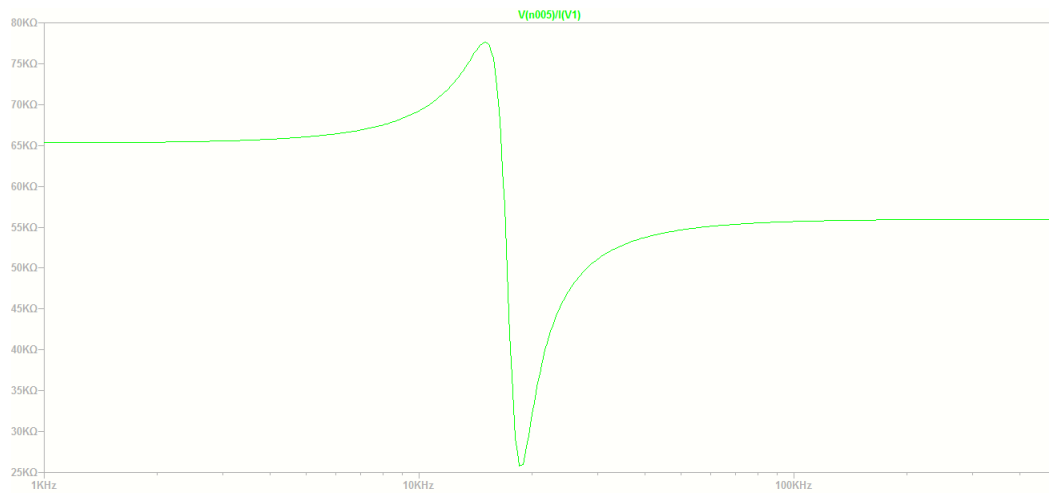


FIGURA 3.9: Impedancia de entrada sin Buffer

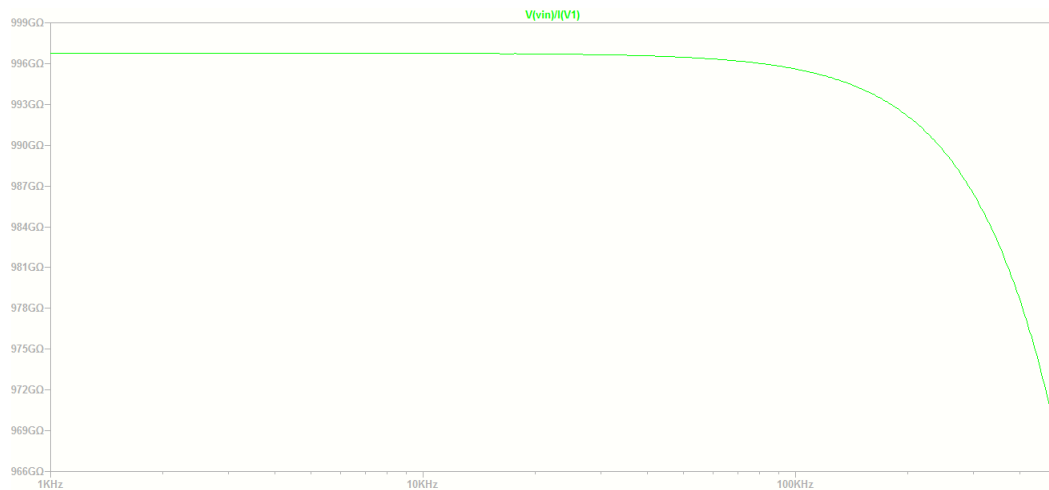


FIGURA 3.10: Impedancia de entrada con Buffer

3.7. Acople de etapas

Otra consideración importante al armar el circuito es la forma de acoplar las distintas etapas. En este caso particular, se tienen dos celdas Rauch conectadas en cascada. Lo que se busca es que la segunda etapa no cargue a la primera; en particular, para una transferencia de tensión esto se puede lograr sin necesidad de utilizar un elemento activo como Buffer siempre y cuando la impedancia de entrada de la segunda etapa sea mucho mayor a la impedancia de salida de la primera.

Simulando la impedancia de salida de la primera y la de entrada de la segunda, se observa que para todo el rango de frecuencias analizado, la impedancia de salida permanece considerablemente menor a la de entrada, de donde se concluye que en el armado del circuito se podrá acoplar las etapas directamente, sin uso de Buffer.

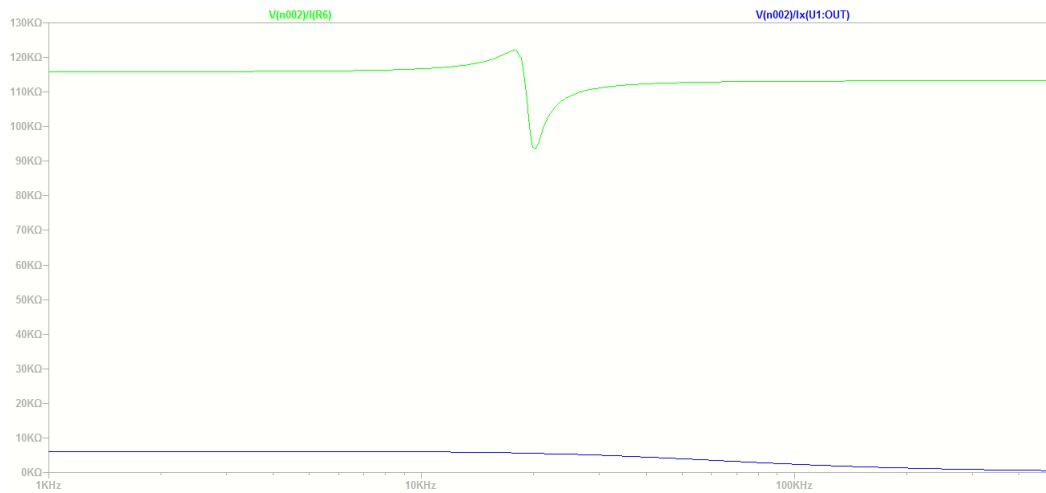


FIGURA 3.11: Acople de etapas

3.8. Simulaciones

3.8.1. Respuesta en frecuencia

A continuación se presentan los resultados de algunas simulaciones realizadas con LTSpice. Por un lado, se realizaron distintos análisis de Montecarlo para estudiar en mayor profundidad los efectos de las distintas sensibilidades en el circuito; por otro lado, se estudió la respuesta del circuito a distintas señales de entrada.

El circuito armado en Spice es el siguiente.

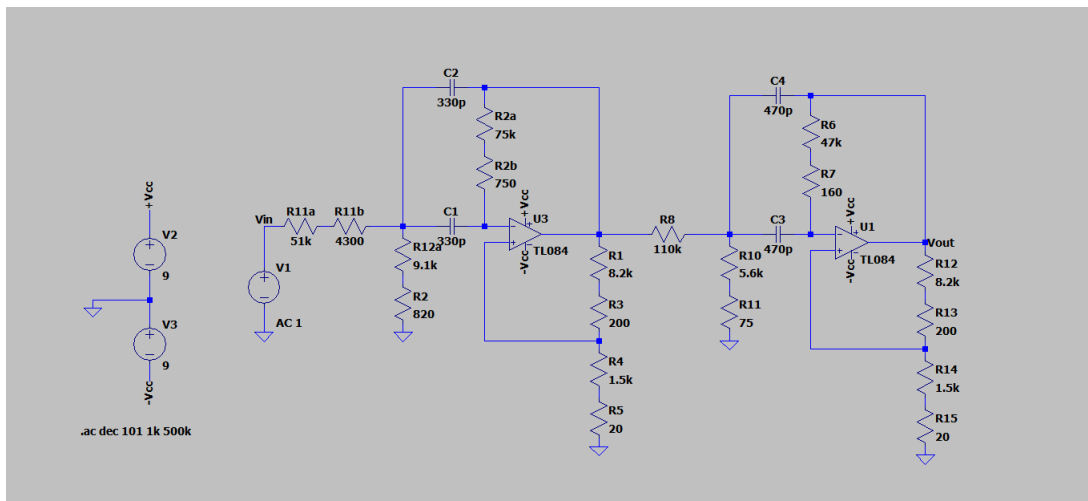


FIGURA 3.12: Filtro armado en LTSpice

Se simuló la respuesta en frecuencia de ambas etapas por separado, y del circuito final.

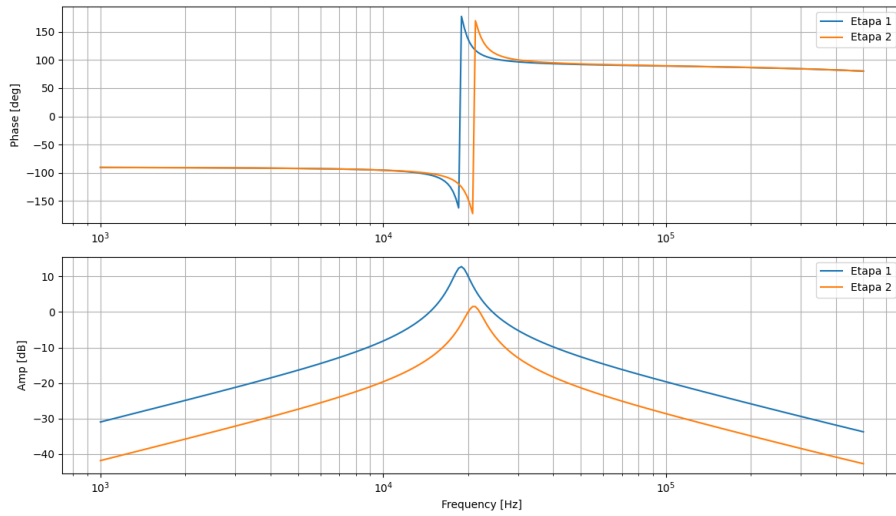


FIGURA 3.13: Respuesta en frecuencia de las etapas individuales

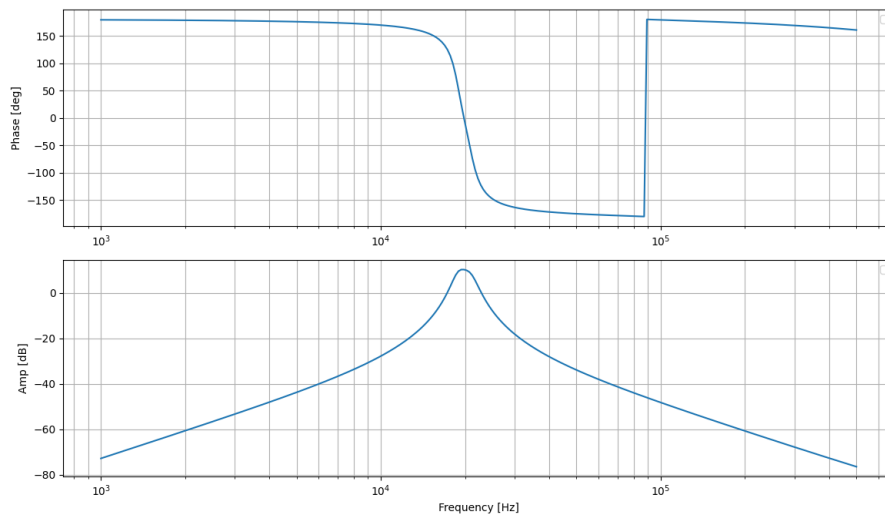


FIGURA 3.14: Respuesta en frecuencia del filtro final

Se observa que la respuesta final verifica la plantilla inicial. No obstante, hay dos observaciones interesantes para hacer: en primer lugar, la frecuencia central de la banda de paso no se encuentra exactamente en los 20kHz , sino que está levemente inclinada hacia las frecuencias bajas. En particular, la misma se encontró en los $19,9\text{kHz}$. La diferencia puede deberse al hecho de que la simulación se hizo con los valores nominales de componentes, es decir, los que se usarían en caso de armar el circuito físico. Las diferencias entre los valores reales y los utilizados, si bien son muy pequeñas, pueden haber causado ese desplazamiento de la frecuencia central. No obstante, la banda de frecuencia de paso original se mantiene, de donde la plantilla se cumple en ese sentido.

En segundo lugar, se observa una ganancia de un poco más de 3dB en la banda de paso. Idealmente, el filtro debería dejar pasar las frecuencias de la banda de paso con 0dB de ganancia, es decir, sin afectarlas en magnitud. Esta ganancia, si bien pequeña, debe considerarse al momento

de realizar mediciones, si el circuito se armara en una placa. Asimismo, se puede observar que la mayor parte de la ganancia se adquiere en la primera etapa.

3.8.2. Análisis de Montecarlo

A continuación se presentan los resultados de los análisis de Montecarlo realizados para la respuesta en frecuencia. Los mismos tienen como objetivo simular el comportamiento de los componentes reales, los cuales poseen cierto valor de tolerancia. En particular, para estos análisis se tomó un valor de tolerancia para las resistencias del 1 % y del 5 % para los capacitores, que serían los que se usarían de implementar el circuito.

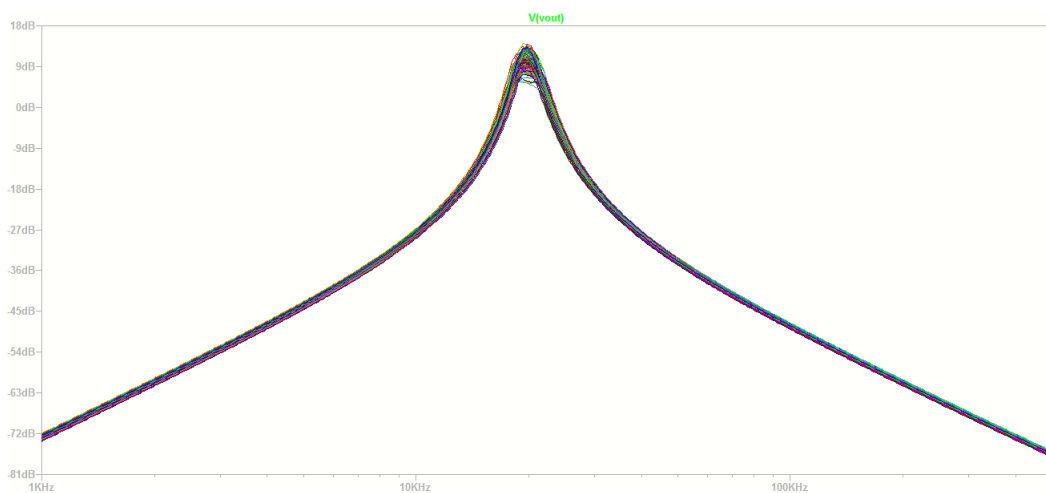


FIGURA 3.15: Análisis de Montecarlo para el circuito final

Haciendo un aumento en la banda de paso, se observa que existen valores para los cuales o la plantilla deja de cumplirse, o la ganancia en banda de paso se vuelve demasiado grande. Una forma de protegerse contra esto sería implementar una etapa de salida en el circuito.

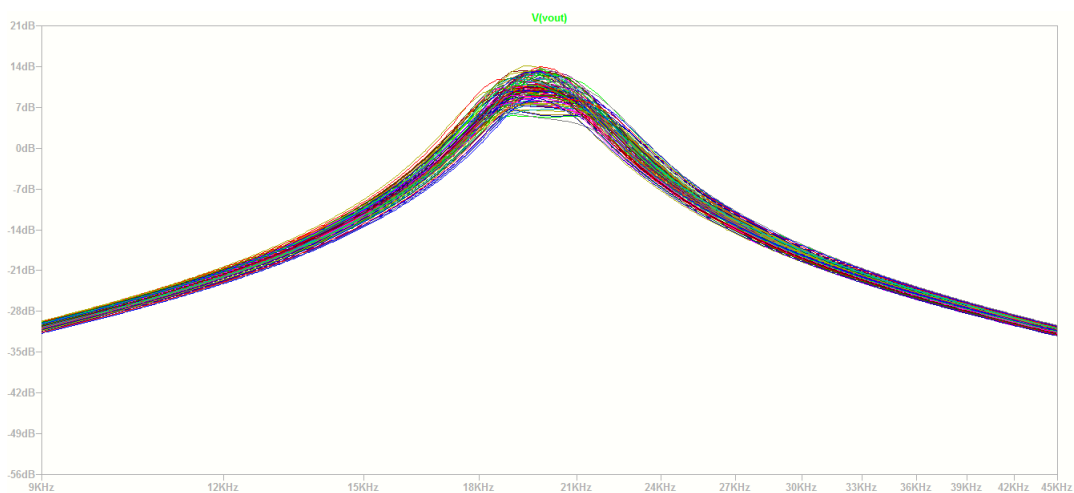


FIGURA 3.16: Análisis de Montecarlo para el circuito final

4. Aproximación de Cauer con Celda Sedra-Ghorab-Martin

En esta sección se estudia la implementación de un filtro pasa-altos utilizando la aproximación de Cauer y celdas Sedra-Ghorab-Martin. El filtro debe cumplir con la plantilla presentada a continuación:

f_a	$12,75kHz$
f_p	$25,5kHz$
A_p	$2dB$
A_a	$40dB$
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50k\Omega$

4.1. Análisis teórico de la Celda Sedra-Ghorab-Martin

4.1.1. Introducción

El desarrollo de esta sección estará basado en el paper Optimum Configurations for Single-Amplifier Biquadratic Filters [1]. En el mismo, Sedra et al. proponen dos nuevos circuitos basados en la estructura Sallen-Key con realimentación positiva para la implementación de filtros activos de segundo orden; estos nuevos circuitos poseen sensibilidades de polos idénticas a la de los filtros implementados con la celda Deliyannis-Friend (DF), pero sensibilidades en los ceros de transmisión menores en comparación con la DF.

La realización de la celda Sedra-Ghorab-Martin (SGM) parte del circuito pasa-banda implementado con la celda Rauch o Deliyannis-Friend, el cual se presentó en la sección anterior y aquí se vuelve a reproducir para facilitar el seguimiento teórico.

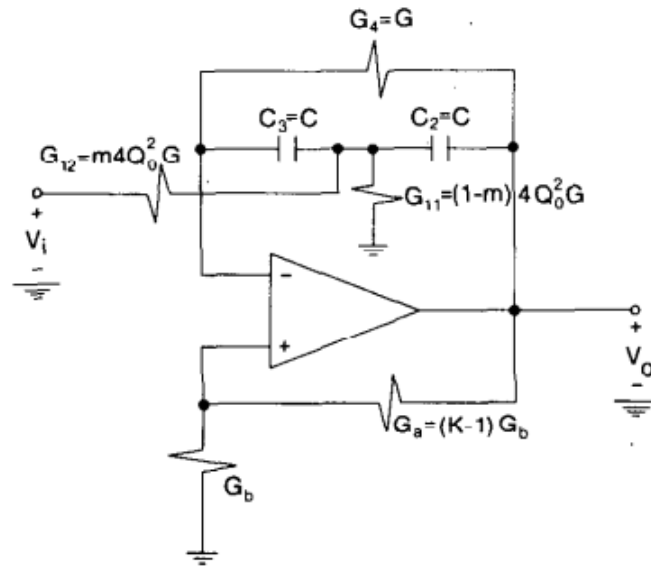


FIGURA 4.1: Pasa-banda con Deliyannis-Friend

Ahora se aplica una transformación complementaria sobre el pasa-banda DF, obteniendo un circuito con topología Sallen-Key con realimentación positiva. Debido a la naturaleza de las transformaciones complementarias sobre circuitos RC activos, el circuito Sallen-Key obtenido conservará las sensibilidades de los polos del DF, aunque no los ceros de transmisión. Aunque las sensibilidades de los ceros de transmisión son mayores que en el DF, Sedra et al. concluyen que para cualquier tipo de filtro excepto el pasa-banda, la nueva configuración es superior a la de DF. En la figura 4.2 se ilustra cómo a través de transformaciones complementarias se puede obtener cuatro nuevos circuitos a partir de la configuración pasa-banda de DF. Los circuitos (a) y (c) son del tipo enhanced negative-feedback (ENF), mientras que los de (b) y (d) tiene la configuración del Sallen-Key realimentado positivamente y reciben la clasificación de enhanced positive-feedback (EPF) circuits. Estos últimos son la base de la celda GSM.

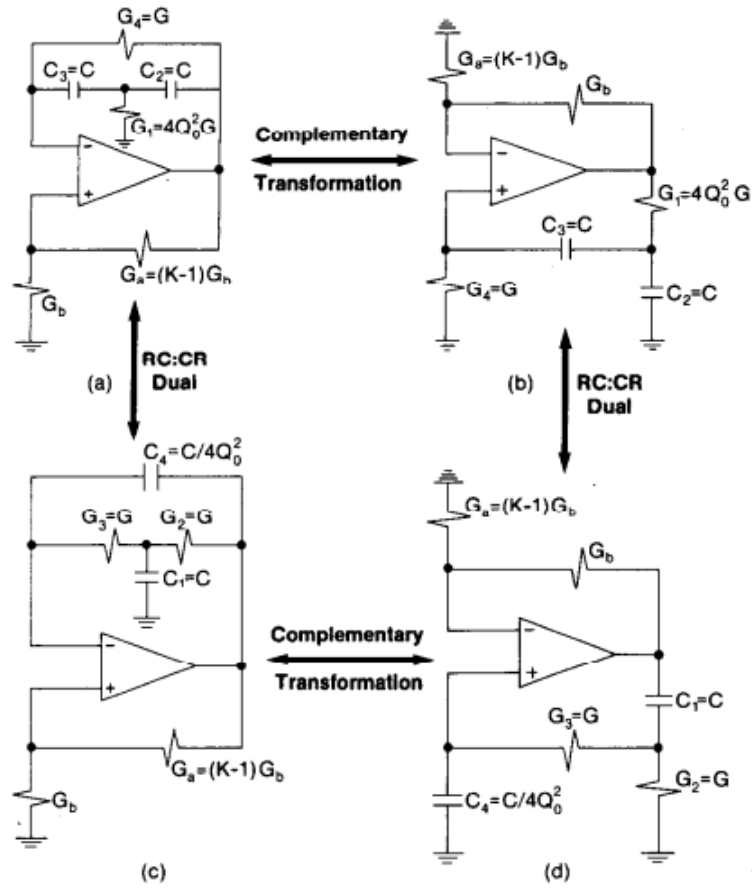


FIGURA 4.2: Transformación complementaria sobre el pasa-banda de DF

Los cuatro circuitos anteriores cumplen las siguientes ecuaciones, análogas a las que se encontraron en la sección para el filtro Deliyannis-Friend, donde $Q_0 > Q$ es, al igual que antes, un parámetro de diseño.

$$\frac{C}{G} = \frac{2Q_0}{w_0} \quad (4.1)$$

$$K - 1 = \frac{1}{2Q_0^2} \left(1 - \frac{Q_0}{Q} \right) \quad (4.2)$$

Se busca que los circuitos (b) y (d) verifiquen la siguiente función transferencia

$$H(s) = \frac{n_2 s^2 + n_1 s + n_0}{s^2 + s \frac{w_0}{Q} + w_0^2} \quad (4.3)$$

Donde n_0 , n_1 y n_2 determinan los ceros de transmisión del filtro y, por lo tanto, el tipo de filtro. Para lograr esto sin modificar la ubicación de los polos, se precisa que todos los componentes conectados a masa sean desconectados de la misma de forma total o parcial, y conectados a la señal de entrada. Los dos circuitos obtenidos al realizar esta operación sobre (b) y (d) se conocen como high-pass biquad (HPB) y low-pass biquad (LPB) y se muestran en la figura 4.17, siendo (a) el HPB y (b) el LPB. En particular, para implementar un filtro pasa-altos de tipo Notch, Sedra

et al. sugieren utilizar el HPB por sobre el LPB.

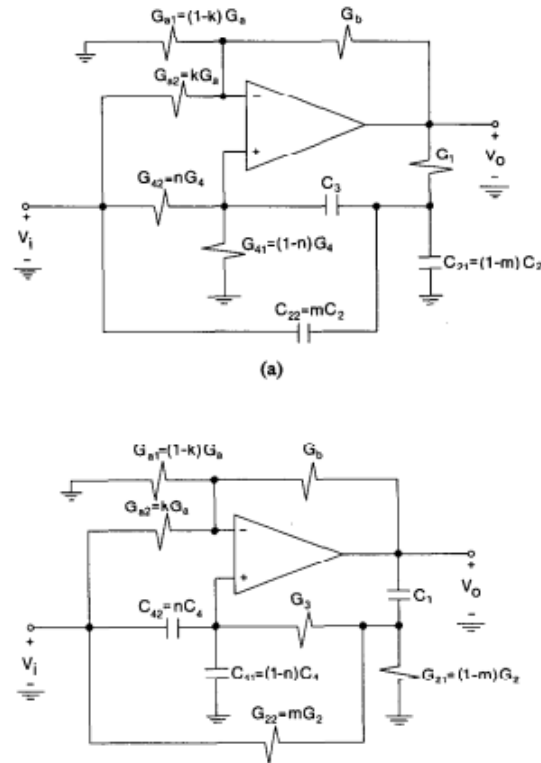


FIGURA 4.3: Circuitos HPB y LPB

Las ecuaciones que caracterizan a los coeficientes del numerador de 4.3 para un HPB se presentan en la figura 4.4. Asimismo, w_0 y Q se relacionan con los componentes del circuito a través de las relaciones de la figura 4.5.

$$\begin{aligned}
 n_2 &= \left(\frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \right) \left(\frac{C_{22}}{C_{21} + C_{22}} \right) - \left(\frac{G_{a2}}{G_b} \right) \\
 n_1 &= \left(\frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \right) G_{42} \left(\frac{1}{C_{21} + C_{22}} + \frac{1}{C_3} \right) - \left(\frac{G_{a2}}{G_b} \right) \\
 &\quad \cdot \left[\frac{G_1}{C_{21} + C_{22}} + (G_{41} + G_{42}) \left(\frac{1}{C_{21} + C_{22}} + \frac{1}{C_3} \right) \right] \\
 n_0 &= \frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})} \\
 &\quad \cdot \left[\left(\frac{G_{42}}{G_{41} + G_{42}} \right) \left(\frac{G_{a1} + G_{a2} + G_b}{G_b} \right) - \left(\frac{G_{a2}}{G_b} \right) \right].
 \end{aligned}$$

FIGURA 4.4: Coeficientes del numerador de la función transferencia para un circuito HPB

$$\omega_0^2 = \frac{G_1(G_{41} + G_{42})}{C_3(C_{21} + C_{22})}$$

$$\frac{\omega_0}{Q} = (G_{41} + G_{42}) \left(\frac{1}{C_{21} + C_{22}} + \frac{1}{C_3} \right) - \left(\frac{G_1}{C_{21} + C_{22}} \right) \left(\frac{G_{a1} + G_{a2}}{G_b} \right)$$

FIGURA 4.5: Relaciones de ω_0 y Q con los componentes del circuito para un HPB

4.1.2. Sensibilidades y optimizaciones de diseño

El estudio de las sensibilidades es de suma importancia en el diseño de filtros. En particular, se distinguen dos tipos de sensibilidades: la sensibilidad activa, que hace referencia a la sensibilidad de los distintos parámetros en función de las variables del operacional, como puede ser el producto de ancho de banda GBP, la ganancia A_{vol} ; por otro lado, la sensibilidad pasiva tiene en cuenta los componentes pasivos del circuito como pueden ser las resistencias y los capacitores. Sedra et al. demuestran que una buena elección del parámetro Q_0 es esencial para lograr valores de sensibilidades aceptables.

En cuanto a sensibilidades activas, para frecuencias baja se puede demostrar que

$$S_{A_0}^Q \approx \frac{2QQ_0}{A_0} \quad (4.4)$$

donde A_0 es la ganancia en continua del operacional. Si bien lo anterior es aplicable a frecuencias bajas, Sedra et al. encontraron que la ecuación predice con suficiente precisión el comportamiento de las sensibilidades a altas frecuencias. Considerando el modelo del polo dominante, se tendrá que

$$A_{vol}(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{w_t}} \approx \frac{w_t}{s} \quad (4.5)$$

Siendo w_t la frecuencia de ganancia unitaria. Se tendrá entonces, que para altas frecuencias

$$S_{w_t}^{w_0} \approx Q_0 \left(\frac{w_0}{w_t} \right) \quad (4.6)$$

$$S_{w_t}^Q \approx -Q_0 \frac{w_0}{w_t} \left(-1 + 4Q \left(\frac{w_0}{w_t} \right) \right) \quad (4.7)$$

Se puede observar entonces que para reducir las sensibilidades activas se deberían elegir valores bajos de Q_0 . No obstante, como se demostrará a continuación, esta elección contribuiría a un aumento de las sensibilidades pasivas.

Las sensibilidades de w_0 y Q con respecto a los elementos pasivos se presentan a continuación.

x (Componente)	$S_x^{w_0}$	S_x^Q
R_1	$\frac{-1}{2}$	$-\left(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2}\right)$
C_2	$\frac{-1}{2}$	$\frac{-1}{2}\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
C_3	$\frac{-1}{2}$	$\frac{1}{2}\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
R_4	$\frac{-1}{2}$	$\left(\frac{Q}{Q_0} - \frac{1}{2}\right)$
R_a	0	$-\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$
R_b	0	$\left(\frac{Q}{Q_0} - 1\right)$

Se ve que reducir Q_0 causa un aumento en las sensibilidades con respecto a Q .

En base a lo anterior, se debe elegir Q_0 tal que sea lo suficientemente pequeño de forma que las sensibilidades activas no sean muy grandes, y lo suficientemente grande para que las sensibilidades pasivas no se disparen. Sedra et al. presentan los resultados de una investigación por Fleischer que concluye que el valor óptimo de Q_0 para un diseño determinado es

$$Q_0 = \left(|A(s_0)|^2 \frac{8\sigma_R^2 + \sigma_C^2}{8\sigma_A^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.8)$$

Siendo σ_R , σ_C y σ_A las variaciones de los resistores, capacitores y ganancia del Op-Amp, respectivamente, y $A(s_0)$ la ganancia del amplificador en la frecuencia nominal del polo, definida como

$$s_0 = \frac{w_0}{2Q} + jw_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (4.9)$$

Para minimizar los efectos del ancho de banda finito del amplificador, se predistorsionan los valores de w_0 y Q , obteniendo la frecuencia predistorsionada w_p y el factor de calidad predistorsionado Q_p según

$$w_p = w_0 \left(1 + Q_0 \frac{w_0}{w_t} \right) \quad (4.10)$$

$$Q_p = Q \left(1 - 2Q_0Q \frac{w_0}{w_t} \left(\frac{1}{2Q} - \frac{w_0}{w_t} \right) \right) \quad (4.11)$$

4.2. Aproximación de Cauer

Para hallar la función transferencia a implementar con la celda SGM, se utiliza la aproximación de Cauer. La misma hace uso de funciones elípticas, y se caracteriza por poseer ceros de transmisión en la banda de atenuación. Asimismo, posee ripple tanto en la banda de paso como en la de atenuación. De entre todas las aproximaciones analizadas hasta ahora es la que posee una mayor selectividad, por lo que para una plantilla determinada será la que devuelva la función de menor

orden.

Partiendo de la plantilla mostrada al comienzo de la sección, se decide tomar un margen de seguridad y trabajar sobre una plantilla más selectiva, de forma de poder contemplar variaciones respecto a sensibilidades, aproximaciones y redondeos al momento de diseñar. Si bien el circuito no se implementará físicamente, a lo largo del desarrollo se realizarán algunas aproximaciones para reducir la complejidad de los cálculos matemáticos que ameritan este margen de seguridad tomado. La plantilla con dichos cambios se presenta a continuación.

f_a	12,75kHz
f_p	25,5kHz
A_p	1,5dB
A_a	45dB
$ Z_{in}(f) $	$\geq 50k\Omega$

Para iniciar el diseño se normaliza la plantilla a la de un filtro pasa-bajos normalizado. Si la frecuencia normalizada es s_N , el cuadrado del módulo de la transferencia del pasa-bajos normalizado utilizando Cauer será:

$$|H(jw_N)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon_p^2 F_n^2(w_N)} \quad (4.12)$$

con ϵ_p el coeficiente de ripple en la banda de paso, y $F_n(w_N)$ la n-ésima función elíptica racional. A través del uso de tablas o de software puede hallarse la función racional que cumple con la plantilla normalizada. Una vez obtenida la misma, se aplica una transformación en frecuencia para obtener la transferencia del filtro pasa-altos a implementar. Para la plantilla sobre la que se trabaja, la función obtenida es

$$H(s) = \frac{0,82s^4 + 8,82 \times 10^9 s^2 + 1,33 \times 10^{19}}{s^4 + 3,51 \times 10^5 s^3 + 1,25 \times 10^{11} s^2 + 1,13 \times 10^{16} s + 2,36 \times 10^{21}} \quad (4.13)$$

Se ve que se trata de una función de orden cuatro, con dos pares de polos conjugados y dos de ceros de transmisión. La respuesta en frecuencia de dicha función se presenta a continuación:

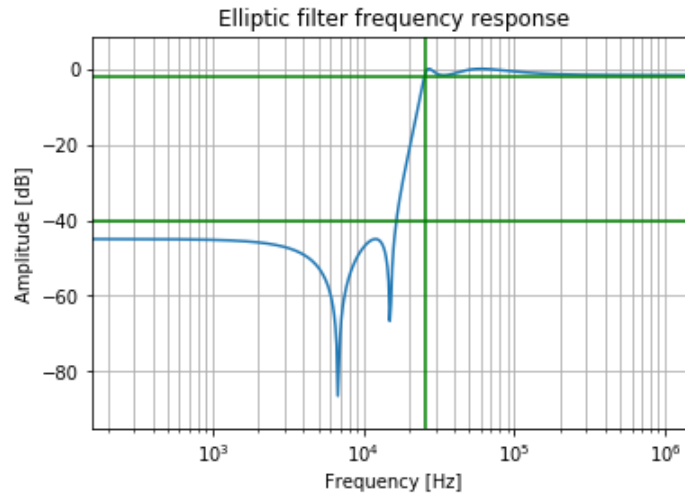


FIGURA 4.6: Respuesta en frecuencia del filtro pasa-altos con Cauer

Las líneas en verde horizontales representan A_a y A_p . La línea vertical representa la frecuencia de corte f_p . Se observa cómo los ceros de transmisión generan los picos de atenuación en la banda de atenuación. Asimismo, se aprecia ripple tanto en la banda de paso como en la de atenuación. Se concluye que la respuesta observada se ajusta a la plantilla propuesta.

De forma similar, se hace un gráfico de atenuación en frecuencia. Se marcan las zonas prohibidas.

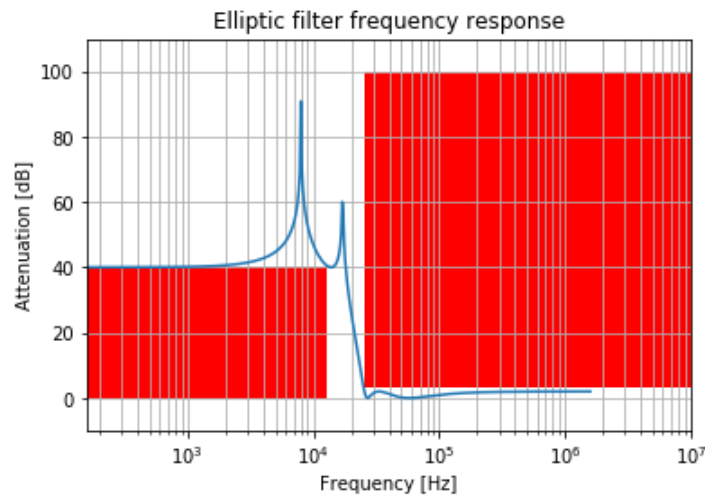


FIGURA 4.7: Diagrama de atenuación en frecuencia

Se observa cómo la respuesta verifica la atenuación mínima a lo largo de toda la banda de atenuación, y cómo no supera la atenuación máxima en la banda de paso.

Los pares de polos complejos conjugados son:

$$p_{1,2} = -148550,62 \pm 252525j \quad (4.14)$$

$$p_{3,4} = -12740,82 \pm 163472,49j \quad (4.15)$$

Los pares de ceros de transmisión son:

$$z_{1,2} = \pm 107513,56j \quad (4.16)$$

$$z_{3,4} = \pm 50131,82j \quad (4.17)$$

El diagrama de polos y ceros para la función es

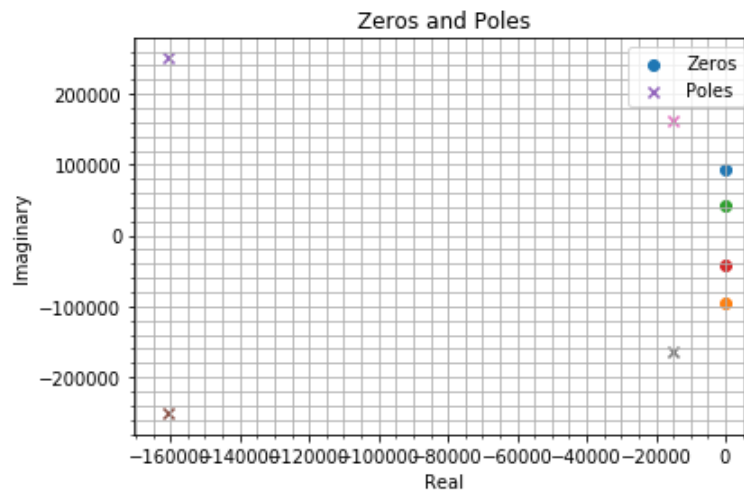


FIGURA 4.8: Diagrama de polos y ceros del pasa-altos

Al ser una función de orden cuatro, la transferencia se divide en dos de orden 2, que se implementan con celdas SGM y luego se conectan en cascada. Para asociar los polos y los ceros se toma el siguiente criterio: el par de polos conjugados más cercanos al eje $j\omega$ (esto es, el par con Q mayor) se asocia con el par de ceros con posición mayor en módulo sobre el eje $j\omega$, que son los más cercanos a dichos polos; los otros dos pares se asocian juntos. Este criterio de agrupación de singularidades se conoce como 'agrupación por Q decreciente'. Tal agrupación permite reducir la sensibilidad de la posición de las singularidades frente a la variación de componentes.

4.3. Segunda etapa

Para realizar el diseño de ambas etapas se seguirán las recomendaciones de [1]. Para un correcto seguimiento del proceso, se vuelve incluir al circuito HPB en la figura 4.17. Se comenzará con el análisis de la segunda etapa. La razón es que la misma tiene un $Q > 5$, lo cual es, en un principio, uno de los requisitos para realizar el proceso de diseño de [1]. Para la segunda etapa se tiene la función transferencia:

$$H(s) = \frac{s^2 + 8,91 \times 10^9}{s^2 + 29981,32s + 2,68 \times 10^{10}} \quad (4.18)$$

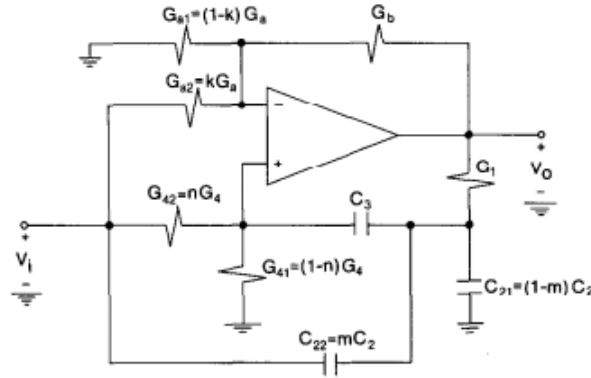


FIGURA 4.9: Celda SGM

De la misma se pueden obtener algunos valores que caracterizan a la transferencia, y que se presentan en el siguiente cuadro:

w_0	$163707,06 rad/s$
w_z	$94392,8 rad/s$
Q	$5,46$

El siguiente paso es obtener un valor óptimo de Q_0 . Como se mencionó antes, la elección correcta de este valor es crítica para la síntesis de un filtro con sensibilidades aceptables. Utilizando 4.8, se encuentra $Q_0 = 1,7$ tomando un 5 % de tolerancia para las resistencias, y un 10 % para los capacitores y la ganancia. Ahora se deben encontrar constantes K, k, n y m que luego se utilizarán para determinar valores óptimos para algunos componentes de la celda. Las ecuaciones que determinan esas constantes se obtienen de [1] directamente

$$K = \frac{1}{2Q_0^2} \left(1 - \frac{Q_0}{Q} \right) + 1 \quad (4.19)$$

$$k = \frac{n_2 \left(\frac{w_z}{w_0} \right)^2}{1 - \frac{Q_0}{Q}} \quad (4.20)$$

$$n = k \left(1 - \frac{Q_0}{KQ} \right) \quad (4.21)$$

$$m = k \left(\frac{K-1}{K} \right) \left(1 + 2Q_0^2 \left(\frac{w_0}{w_z} \right)^2 \right) \quad (4.22)$$

Reemplazando los valores hallados anteriormente, se obtienen los siguientes valores para las constantes:

K	1,0792
k	0,5246
n	0,3466
m	0,9651

El siguiente paso es elegir valores para los capacitores C_3 , C_{21} y C_{22} , tal que se cumpla

$$\frac{C_{22}}{C_{21}} \approx \frac{m}{1-m} \quad (4.23)$$

$$C_3 \approx C_{21} + C_{22} \quad (4.24)$$

Se toma $C_3 = 10nF$, por lo que se obtiene $C_{22} = 8,38nF$, y $C_{21} = 1,49nF$.

A continuación se hallan los valores predistorsionados de w_0 y Q , utilizando las ecuaciones 4.11 y 4.10. Los valores que se obtienen son: $w_p = 165958,27rad/s$, $Q_p = 5,39$. Para esto se considera un operacional TL084, con $A_{vol} = 100000$ y $GBP = 4MHz$, hallando $w_b = \frac{GBP}{A_{vol}}$. La razón de la elección del operacional es, por un lado, por su alto valor de R_{in} , que en los cálculos se asumió infinito, y por otro lado, por su alto valor de GBP, permitiendo que no afecta la frecuencia de los polos dominantes de la zona de trabajo.

Reemplazando w_p y Q_p en lugar de w_0 y Q en las ecuaciones de la figura 4.5, se obtienen valores de G_1 y $G_{41} + G_{42}$. En particular, se tiene $G_1 = 0,0182\frac{1}{\Omega}$, y $G_{41} + G_{42} = 0,0011375\frac{1}{\Omega}$.

Tomando la segunda ecuación de 4.5 y reordenándola se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{G_{a1} + G_{a2}}{G_b} = \left(\frac{G_{41} + G_{42}}{G_1} \right) \left(\frac{C_{21} + C_{22} + C_3}{C_3} \right) - \frac{w_p(C_{21} + C_{22})}{Q_p G_1} \quad (4.25)$$

Si se toma $G_b = \frac{1}{2000} \frac{1}{\Omega}$, de la ecuación de arriba se obtiene $G_{a1} + G_{a2} = 0,0884$.

Finalmente, considerando las ecuaciones de la figura 4.4, se hace $n_1 = 0$ y se divide n_0 por n_2 , recordando que $\frac{n_0}{n_2} = w_z^2$. De estas relaciones se obtienen los valores de G_{a2} y G_{42} .

La tabla con los valores calculados y los nominales para la realización del circuito se presenta a continuación:

Componente	Valor calculado	Valor nominal	Error porcentual
C_3	$10nF$	$10nF$	0 %
C_{21}	$1,49nF$	$1,5nF$	0,67 %
C_{22}	$8,38nF$	$8,5nF$	1,43 %
R_b	$2k\Omega$	$2k\Omega$	0 %
R_1	$344,44\Omega$	$(330 + 15)\Omega$	0,16 %
R_{41}	$2488,9\Omega$	$(2,4 + 0,082)k\Omega$	0,3 %
R_{42}	$5645,7\Omega$	$(5,6 + 0,047)k\Omega$	0,024 %
R_{a1}	$12263,3\Omega$	$(12 + 0,27)k\Omega$	0,054 %
R_{a2}	$17991,5\Omega$	$(16 + 1,8)k\Omega$	1,06 %

Respecto a las sensibilidades pasivas, se obtienen los siguientes valores:

x (Componente)	$S_x^{w_0}$	S_x^Q
R_1	$-\frac{1}{2}$	-2,23
C_2	$-\frac{1}{2}$	-0,865
C_3	$-\frac{1}{2}$	0,865
R_4	$-\frac{1}{2}$	2,23
R_a	0	-1,73
R_b	0	1,73

En cuanto a las sensibilidades activas, se halla:

$$\frac{\Delta w_0}{w_0} \approx -Q_0 \frac{w_0}{w_t} = -0,0014 \quad (4.26)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} \approx 2Q_0 Q \frac{w_0}{w_t} \left(\frac{1}{2Q} - \frac{w_0}{w_t} \right) = 0,0012 \quad (4.27)$$

Se buscará, entonces, introducir la menor variación entre los valores nominales de impedancia y de los ideales. A continuación se simula la primera etapa en LTSpice. Se obtiene la siguiente respuesta.

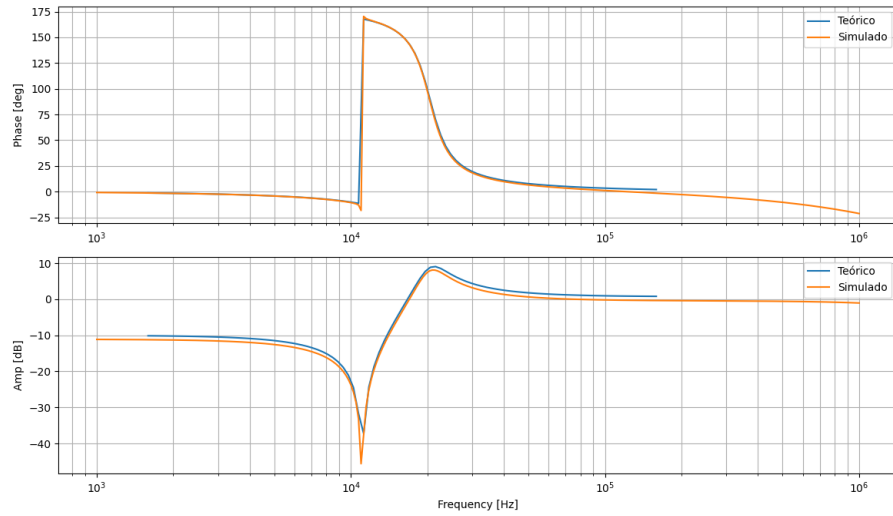


FIGURA 4.10: Respuesta en frecuencia de la segunda etapa

En primer lugar, se observa una gran correspondencia entre la forma teórica hallada y la respuesta simulada. Se aprecia la respuesta esperada para esta etapa. El cero de transmisión asociada genera el pico en la banda de rechazo de la primera celda. Asimismo, al ser esta le etapa con mayor Q , se puede ver el sobrepico en la banda de paso.

También se realizó un análisis de Montecarlo para esta etapa, para observar el efecto de la dispersión de componentes sobre la respuesta en frecuencia. Para el mismo se consideró una tolerancia del 1 % para las resistencias y del 5 % para los capacitores.

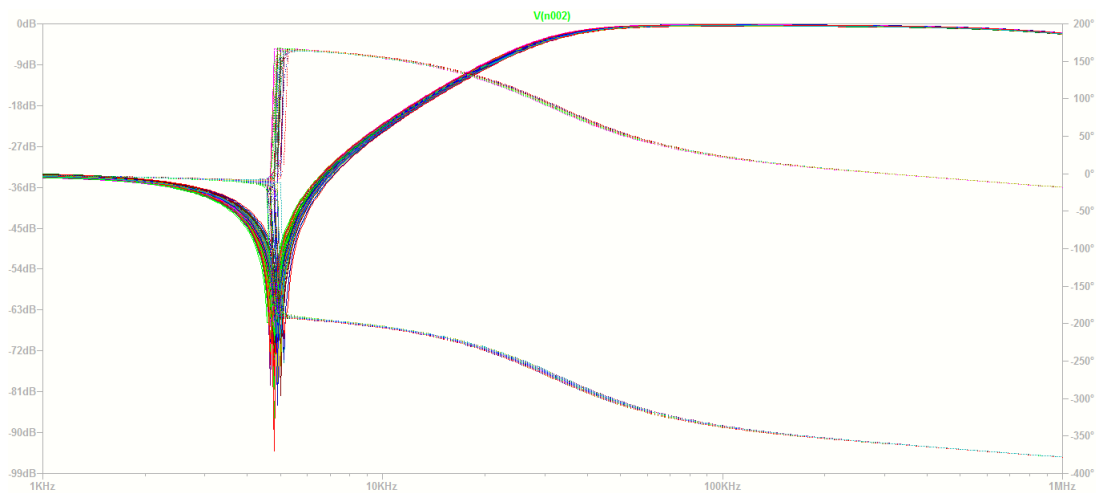


FIGURA 4.11: Análisis de Montecarlo para la etapa 1

4.4. Primera etapa

Para la primera etapa se tiene la función transferencia

$$H(s) = \frac{s^2 + 1,81 \times 10^9}{s^2 + 321449,07s + 8,82 \times 10^{10}} \quad (4.28)$$

Si bien en este caso no se verifica $Q < 5$, se decidió utilizar el mismo criterio que en el caso anterior, es decir, siguiendo las recomendaciones de [1]. Lo que se busca en este caso es de alguna forma 'cancelar' el Q-Enhancement, para lo cual el valor de K hallado deberá estar alrededor de 2. En este caso se tiene

w_0	$296984,84 rad/s$
w_z	$42544,09 rad/s$
Q	0,92

Se encuentra el 'valor óptimo' de Q_0 en $Q_0 = 0,23$. No obstante, por lo dicho anteriormente se tomará $Q_0 = 0,4$ de forma de que el valor de K no sea mucho mayor a 2. Se proceden a calcular los coeficientes obteniendo

K	2,7663
k	0,0363
n	0,0306
m	0,3847

Realizando las mismas operaciones que en la primera etapa, se llega a los siguientes valores de componentes

Componente	Valor calculado	Valor nominal	Error porcentual
C_3	$47nF$	$47nF$	0 %
C_{21}	$9,8nF$	$10nF$	2 %
C_{22}	$36,93nF$	$(36//1)nF$	0,19 %
R_b	$20k\Omega$	$20k\Omega$	0 %
R_1	$88,4\Omega$	$(82 + 6,2)\Omega$	0,226 %
R_{41}	$128,48\Omega$	$(127 + 1)\Omega$	0,37 %
R_{42}	2931Ω	$(2,7 + 0,24)k\Omega$	0,31 %
R_{a1}	$82,5k\Omega$	$82k\Omega$	0,5 %
R_{a2}	$633,5k\Omega$	$(620 + 13)k\Omega$	0,08 %

En cuanto a las sensibilidades pasivas, se obtiene:

x (Componente)	$S_x^{w_0}$	S_x^Q
R_1	$-\frac{1}{2}$	-1,8
C_2	$-\frac{1}{2}$	-0,65
C_3	$-\frac{1}{2}$	0,65
R_4	$-\frac{1}{2}$	1,85
R_a	0	-1,3
R_b	0	1,3

Las sensibilidades activas son:

$$\frac{\Delta w_0}{w_0} \approx -1,09 \times 10^{-4} \quad (4.29)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} \approx 4,73 \times 10^{-5} \quad (4.30)$$

Nuevamente, se simula la segunda etapa en LTSpice. Se obtiene la siguiente respuesta.

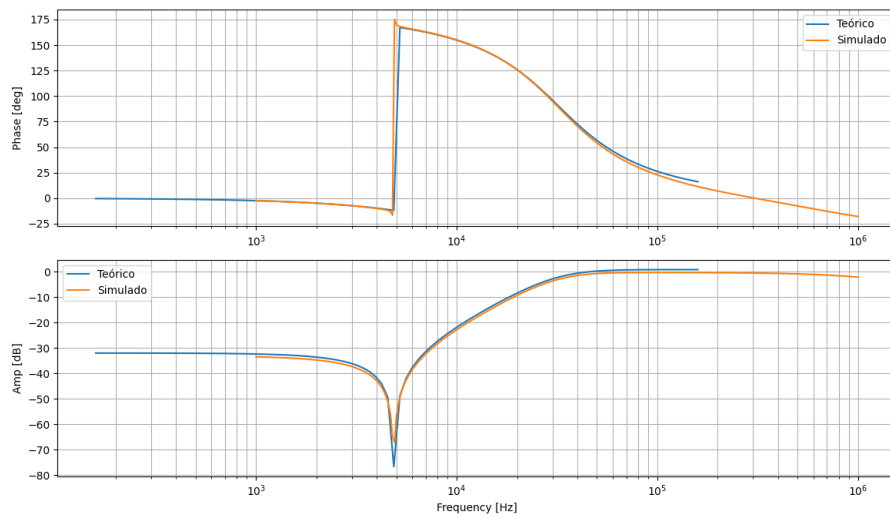


FIGURA 4.12: Respuesta en frecuencia de la primera etapa

Se aprecia una gran correspondencia entre lo teórico y lo simulado, de donde puede concluirse que las variaciones debido a la diferencia entre los valores ideales de los componentes y los nominales no son apreciables. Nuevamente se observa el efecto del cero de transmisión en la respuesta en frecuencia. En este caso, al ser el $Q < 1$ no hay sobrepico apreciable. Se espera luego que el sobrepico o ripple del filtro final sea debido a la segunda etapa.

Al igual que con la etapa anterior, se realizó un análisis de Montecarlo. Se adoptó una tolerancia del 1 % para las resistencias y del 5 % para los capacitores.

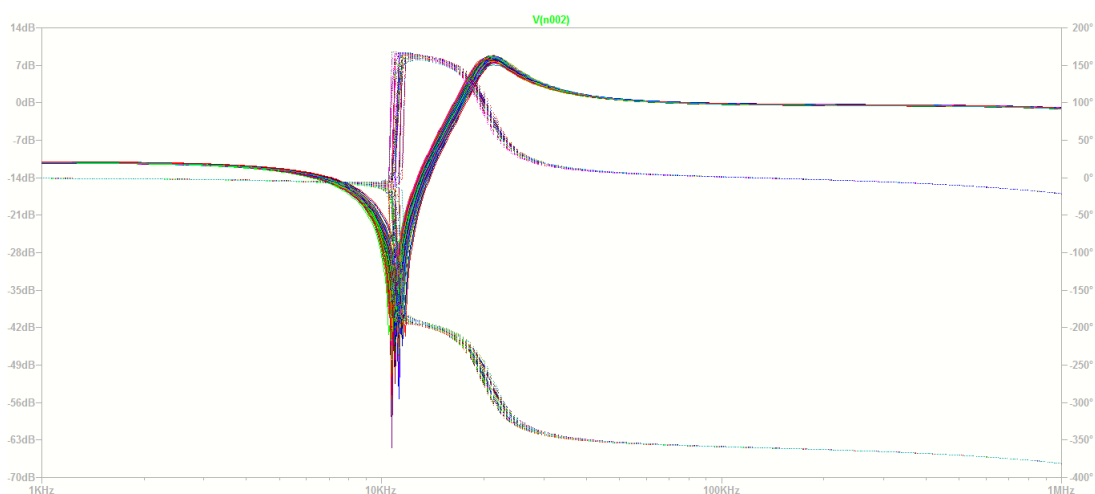


FIGURA 4.13: Análisis de Montecarlo para la etapa 2

4.5. Impedancia de entrada

Se recuerda que la plantilla inicial tenía como una de las condiciones que la impedancia de entrada se mantenga por encima de $50k\Omega$. Considerando que el acople entre etapas se realizará a través de un Buffer, la impedancia de entrada del circuito será prácticamente la impedancia de entrada de la primera etapa. Se procede entonces a analizar dicha etapa.

Utilizando LTSpice, se simula la impedancia de entrada de la primera etapa. El resultado de dicha simulación se presenta a continuación.

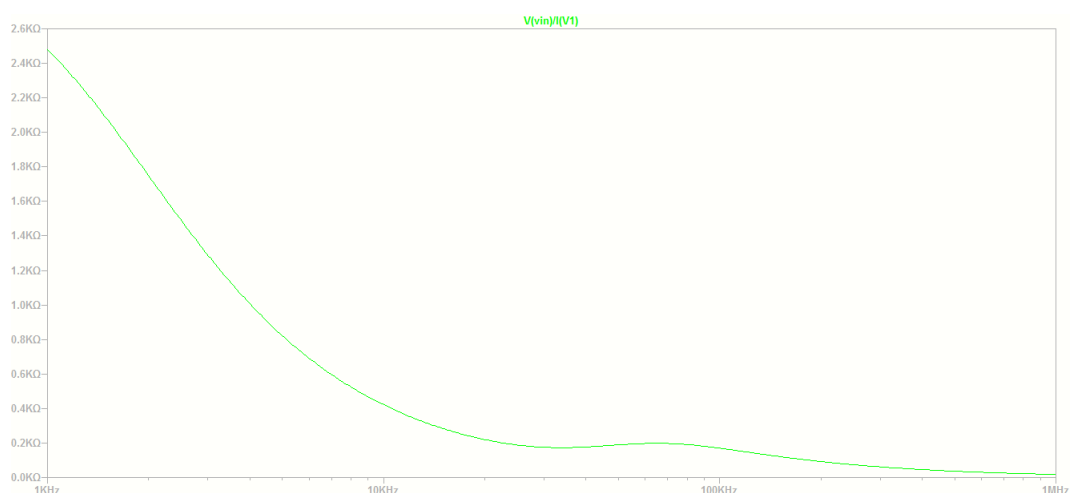


FIGURA 4.14: Impedancia de entrada del circuito

Se observa que no sólo la impedancia disminuye con el aumento de la frecuencia, sino que en ningún momento logra superar los $3k\Omega$. Se decide, por lo tanto, para lograr cumplir el valor de impedancia de la plantilla, incluir un Buffer a la entrada de la primera etapa, i.e. entre la fuente y la entrada. Se opta por un TL084, no sólo porque ya se utilizó el mismo modelo en el resto del circuito, de donde en una implementación física podrían usarse los operacionales de un mismo

integrado, sino porque el mismo presenta una elevada impedancia de entrada, de $1T\Omega$ según la hoja de datos.

Agregando el Buffer se simula nuevamente la impedancia de entrada. Se obtiene los siguientes resultados

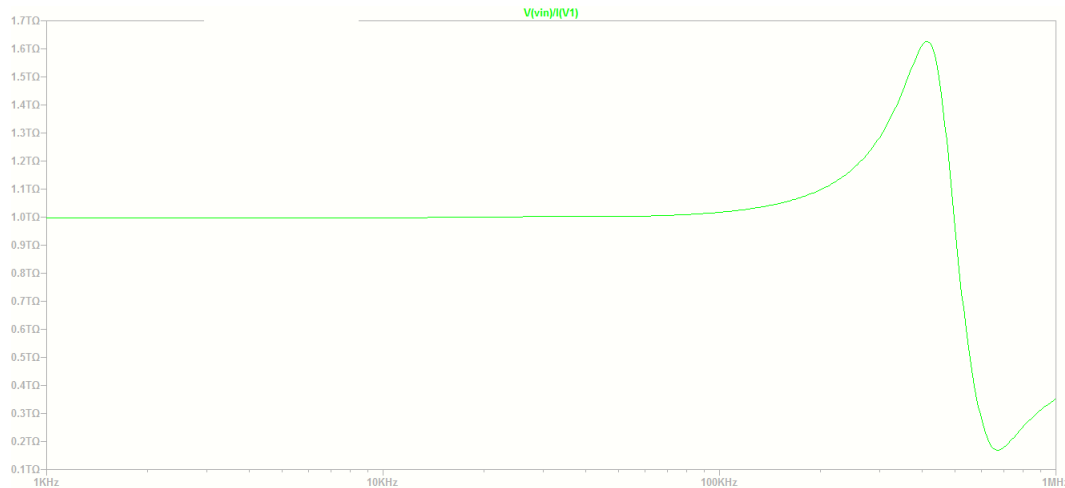


FIGURA 4.15: Impedancia de entrada con Buffer a la entrada

Se observa como era de esperar una impedancia de entrada constante e igual a los $1T\Omega$ del TL084, para frecuencias menores a aproximadamente $100kHz$. A partir de ahí se observa un pico que luego decae. Si bien esta disminución se encuentra muy por encima de la frecuencia de paso, se ve que el valor de la impedancia nunca disminuye de $0,1T\Omega$, un valor muchísimo más grande que los $50k\Omega$ requeridos.

4.6. Simulaciones

4.6.1. Respuesta en frecuencia

Se armó el circuito en LTSpice y se procedió a simular algunos parámetros de interés. Una imagen del circuito construido en Spice puede observarse en la figura 4.16. En primer lugar, se busca observar la respuesta en frecuencia del filtro y ver, por un lado, que se ajuste al comportamiento teórico predicho en el análisis de la sección anterior, y por otro, verificar que cumpla con la plantilla.

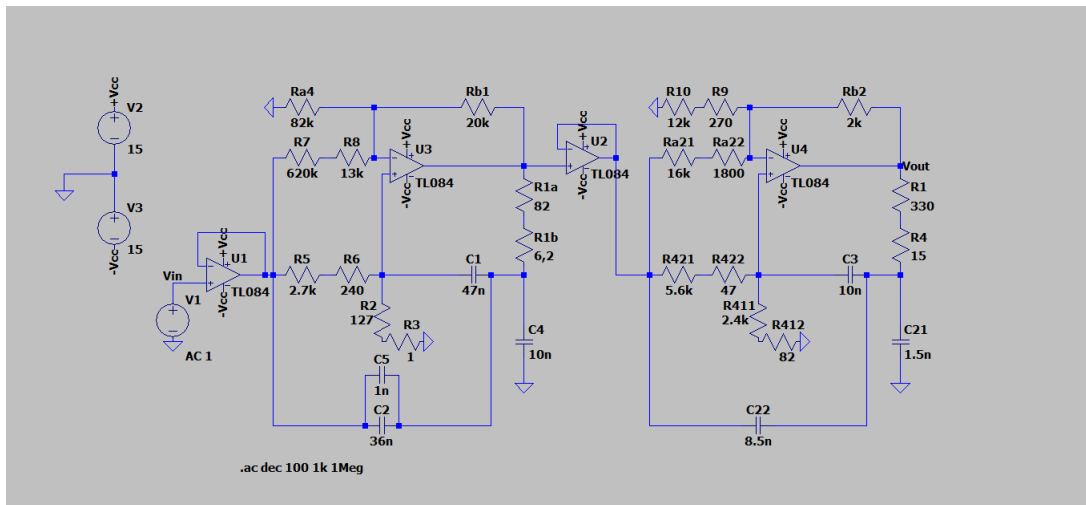


FIGURA 4.16: Circuito simulado en LTSpice

Se observa la respuesta en frecuencia de ambas etapas en un mismo gráfico.

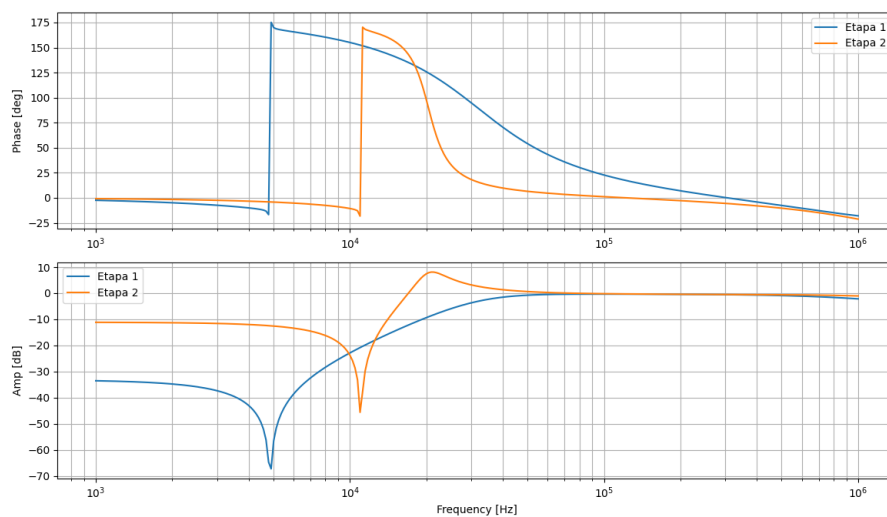


FIGURA 4.17: Respuesta en frecuencia de las dos etapas

Como se mencionó antes, cada una de las etapas es responsable de uno de los ceros en la banda de atenuación del filtro final. Asimismo, el ripple o sobrepico estará dado por la segunda etapa. Sin embargo, se hace notar que en la respuesta final la mayor parte del sobrepico resultará atenuada por los efectos de la primer etapa, reduciendo el efecto del ripple a niveles aceptables para cumplir la plantilla.

Finalmente, se presenta la simulación del filtro completo, conectando en cascada la primera etapa con la segunda.

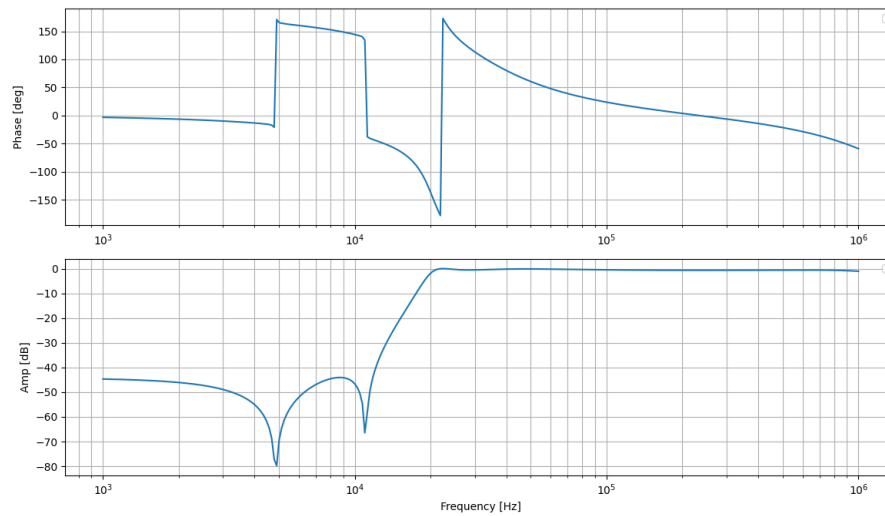


FIGURA 4.18: Respuesta en frecuencia del filtro

En primer lugar, se observa cómo el sobrepico de la segunda etapa efectivamente fue atenuado lo suficiente para convertirse en un ripple mínimo en la banda de paso. Asimismo, se aprecian ambos picos de atenuación en la banda de rechazo. Notamos que a medida que aumenta la frecuencia, si bien se evidencia una atenuación en la banda de paso, la misma es mínima, de forma que en 1MHz la atenuación es de alrededor de 1dB . Asimismo, la ganancia en banda de paso nunca supera los 10m dB , lo cual es muy útil, ya que se busca que el filtro pase las frecuencias altas con la mínima modificación posible. Es importante mencionar que la forma de la fase se debe a que al graficar con Python, los valores de fase van de -180° a 180° , lo cual implica que cuando se supera alguno de esos valores el siguiente punto se grafica en el otro extremo del gráfico.

4.6.2. Análisis de Montecarlo

El análisis de Montecarlo es útil para estimar las variaciones del circuito frente a las variaciones por dispersión en los valores de los distintos componentes. En particular, se realizó un análisis para cada una de las etapas, y uno para el filtro final, considerando una tolerancia del 1% en las resistencias y del 5% en los capacitores. A continuación se presentan los resultados.

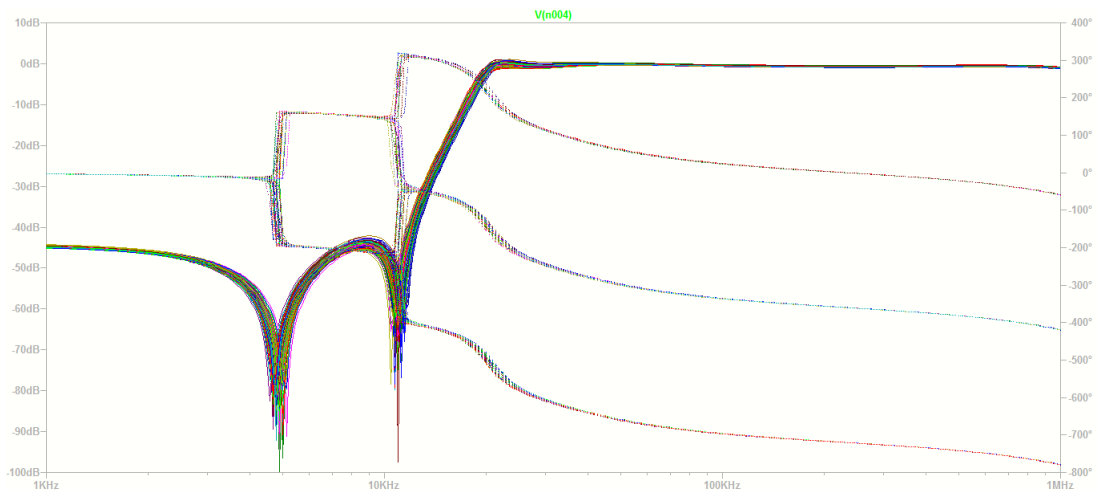


FIGURA 4.19: Análisis de Montecarlo para el circuito final

Para estudiar las secciones donde las dispersiones de componentes pueden causar que se deje de cumplir la plantilla, se amplían las zonas de la banda de atenuación y la banda de paso. Para la de atenuación, se observa que incluso en los casos de mayor dispersión la atenuación se mantiene por debajo de los $40dB$, lo cual era lo solicitado por la plantilla. Se hace notar que hay casos en que la atenuación está entre 40 y $45dB$, de donde la decisión de tomar una plantilla más restrictiva es una idea acertada.

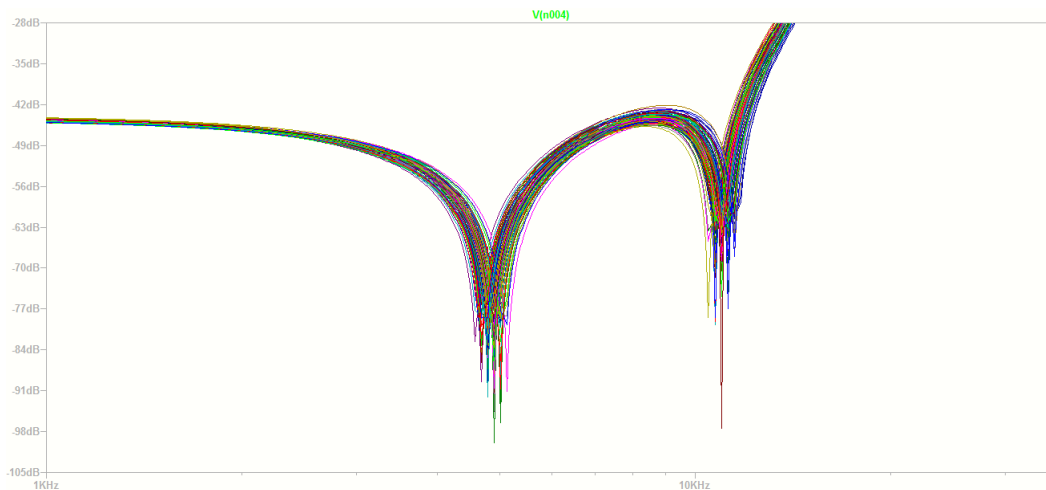


FIGURA 4.20: Análisis de Montecarlo para el circuito final

En la banda de paso, se observa que la mayoría de los casos cae dentro de lo especificado por la plantilla. No obstante, se observan algunos casos para los cuales la atenuación es mayor a $3dB$. Para controlar esto, podría reemplazarse a la primer resistencia que se determinó, R_b , por un preset ajustable. Sin embargo, los casos que no cumplen con la plantilla son muy poco. De forma similar, algunos casos tienen una ganancia en banda de paso algo mayor a los $3dB$. Esto tampoco es deseado, pues se busca que el filtro pase la banda de frecuencias especificada con la menor interferencia en la magnitud de las señales. Sin embargo, dicha ganancia es bastante pequeña, y considerando que son pocos los casos en que la misma tiene lugar, no se considera

necesario implementar etapas adicionales para compensar. Por las sensibilidades encontradas en la sección anterior, una forma de controlar los casos extremo que no cumplen con la plantilla, sería implementar un preset en R_b para ajustar cada caso en particular.

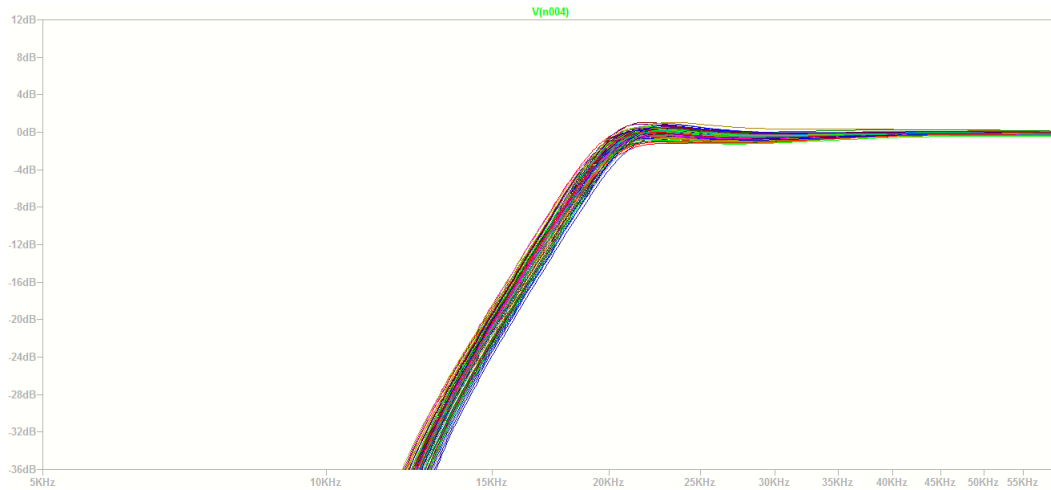


FIGURA 4.21: Análisis de Montecarlo para el circuito final

4.6.3. Respuesta a diferentes entradas

En esta sección se simula la respuesta del filtro a distintas entradas, para verificar que efectivamente actúa de la manera buscada. En primer lugar, se excita al mismo con una senoidal de frecuencia $f = 1,275kHz$ y otra de frecuencia $f = 12,75kHz$. En ambos casos se espera que la salida esté atenuada por lo menos $40dB$.

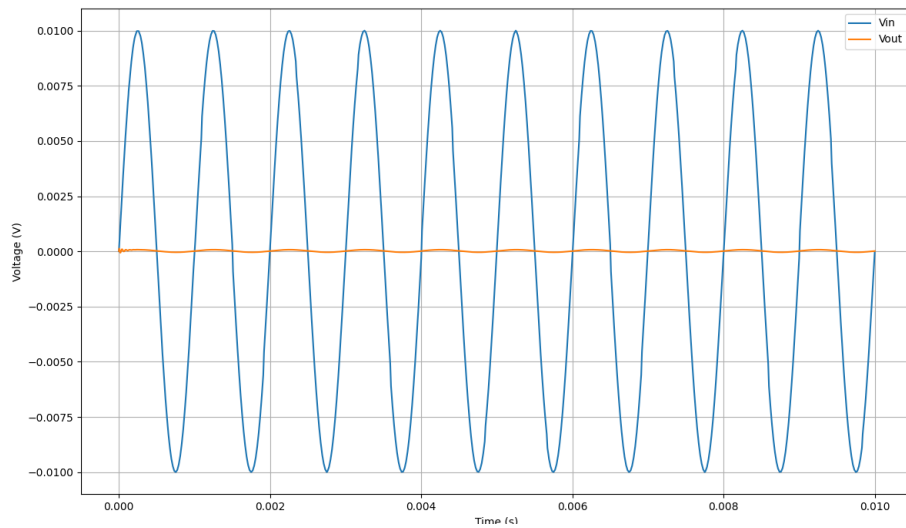


FIGURA 4.22: Respuesta del filtro a senoidal de $1kHz$

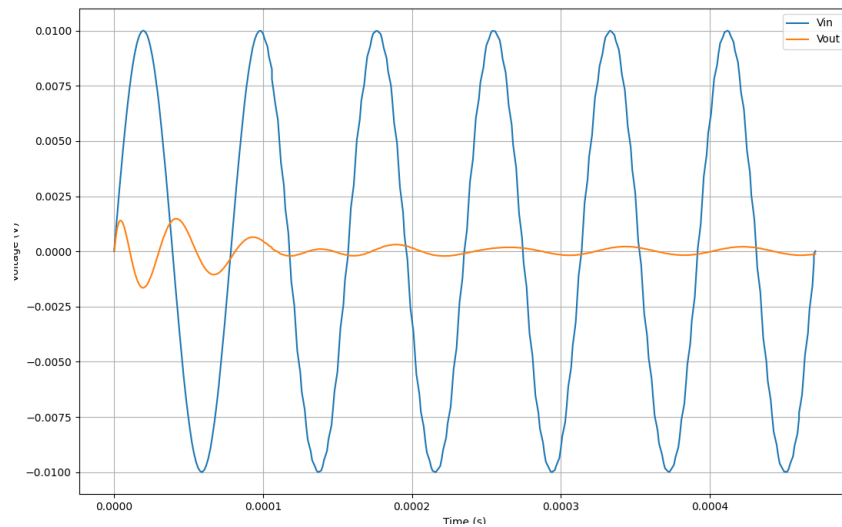


FIGURA 4.23: Respuesta del filtro a senoidal de $12,75\text{kHz}$

Efectivamente la entrada en ambos casos resulta totalmente atenuada. Se observa que para la senoidal con $f = 12,75\text{kHz}$ el tiempo que la salida tarda en atenuarse es levemente mayor, aunque lo suficientemente rápido para no afectar la respuesta del circuito.

De forma similar, se excita al circuito con una senoidal de $f = 25,5\text{kHz}$ y otra de $f = 200\text{kHz}$. En ambos casos se espera que la salida prácticamente no se vea afectada en magnitud por el filtro.

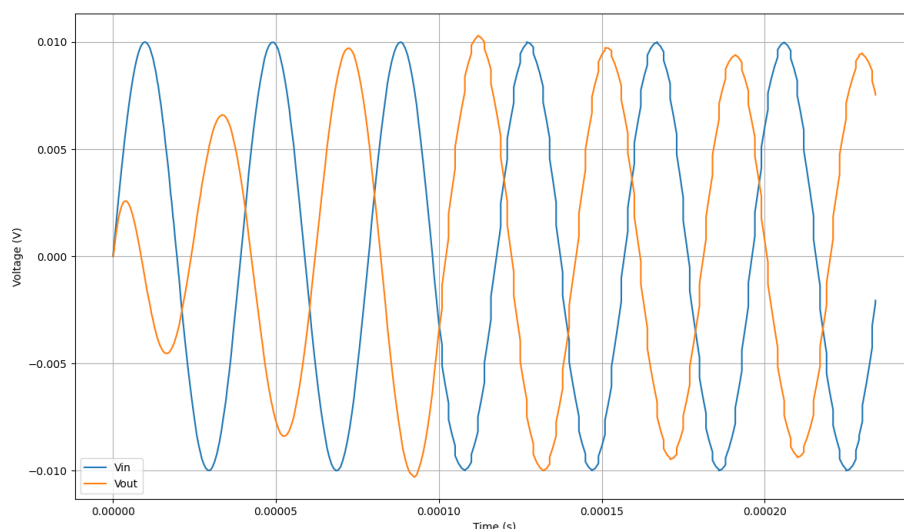


FIGURA 4.24: Respuesta del filtro a senoidal de $25,5\text{kHz}$

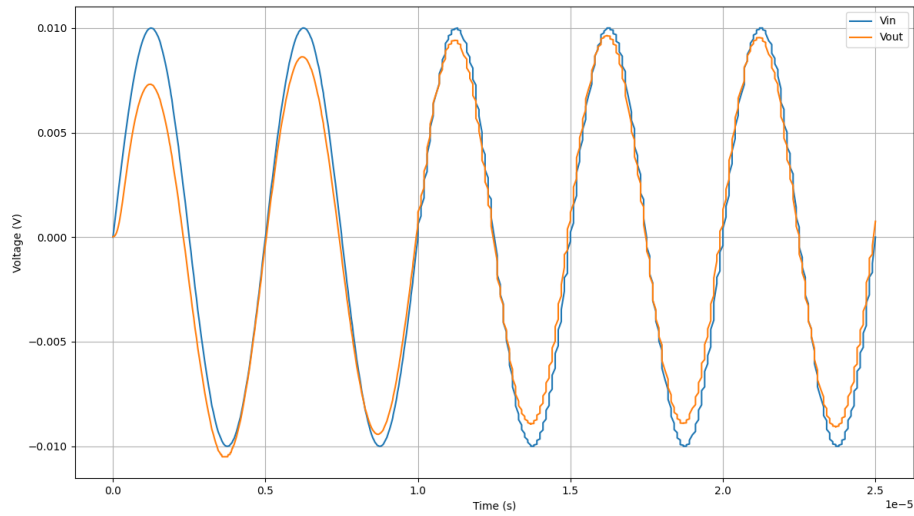


FIGURA 4.25: Respuesta del filtro a senoidal de 200kHz

En ambos casos se observa que efectivamente la salida resulta muy poco atenuada por el filtro. Para el caso de $f = 25,5\text{kHz}$ se observa un corrimiento de fase de alrededor de 180° , lo cual coincide con la respuesta observada en 4.18, ya que dicha frecuencia es la frecuencia de corte del filtro.

Finalmente, se analiza la respuesta al escalón del filtro.

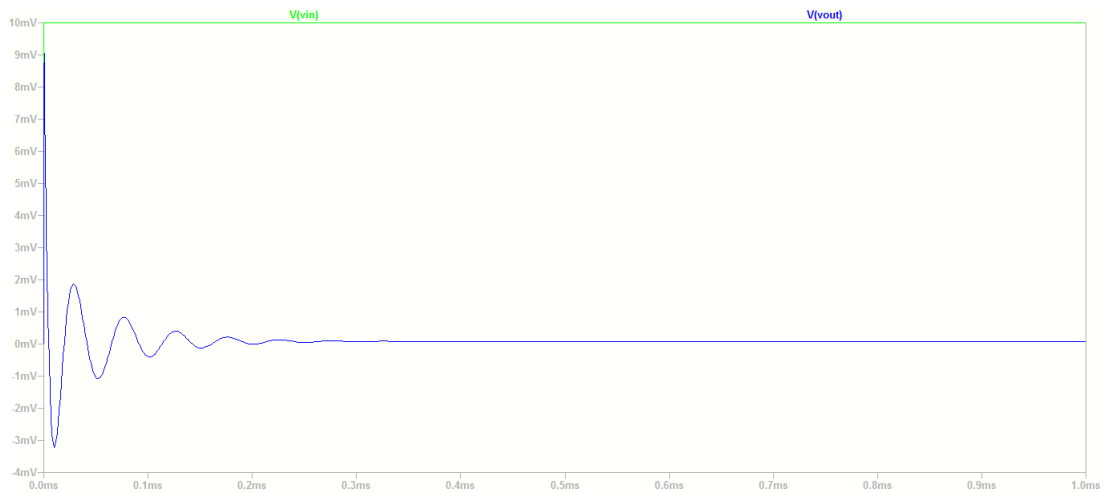


FIGURA 4.26: Respuesta al escalón del filtro

Se observa que el circuito logra estabilizarse frente a la entrada compuesta por senoidales de todo el rango de frecuencias. Se concluye que el filtro es estable

5. Aproximación de Chebychev II con Celda Universal

Las celdas universales permiten tener sensibilidades bajas y filtros con un factor de calidad Q relativamente elevado. Para construirlas, se emplean distintos bloques, como por ejemplo de sumadores, restadores, integradores, amplificadores y atenuadores con el objetivo de lograr la transferencia deseada.

5.1. Distintas celdas universales

Existen distintas configuraciones para las celdas universales que pueden ser útiles para distintos propósitos de acuerdo al tipo de filtro que se desee emplear.

5.1.1. Kerwin Huelsman Newcomb

Esta configuración se puede ver a continuación:

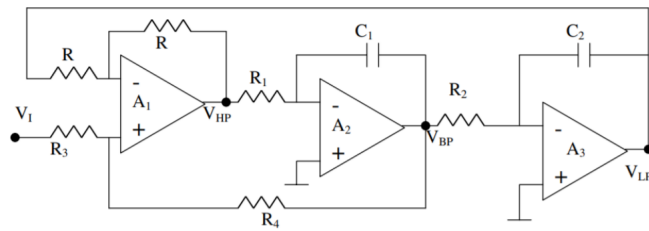


FIGURA 5.1: Celda Universal Kerwin Huelsman Newcomb

Se divide el circuito en estas etapas para que sea más sencillo luego el cálculo de los parámetros teóricos, con lo cual se obtienen los siguientes parámetros:

$$G = \frac{2R_4}{R_3 + R_4} \quad (5.1)$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (5.2)$$

$$Q = \frac{R_3 + R_4}{2R_3} \quad (5.3)$$

Además, se tienen las transferencias del circuito pasabajos y pasaaltos, siendo estas:

$$H_{LP} = \frac{G\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q}s + \omega_p^2} \quad (5.4)$$

$$H_{HP} = \frac{Gs^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q}s + \omega_p^2} \quad (5.5)$$

Por lo cual, $H_{BR} = H_{LP} + H_{HP}$

5.1.2. Tow Thomas

La configuración se ve a continuación:

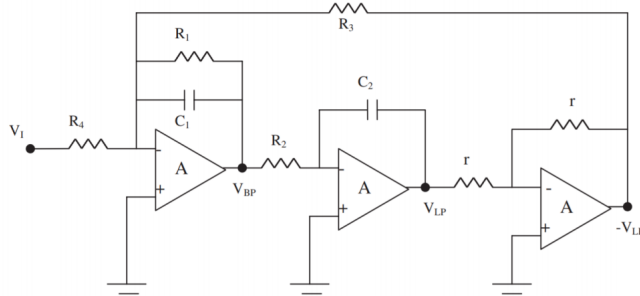


FIGURA 5.2: Celda Universal Tow Tomas

Analizando esta configuración, se obtiene:

$$\omega_O = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}} \quad (5.6)$$

$$Q = R_1 \sqrt{\frac{C_1}{C_2 R_2 R_3}} \quad (5.7)$$

Y además,

$$H_{LP} = \frac{\frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_4}}{s^2 + \frac{s}{C_1 R_1} + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}} \quad (5.8)$$

$$H_{BP} = \frac{\frac{-s}{C_1 R_4}}{s^2 + \frac{s}{C_1 R_1} + \frac{1}{C_1 C_2 R_2 R_3}} \quad (5.9)$$

Con esta celda se pueden obtener respuestas de circuitos pasa bajos y pasabandas, por lo cual con este tipo de celda no se puede realizar un filtro notch.

5.1.3. Akerberg Mossberg

Esta celda soluciona el problema de los picos presentes en la Tow Tomas cuando se trabaja con Q elevados.

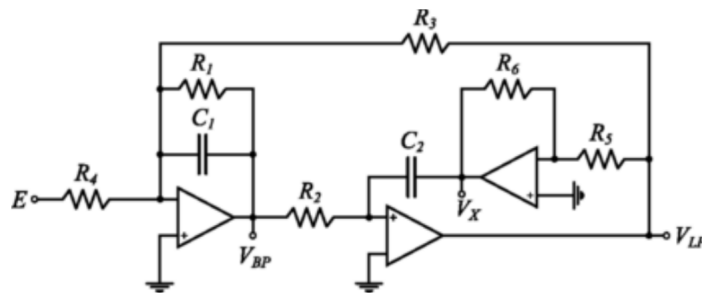


FIGURA 5.3: Celda Universal Akerberg Mossberg

Como aquí tampoco se tiene un pasa altos, no se puede hacer un filtro notch. Las ecuaciones de transferencia de cada sección presentan una gran similitud con las ecuaciones 5.8 y 5.9.

5.1.4. Fleischer Tow

El esquema es similar al Tow Tomas, como se puede ver a continuación:

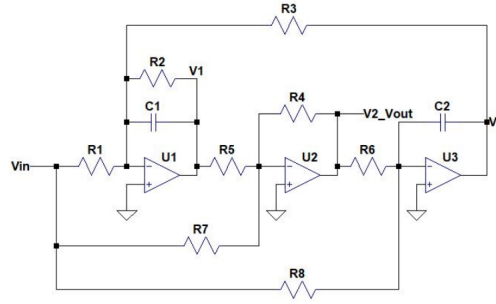


FIGURA 5.4: Celda Universal Fleischer-Tow

Analizando el circuito, se obtiene la transferencia, que resulta como:

$$H(s) = \frac{\frac{R_4}{R_7} s^2 + \frac{1}{R_2 C_1} \left(\frac{R_4}{R_7} - \frac{R_4 R_2}{R_1 R_5} \right) s + \frac{R_4}{R_3 R_8 R_5 C_1 C_2}}{s^2 + \frac{1}{R_2 C_1} s + \frac{R_4}{R_3 R_5 R_6 C_1 C_2}} \quad (5.10)$$

De donde se puede despejar:

$$Q = R_2 C_1 \sqrt{\frac{R_4}{R_3 R_5 R_6 C_1 C_2}} \quad (5.11)$$

$$\omega_p = \sqrt{\frac{R_4}{R_3 R_5 R_6 C_1 C_2}} \quad (5.12)$$

Cabe destacar que con esta celda se permite hacer filtros pasabajo, pasaalto, pasabanda, rechaza banda y rechaza todo que se pueden lograr modificando los valores de los componentes elegidos. En este trabajo, como se busca hacer un filtro notch, se debe elegir:

$$R_2 = R_5, R_1 = R_7$$

Con el objetivo de que se anule el termino lineal (s) del numerador de la función de transferencia.

5.2. Selección

En base al análisis realizado en la sección anterior, se llega a la conclusión de que es conveniente usar Fleischer Tow, puesto que se puede realizar el filtro notch seleccionando los componentes adecuadamente y sin necesidad de un sumador extra, como sería en el caso de la Kerwin Huelsman Newcomb. Se deben cumplir con las siguientes especificaciones, usando la aproximación de Chebychev II:

Filtro	Rechaza Banda
Notch Depth	$\geq 50\text{dB}$
f_{∞}	23kHz
Δa	600Hz
Δp	10 kHz
A_a	40 dB
A_p	60 dB
$ Z_{in} $	$\geq 50k$

TABLA 5.1: Especificaciones del filtro

Se pueden obtener los valores de las frecuencias usando las siguientes relaciones:

$$f_{\infty}^2 = f_p^+ f_p^- \quad (5.13)$$

$$\Delta f_p = f_p^+ - f_p^- \quad (5.14)$$

$$f_{\infty} = f_a^+ f_a^- \quad (5.15)$$

$$\Delta f_a = f_a^+ - f_a^- \quad (5.16)$$

Por lo cual, se despejan los siguientes valores:

- $f_p^- = 18\text{kHz}$
- $f_p^+ = 28\text{kHz}$
- $f_a^- = 22.7\text{kHz}$
- $f_a^+ = 23.3\text{kHz}$

Luego, se obtienen los valores de Q para cada etapa, que resultan en:

- $Q_0 = 2.801539029573439$
- $Q_1 = 2.801539029573439$
- $Q_2 = 2.8015390295741387$
- $Q_3 = 2.8015390295741387$

Para los polos y ceros, se obtuvieron los siguientes valores mediante un código realizado en python que trabaja con la aproximación de Chebychev II: Ceros:

- $148279.53033836j$

- $-148279.53033836j$
- $+140822.07850526j$
- $-140822.07850526j$

Polos:

- $-31040.18884994+171128.26231239j$
- $-31040.18884994-171128.26231239j$
- $-21427.63555924+118133.10983525j$
- $-21427.63555924-118133.10983525j$

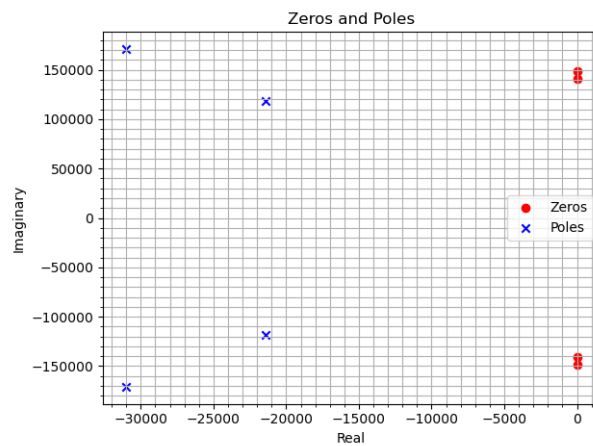


FIGURA 5.5: Gráfico de polos y ceros

Se decidió agrupar los ceros con los polos más cercanos, tomando 2 ceros y 2 polos conjugados por etapa, de la siguiente manera: Ceros: $140822.07850526j$ y $-140822.07850526j$ con los polos $-21427.63555924+118133.10983525j$ y $-21427.63555924-118133.10983525j$

Y para la segunda celda se agrupan los ceros $148279.53033836j$, $-148279.53033836j$ con los polos $-31040.18884994+171128.26231239j$ y $-31040.18884994-171128.26231239j$.

Siguiendo esto, se calculan los componentes para cada etapa, obteniéndose:

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	C1	C2
$1k\Omega$	$4.96k\Omega$	$1k\Omega$	$1k\Omega$	$4.96k\Omega$	632Ω	$1k\Omega$	460Ω	$4.7nF$	$4.7nF$

TABLA 5.2: Tabla de los componentes seleccionados para etapa 1

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	C1	C2
$1k\Omega$	$3.43k\Omega$	$1k\Omega$	$1k\Omega$	$3.42k\Omega$	436Ω	$1k\Omega$	600Ω	$4.7nF$	$4.7nF$

TABLA 5.3: Tabla de los componentes seleccionados para etapa 2

Con estos componentes, se simula la respuesta en frecuencia del filtro y se obtiene el siguiente resultado:

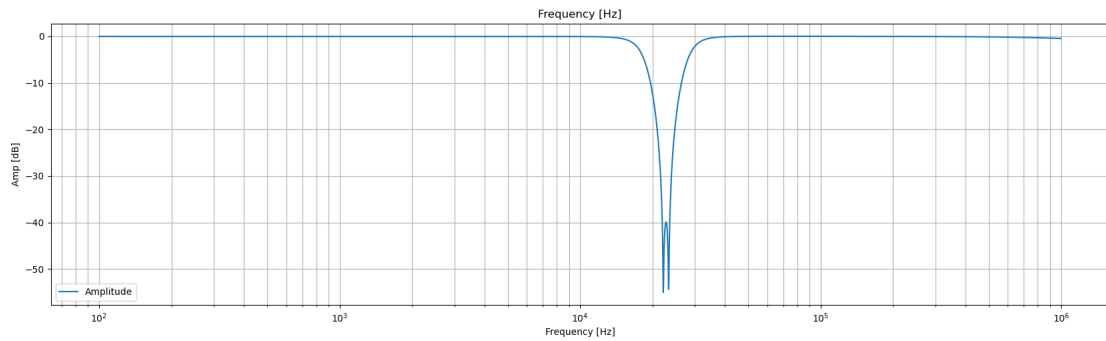


FIGURA 5.6: Respuesta en frecuencia

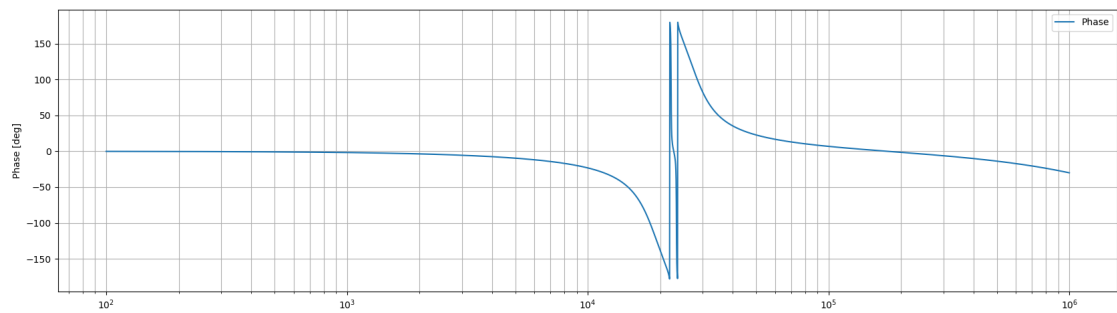


FIGURA 5.7: Respuesta en frecuencia

Si se comparan los resultados simulados con los teóricos, se obtiene el siguiente esquema:

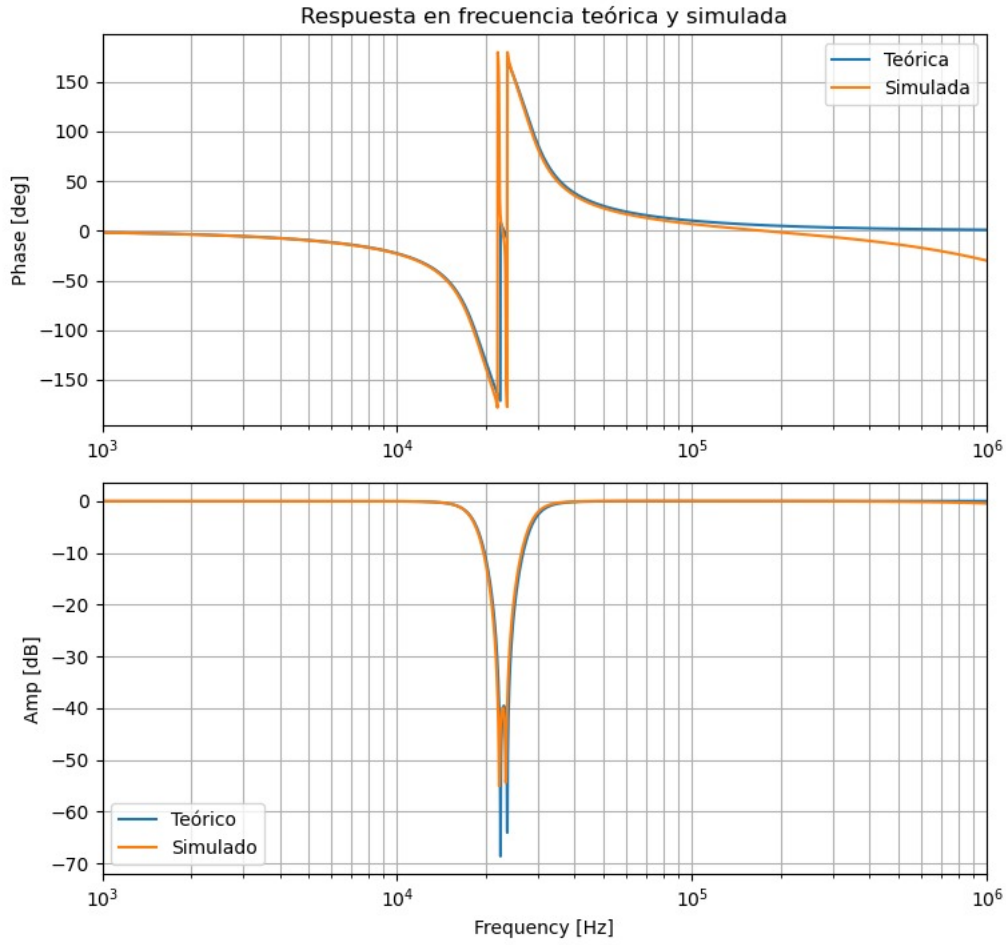


FIGURA 5.8: Respuesta en frecuencia simulada y teórica

Continuando con el análisis del filtro, con ayuda de código auxiliar en Matlab, se obtiene la expresión de la impedancia de entrada como:

$$Z_{in} = \frac{R_1 R_7 R_8}{R_1 R_7 + R_1 R_8 + R_7 R_8} \quad (5.17)$$

Lo cual, reemplazando por los valores correspondientes de los componentes, da un valor de $Z_{in1} = 239.58\Omega$ y para la segunda etapa es de $Z_{in2} = 272.72$. Se puede ver que estos valores no cumplen con la condición de ser mayores o iguales a $50k\Omega$, por lo cual se decide poner un buffer a la entrada del circuito con el objetivo de aumentar la impedancia de entrada. De hecho, para implementar este buffer, se puede usar un TL84 que tiene una impedancia de entrada de alrededor 17Ω .

5.3. Cálculo de sensibilidades

Se analizan las sensibilidades del circuito con el objetivo de ver como afecta la variación de un componente a un cierto factor de interés, para lo cual se emplea la relación:

$$S_x^{f(x)} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{x}{f(x)} \quad (5.18)$$

Recordando la expresión de Q:

$$Q = R_2 C_1 \sqrt{\frac{R_4}{R_3 R_5 R_6 C_1 C_2}} \quad (5.19)$$

Usando ambas relaciones, se obtienen las siguientes sensibilidades:

$$S_{R_1}^Q = 0 \quad (5.20)$$

$$S_{R_2}^Q = 1 \quad (5.21)$$

$$S_{R_3}^Q = \frac{-1}{2} \quad (5.22)$$

$$S_{R_4}^Q = \frac{1}{2} \quad (5.23)$$

$$S_{R_5}^Q = \frac{-1}{2} \quad (5.24)$$

$$S_{R_6}^Q = \frac{-1}{2} \quad (5.25)$$

$$S_{R_7}^Q = 0 \quad (5.26)$$

$$S_{R_8}^Q = 0 \quad (5.27)$$

$$S_{C_1}^Q = \frac{1}{2} \quad (5.28)$$

$$S_{C_2}^Q = \frac{-1}{2} \quad (5.29)$$

Análogamente, para

$$\omega_p = \sqrt{\frac{R_4}{R_3 R_5 R_6 C_1 C_2}} \quad (5.30)$$

Se obtienen los siguientes resultados

$$S_{R_1}^{\omega_p} = 0 \quad (5.31)$$

$$S_{R_2}^{\omega_p} = 1 \quad (5.32)$$

$$S_{R_3}^{\omega_p} = \frac{-1}{2} \quad (5.33)$$

$$S_{R_4}^{\omega_p} = \frac{1}{2} \quad (5.34)$$

$$S_{R_5}^{\omega_p} = \frac{-1}{2} \quad (5.35)$$

$$S_{R_6}^{\omega_p} = \frac{-1}{2} \quad (5.36)$$

$$S_{R_7}^{\omega_p} = 0 \quad (5.37)$$

$$S_{R_8}^{\omega_p} = 0 \quad (5.38)$$

$$S_{C_1}^{\omega_p} = \frac{-1}{2} \quad (5.39)$$

$$S_{C_2}^{\omega_p} = \frac{-1}{2} \quad (5.40)$$

5.4. Análisis de Montecarlo

Se realiza un análisis de Montecarlo con el objetivo de analizar si el comportamiento del circuito se ve sustancialmente afectado con una variación en las tolerancias de los componentes:

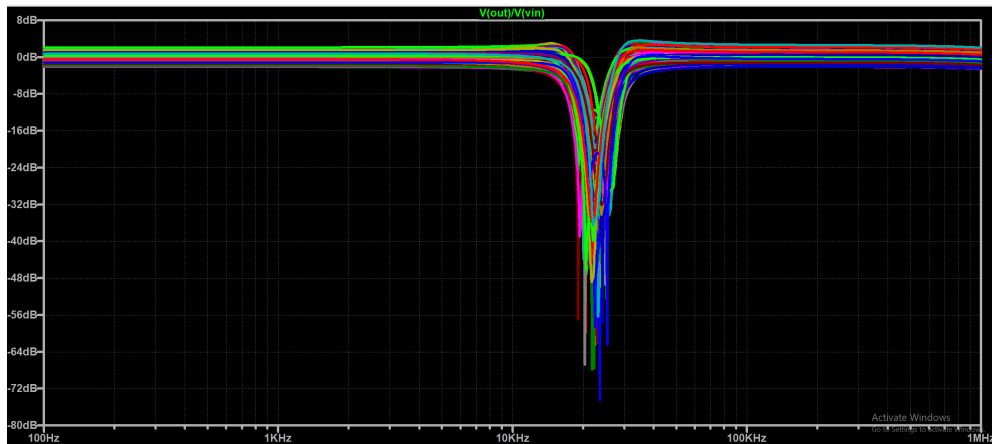


FIGURA 5.9: Respuesta en frecuencia simulada y teórica

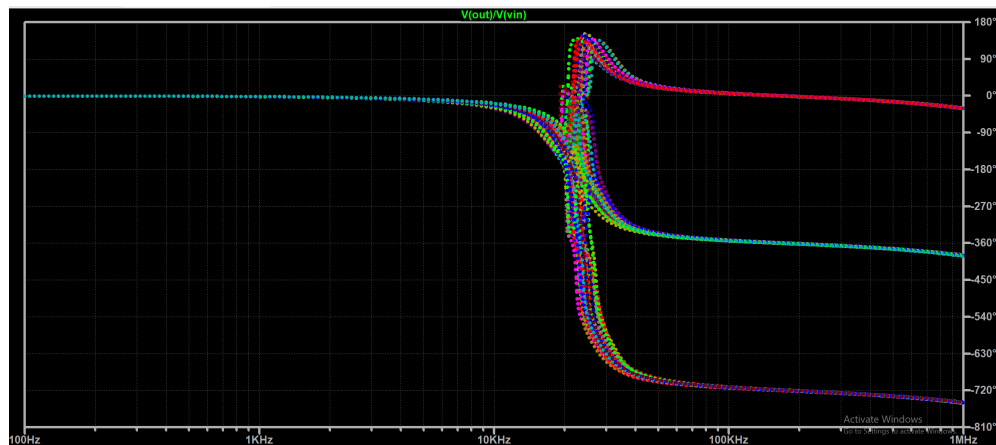


FIGURA 5.10: Respuesta en frecuencia simulada y teórica

El análisis de Montecarlo es de gran utilidad para notar que en este caso, el comportamiento del circuito no se ve fuertemente afectado con la variación de los componentes, dado que en todos los casos de *sweep* de los parámetros, el filtro sigue comportándose en su mayoría de acuerdo a las especificaciones brindadas en la plantilla. Se puede ver en la Fig. 5.9 que en los casos extremos de las tolerancias (en las cotas inferiores y superiores) hay una atenuación/ ganancia de $\pm 2\text{dB}$, que a pesar de no ser ideal, no es tan alejado del valor ideal (0). Además, cabe destacar que en la mayoría de los casos se cumple que la profundidad del *notch depth* es mayor o igual a 50 dB, lo cual cumple con la especificación requerida de diseño.

Referencias

- [1] Ken Martin Adel S. Sedra, Mohamed A. Gorab, "Optimum Configurations for Single-Amplifier Biquadratic Filters". En: *IEEE Transactions on circuits and systems* 22.12 (1980), págs. 1155-63.
- [2] Rolf Schaumann. *Design of Analog Filters*. Oxford University Press, 2008. ISBN: 9780198520115.