

Trabajo Práctico Número 1

Filtros Pasivos y Análisis Computacional

Sección individual - Grupo 5

AUTOR:

Franco SCAPOLLA (58465)

PROFESORES:

Daniel JACOBY

Carlos BELAUSTEGUI GOITIA

CIUDAD AUTÓNOMA DE BUENOS AIRES
Agosto 2020

Contenido

1. Introducción	3
2. Filtro Notch Pasivo	3
2.1. Introducción teórica	3
2.2. Simulación y mediciones	5
2.3. Diseño de la placa	7
2.4. Conclusión	8
3. Filtro pasa-bajos pasivo	9
3.1. Introducción teórica	9
3.2. Simulaciones y mediciones	10
3.3. Conclusión	16

1. Introducción

En el presente trabajo se analizan, a través de un enfoque tanto práctico como teórico, dos circuitos: un filtro Notch elaborado con componentes pasivos, y un filtro RC serie en configuración pasa bajos. Para los ensayos de simulación se utiliza el programa computacional LTSpice, mientras que para las mediciones prácticas se hace uso de un dispositivo Digilent Electronics Explorer.

2. Filtro Notch Pasivo

2.1. Introducción teórica

En esta primer sección se estudia un Filtro Notch Pasivo. Un esquema del mismo puede consultarse en la figura 2.1. Se aprecia que dicho circuito está conformado por dos filtros en paralelo, uno de estos filtros un pasa-altos, y el otro un pasa-bajos. Si bien un análisis teórico algo más detallado se incluyó en el informe grupal, se detallará a continuación en forma resumida cómo proceder a encontrar la función transferencia del mismo.

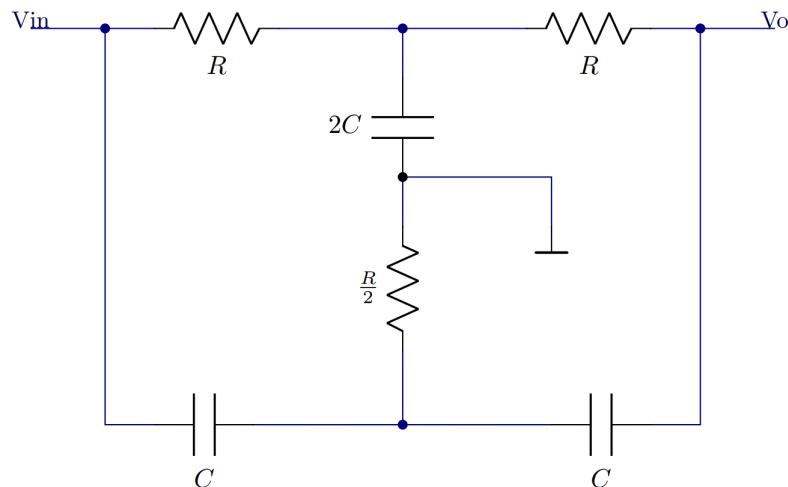


FIGURA 2.1: Filtro Notch Pasivo

Haciendo uso de las transformaciones de Kennelly, es posible pasar de una configuración circuital tipo 'T' a una tipo 'Pi' tal como ilustran las figuras 2.2 y 2.3.

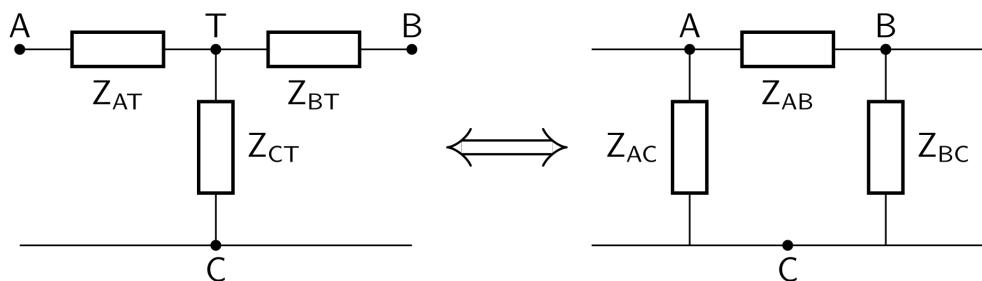


FIGURA 2.2: Transformación de Kennelly de tipo T a tipo Pi

En función de las impedancias	En función de las admitancias
$Z_{AB} = \vec{Z}_{AT} + \vec{Z}_{BT} + \frac{\vec{Z}_{AT} \cdot \vec{Z}_{BT}}{\vec{Z}_{CT}}$	$\vec{Y}_{AB} = \frac{\vec{Y}_{AT} \cdot \vec{Y}_{BT}}{\vec{Y}_{AT} + \vec{Y}_{BT} + \vec{Y}_{CT}}$
$Z_{BC} = \vec{Z}_{BT} + \vec{Z}_{CT} + \frac{\vec{Z}_{BT} \cdot \vec{Z}_{CT}}{\vec{Z}_{AT}}$	$\vec{Y}_{BC} = \frac{\vec{Y}_{BT} \cdot \vec{Y}_{CT}}{\vec{Y}_{AT} + \vec{Y}_{BT} + \vec{Y}_{CT}}$
$Z_{AC} = \vec{Z}_{AT} + \vec{Z}_{CT} + \frac{\vec{Z}_{AT} \cdot \vec{Z}_{CT}}{\vec{Z}_{BT}}$	$\vec{Y}_{AC} = \frac{\vec{Y}_{AT} \cdot \vec{Y}_{CT}}{\vec{Y}_{AT} + \vec{Y}_{BT} + \vec{Y}_{CT}}$

FIGURA 2.3: Ecuaciones para la transformación

Aplicando la transformación al circuito Notch, se obtiene la forma de la figura 2.4, con $Z_1 = \frac{1+sCR}{sC}$, $Z_2 = 2R(1+sCR)$ y $Z'_2 = \frac{2(1+sCR)}{R(sC)^2}$.

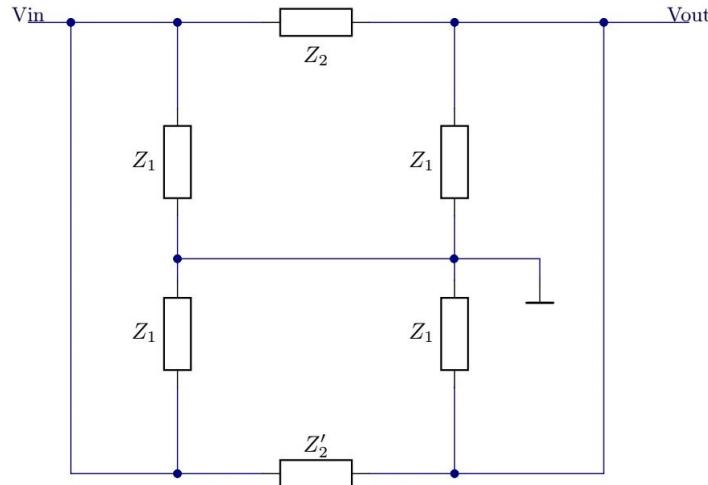


FIGURA 2.4: Circuito Notch simplificado

Finalmente, realizando las asociaciones en paralelo entre Z_1 y Z_1' conectados entre V_{in} y Tierra, Z_1 y Z_1' entre V_{out} y Tierra, y Z_2 y Z'_2 entre V_{in} y V_{out} , se obtiene la forma simplificada de la figura 2.5. A partir de ésta, es sencillo hallar la transferencia:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1 + (sCR)^2}{1 + 4sCR + (sCR)^2} \quad (2.1)$$

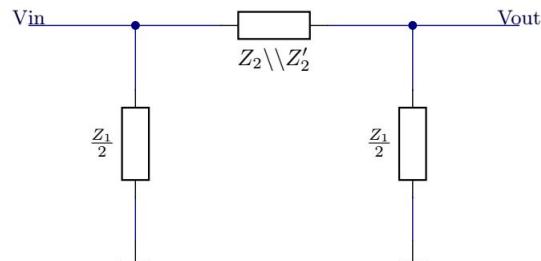


FIGURA 2.5: Circuito Notch simplificado

2.2. Simulación y mediciones

Se realizó un análisis teórico del circuito, junto con una simulación en LTSpice y la medición del mismo en el dispositivo Electronics Explorer de Digilent. Para ello se consideró $R = 3.3k\Omega$, y $C = 18nF$. A partir de estos valores y considerando la función transferencia calculada anteriormente tenemos que la frecuencia de corte es

$$f = \frac{1}{2\pi RC} \approx 2.679kHz \quad (2.2)$$

En primera instancia se graficó de forma teórica la respuesta en frecuencia tanto en amplitud como en fase a través del uso de la herramienta Plot Tool, desarrollada en Python, y presentada junto con la sección grupal de este informe. A continuación, se realizó la simulación del circuito en LTSpice. A continuación se presenta el resultado de dicha simulación

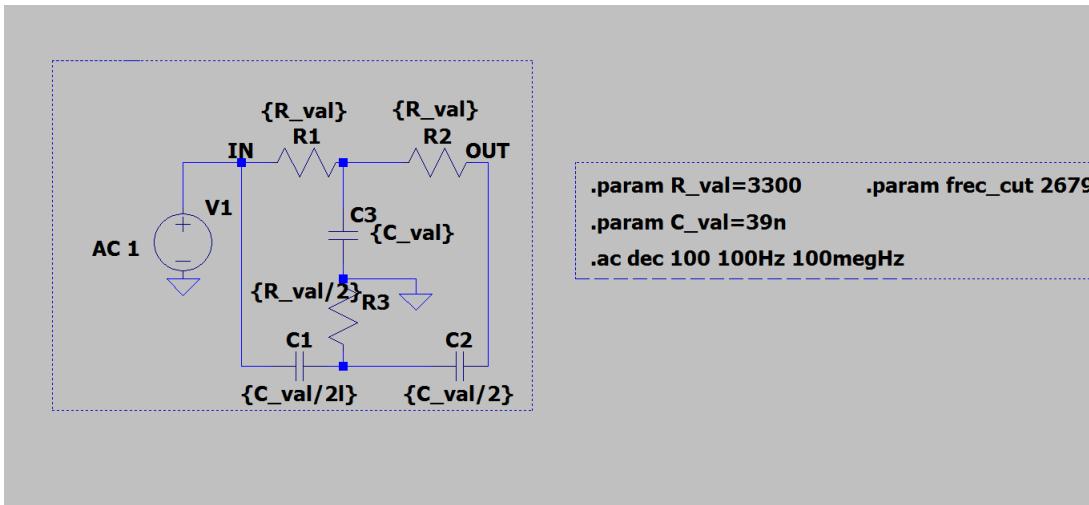


FIGURA 2.6: Notch simulado en LTSpice

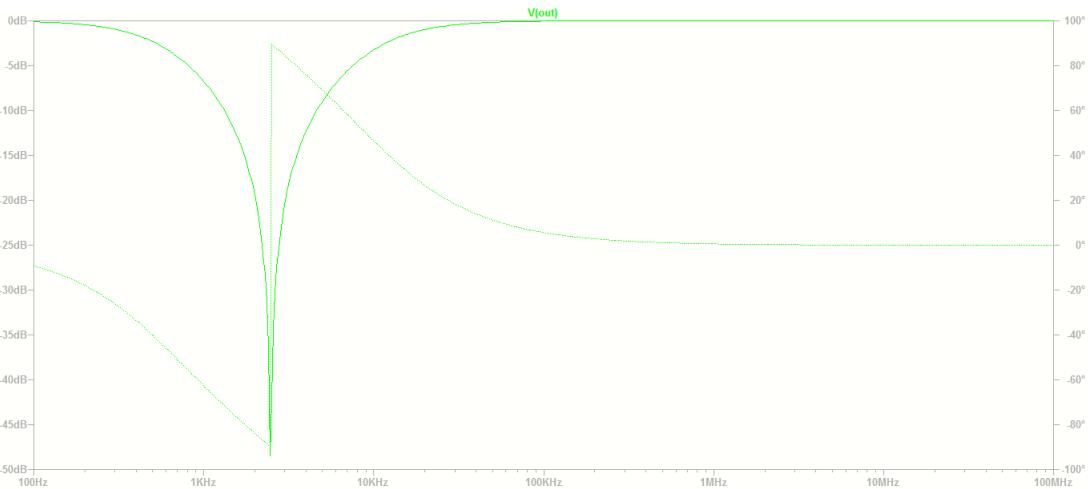


FIGURA 2.7: Diagrama de Bode simulado en LTSpice

Los resultados de la simulación se corresponden con los de la teoría. Se observa el diagrama

esperado para un filtro Notch, con una atenuación progresiva creciente a medida que las frecuencias se acercan a la frecuencia de corte. De forma similar, se aprecia el salto de fase de -90° a 90° en la frecuencia de corte.

Posteriormente se armó el circuito Notch con el dispositivo Electronics Explorer. Una foto del armado se incluye en la figura 2.8. Se utilizaron resistores de Metal Film, de tipo Through Hole. Se utilizaron dos de $3.3k\Omega$, y uno de 1.5Ω . Se hizo uso de capacitores de poliéster. Por el hecho de que los componentes disponibles eran limitados, para C_3 se usó uno de $39nF$, mientras que para C_1 se usaron dos de $39nF$ en serie y para C_2 uno de $39nF$ en serie con el paralelo de tres capacitores, dos de $12nF$ y uno de $2.7nF$. Esto ocasiona que el valor de 23 sea de $17.2nF$ en lugar de los $18nF$ del modelo. Sin embargo, se consideró que esta diferencia era aceptable al realizar las mediciones. En todos los casos las tolerancias de los componentes fueron del 10 %.

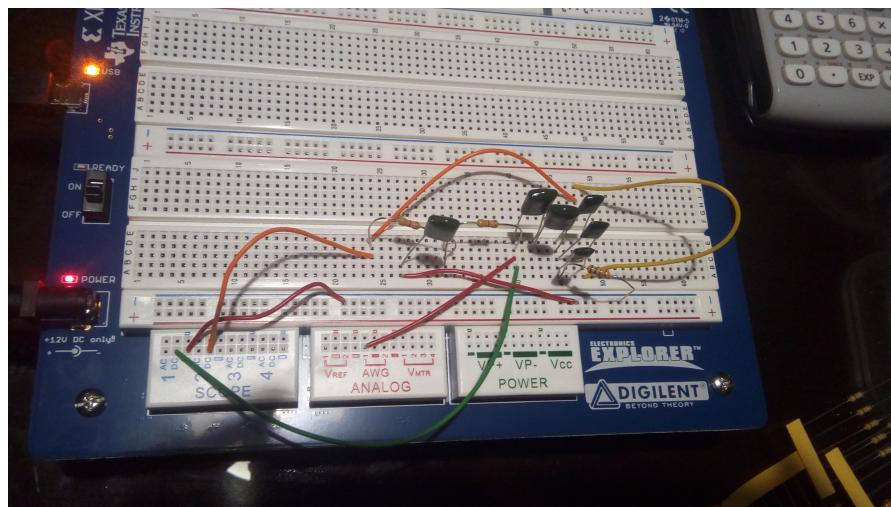


FIGURA 2.8: Circuito armado en protoboard

Una vez finalizadas las mediciones, y para lograr una mejor comparación entre los tres casos, se hizo uso del Plot Tool escrito para la parte grupal para graficar las tres respuestas en un mismo gráfico.

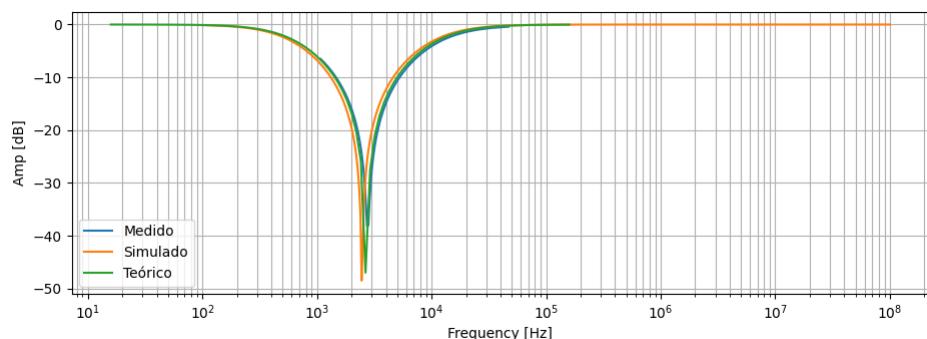


FIGURA 2.9: Comparación de lo teórico, simulado, y medido

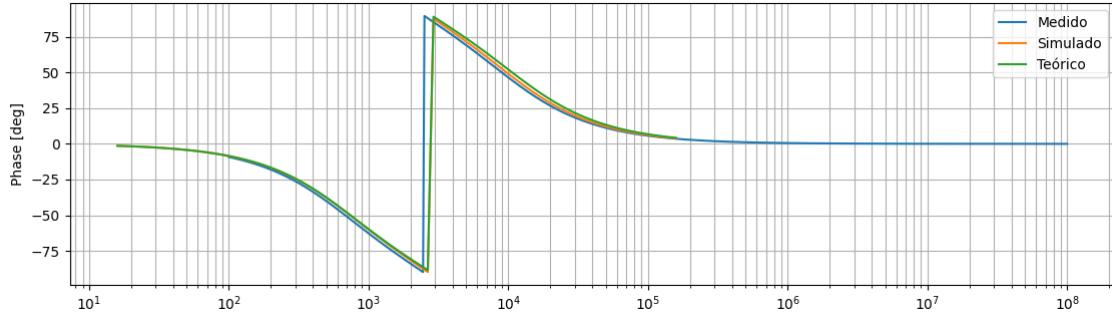


FIGURA 2.10: Comparación de lo teórico, simulado, y medido

Se observa que tanto la simulación como la medición coinciden en mayor parte con la teoría. En particular, la semejanza entre lo teórico y lo simulado es casi perfecta. Por el contrario, se detectan ciertas diferencias entre lo medido y lo teórico. Esto puede explicarse por el hecho de que todos los componentes utilizados tienen asociada cierta tolerancia, de donde la frecuencia de corte del circuito armado posiblemente no se encuentre exactamente en el mismo lugar que la calculada en forma teórica. Además, como se mencionó anteriormente, en el circuito armado uno de los capcidores no tenías el valor exacto, sino uno cercano.

Por último, se realizo una simulación de Montecarlo en Spice, para confirmar que las discrepancias entre lo medido y lo teórico pudieran deberse a las tolerancias de los componentes. Los resultados de la medición se presentan a continuación.

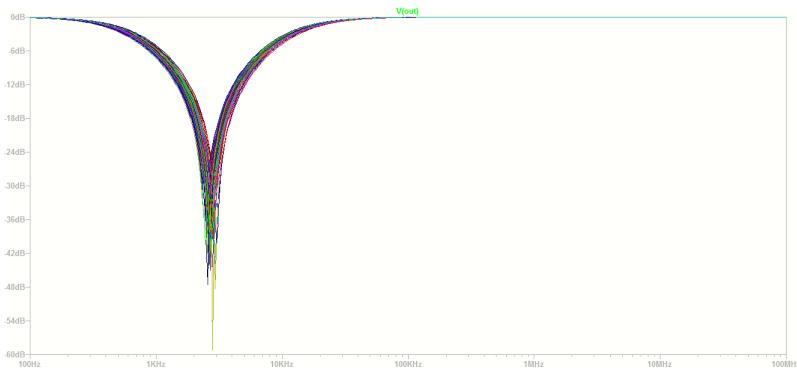


FIGURA 2.11: Simulación de Montecarlo

Se nota que las diferencias observadas entre lo teórico y lo medido se encuentran dentro del rango establecido por la simulación de Montecarlo.

2.3. Diseño de la placa

Haciendo uso de Altium, se diseño un PCB del circuito analizado. Los archivos se incluyen en la carpeta 'TC-PCB' adjunta entregada junto con este informe. Para el diseño se utilizaron componentes (borneras, resistencias, y capacitores) de la biblioteca LIBEBAL.

A continuación se incluye una imagen del esquemático.

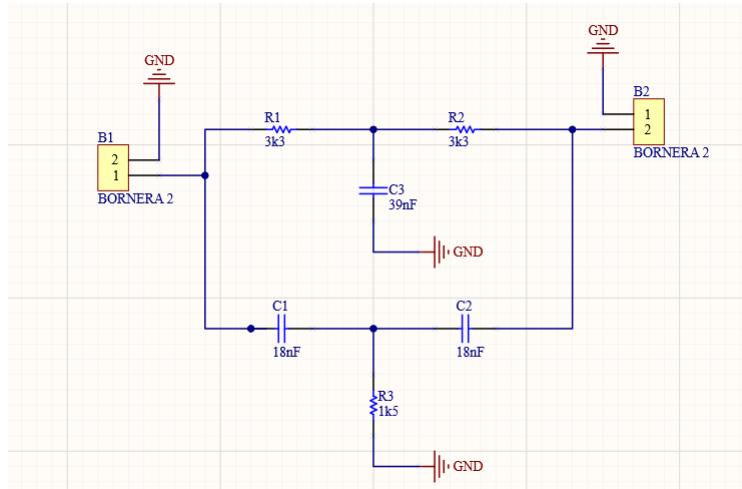


FIGURA 2.12: Esquemático para el diseño del PCB

2.4. Conclusión

Los resultados obtenidos, tanto los simulados como los medidos, se corresponden en mayor medida con lo predicho por la teoría. Las discrepancias observadas caen dentro del rango de valores posibles debido a las variaciones de los valores de los componentes por sus tolerancias, según lo evidenciado en el análisis de Montecarlo. Por lo tanto, es posible atribuir las discrepancias a dichas tolerancias propias de cualquier dispositivo real.

3. Filtro pasa-bajos pasivo

3.1. Introducción teórica

En esta sección se estudiará el circuito RC serie en configuración pasa-bajos. Un esquema del mismo puede consultarse en la figura 3.1. Es sencillo notar, debido al divisor de tensión, que la función transferencia del circuito es

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = H(s) = \frac{1}{1 + sCR} \quad (3.1)$$

de donde la frecuencia de corte del mismo es

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (3.2)$$

Es de especial interés hacer notar ahora que para frecuencias muy altas, $|1 + sCR| \approx |sCR|$, de donde para estos casos puede aproximarse la función transferencia como:

$$H(s) = \frac{1}{sRC} \quad (3.3)$$

que representa, en el dominio de Laplace, una integral. Se intuye, por lo tanto, que el circuito podrá ser utilizado, a altas frecuencias, como un integrador.

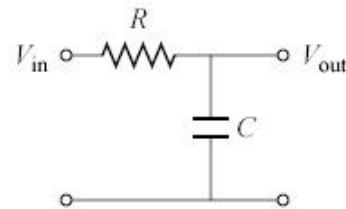


FIGURA 3.1: Filtro RC en configuración pasa-bajos

Dada una señal cuadrada de amplitud A, y período T, podemos realizar una serie de Fourier de la misma a partir de un período. En particular, consideremos la señal que alrededor del cero está definida como

$$x(t) = \begin{cases} A & 0 < t < T/2 \\ -A & -T/2 < t < 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

Claramente se trata de una señal impar. Si su serie de Fourier viene dada por

$$x(t) \sim a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\frac{2\pi nt}{T}) + b_n \sin(\frac{2\pi nt}{T})) \quad (3.5)$$

Se tendrá que

$$a_0 = a_n = 0 \quad (3.6)$$

y

$$b_n = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt \quad (3.7)$$

Finalmente, desarrollando se obtiene

$$b_n = \begin{cases} 0 & n \text{ es par} \\ \frac{4A}{\pi n} & n \text{ es impar} \end{cases} \quad (3.8)$$

A partir de esto, y haciendo uso de la función transferencia hallada en la sección anterior, se puede estudiar el efecto de atenuación del filtro sobre cada armónico. Sea f_0 la frecuencia de corte del filtro y f_s la frecuencia de la señal cuadrada, se ve que

$$H(2\pi nf_s) = \frac{1}{1 + j2\pi nf_s RC} = \frac{1}{1 + jn\frac{f_s}{f_0}} \quad (3.9)$$

La atenuación de cada armónico (en veces) es entonces

$$|H(2\pi nf_s)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (n\frac{f_s}{f_0})^2}} \quad (3.10)$$

3.2. Simulaciones y mediciones

3.2.1. Análisis temporal y en frecuencia

Se armó el circuito mencionado anteriormente con $R = 1k\Omega$ y $C = 10nF$, de donde la frecuencia de corte del mismo es

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 15.92kHz \quad (3.11)$$

y la constante de tiempo del RC es $\tau = 10\mu s$. Para las resistencias se utilizó una de tipo Metal film, Through-Hole, con tolerancia del 10%, mientras que para el capacitor se utilizó uno de tipo cerámico, también con tolerancia del 10%.

Una imagen del armado se puede ver en la figura 3.2.

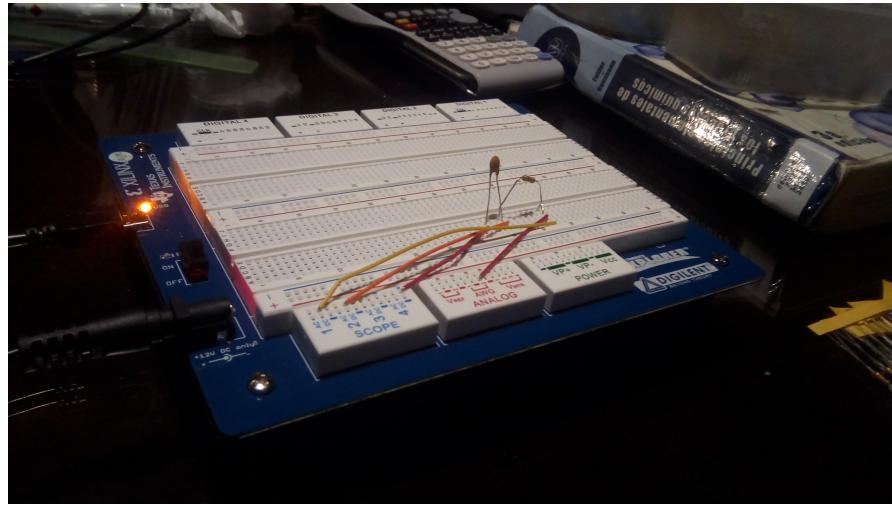


FIGURA 3.2: Circuito armado en protoboard

En primera instancia se hizo un análisis en frecuencia, para observar si su respuesta era la esperada de este tipo de filtros. Luego se graficaron las respuestas teórica, simulada, y medida en un mismo gráfico para observar si existían diferencias notables. A continuación se presentan los resultados

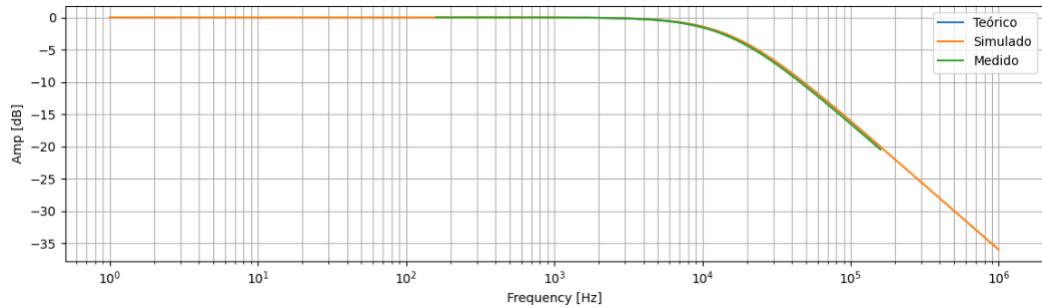


FIGURA 3.3: Comparación en análisis en frecuencia de la amplitud

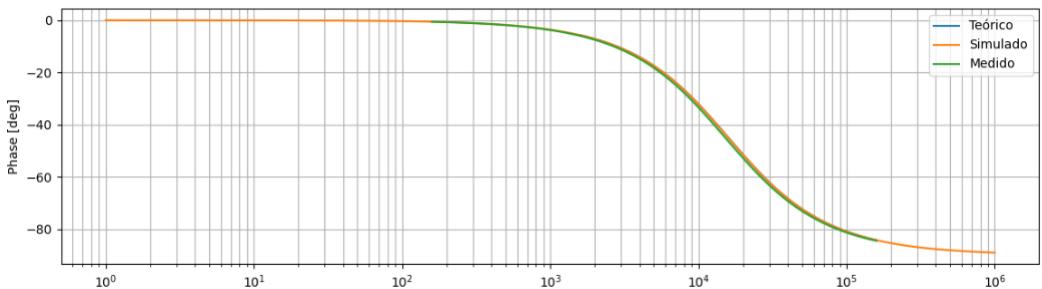


FIGURA 3.4: Comparación en análisis en frecuencia de la fase

Se puede apreciar que las diferencias son prácticamente despreciables. La coincidencia entre el modelo teórico y el simulado es casi perfecta, mientras que se observan mínimas discrepancias entre el teórico y el medido. Dichas diferencias pueden deberse a la tolerancia de los componentes utilizados, o a efectos capacitivos o de ruido propios del Protoboard. También, con el software

de Digilent que realiza las mediciones se encontró una frecuencia de corte de aproximadamente 15910Hz , buscando cuándo la señal de entrada era atenuada 3dB . Este valor coincide prácticamente con el calculado de forma teórica, lo que también ayuda a explicar los resultados obtenidos. A continuación se excitó al circuito con una señal cuadrada de $6V_{pp}$, con frecuencia $f = 8000\text{Hz}$, y valor medio nulo. Notamos que en este caso, f es aproximadamente la mitad de la frecuencia de corte del filtro. Se espera, entonces, que la atenuación de la señal de salida no sea significativa. Desde un punto de vista espectral, el armónico principal de la cuadrada está en $f = 8\text{kHz}$, y la atenuación del mismo será menor a 3dB . Sin embargo, los armónicos a partir del segundo ya se encuentran por encima de la frecuencia de corte. Estos sí se verán afectados por el filtro, sufriendo una atenuación mayor los armónicos representando frecuencias más altas.

Desde un punto de vista temporal, se debe estudiar el fenómeno de carga y descarga del capacitor. Para $f = 8000\text{Hz}$, la señal cuadrada tiene un período $T = 1/f = 125\mu\text{s}$, que es considerablemente superior a la constante de tiempo RC . En particular, durante el medio período que la señal está activa, $T/2 = 62.5\mu\text{s}$, se espera que el capacitor logre cargarse totalmente. De forma similar, durante el período en que la cuadrada vale -3V , el capacitor logra descargarse completamente. Los resultados de la medición se presentan a continuación.

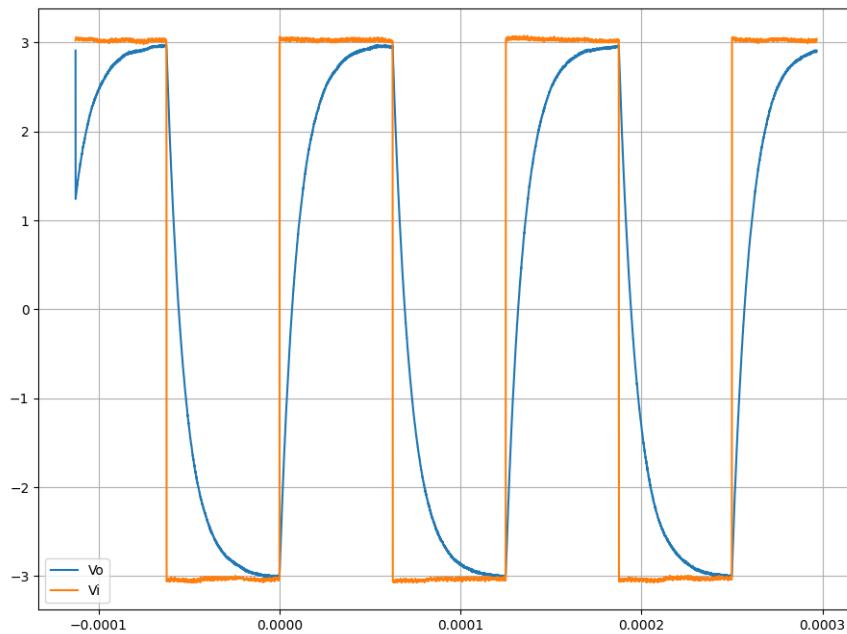


FIGURA 3.5: Medición con señal cuadrada de 8kHz

Notamos que, como se esperaba, el capacitor logra cargarse y descargarse en cada ciclo. El efecto del filtro en los armónicos de alta frecuencia se observa en el hecho de que la señal de salida no sube abruptamente. En una cuadrada, son los armónicos de mayor frecuencia los responsables de la rápida subida del estado de -3V al de $+3\text{V}$ o de la bajada de $+3\text{V}$ a -3V . Filtrados dichos armónicos, la señal de salida pierde esa propiedad y su subida y bajada quedan caracterizadas por las ecuaciones de descarga y carga del capacitor. Siendo que $f_0 = 15,92\text{kHz}$ y $f_s = 8\text{kHz}$, puede graficarse el espectro de la señal cuadrada junto con la respuesta en frecuencia hallada

anteriormente para visualizar cómo el filtro afecta a cada componente de la señal. A continuación se muestran los resultados de dicho gráfico

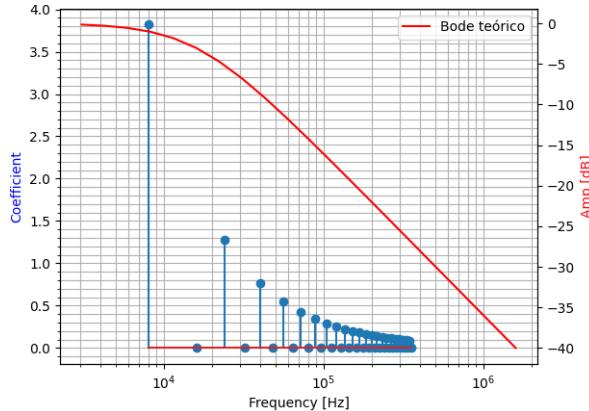


FIGURA 3.6: Efecto del filtro en los armónicos

Como es de esperar en un filtro pasa-bajos, los armónicos de menor frecuencia resultan los menos atenuadas, y los de mayor frecuencia los más afectados por el filtro. En particular, como se mencionó arriba, en este caso sólo el armónico fundamental pasa sin ser atenuado por el filtro, mientras que todos los siguientes resultan atenuados. Las repercusiones de este efecto son las que se detallaron arriba, y la forma exacta en que cada armónico es afectado se calculó en la introducción.

3.2.2. Análisis a bajas frecuencias

Al tratarse de un filtro pasa-bajos, se esperaría que para señales de entrada de frecuencias inferiores a la frecuencia de corte, las respectivas señales de salida sean muy poco atenuadas por el filtro. Desde un punto de vista temporal, lo que se busca es que la señal sea tal que su período T verifique $T > 5RC$ aproximadamente. Esto asegura que el capacitor logré cargarse y descargarse en su totalidad muy rápidamente a lo largo de un período de la señal. En particular, se recuerda que para los valores del circuito bajo análisis, la constante de tiempo del RC es $\tau = 10\mu s$. En este caso, se aplica una señal cuadrada de $6V_{pp}$ con una frecuencia $f = 160\text{Hz}$, i.e. cien veces menor a la frecuencia de corte. Esta señal tiene un período $T = \frac{1}{f} = 6.25ms \gg 5\tau$. Se espera, entonces, que la señal de salida no sufra prácticamente ninguna atenuación.

A continuación se presentan los resultados de la medición.

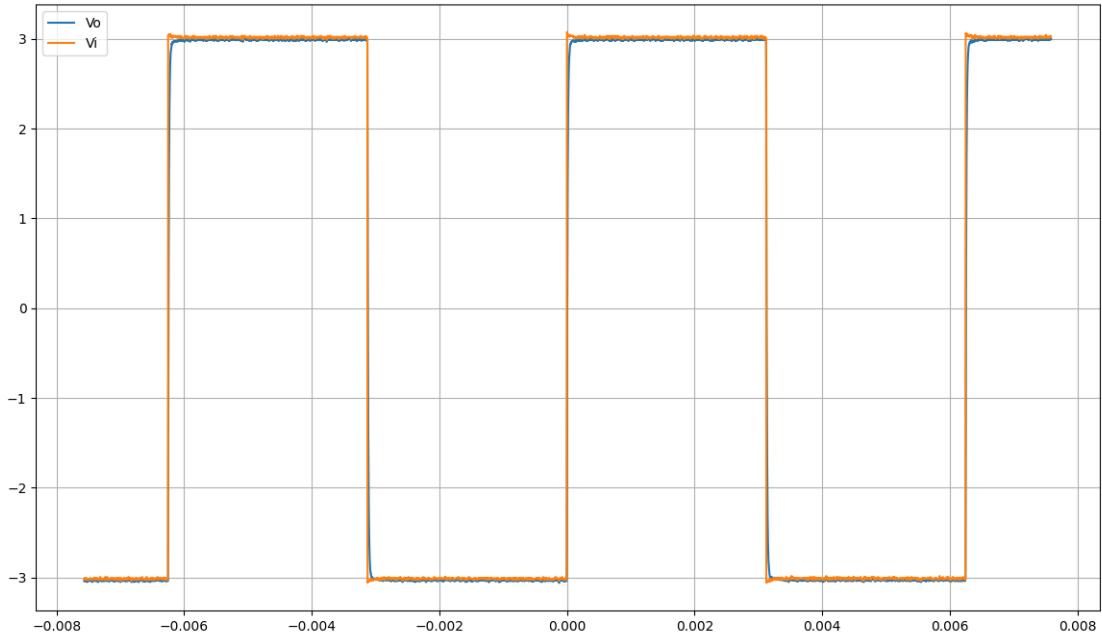


FIGURA 3.7: Medición con señal cuadrada de 160Hz

Se observa que los resultados concuerdan con la teoría. Si bien por supuesto la carga del capacitor no es instantánea, el tiempo de carga y de descarga es mucho menor que medio período de la señal, de donde la salida sigue a la entrada prácticamente durante todo momento.

Finalmente, no será baladí estudiar el comportamiento en baja frecuencia analizando los armónicos de la señal cuadrada hallados con su Serie de Fourier. Para $f = 160\text{Hz}$, se tiene

$$|H(2\pi nf)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (0.0001)^2}} \quad (3.12)$$

Observamos que para valores pequeños de n , la atenuación es prácticamente nula. Recordando que los primeros armónicos son los que más peso tienen en la señal, es válido concluir que el efecto del filtro sobre la misma es insignificante

3.2.3. Análisis a altas frecuencias

Por último se estudió el comportamiento del filtro para altas frecuencias. En la introducción teórica de esta sección se mencionó cómo para altas frecuencias la transferencia del filtro representa una integral en el dominio de Laplace. Un análisis temporal permite corroborar este resultado; antitransformando la función transferencia se obtiene que

$$V_{out}(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t V_{in}(\tau) d\tau \quad (3.13)$$

Suponiendo que el capacitor está inicialmente descargado.

También se puede realizar una interpretación física de este fenómeno. Consideraremos nuevamente el circuito en la figura 3.1. La corriente que circula a través del capacitor y la resistencia es la

misma, y de la teoría del electromagnetismo se encuentra que

$$i = i_c = C \frac{dV_c}{dt} \quad (3.14)$$

Además, resulta sencillo al aplicar un análisis de malla observar que

$$i = \frac{V_{in} - V_{out}}{R} \quad (3.15)$$

Consideremos entonces una señal de entrada de muy baja frecuencia (i.e. de un período $T > 5RC$ aproximadamente), en este caso, el capacitor podrá cargarse en su totalidad, comportándose efectivamente como una llave abierta frente a la corriente al llegar a su máxima capacidad de carga, de donde en ese caso $i = 0$ y necesariamente $V_{in} = V_{out}$. (otra forma de visualizarlo es que si la señal es de baja frecuencia, su variación en el tiempo es relativamente lenta y $\frac{dV_c}{dt} \approx 0$). Por otro lado, para una señal de alta frecuencia, el capacitor no llega a cargarse antes de la finalización del ciclo. Para estos casos, frente a la corriente el capacitor actúa prácticamente como un cortocircuito y se tiene que $i \rightarrow \frac{V_{in}}{R}$, de donde $V_{out} = 0$. (O bien, para altas frecuencias $\frac{dV_c}{dt}$ crece muy rápidamente, de donde i alcanza también muy rápidamente su valor máximo y toda la tensión de entrada cae en R .)

Se excitó al circuito con una señal cuadrada de $6V_{pp}$ con una frecuencia $f = 160kHz$, esto es diez veces la frecuencia del corte del filtro. Luego se repitió el ensayo con una señal senoidal de $160kHz$. A continuación se presentan los resultados de esta medición.

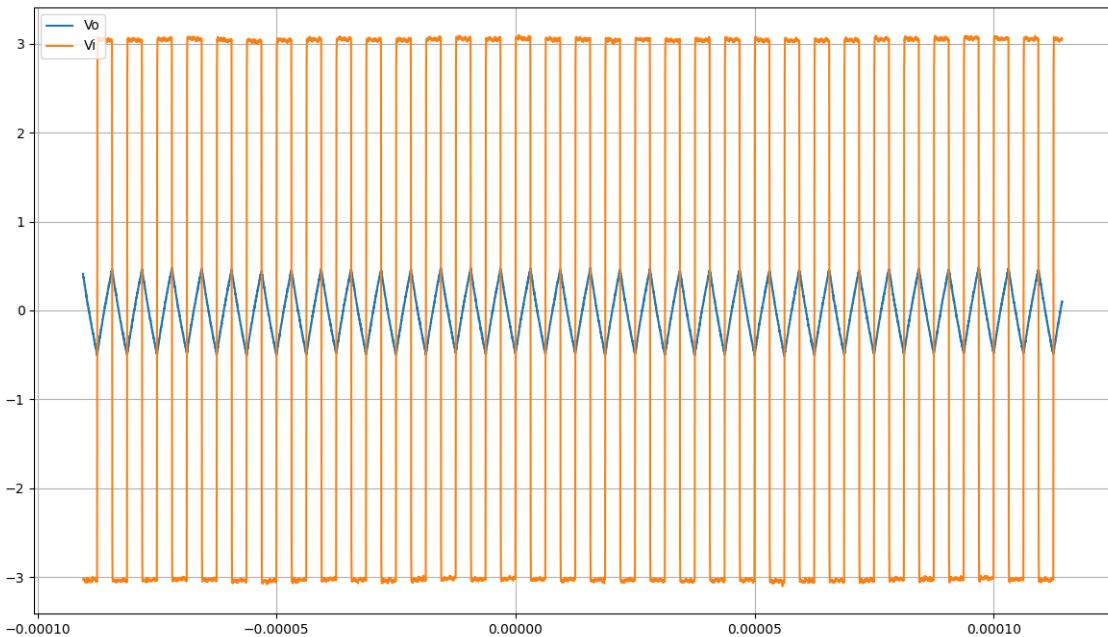


FIGURA 3.8: Medición con señal cuadrada de 160kHz

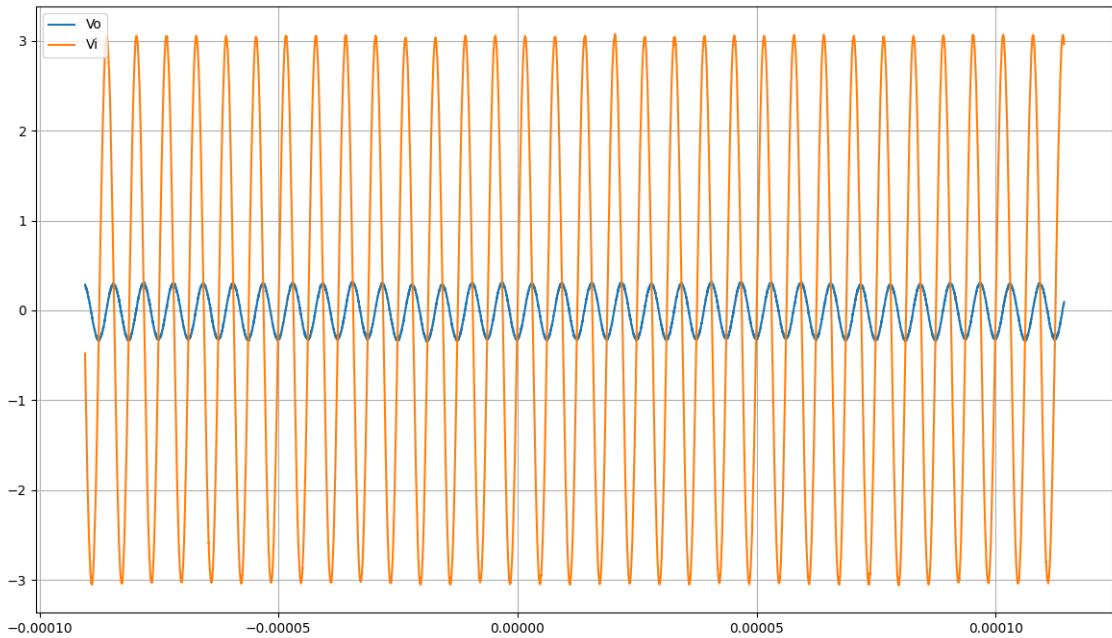


FIGURA 3.9: Medición con señal senoidal de 160kHz.

Se observa que en el primer caso la salida es una señal triangular, que efectivamente es la integral de la señal cuadrada. Por lo tanto, en un principio se podría decir que el sistema efectivamente puede funcionar como integrador. Al excitar al circuito con una senoidal de frecuencia $f = 160\text{kHz}$, la salida nuevamente corresponde a una senoidal (más específicamente, si la señal de entrada es un seno, la de la salida será de la forma -coseno, que efectivamente corresponde a lo que se observa en el gráfico), con una amplitud mucho menor debido a la alta atenuación que el filtro presenta a las señales de alta frecuencia.

No obstante, si bien no se observó en este caso, es interesante destacar que usualmente, en este tipo de filtros, en altas frecuencias los efectos del ruido ya no son despreciables. En efecto, si bien matemáticamente la señal de salida es una senoidal (suponiendo una entrada de este mismo tipo), a dicha senoidal habría que sumarle las señales aleatorias de ruido inherentes al dispositivo, que ocasionan la pérdida de su forma. Esto ocurre debido al hecho de que, al estar tan atenuada la señal de salida, su amplitud puede ser comparable a la del ruido del sistema. Por lo tanto, se concluye que si bien como predice la teoría el circuito puede usarse como integrador, en la práctica el efecto pasa-bajos genera que el ruido afecte mucho a la señal de salida, muy posiblemente perdiendo información de la misma. En este caso, para las frecuencias analizadas se ve que el ruido presente en el dispositivo de Diligent es despreciable frente a las amplitudes de la señal de salida.

3.3. Conclusión

A lo largo de este ejercicio se ensayaron los efectos de un filtro relativamente simple a señales de distintas frecuencias, alrededor de la frecuencia de corte, muy por debajo de la misma, y muy por encima de la misma. Los resultados coincidieron con lo predicho por la teoría y lo evidenciado en la simulación. Se logró ganar experiencia en el manejo de los componentes físicos, al igual que en la

construcción de circuitos en protoboard. También se aplicó el análisis tanto en tiempo y frecuencia (Fourier), a la señal, y se evidenció la validez de los mismos con los resultados obtenidos