percepção

MAC318 - Introdução à Programação de Robôs Móveis

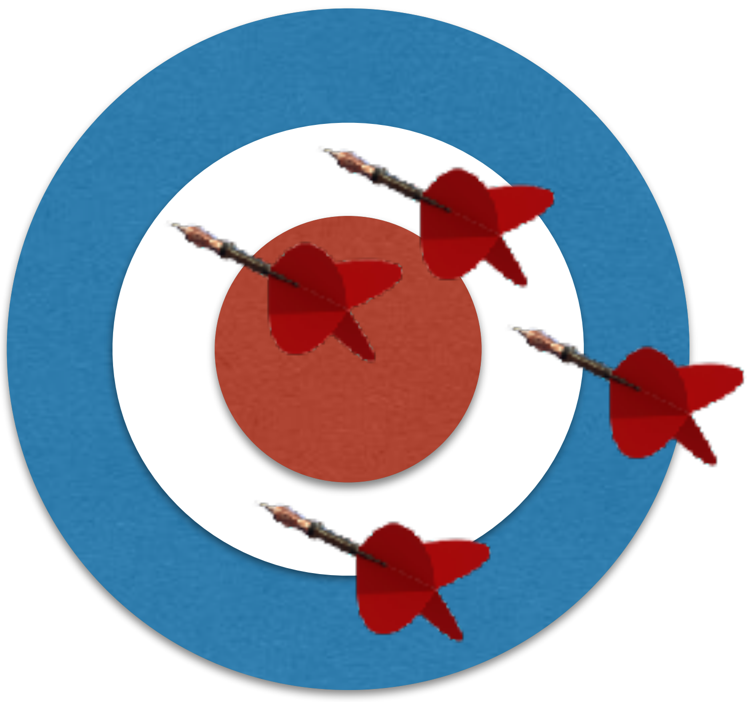
parte 3

incerteza é prevalente

- Ruído
    - Medidas imprecisas e pouco confiáveis
- Observabilidade parcial
    - Estado completo do mundo desconhecido
- Ação
    - Resultados podem ser inesperados ou não determinísticos

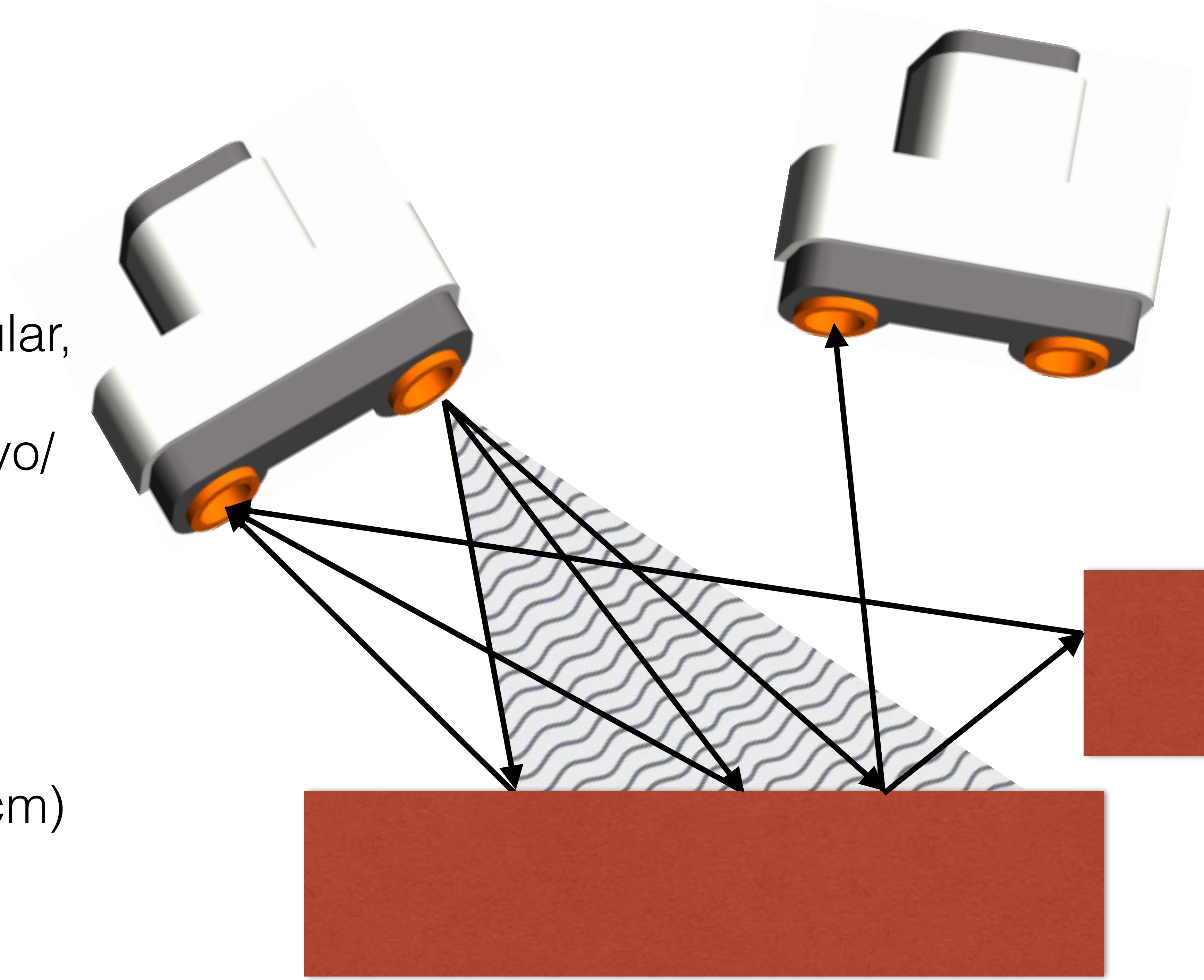
tipos de incertezas

- Percepção: diferença entre valor real e valor medido / estimado
- Ação: diferença entre resultado pretendido e resultado obtido
- Erro sistemático
  - podem a princípio serem reduzidos
- Erro aleatório
  - não podem ser reduzidos



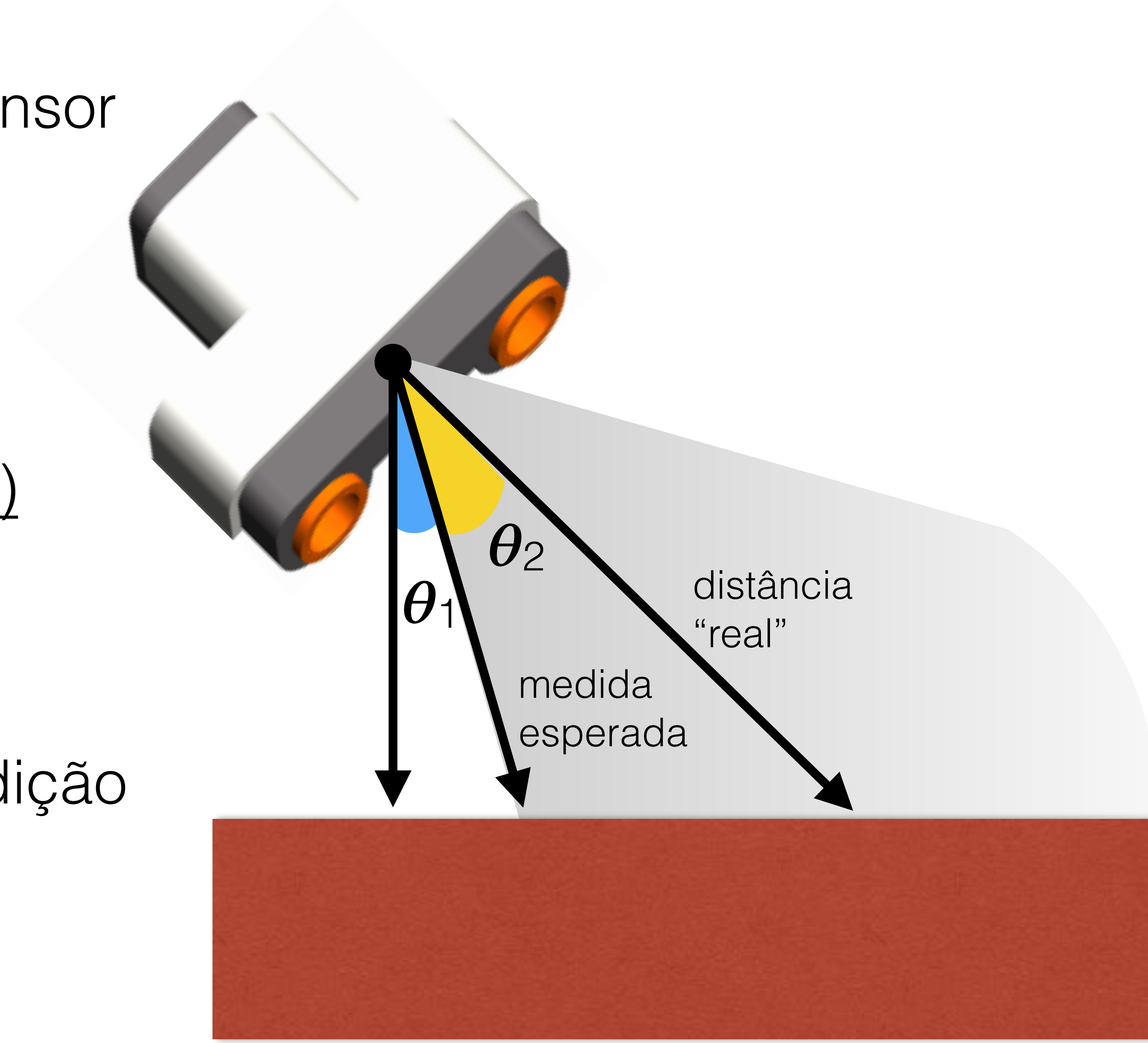
sensor de distância ultrassônico
modelo de raio

- Erros sistemáticos
  - cone de dispersão
  - ecos, reflexão especular, tempo de resposta, velocidade relativa alvo/robô, temperatura, superfície etc.
- Erros aleatórios
  - ruído (imprecisão ±3cm)
  - imprecisão do mapa



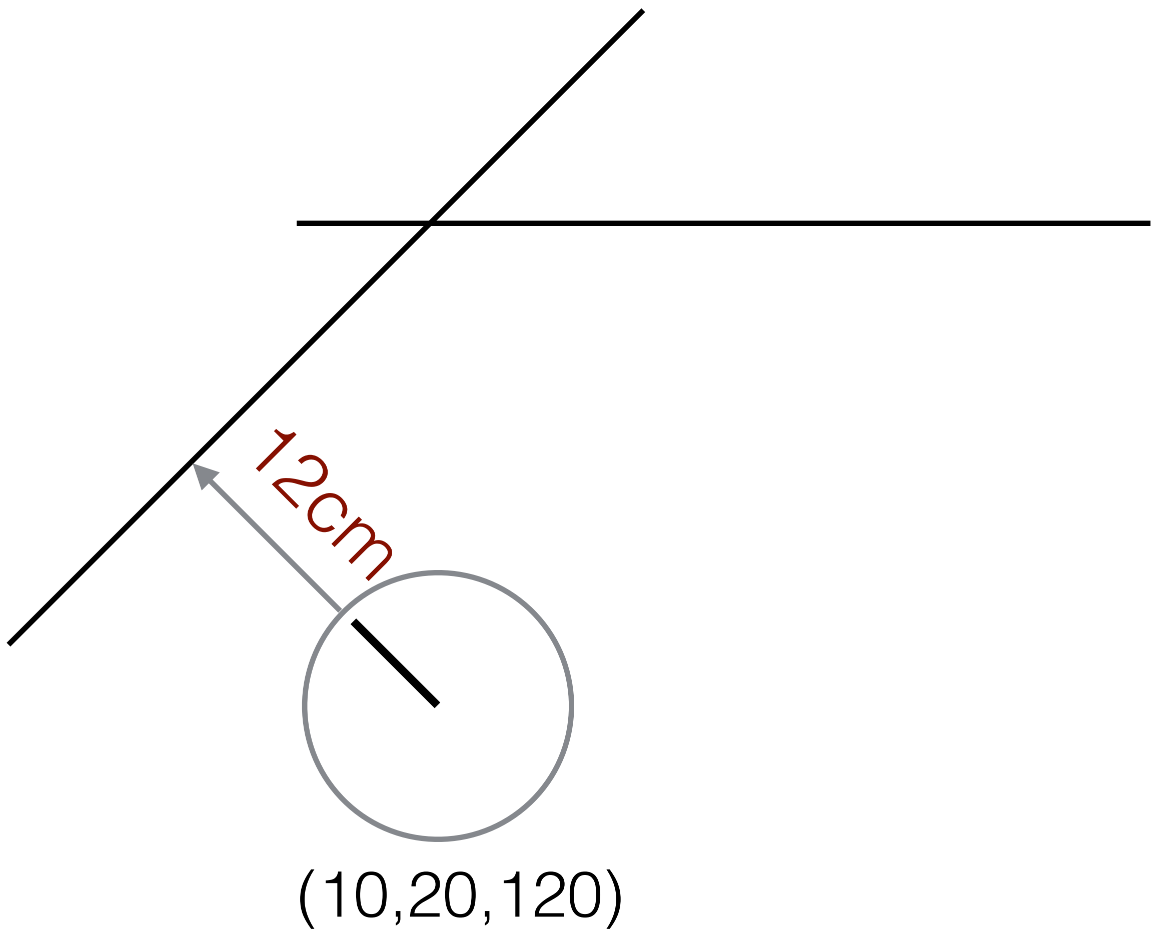
sensor de distância ultrassônico
modelo de raio

- Cone de dispersão
  - posicionado no eixo do sensor na parte cinza
  - em geral, $10^o \leq \boldsymbol{\theta}_2 \leq 25^o$
- distância = $\dfrac{\text{medida} \times \cos(\boldsymbol{\theta}_1)}{\cos(\boldsymbol{\theta}_1 + \boldsymbol{\theta}_2)}$
- reflexão especular: sem medição se ângulo de incidência for superior a $2\boldsymbol{\theta}_2$



mapas de linhas

- distância até objeto mais próximo em uma dada pose pode ser obtida pelo método range da classe LineMap

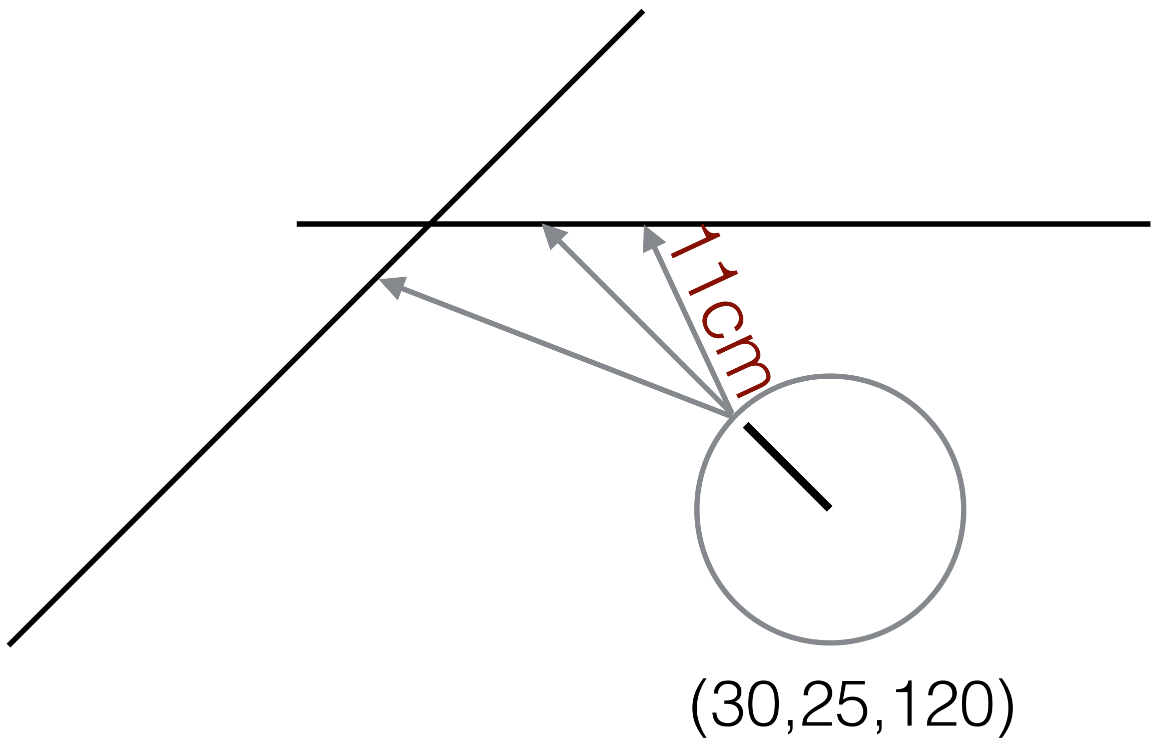



```
Line[] lines = {  new Line(x11,y11,x12,y12),  new Line(x21,y21,x22,y22)  };
Rectangle bounds = new Rectangle(0, 0, largura, altura);
LineMap mymap = new LineMap(lines, bounds);

Pose mypose = (10, 20,120);
mymap.range(pose);                    // retorna 12
```

cálculo da medida esperada

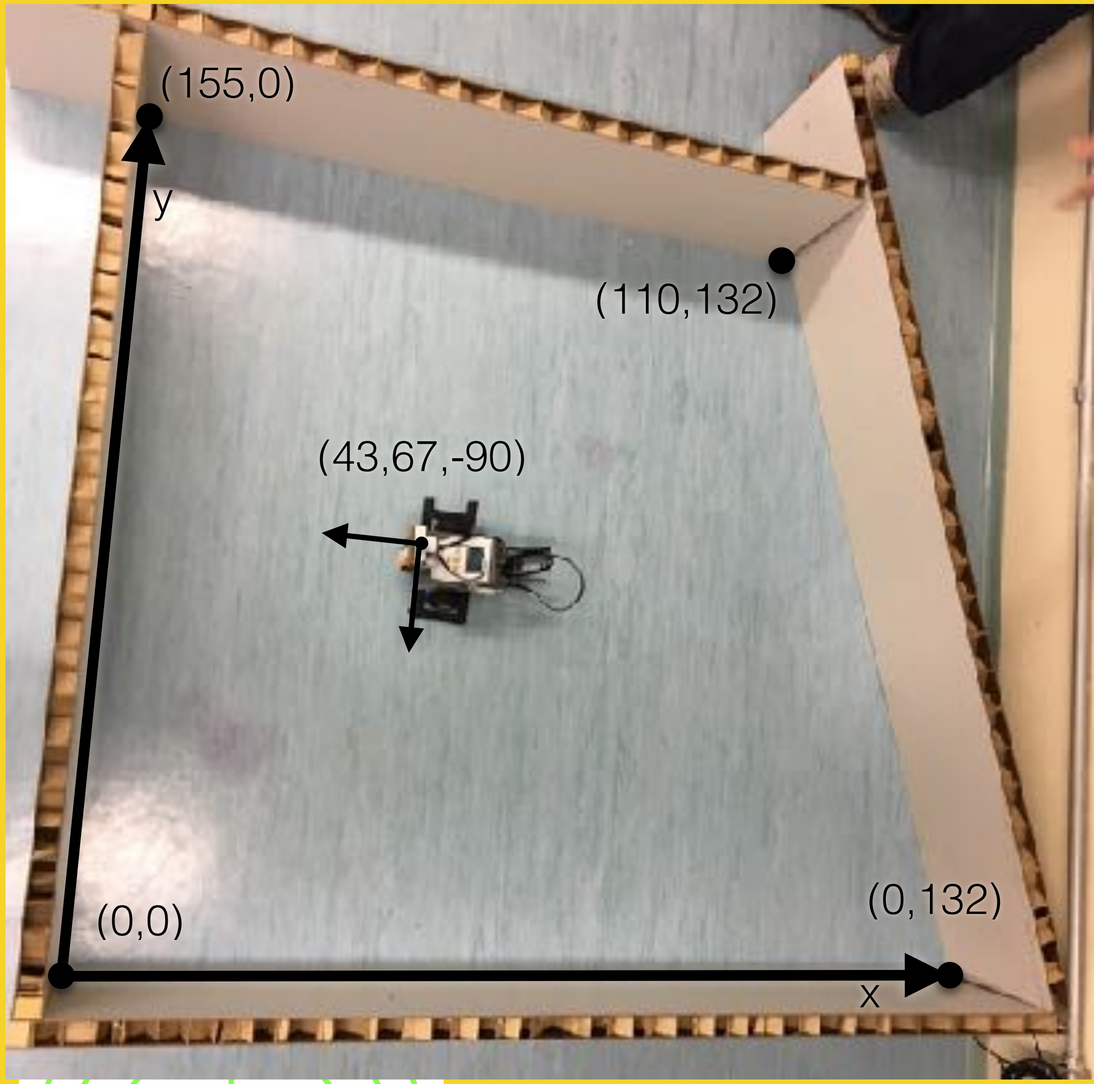
- valor esperado da medida do sonar pode ser calculado “simulando” cone de dispersão

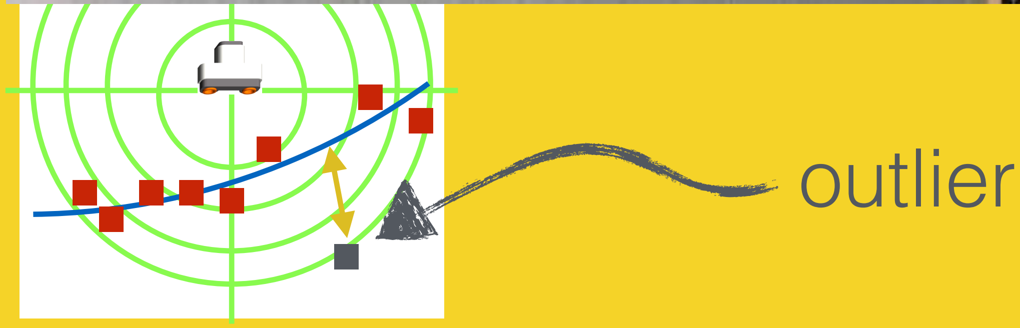



```
Pose tmppose = (30, 25, 120);
float esperado = Float.POSITIVE_INFINITY;
for (int angulo=-teta2; angulo <= teta2; angulo++) {
  tmppose.setHeading(mypose.getHeading() - angulo);
  float dist = mymap.range(tmpPose);
  if (dist > 0 && dist < esperado) esperado = dist;
} // esperado = 11
```

atividade 1: modelo de raio

- baixa código com modelo de raio para sonar
  - dados pose do sonar, mapa de linhas, ângulo θ_2, computar medida esperada
- usar código para estimar valor de θ_2
  - fazer uma varredura na pose (43,67,-90) e escolher ângulo θ_2 que minimiza erro quadrático médio no intervalo [10,25]
- escrever código que desenha **mapa local esperado** na interface do sonar

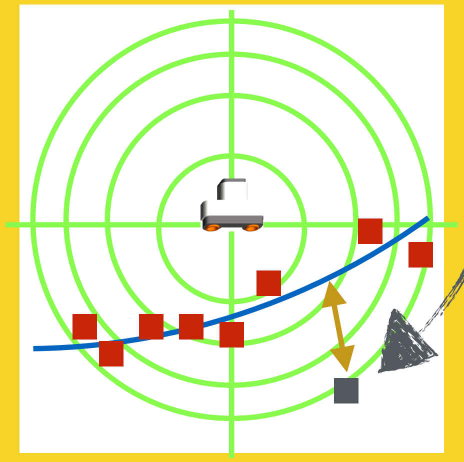




atividade 1: modelo de raio

pose	esperado	medido	erro	erro quadrático
(70,20,0)	19.5	19	0.5	0.25
(70,20,2)	19.8	18	-1.8	3.24
(70,20,4)	20.6	20	0.6	0.36
(70,20,6)	21.0	23	2	4
(70,20,8)	21.4	55	33.6	1128.2

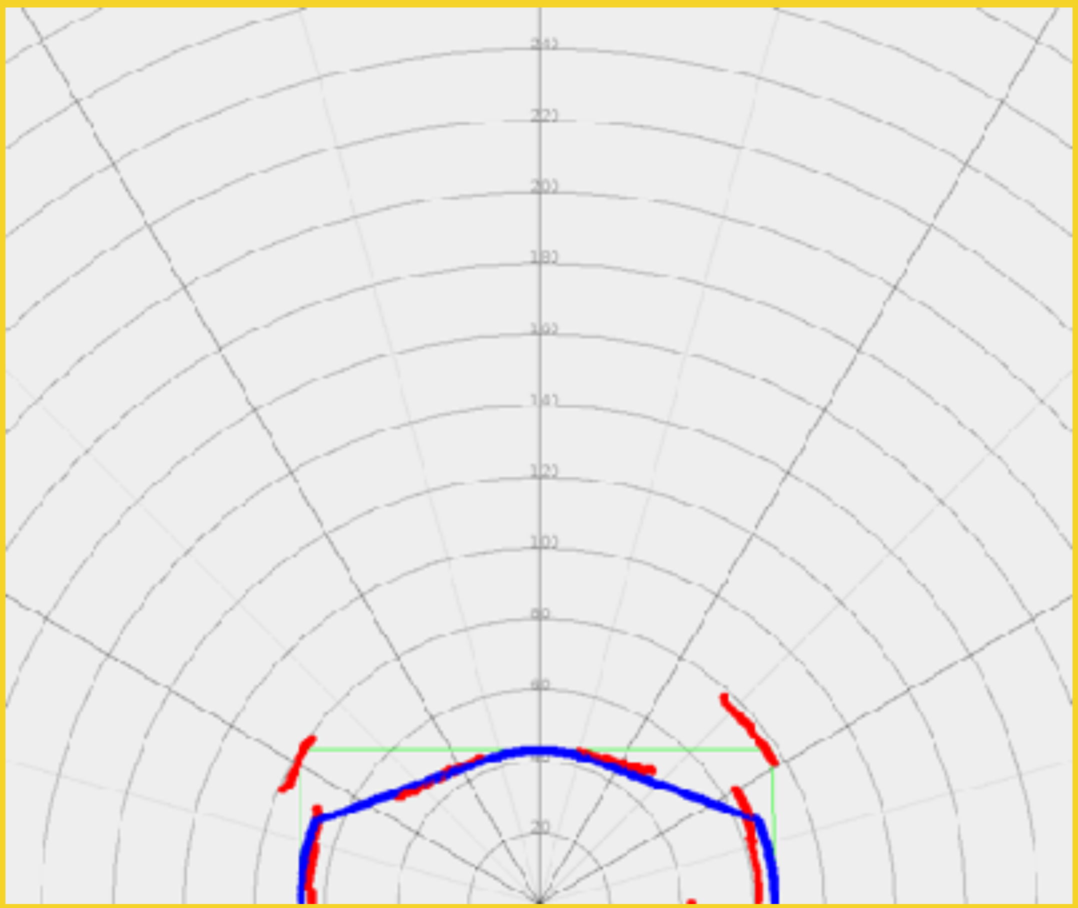
descartar

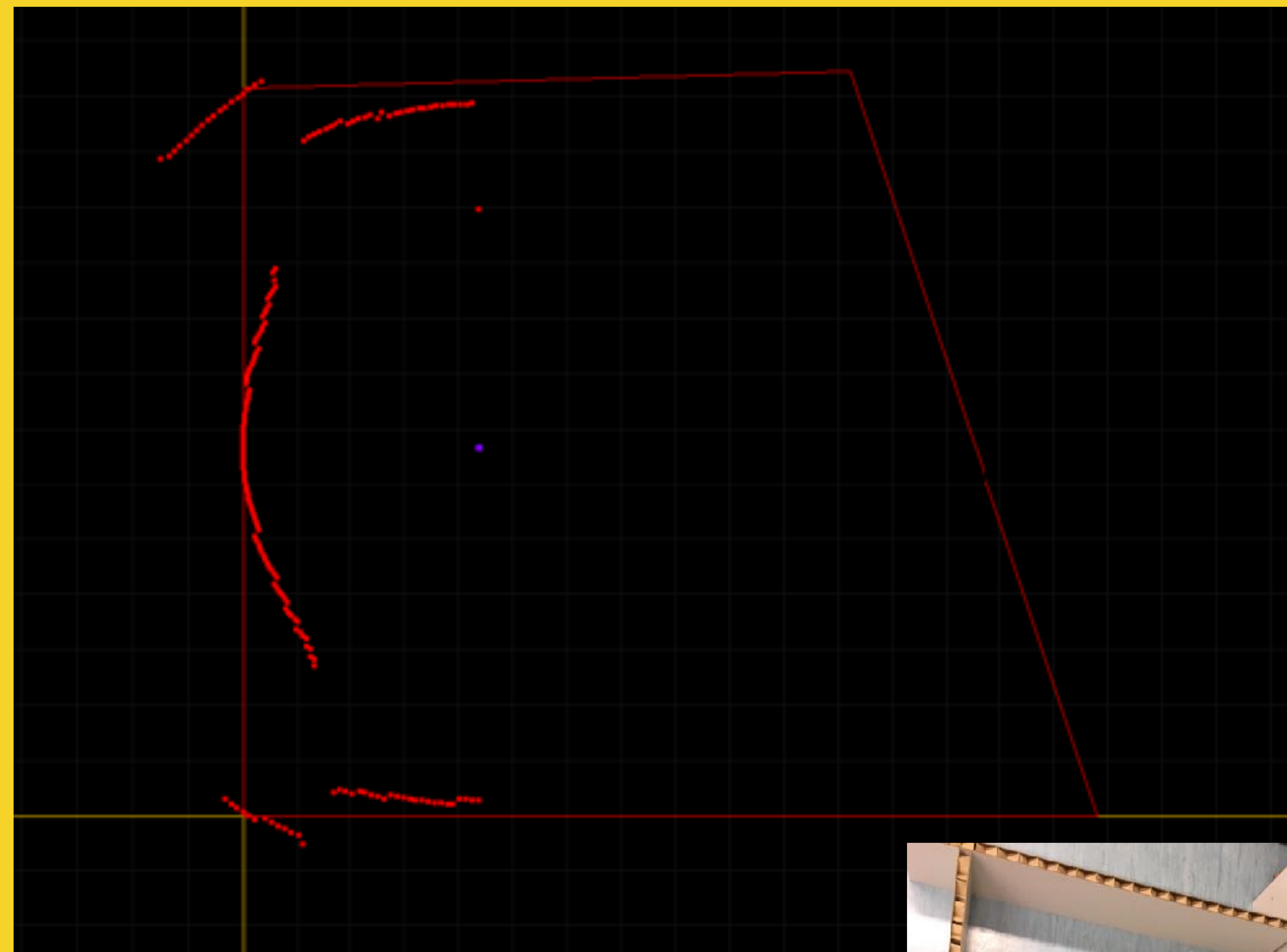


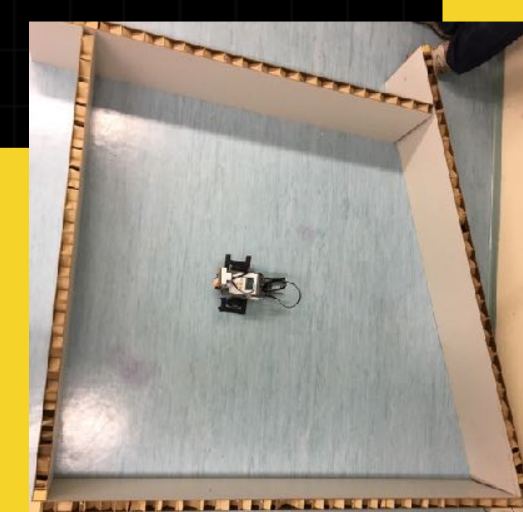
atividade 1: modelo de raio

- entregar relatório contendo
  - gráficos mostrando erro quadrático para cada valor de θ_2 testado
  - discussão sobre possíveis pontos descartados
    - sugestão: erro absoluto maior que 10 cm
  - gráfico mostrando mapa local esperado para θ_2 escolhido e medidas tomadas

atividade 1: modelo de raio

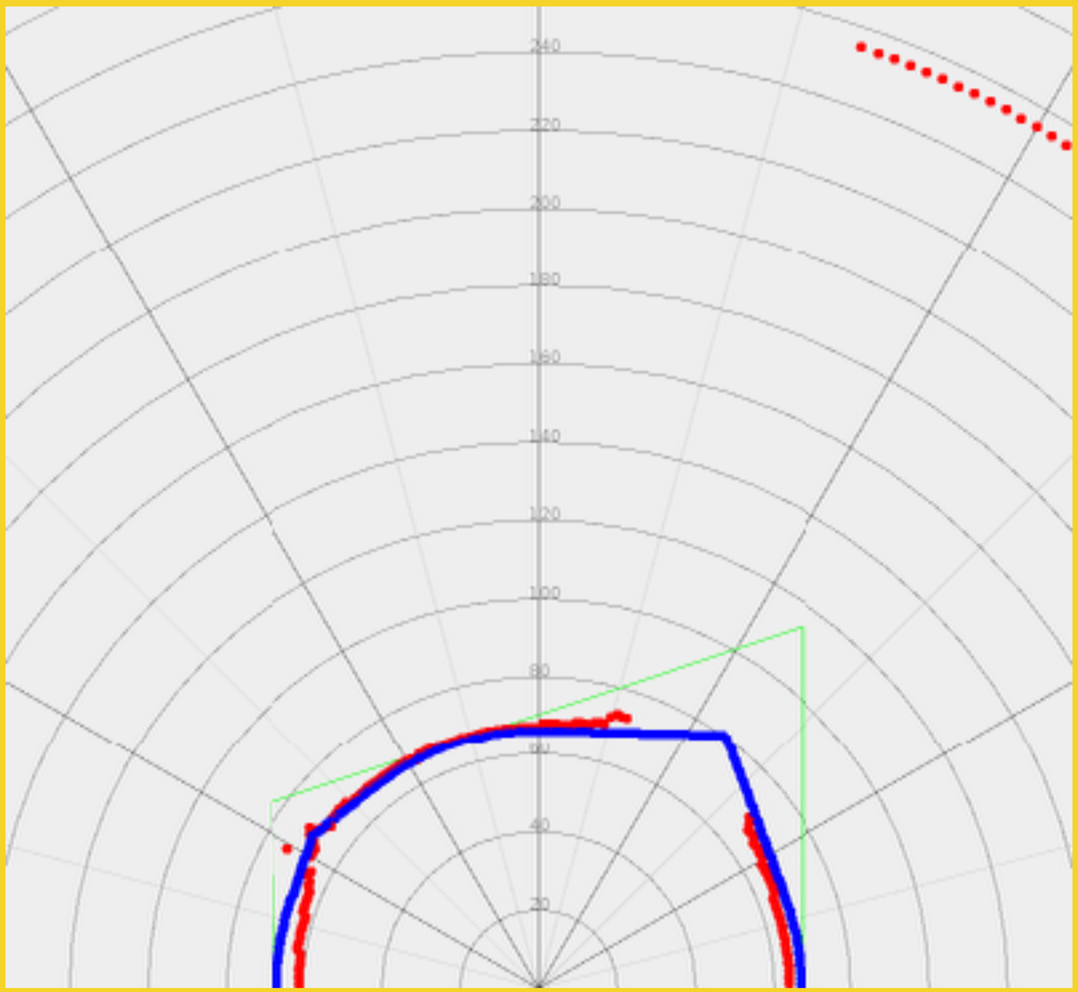


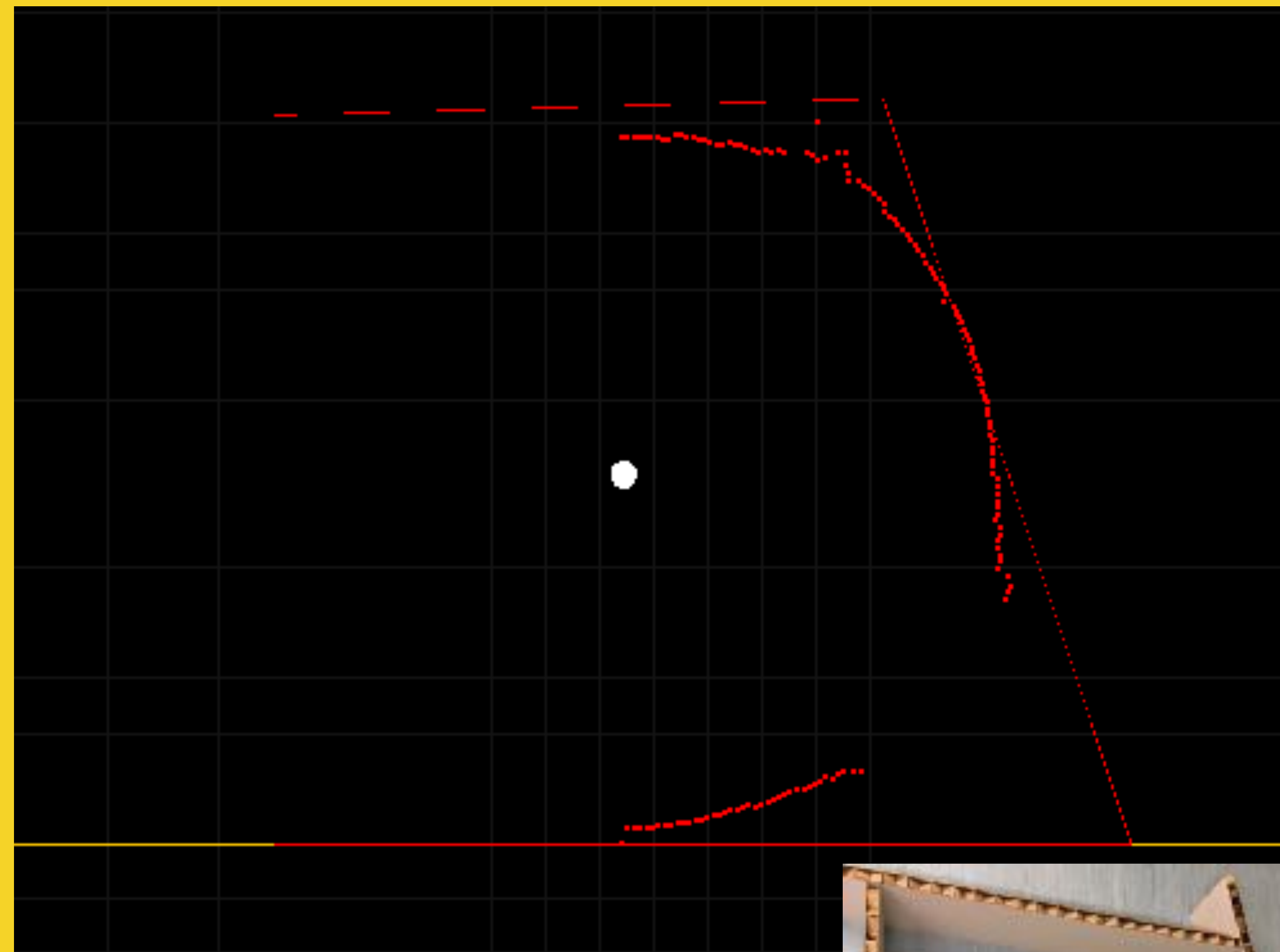




- (43,67,-90)
- $\theta_2 = 17$

atividade 1: modelo de raio



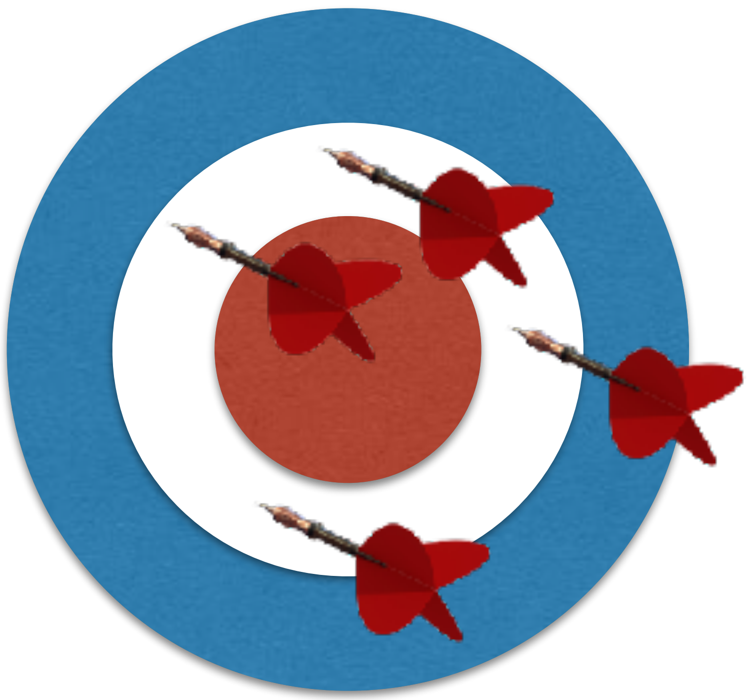


- (63,67,90)

- $\theta_2 = 21$

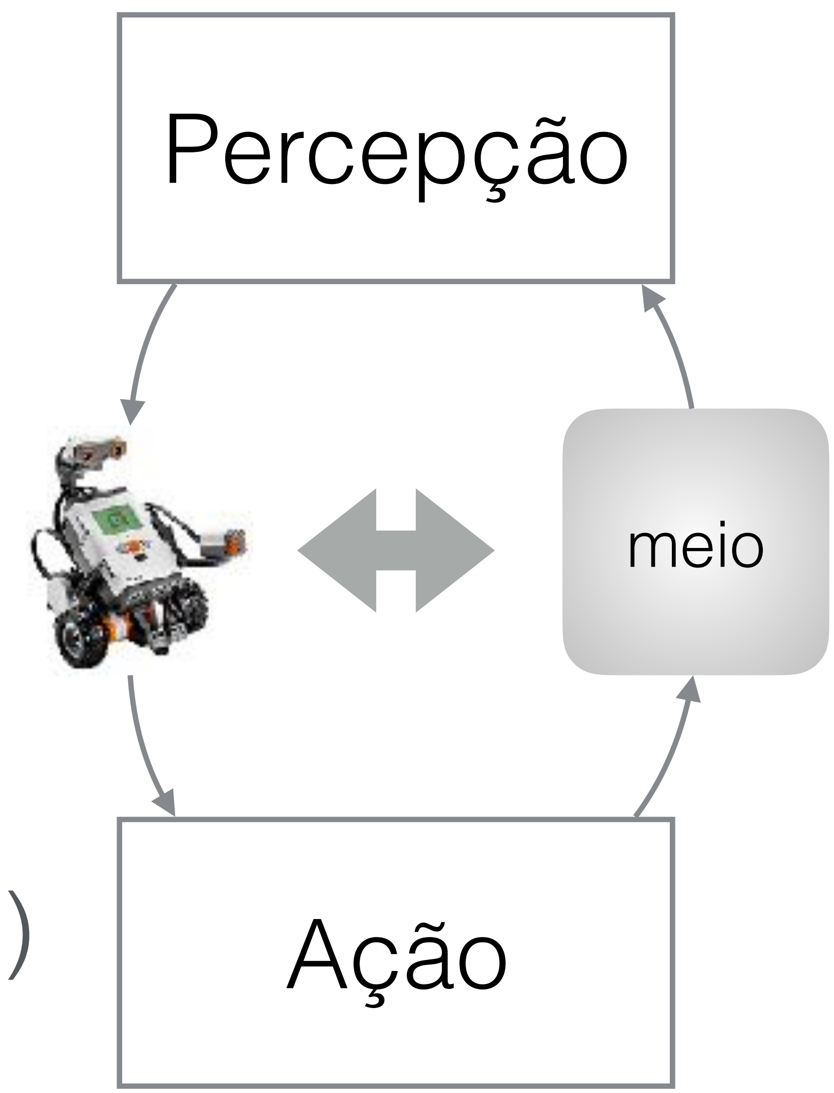
erros aleatórios

- Não podem ser reduzidos
- Mas podem ser modelados
- Abordagem lógica
    - considera “mundos possíveis”
- Abordagem probabilística/estatística
    - atribui “pesos/preferências” a mundos possíveis



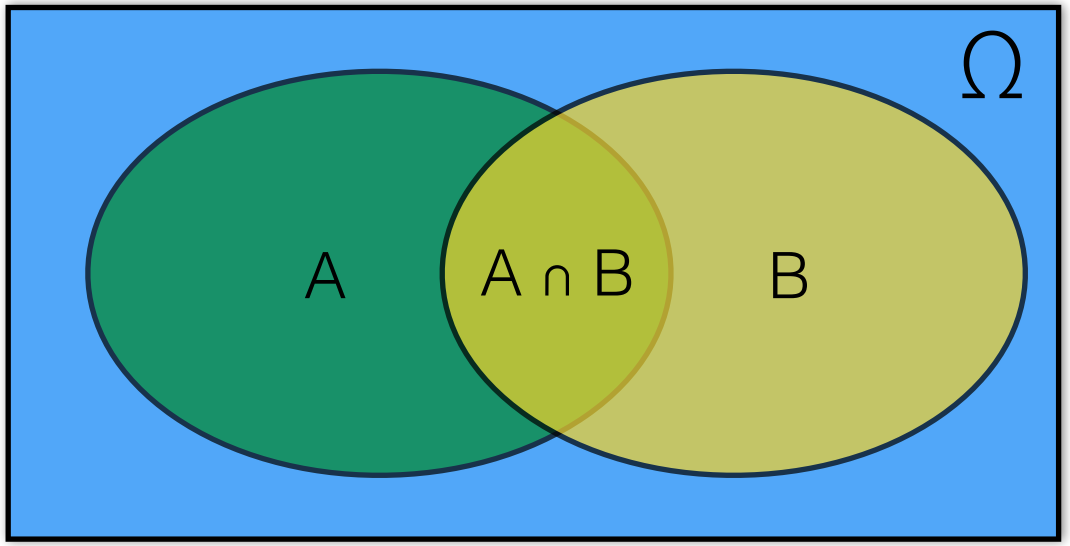
modelo probabilístico

- Modelo de percepção
  - P(sensor|estado do mundo)
- Modelo de ação
  - P(estado'|ação,estado do mundo)



probabilidades

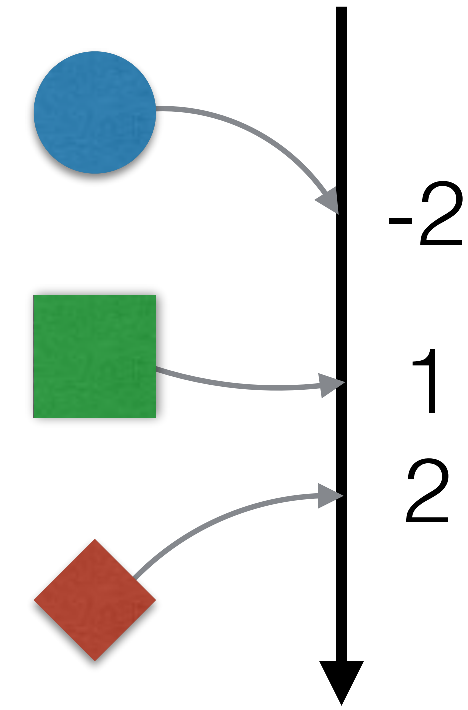
- Álgebra de eventos
  - $A \subseteq \Omega$ = universo
  - $A \cup B$, A', $A \cap B$



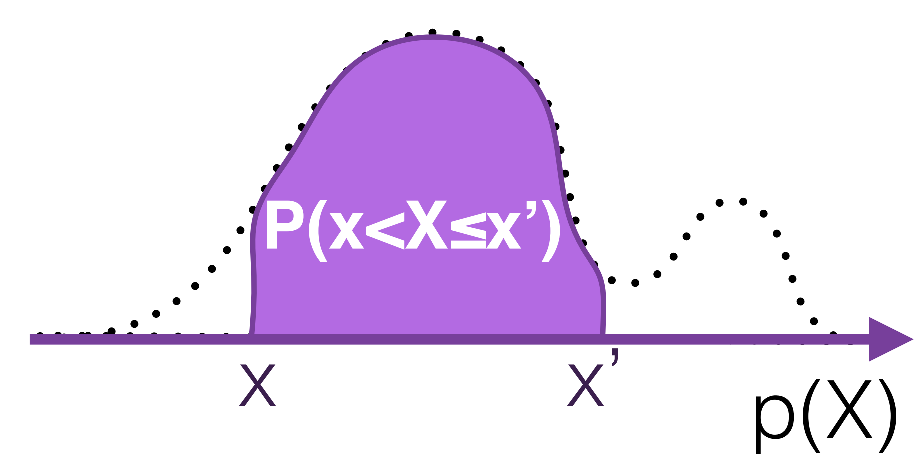
- Subjetivismo: P(A) denota nossa crença que A é verdade
  - $0 \leq P(A) \leq 1$, $P(\Omega) = 1$, $P(A')=1 - P(A)$
  - Aditividade: Se $A_1 \cup A_2 \cup \ldots$ é um evento, e $A_i \cap A_j = \varnothing$ então
    - $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots$

variável aleatória

- Mapeia cada evento $A \in \Omega$ em um valor real



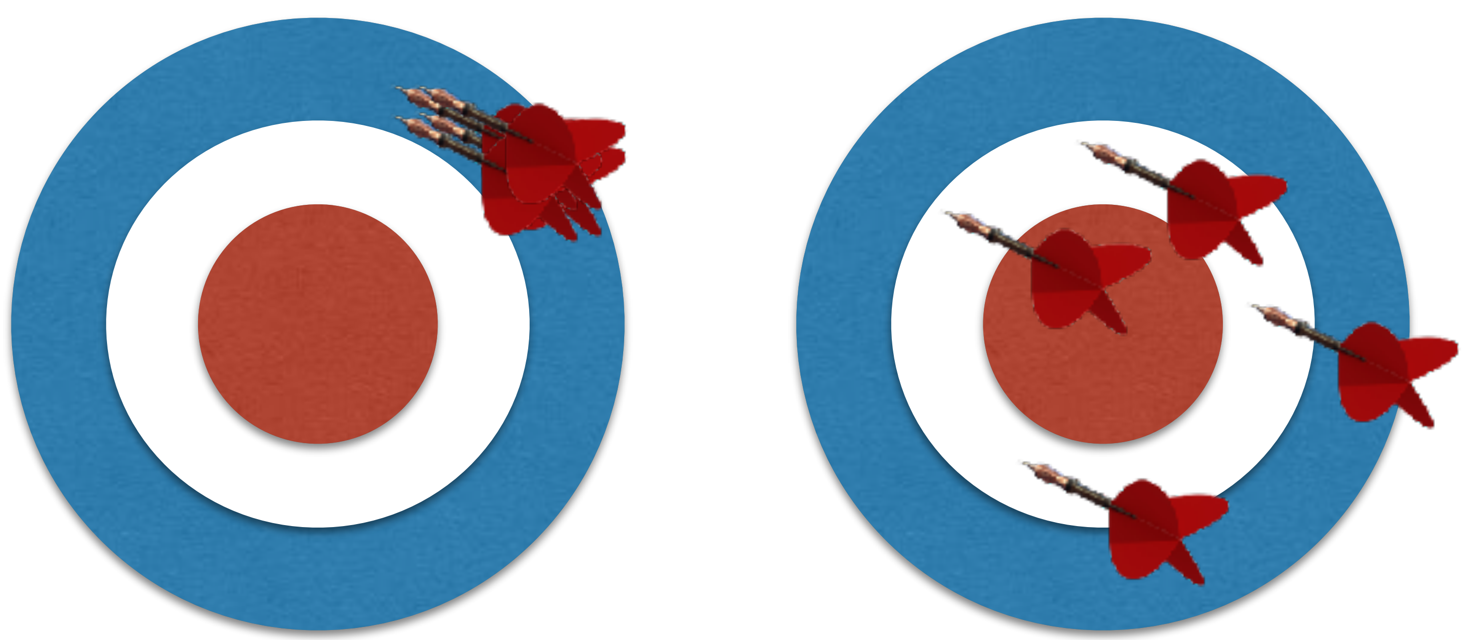
- Distribuição de probabilidades:
  - $P(x_0 < X \leq x_1) = P(A\!: x_0 < X(A) \leq x_1)$
  - $P(X = x) = P(x < X \leq x) = [\text{se contínuo}] = 0$
- Função de densidade:
  - $P(x_0 < X \leq x_1) = \int_{(x_0, x_1]} p(x)\, dx$
  - $p(x) \geq 0 \quad \text{e} \quad \int_{(-\infty,\infty)} p(x)\, dx = 1$



Expectativa

- Valor esperado (≠ valor mais provável)
  - $E[X] = \sum x \cdot P(X=x)$ ou $\int_{(-\infty,\infty)} x \cdot p(x)\, dx$

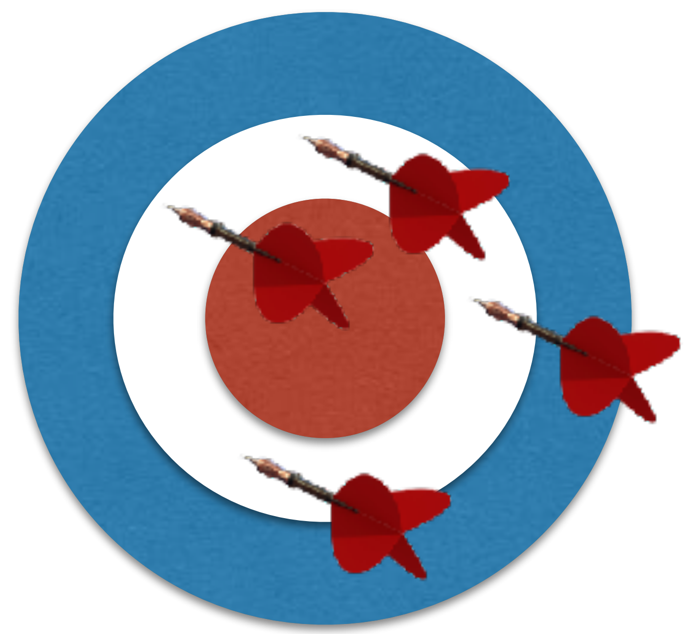
    discreto contínuo
  - $E[aX + b] = a \cdot E[X] + b$



variância

- Medida de dispersão
    - $Var[X] = E[(X-E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2$
    - $Var[X-c] = Var[X]$

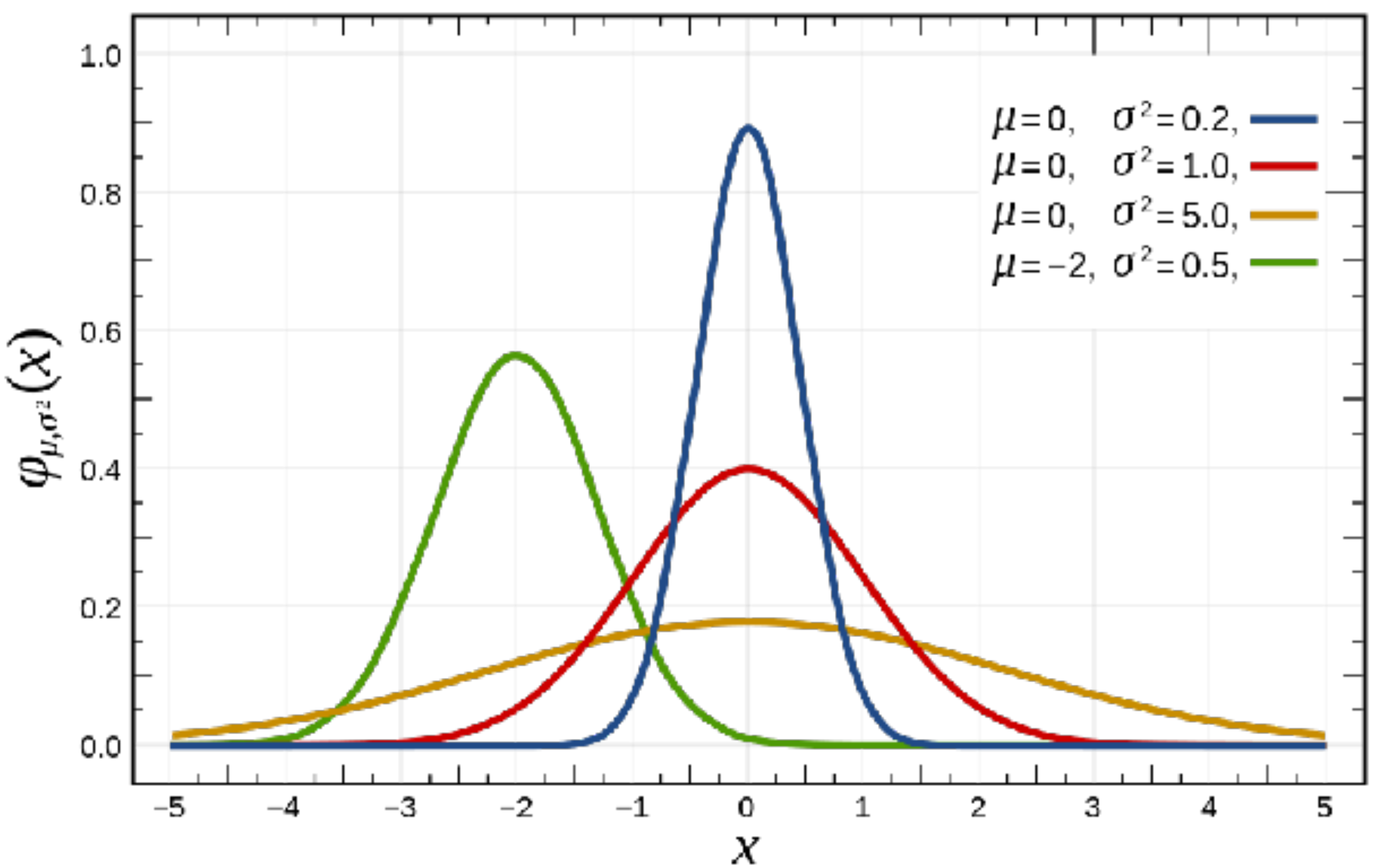
pequena



grande

variável gaussiana

$$p(x) = \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$



$E[X]=\mu$

$Var[X]=\sigma^2$

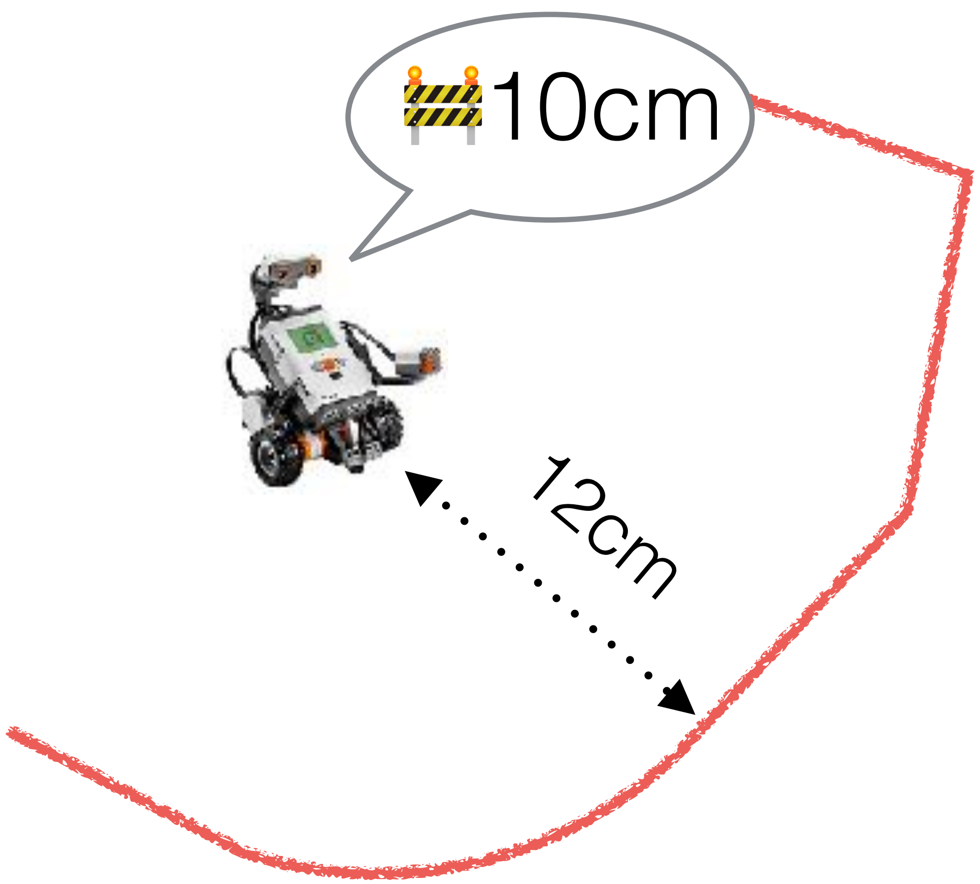
variável gaussiana

- Estimativa de variância e média a partir de dados

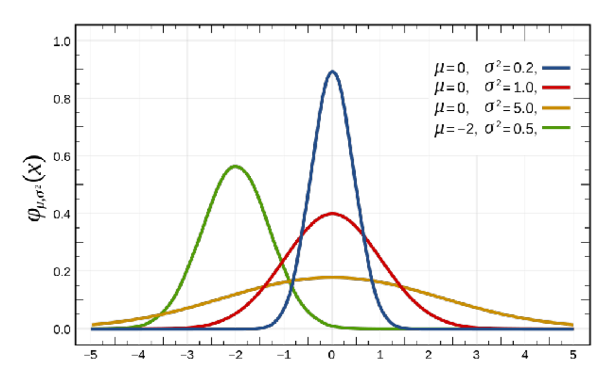
$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N-1} = \frac{1}{N-1}\sum_{I=1}^{N} x_i^2 - \mu^2$$

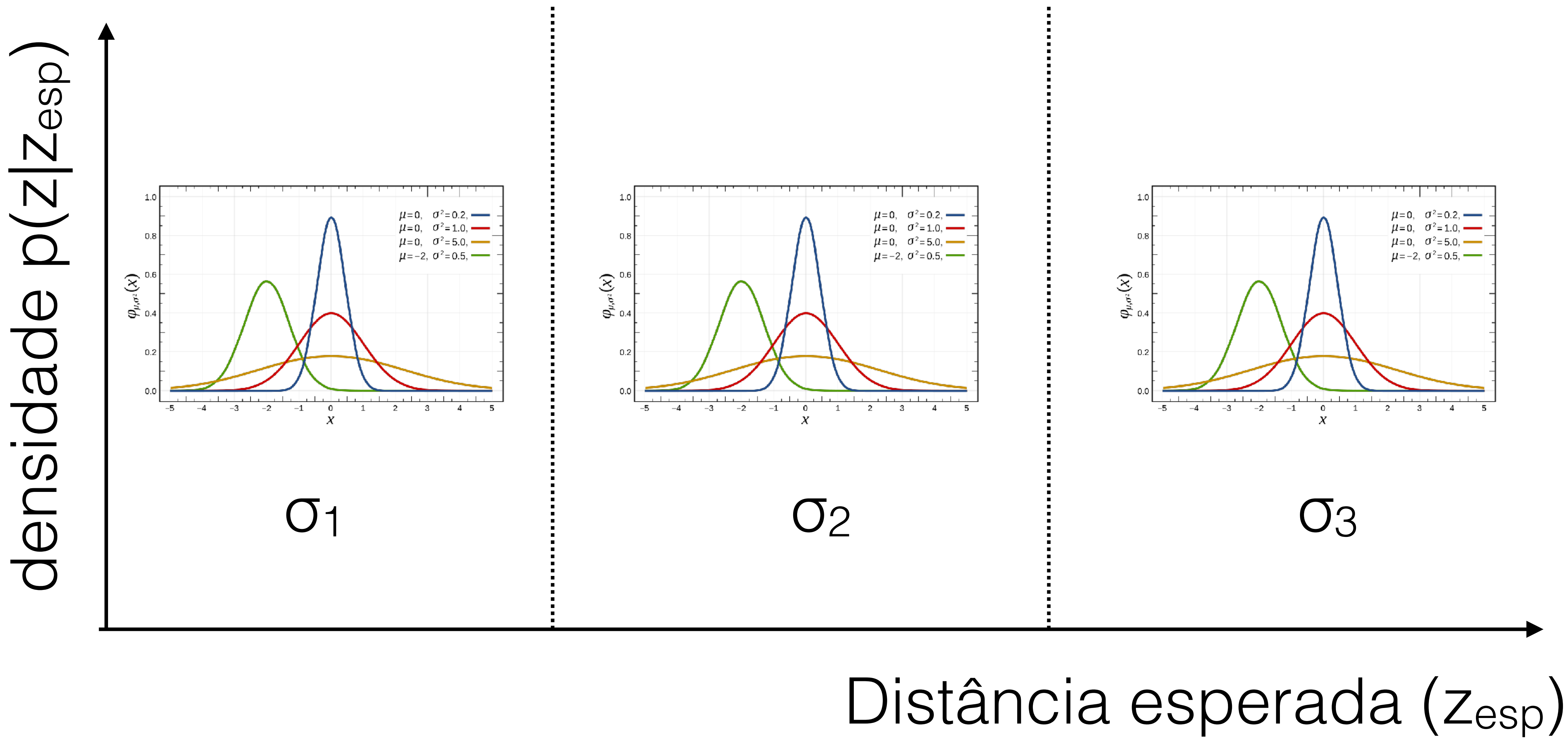
modelo de percepção de sensor de distância ultrassônico



$$p(\text{Sensor}=10 \mid \text{pose},\text{mapa}) = \mathcal{N}(\mu_{12}, \sigma^2)$$



faixas


densidade $p(z|z_{esp})$
σ_1
σ_2
σ_3
Distância esperada (z_{esp})

atividade 2: modelo de incerteza

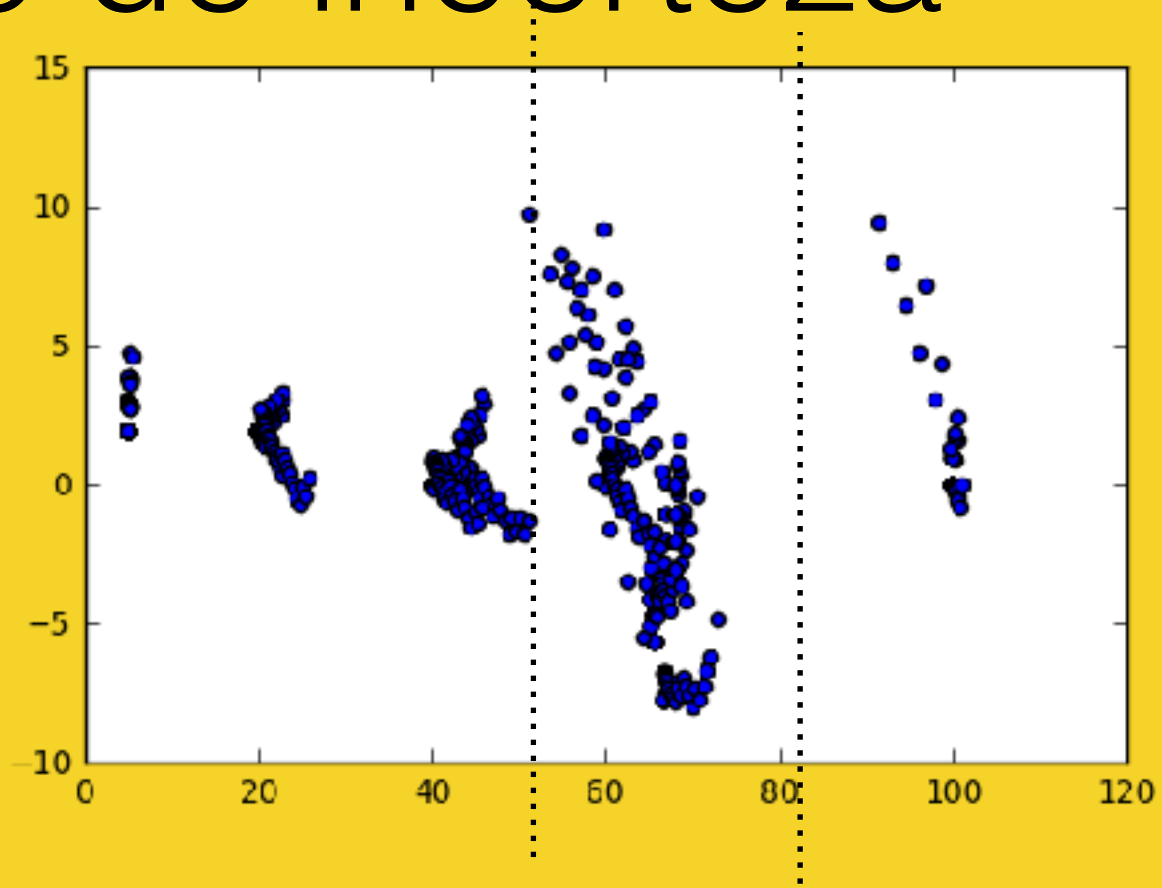
- obter modelo de **erro aleatório** do sonar
  - gaussiana condicional na medida esperada
  - ignorar medidas ≥ 255 e com erro “grande” (ex. >10cm)
  - medir em 5 poses
    - (5,68,-90) , (20,68,-90), (40,68,-90), (60,68,-90) e (100,68,-90)
  - Estimar faixas e variância da gaussiana em cada faixa

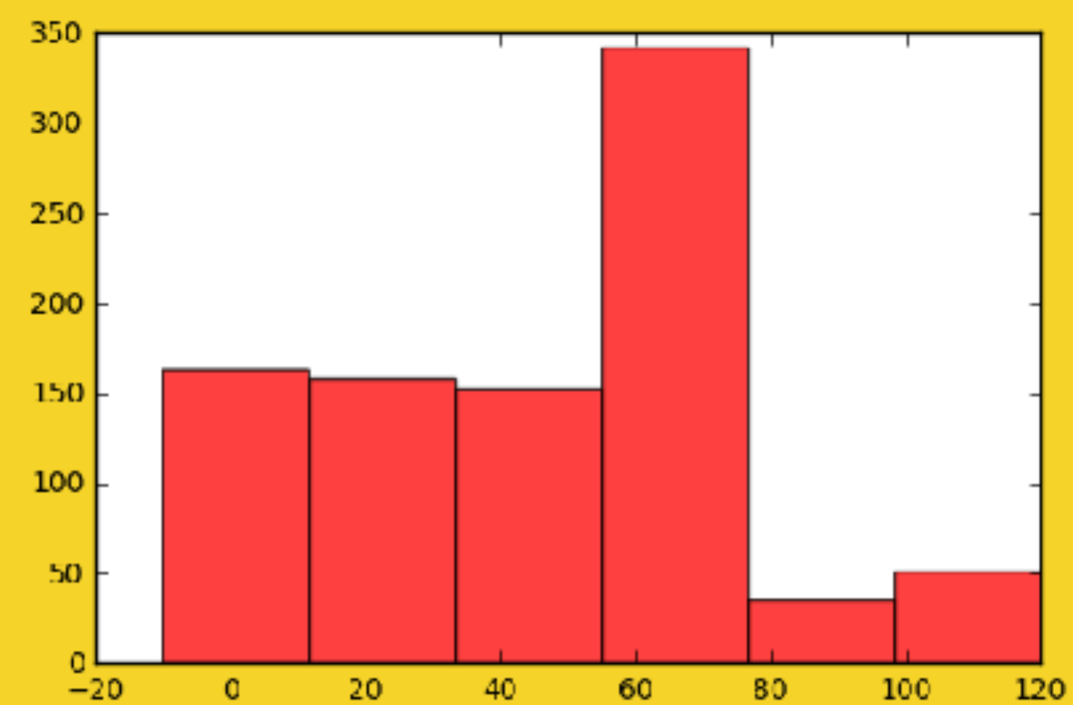
atividade 2: modelo de incerteza

- entregar relatório contendo
  - histograma de erros (com e sem pontos descartados)
  - gráfico mostrando erro por medida esperada
  - discussão sobre pontos descartados, no. de faixas e valores de variância
  - gráficos mostrando gaussiana *p(medido|esperado)* para cada faixa

atividade 2: modelo de incerteza

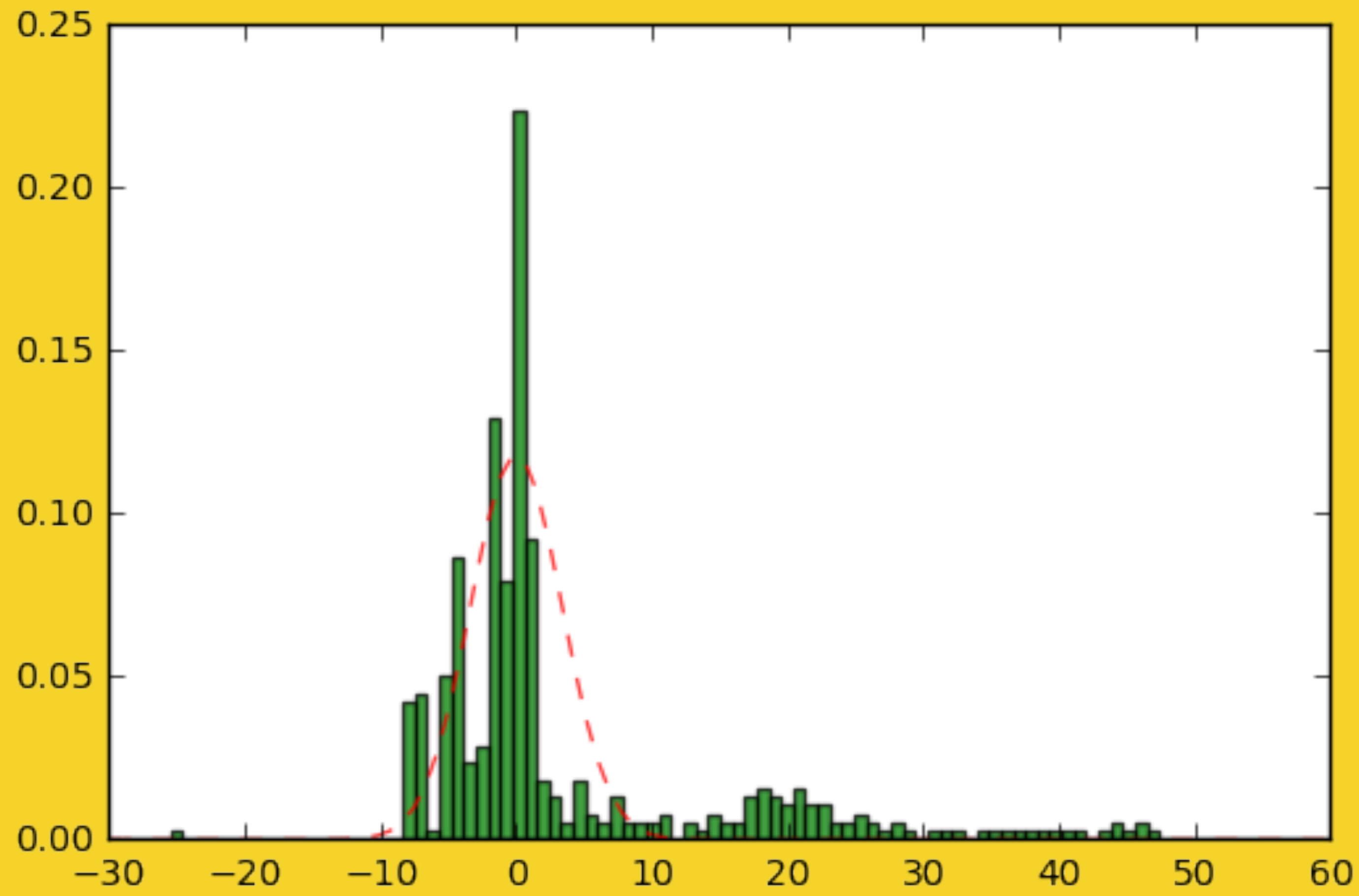
- usando dados de 5 varreduras:
- erro por medida esperada
  - 2 ou 3 faixas visuais
  - não muito confiável pois temos muito mais medidas na faixa de 50 - 70cm





atividade 2: modelo de incerteza

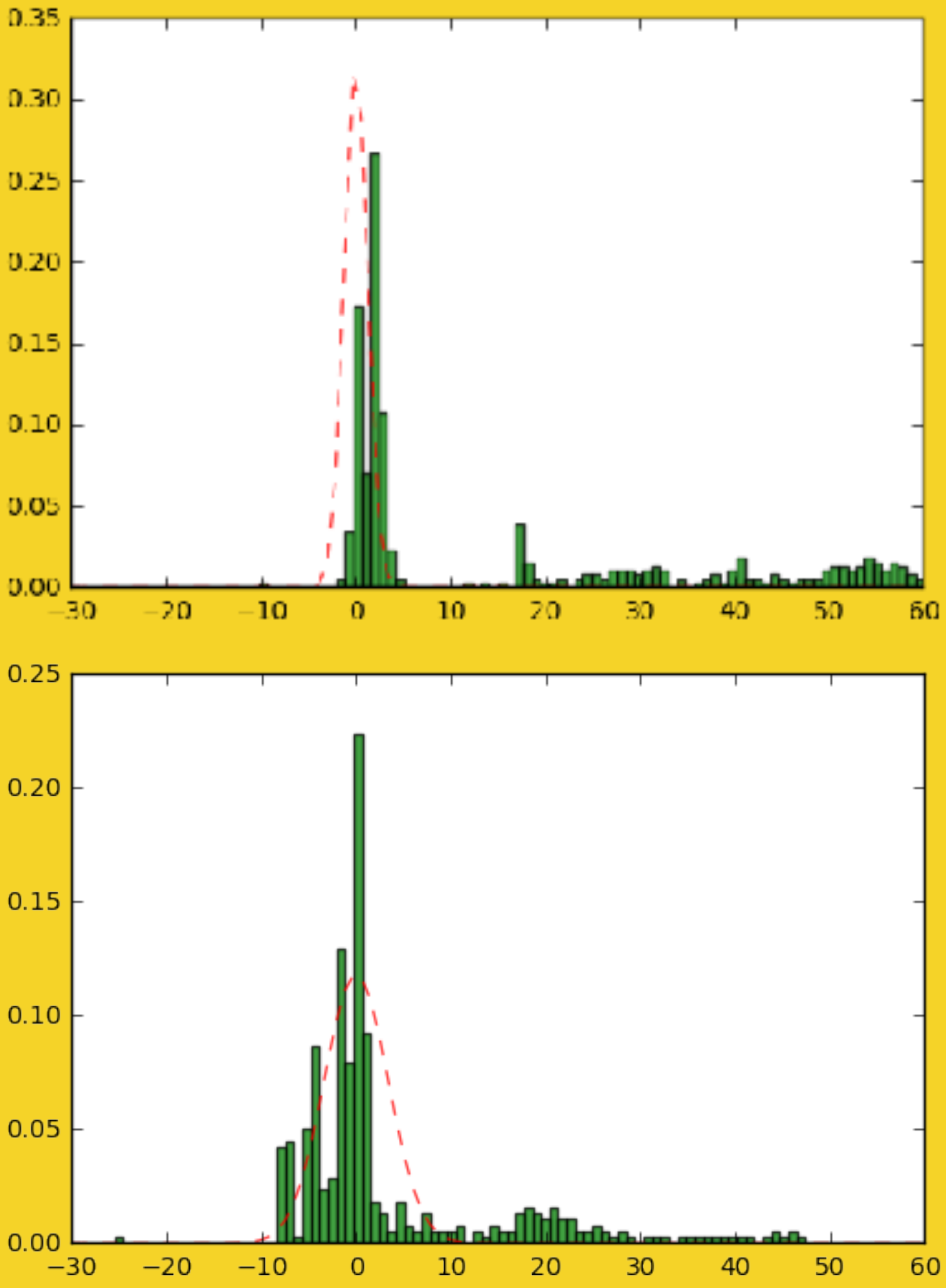
- usando 1 faixa:
  - σ=3



- considerando apenas pontos com |erro| < 10

atividade 2: modelo de incerteza

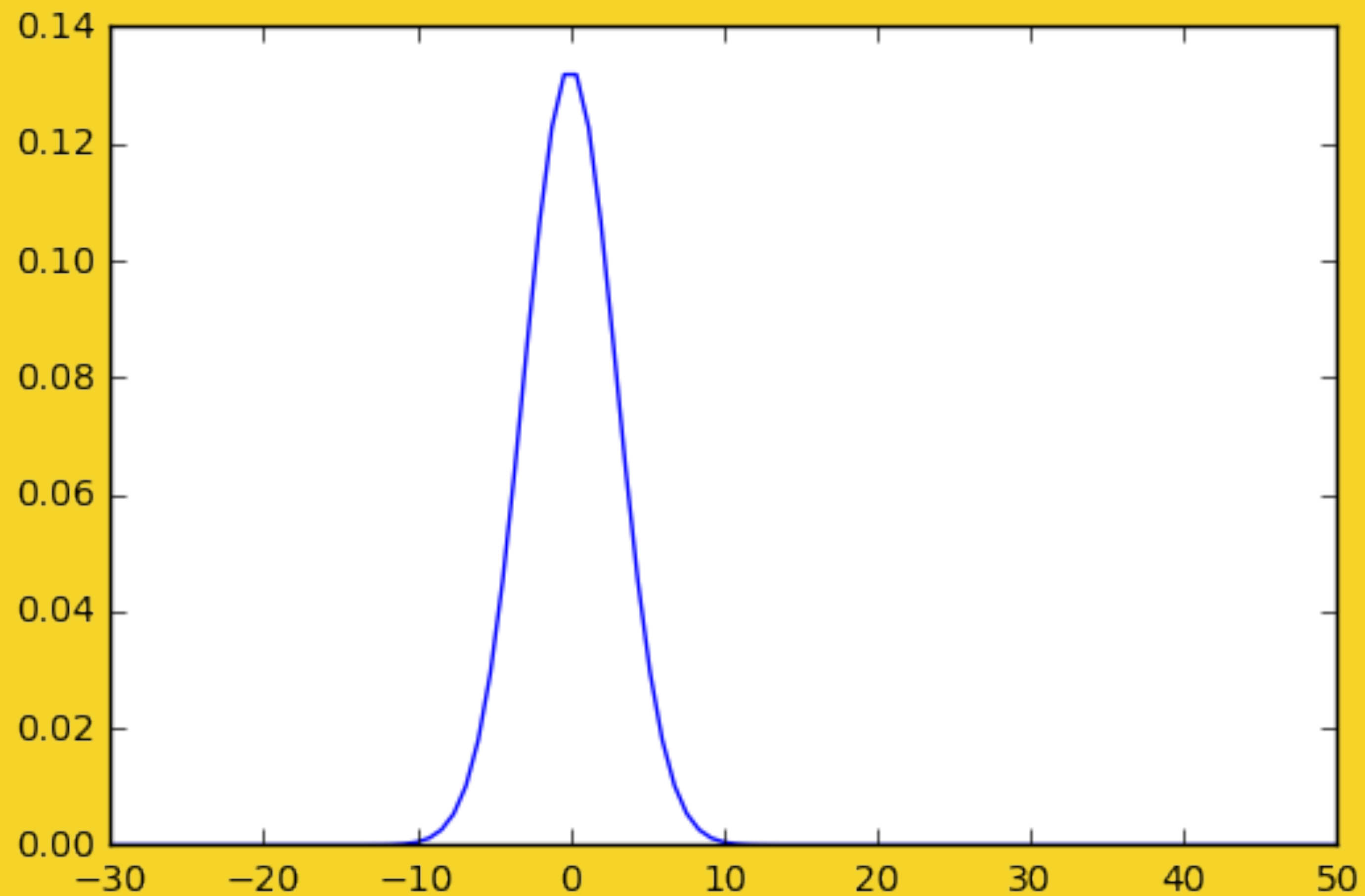
- usando 2 faixas:
    - distância esperada < 50cm
        - σ=2.87
    - distância esperada ≥ 50cm
        - σ=3.37



- considerando apenas pontos com |erro| < 10

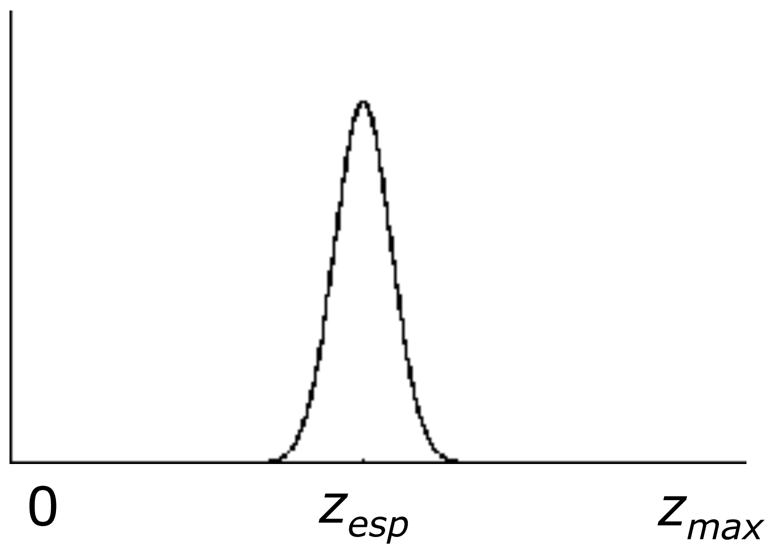
atividade 2: modelo de incerteza

- modelo escolhido:
  - 1 faixa
  - $\sigma=3$



modelo de incerteza aperfeiçoado

imprecisão do sensor



$$p_{\text{objeto}} = \mathcal{N}(z_{\text{esp}}, \sigma^2)$$

distância ao objeto mais próximo

+

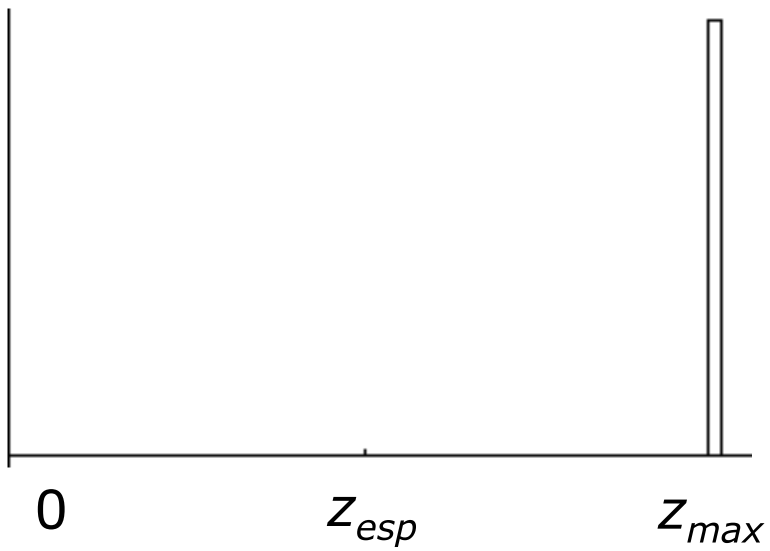
medição aleatória

$$p_{\text{outros}} = \mathcal{U}(z_{\text{min}}, z_{\text{max}})$$

erros diversos
(ecos, reflexões etc)

+

distância máxima



$$p_{\text{limites}}$$

limite do sensor

modelo de incerteza

medido

postura (x,y,θ)

mapa

$$p(z|x,m) = \omega_{\text{objeto}} p_{\text{objeto}}(z|x,m) + \omega_{\text{outros}} p_{\text{outros}}(z|x,m) + \omega_{\text{limites}} p_{\text{limites}}(z|x,m)$$

$$\omega_{\text{objeto}}, \omega_{\text{outros}}, \omega_{\text{limites}} \geq 0, \ \ \omega_{\text{objeto}} + \omega_{\text{outros}} + \omega_{\text{limites}} = 1$$

calculado

$$p_{\text{objeto}}(z|x,m) = \mathcal{N}(z_{\text{esperado}}, \sigma^2) \propto \exp\left(-\frac{(z - z_{\text{esperado}})^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$p_{\text{outros}} = \mathcal{U}(z_{\min}, z_{\max}) = \begin{cases} \frac{1}{z_{\max} - z_{\min}}, & \text{se } z_{\min} \leq z \leq z_{\max} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$p_{\text{limites}}(z|x,m) = \begin{cases} 1, & \text{se } z = z_{\max} \\ 0, & \text{se } z \neq z_{\max} \end{cases}$$

limite

ajuste parâmetros para maximizar probabilidade dos dados

modelo de incerteza

- Assume independência de tipos de erros
- Não modela reflexo especular, objetos pequenos etc.
- Parâmetros devem ser ajustados a fim de maximizar probabilidade de observar dados (verossimilhança)
- Distâncias esperadas podem ser pré-computadas e memorizadas (se necessário)

(log) verossimilhança

$$\begin{aligned}\ln p(z_1, \ldots, z_N | x_1, y_1, \theta_1, \ldots, x_N, y_N, \theta_N) \\ = \ln \prod_{i=1}^{N} p(z_i | x_i, y_i, \theta_i) \\ = \sum_{i=1}^{n} \ln p(z_i | x_i, y_i, \theta_i)\end{aligned}$$

Abordagem comum: Estimador θ de máxima verossimilhança

estimador de máxima verossimilhança

$$\sum_{i=1}^{N} \ln p(z_i|x_i, y_i, \sigma) = -N \ln \sigma - N \ln \sqrt{2\pi} - \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_i)^2$$

derivando em relação à σ e igualando a zero (por quê?)

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_i)^2$$

estimador de máxima verossimilhança

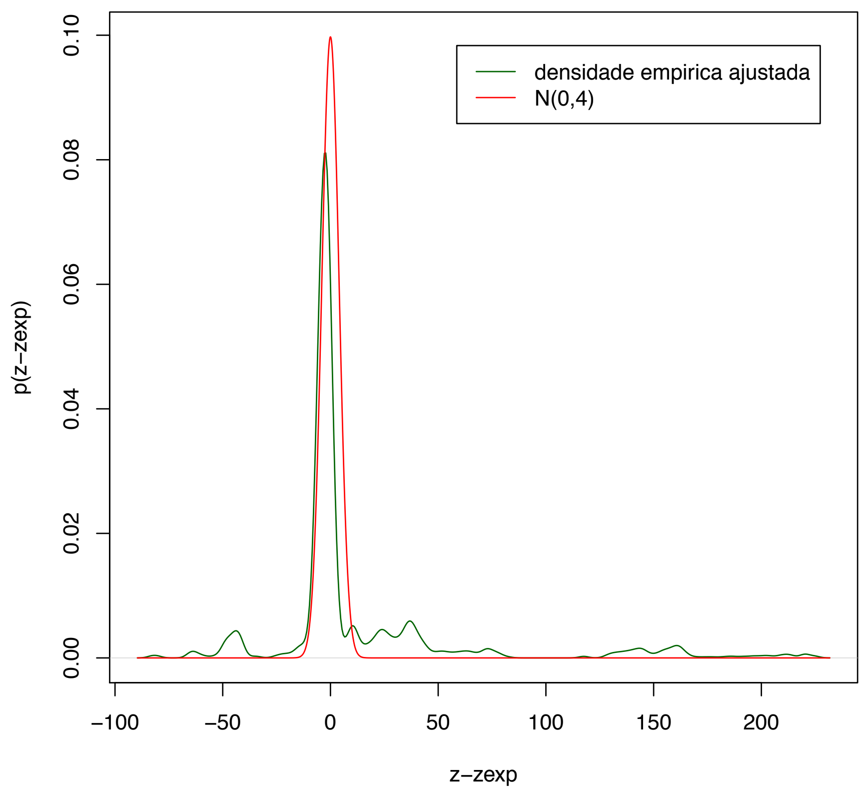
modelo de incerteza do sonar

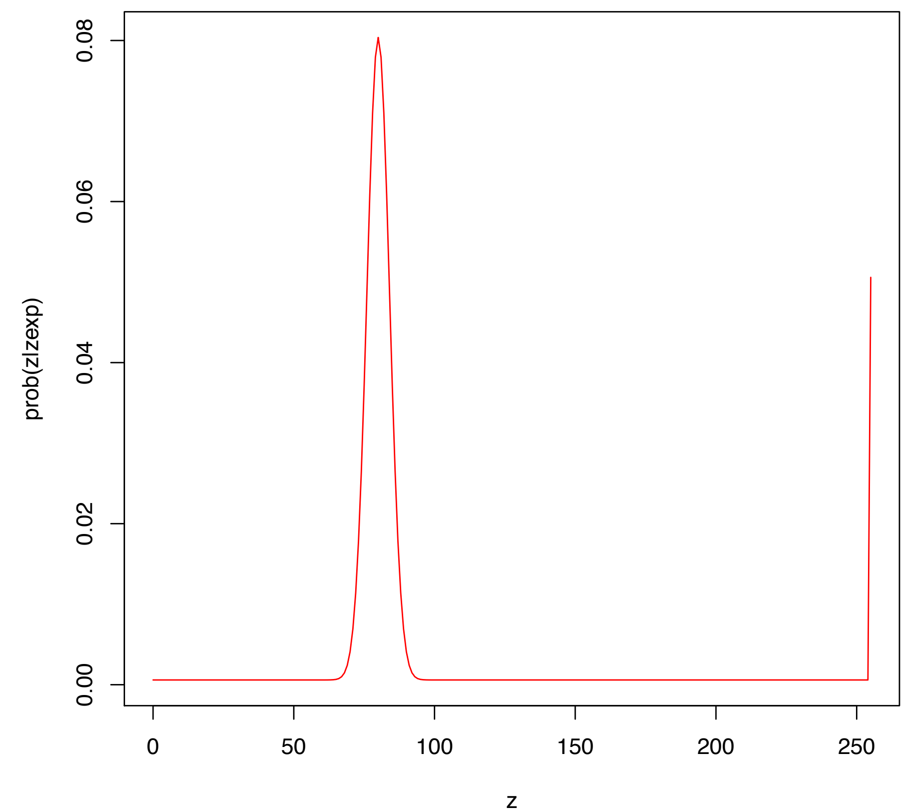
$$p(z|x,m) = \omega_{\text{objeto}} p_{\text{objeto}}(z|x,m) + \omega_{\text{outros}} p_{\text{outros}}(z|x,m) + \omega_{\text{limites}} p_{\text{limites}}(z|x,m)$$

devido à soma de componentes, não há formula fechada para maximizar estimação de parâmetros por verossimilhança

alternativa: métodos numéricos

Primeiro passo: Estimação “visual”





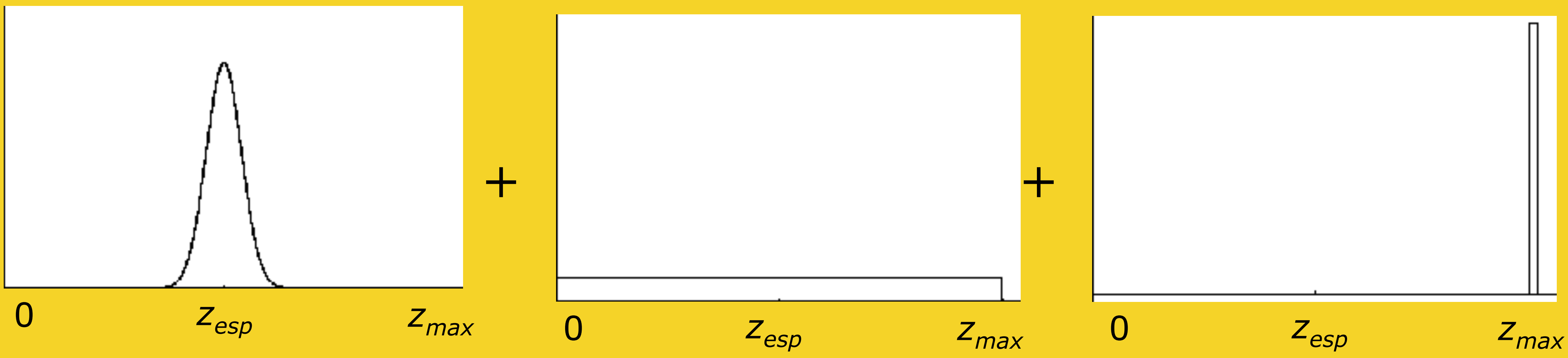
$$p(z|z_{\text{exp}}) = 0.8\mathcal{N}(0,4) + 0.15\mathcal{U}(0,255) + 0.05\delta(z-255)$$

expectation-maximization

- gerar estimativa inicial para ω_{objeto}, ω_{outros}, ω_{lim} e σ^2_{objeto}
- repita até convergência (incremento em log verossimilhança pequeno)
    - para cada medida $z_1,\ldots,z_N$
        - $\eta = 1/[p_{objeto}(z_i)+p_{outros}(z_i) + p_{limites}(z_i)]$
        - $e_{i,objeto} = \eta\ p_{objeto}(z_i)$
        - $e_{i,otros} = \eta\ p_{outros}(z_i)$
        - $e_{i,limites} = \eta\ p_{limites}(z_i)$
    - $\omega_{objeto} = (\sum_i e_{i,objeto})/N$, $\omega_{outros} = (\sum_i e_{i,outros})/N$, $\omega_{lim} = (\sum_i e_{i,lim})/N$
    - $\sigma^2_{objeto} = (\sum_i e_{i,objeto}(z_i\text{-}z_{i,esp})^2)/(\sum_i e_{i,objeto})$

atividade 3: modelo de incerteza

- estimar parâmetros de modelo de incerteza (aperfeiçoado): coeficientes ω e variância da Gaussiana
- usar modelo para determinar "outliers"
- usar modelo para calcular probabilidade da medida para diversas poses (incluindo pose correta)



atividade 3: modelo de incerteza

- Entregar relatório contendo:
  - parâmetros do modelo estimado
  - gráficos mostrando cada componente e densidade resultante
  - histograma de dados
- Entregar código:
  - calculando parâmetros do modelo (E-M)
  - estendendo interface para colorir medidas no mapa local de acordo com sua probabilidade

Para próxima aula (27/11)

- Estudar aulas 1,2,3,4 do curso IA para robótica do Udacity (Introdução e filtro de Kalman)

- https://br.udacity.com/course/artificial-intelligence-for-robotics--cs373/