1 数的分类

复数 形如$\{a + bi \mid \forall a,\ b \in$ 实数，i为虚数单位，定义为$i^2 = -i$ $\}$.
复数包含实数和纯虚数.

实数 包含有理数(可以用$\dfrac{q}{p}$表示，其中$p \neq 0$且q为整数)和无理数

整数有理数 正整数，0和负整数

非整数有理数 有限小数(如0.3)和无限循环小数(如$0.333\ldots$)

无理数 无限不循环小数(如π和$\sqrt{2}$)

纯虚数 形如$\{\ bi \mid b$为非零实数 $\}$

虚数单位i的理解:

$$x^2 + 5 = 0 \Rightarrow x^2 - (-5) = 0 \Rightarrow (x + \sqrt{5}i)(x - \sqrt{5}i) = 0$$

i就是为形如$x^2 + 5 = 0$的方程而设想出来的数．上述方程中当$i^2 = -1$时有解.

2 命题

可以判断其正确与否，且判断结果不随个人而改变的主张.

事例

命题 肥仔John是男的

非命题 肥仔John很健谈

3 必要条件和充分条件

如果P成立，那么Q就成立．那么Q为P的必要条件，而P为Q的充分条件.
数学符号为:

$$P \Rightarrow Q$$

如果P成立，那么Q就成立；如果Q成立，那么P就成立；这两个命题均正确，那么P与Q互为充分必要条件.
数学符号为:

$$P \Leftrightarrow Q$$

4 集合

集合，就是某类事物的聚集在一起；
元素，构成集合的各个事物.
数学符号为：

$$X = \{2,4,6\} \text{ 或 } X = \{2n|n = 1,2,3\}$$

若x为集合X的元素时，表示为：$x \in X$

4.1 子集

若集合X的所有元素都属于集合Y时，那么集合X为集合Y的子集.
数学符号为：

$$X \subset Y$$

5 映射

从集合X到集合Y的映射，就是使集合X的元素与集合Y的元素相对应的规则.
数学符号为：

$$X \xrightarrow{f} Y \text{ 或 } f : X \longrightarrow Y$$

注意：映射使得定义域不变时，必定对应相同值域；不会出现定义域不变时，值域产生变化.

5.1 像

把通过映射f，与集合X的元素x_i相对应的集合Y的元素称为x_i**通过映射f形成的像**.
数学符号表示为：

$$f(x_i)$$

事例：

$$f(x) = 2x - 1$$

意思是

- 映射f是使集合Y的元素$2x-1$与集合X的元素x相对应的规则.
- 集合X的元素x通过映射f在集合Y中形成的像是$2x-1$.

5.2 值域和定义域

把通过映射f形成的像的集合称为**映射f的值域**.
与映射f的值域相对应的集合X称为**映射f的定义域**.

5.3 满射，单射和满单射

满射 映射f的值域等于集合Y，那么映射f是满射，也称为向上映射.

单射 若$x_i \neq x_j$，则$f(x_i) \neq f(x_j)$，那么映射f是单射，也称为一对一的映射.

满单射 既满足满射，又满足单射则是满单射，也称为双射.

5.4 逆映射

若映射f和映射g满足以下两个条件，那么**映射g是映射f的逆映射**.
数学表示:

$$X \overrightarrow{\ f^{-1}\ } Y \text{ 或 } f^{-1}: X \to Y$$

定理:

$$\text{与映射f对应的逆映射存在} \Leftrightarrow \text{映射f为满单射}$$

5.5 线性映射

假设x_i和x_j为集合X的任意元素，c为任意实数，f为从集合X到集合Y的映射. 若映射f满足以下两个条件，那么**映射f是从集合X到集合Y的线性映射**.

- $f(x_i) + f(x_j) = f(x_i + x_j)$
- $cf(x_i) = f(cx_i)$

6 排列组合

组合的个数 从n个中挑选r个的个数. 一般表示为C_n^r.

$$C_n^r = \frac{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-(r-1))}{r \times (r-1) \times \cdots \times 1}$$

$$= \frac{n \times (n-1) \times \cdots \times (n-(r-1))}{r \times (r-1) \times \cdots \times 1} \times \frac{(n-r) \times (n-(r+1)) \times \cdots \times 1}{(n-r) \times (n-(r+1)) \times \cdots \times 1}$$

$$= \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

排列的个数 从n个中挑选r个事物，然后再将选好的r个事物按照顺序排列的种数. 一般表示为P_n^r.

$$P_n^r = r! \times C_n^r$$