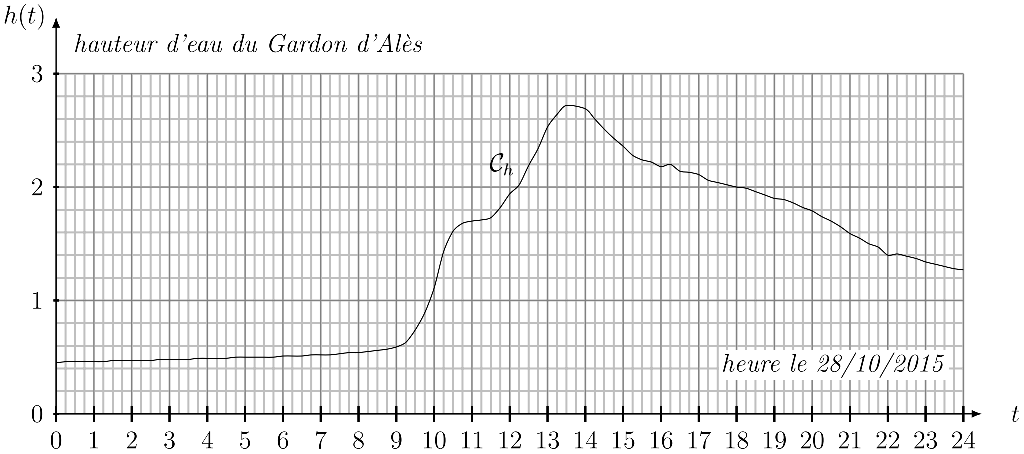
Exercice 1 Reprenons la fonction h évoquée dans l'activité



1. Résoudre graphiquement $h(t) > 2$.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de 2 par h.
3. Déterminer graphiquement $h(22)$.
4. Déterminer graphiquement le maximum de la fonction h et la valeur de t pour laquelle on l'obtient.
5. Déterminer graphiquement les valeurs de t pour lesquelles la fonction h est croissante et celles où la fonction h est décroissante.
6. Exprimer les réponses de la question précédente sous forme d'intervalles de valeurs de t.
7. Pour chacune des questions précédentes, exprimer en langage courant ce qui est demandé.
8. Répondre maintenant aux questions de 1. à 6.

Exercice 2

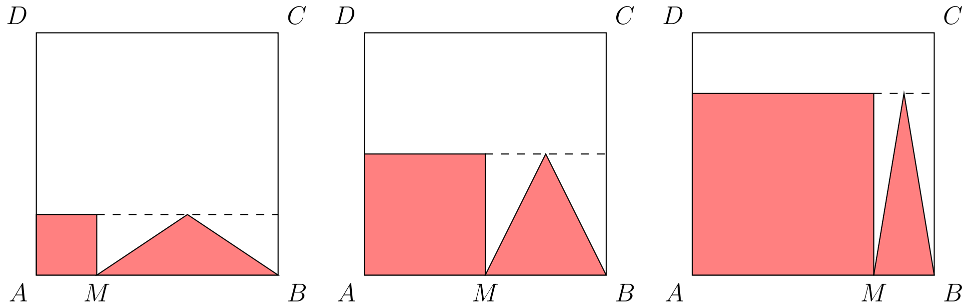
Soient f et g deux fonctions affines : $f(x) = x - 2$ et $g(x) = -2x + 1$

1. Résoudre $x - 2 = -2x + 1$.
2. Tracer f et g dans un repère d'unité 1 cm. $x \in [-1\ ;\ 2]$,$y \in [-3\ ;\ 3]$
3. Que signifie $f(x) = g(x)$?
4. Que signifie $f(x) \geqslant g(x)$?

Exercices 3 à 7

Le carré $ABCD$ a un côté de longueur 8 cm.
M est un point du segment $[AB]$.
On dessine dans le carré $ABCD$:
- Un carré de côté $[AM]$
- Un triangle isocèle de base $[MB]$ et dont la hauteur a même mesure que le côté $[AM]$ du carré.

Trois dessins sont proposés pour trois positions différentes du point M.



Exercice 3 Dans quelle situation a-t-on l'aire du triangle la plus grande ?

Exercice 4 Dans quelle situation l'aire du carré est égale à celle du triangle ?

Exercice 5 Dans quelle situation l'aire du motif est elle égale à la moitié de celle de ABCD ?

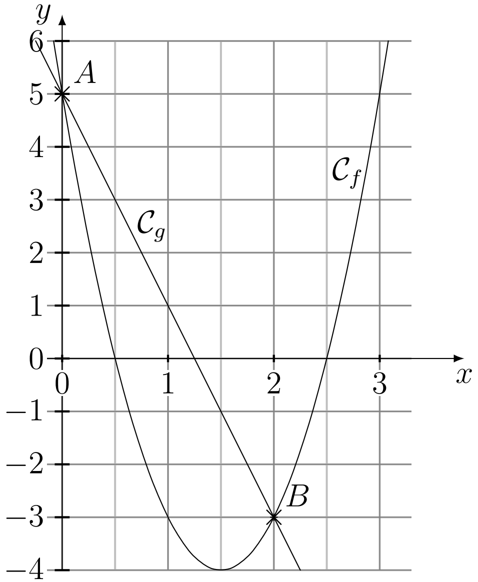
Exercice 5' Dans quelle situation l'aire du motif est elle égale au quart de celle de ABCD ?

Exercice 6 Dans quelle situation a-t-on l'aire du triangle supérieure à la moitié de celle du carré ?

Exercice 7 Comment évolue l'aire du motif en fonction de AM ?

Exercice 7' Comment évolue l'aire du motif en fonction de MB ?

Exercice 8



Résoudre

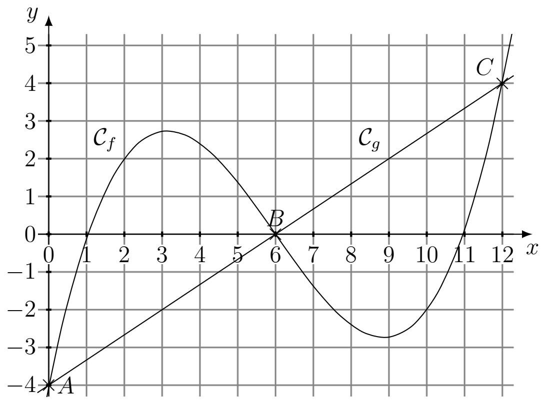
1. $f(x) = 0$
2. $f(x) \leqslant 0$

3. $f(x) = 5$
4. $f(x) \leqslant 5$

5. $f(x) = g(x)$
6. $f(x) \leqslant g(x)$

7. $0 \leqslant f(x) \leqslant 5$
8. $-3 \leqslant f(x) \leqslant 0$

Exercice 9



1. Dresser le <u>tableau de variation</u> de f pour $x \in [0\ ;\ 12]$.

2. Dresser le <u>tableau de signes</u> de g pour $x \in [0\ ;\ 12]$.

3. Entourer la bonne solution sur chaque ligne du tableau.

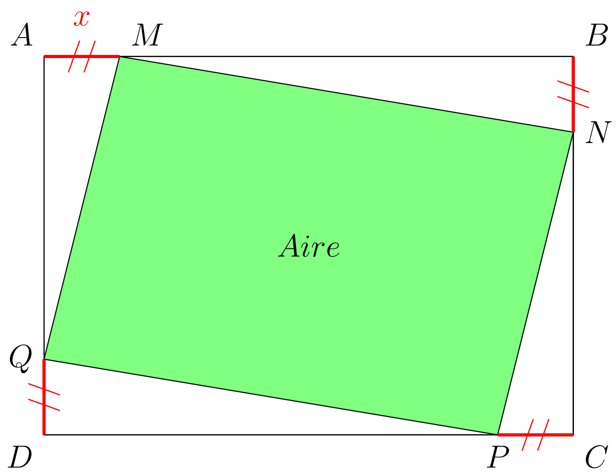
$f(x) \leqslant g(x)$ pour $x \in [0\ ;\ 6]$	$f(x) \leqslant g(x)$ pour $x \in [6\ ;\ 12]$
$f(x) \geqslant 0$ pour $x \in [1\ ;\ 6]$	$f(x) \geqslant 0$ pour $x \in [6\ ;\ 11]$
$f(x) \geq qslant0$ pour $x \in [6\ ;\ 11]$	$f(x) \leqslant 0$ pour $x \in [0\ ;\ 1] \cup [6\ ;\ 11]$

Exercice 10

On considère le quadrilatère tournant vu lors d'une activité :

$ABCD$ représente une feuille au format $A4$ c'est-à-dire un rectangle de côtés $AB = 29{,}7cm$ et $BC = 21cm$.
On place M sur $[AB]$.
On place ensuite N sur $[BC]$, P sur $[CD]$ et Q sur $[DA]$ tels que :
$AM = BN = CP = DQ$

On pose x la longueur AM.



1. Montrez que les triangles AMQ et CPN sont identiques.
2. De même pour les triangles BNM et DQP.
3. Déterminez l'aire totale de la surface recouverte par les 4 triangles précédents.
4. Faites une phrase qui décrit le fait que l'aire verte peut s'écrire comme une fonction de x dont on précisera le domaine de définition.
5. Montrez que cette fonction a pour expression :

$$a(x) = 2x^2 - 50{,}7x + 623{,}7$$

6. Déterminez le minimum de cette fonction par le moyen de votre choix : lecture graphique, approximation par différents essais. . .

Exercice 11 Abonnement à la piscine

Anna, Tom et John veulent aller à la piscine cette année. La piscine qu'ils ont choisie propose les tarifs suivants :

Tarif 1 L'entrée à 3,50 €.

Tarif 2 Un abonnement de 50 € donnant accès à la salle + 2 € par entrée.

Tarif 3 Un abonnement de 180 € pour un accès illimité pendant un an.

Ils ont tous les trois une pratique différente et plus ou moins intense de la natation. On se propose de leur indiquer quel est l'abonnement le plus avantageux pour chacun d'entre eux en fonction de leur fréquentation de la piscine. Tom estime qu'il ira environ 2 fois par mois à la piscine. Anna compte se rendre à la piscine une fois par semaine. Pour maintenir son niveau national, John ira au moins deux fois par semaine.

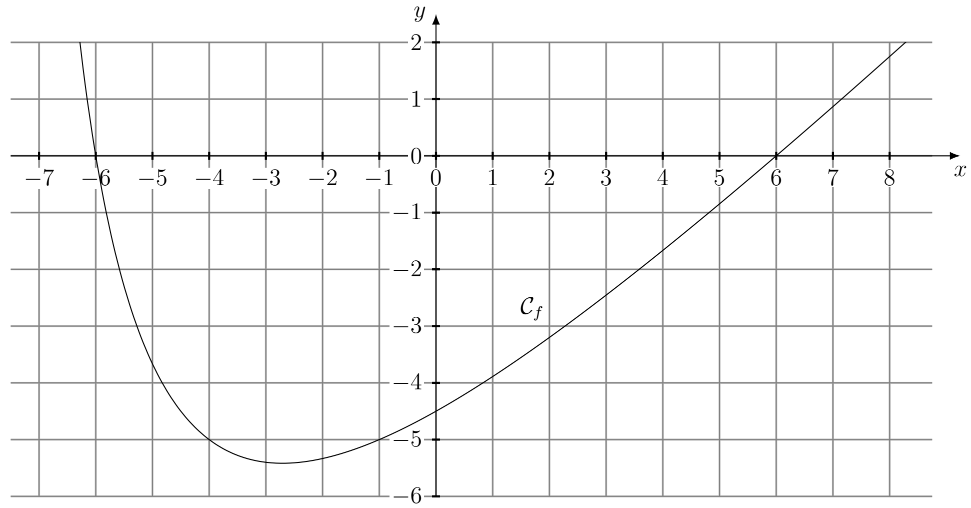
1) Quel est le prix pour 20 entrées dans les trois cas ?
2) Exprimer les fonctions $f_1(x)$, $f_2(x)$ et $f_3(x)$ qui représentent respectivement le prix à payer en fonction de $x =$ « nombre de séances » avec les tarifs 1, 2 et 3.
3) Reproduire et remplir le tableau suivant avec le prix à payer en fonction du nombre d'entrées pour chaque tarif.

Nombre d'entrées	10	20	30	40	50
Prix 1					
Prix 2					
Prix 3					

4) Tracer la représentation graphique des fonctions $f_1(x)$, $f_2(x)$ et $f_3(x)$. **Attention aux unités !** On prendra 2 $cm = 10$ entrées sur l'axe des abscisses et 1 $cm = 20$ € sur l'axe des ordonnées ou on pourra utiliser le repère fourni par le professeur.
5) Lire graphiquement :
   (a) l'image de 24 par f_1
   (b) l'image de 24 par f_2
   (c) l'image de 24 par f_3
   (d) $\Longrightarrow$ Quel est le tarif le plus intéressant pour 24 entrées ?
6) $f_1(x) = 70$
   (a) Mathématiquement, x est l'**antécédent** de 70.
   Résoudre graphiquement $f_1(x) = 70$.
   (b) Que représente concrètement x dans ce cas ?
7) Résoudre graphiquement $f_1(x) = f_2(x)$.
8) Déterminer quels tarifs doivent choisir Anna, Tom et John.

Exercice 12 On appelle h la fonction représentée graphiquement ci-dessous. Résolvez graphiquement :

1. $h(x) \leqslant 0$
2. $h(x) \leqslant -5$
3. $-5 \leqslant h(x) \leqslant 0$
4. Tracez la droite $d(x) = -x - 6$
5. Résolvez $h(x) \leqslant d(x)$



Exercice 12' On s'intéresse à la fonction h représentée ci-dessous

1. Peut-on dresser le tableau de signes de cette fonction sur $\mathbb{R}$ à l'aide de la courbe représentative dont on dispose à l'exercice précédent ?
2. Cette fonction a pour expression $h : x \mapsto \dfrac{(x+6)(x-6)}{x+8}$
   Dressez les tableaux de signes de la fonction h pour $x \in [-7{,}20]$, puis pour $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 13

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^2 + 24x + 35$ (**Expression 1**)

On donne d'autres expressions possibles de la fonction f :

Expression 2 $4(x+3)^2 - 1$

Expression 3 $(2x+5)(2x+7)$

1. En développant les expressions 2 et 3, vérifier que toutes deux représentent bien la fonction f.
2. Dans chaque situation proposée ci-dessous, en choisissant l'expression la plus appropriée, répondre à la question posée :
   (a) Déterminer l'image par f de -1.
   (b) Déterminer $f(-3)$.
   (c) Déterminer les antécédents de 35.
   (d) Déterminer l'image de $\sqrt{2}$.
   (e) Déterminer les antécédents de -1.

Exercice 13'

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2x^2 + 7x - 4$ (**Expression 1**)

On donne d'autres expressions possibles de la fonction g.

1. Parmi les expressions suivantes indiquer en justifiant par un développement celles qui représentent aussi la fonction g.

   Expression 2 $(2x-1)(x+4)$

   Expression 3 $(2x-1)(x+1) + 3(2x-1)$

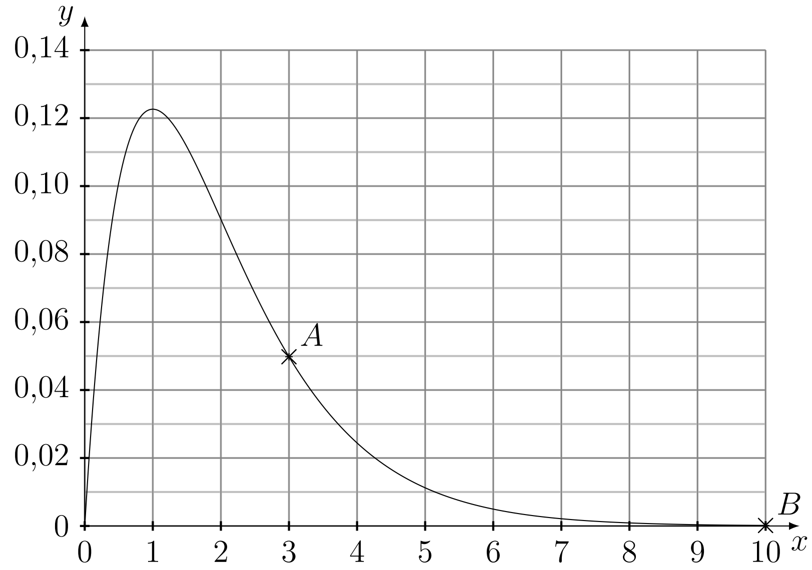
   Expression 4 $2(x+3)^2 - 3x - 22$
2. Dans chaque situation proposée ci-dessous, en choisissant l'expression la plus appropriée qui est effectivement une expression de $g(x)$, répondre à la question posée :
   (a) Déterminer l'image par g de -1.
   (b) Déterminer $g(-4)$.
   (c) Déterminer les antécédents de 0 pour la fonction g.
   (d) Déterminer l'image de $\sqrt{2}$ par la fonction g.

Exercice 14

On appelle g la fonction représentée ci-dessous.

Les propositions suvantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Quel que soit x appartenant à $[0{,}10]$, le nombre $g(x)$ est positif ou nul. [1]
2. Quel que soit x appartenant à $[0{,}10]$, $g(x)$ est plus grand que 1.
3. $g(3) \geqslant 0{,}04$
4. $g(2) \geqslant 0{,}1$
5. $g(2) \geqslant g(1)$



Ensuite,

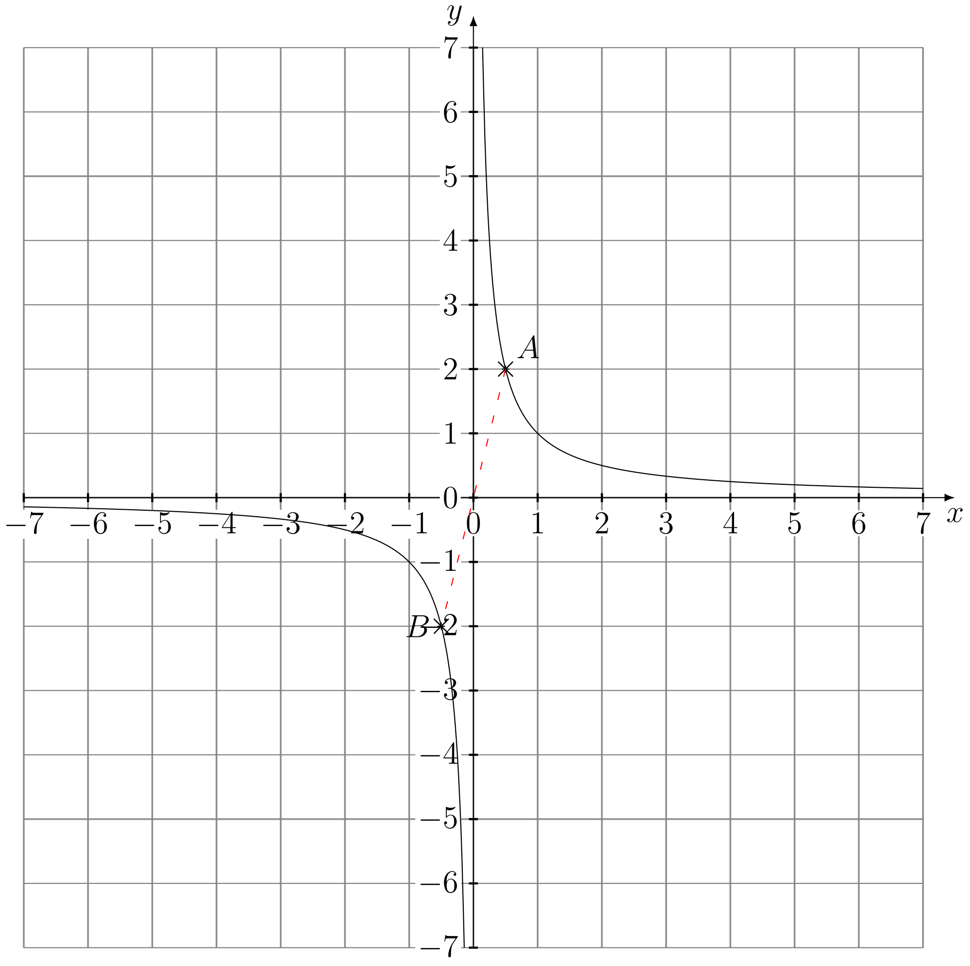
6. Tracez la droite $\mathcal{D}$ passant par les points A et B, elle coupe la courbe représentative de g en C.
7. On notera $C\,(c,\, g\,(c))$, déterminez l'intervalle sur lequel la fonction g est au dessus de la droite $\mathcal{D}$.
8. Déterminez l'intervalle (ou la réunion d'intervalles) sur lequel (laquelle) la fonction g est au dessus de la droite $\mathcal{D}$.
9. Déterminez l'expression de la fonction affine d en fonction de x représentée par la droite $\mathcal{D}$.

1. **Remarque** Cette proposition pourrait s'écrire comme ceci en langage mathématique : $\forall x \in [0{,}10], \quad g(x) \geqslant 0$

Exercice 15 Soit f la fonction représentée ci-dessous.[1]
L'expression de f est la suivante, $f : x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

Soient A et B deux points appartenant à la représentation graphique de f et tels que leurs abscisses soient opposées.

1. Émettre une conjecture sur les coordonnées du milieu de $[AB]$.
2. La démontrer.



1. La fonction f porte le nom de fonction inverse que l'on étudiera plus en détails plus tard

Problème 1

Vous travaillez pour le service de R&D d'une célèbre enseigne, spécialiste des aliments conditionnés en conserve. Vous êtes en charge de la conception d'une nouvelle boîte de conserve pour conditionner ses petits pois. Le cahier des charges est le suivant.

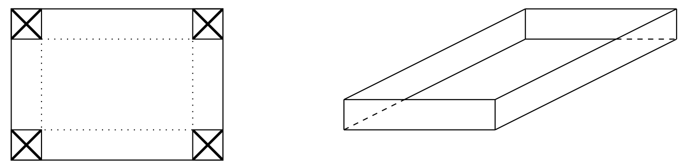
Vous devez respecter 3 conditions :

1. La boîte doit être cylindrique,
2. La boîte doit contenir $1L$,
3. Le matériau de construction de la boîte n'ayant aucun intérêt pour l'achat que veut réaliser le consommateur (il veut juste manger des petits pois !), il vous faut utiliser le moins de matière possible pour réaliser cette boîte.

Au travail !

Problème 2 Je souhaite réaliser une boîte (sans couvercle) de volume maximal avec une feuille $A4$ en suivant les étapes suivantes. Aidez-moi !

1. Prenez une feuille $A4$
2. Ôtez les coins
3. Pliez selon les pointillés




y
195
180
165
150
135
120
105
90
75
60
45
30
15
0
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
95
100
x

Savoirs mis en jeu dans la série d'exercices

Exercice 1

1. Résoudre graphiquement $h(t) > 2$.
2. Déterminer graphiquement les antécédents de 2 par h.
3. Déterminer graphiquement $h(22)$.
4. Déterminer graphiquement le maximum de la fonction h et la valeur de t pour laquelle on l'obtient.
5. Déterminer graphiquement les valeurs de t pour lesquelles la fonction h est croissante et celles où la fonction h est décroissante.
6. Exprimer les réponses de la question précédente sous forme d'intervalles de valeurs de t.
7. Pour chacune des questions précédentes, exprimer en langage courant ce qui est demandé.
8. Répondre maintenant aux questions de 1. à 6.

Exercice 2

1. Résoudre $x - 2 = -2x + 1$.
2. Tracer f et g dans un repère d'unité 1 cm. $x \in [-1\ ;\ 2]$,$y \in [-3\ ;\ 3]$
3. Que signifie $f(x) = g(x)$?
4. Que signifie $f(x) \geqslant g(x)$?

Exercice 3

Exercice 4

Exercice 5

Exercice 5'

Exercice 6

Exercice 7

Exercice 7'

Exercice 8

Exercice 9

Exercice 10

Exercice 11

Exercice 12

Exercice 12'

Exercice 13

Exercice 13'

Exercice 14

Exercice 15

Problème 1

Problème 2