Gauss Jordanove transformacije

Neka je $S = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$ baza za v.p. V te vektori $a = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i e_i$, $x = \sum_{i=1}^{n} x_i e_i$. Ako je $\alpha_l \neq 0$ tada je $(S \setminus \{e_l\}) \cup \{a\}$ baza za V.
Originalni zapis:

	e_1	$\dots$	e_l	$\dots$	e_n
a	α_1	$\dots$	α_l	$\dots$	α_n
x	x_1	$\dots$	x_l	$\dots$	x_n

Novi zapis:

	e_1	$\dots$	a	$\dots$	e_n
e_l	$-\frac{\alpha_1}{\alpha_l}$	$\dots$	$\frac{1}{\alpha_l}$	$\dots$	$-\frac{\alpha_n}{\alpha_l}$
x	$\frac{x_1\alpha_l - x_l\alpha_1}{\alpha_l}$	$\dots$	$\frac{x_l}{\alpha_l}$	$\dots$	$\frac{x_n\alpha_l - x_l\alpha_n}{\alpha_l}$

Kreiranje početne tablice

Neka je dana linearna zadaća:

$$\begin{cases} z^\tau x \to \max \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Početna tablica:

	$x_1 \quad \dots \quad x_n$	
x_{n+1} $\vdots$ x_{n+m}	$-A$	b
	z^τ	0

Uvedimo skupove

$$J = \{1, 2, ..., n\}, \; I = \{n+1, n+2, ..., n+m\}$$

Trenutna tablica:

	$x_j, \; j \in J$	
$x_i, \; i \in I$	γ_{ij}	β_i
	ζ_j	f

Slobodne varijable i uvjeti jednakosti

- Ako je $x_j \in \mathbb{R}$ slobodna varijabla, napravimo GJT na mjestu gdje je $\gamma_{ij} \neq 0$. Redak s oznakom x_j zanemarujemo u daljnjem simpleks algoritmu (vršimo GJT nad retkom, ali pivotni element ne smije biti odabran u tom retku). Postavljamo
$$I := I \setminus \{j\}.$$
- Ako je i-ti uvjet jednakost, napravimo GJT na mjestu gdje je $\gamma_{ij} \neq 0$. Postavljamo
$$J := J \setminus \{n+i\}.$$

Prvi plan:

1) Ako je $\forall i \in I \; (\beta_i \geq 0)$ onda kreni s **optimalnim planom**
2) Inače, neka je $k := \min\{i \in I, \; \beta_i < 0\}$
3) Ako je $\forall j \in J \; (\gamma_{kj} \leq 0)$ onda **STOP**
4) Inače, neka je $l := \min\{j \in J, \; \gamma_{kj} > 0\}$
5) Napravi GJT na ključnom mjestu γ_{kl} i vrati se na 1)

Optimalni plan:

1) Ako je $\forall j \in J \; (\zeta_j \leq 0)$ onda **STOP**
2) Inače, neka je $l := \min\{j \in J, \; \zeta_j > 0\}$
3) Ako je $\forall i \in I \; (\gamma_{il} \geq 0)$ onda **STOP**
4) Inače, neka je $k \in I$ najmanji indeks u kojem se postiže
$$\min\{\, -\beta_i/\gamma_{il} \;:\; \gamma_{il} < 0, \; i \in I\}$$
5) Napravi GJT na ključnom mjestu γ_{kl} i vrati se na 1)

Algoritam za razdvajajuću hiperravninu

Neka su $a_1, \dots, a_m, b \in \mathbb{R}^n$, $m \geq n$. Zamijeni bazu $\{e_1, \dots, e_n\}$ s n vektora $\{a_j, \; j \in J\}$, čime dobivamo skup $I := \{1, 2, ..., m\} \setminus J$. Vektor b i preostale $\{a_i, \; i \in I\}$ prikazati u bazi $\{a_j, \; j \in J\}$.

	$a_j, j \in J$
$e_k, k = 1, ..., n$	γ_{kj}
$a_i, i \in I$	α_{ij}
b	β_j

Oznaka $C := \text{cone}\{a_1, a_2, ..., a_m\}$.

1) Ako je $\forall j \in J \; (\beta_j \geq 0)$ onda **STOP** $b \in C$
2) Inače, neka je $l := \min\{j \in J, \; \beta_j < 0\}$
3) Ako je $\forall i \in I \; (\alpha_{il} \geq 0)$ onda **STOP** $b \notin C$ i $q = (-\gamma_{1l}, \dots, -\gamma_{nl})$.
4) Inače, neka je $k := \min\{i \in I, \; \alpha_{il} < 0\}$
5) Napravi GJT na ključnom mjestu α_{kl} i vrati se na 1)