Teorema Fundamental do Bem-Estar

Primeiro e Segundo

alocação centralizada x dcs → 2012

Relação / importância p/ equidade entre os consumidores ? (2011)

$\underbrace{\text{Equidade}}_{2^\circ}$ e $\underbrace{\text{eficiência}}_{1^\circ}$ do equilíbrio walrasiano ? (2015)

1° Teorema Fundamental do Bem-Estar

Se $x^* = x(p^*)$ e $y^* = y(p^*)$ são alocações resultantes do equilíbrio Walrasiano de p^*, então elas são ótimos no sentido de Pareto. Não tem como melhorar a situação de um indivíduo sem piorar a do outro.

É impossível termos duas alocações alternativas factíveis y' e x'

tais que:

$$U_i(x_i') \geq U_i(x_i^*) \quad \forall \quad i = 1, \dots, I$$

$$U_i(x_i') > U_i(x_i^*) \quad \text{para algum indivíduo } i.$$

Prova: supondo que a situação acima fosse possível, essas alocações seriam factíveis, então:

$$\vec{p}^* \cdot x_i' \geq p^* x_i^* \quad \forall \quad i = 1, \dots, I$$

$$p^* \cdot x_i' > p^* x_i^* \quad \text{para um } i \text{ qualquer}$$

Agregando os i indivíduos

$$\sum_{i=1}^{I} p^* x_i' > \sum_{i=1}^{I} p^* x_i^* \qquad (1)$$

Dada a lei de Walras, $p^* \cdot z(p^*) \equiv 0$, portanto,

$$\sum_{i=1}^{I} p^* x_i = \sum_{j=1}^{J} y_j \, p^* + \sum_{i=1}^{I} \omega_i \cdot p^* \qquad (2)$$

Subs. (2) em (1):

$$\sum_{i=1}^{I} p^* x_i' > \sum_{j=1}^{J} p^* y_j + \sum_{i=1}^{I} \omega_i \cdot p^* \qquad (3)$$

considerando que x' e y' são factíveis, ou seja $y_j' \in F_j$ e $x' = y' + \omega$,

$$\sum_{j=1}^{J} y_j' + \sum_{i=1}^{I} \omega_i = \sum_{i=1}^{I} x_i' \qquad (4)$$

subs (4) em (3):

$$p^* \left[\sum_{j=1}^{J} y_j' + \cancel{\sum_{i=1}^{I} \omega_i} \right] > \sum_{j=1}^{J} p^* y_j^* + \cancel{\sum_{i=1}^{I} p^* \omega_i}$$

$$\sum_{j=1}^{J} p^* y_j' > \sum_{j=1}^{J} p^* y_j^*$$

Isso significa que $p^* y_j' > p^* y_j^*$ para alguma firma j, uma contradição com o fato de que no equilíbrio walrasiano y_j^* maximiza lucros das j firmas a preços p^*.

sem firma

Para o caso sem firma, relembramos a eq. (1)

$$\sum_{i=1}^{I} p^* x_i' > \sum_{i=1}^{I} p^* x_i^*$$

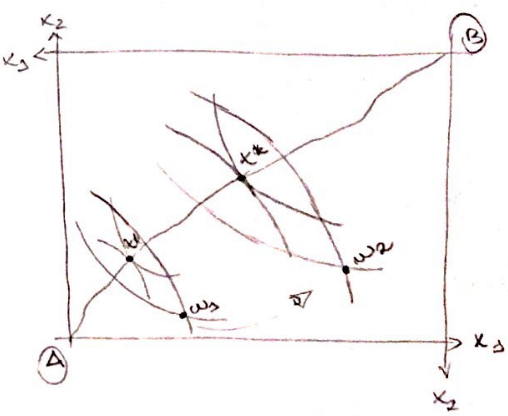
Como no equilíbrio walrasiando $p^* z(p^*) \equiv 0$ e $z(p^*) = x(p^*) - \omega$

$$\sum_{i=1}^{I} p^* x_i' > \sum_{i=1}^{I} \omega_i$$

Mostrando que p' não é factível e, portanto, o equilíbrio walrasiano é ótimo de pareto (pertence ao core da economia).

<u>Equidade</u>: A alocação ótima não é necessariamente equitativa, ou socialmente ótimo. O teorema apenas nos diz que a alocação de equilíbrio em um mercado competitivo se dará no core da economia dada a alocação inicial. Assim o mercado pode melhorar uma situação inicial que não seja ótimo de Pareto, mas não garante uma distribuição considerada igualitária para toda a sociedade.

A partir de uma economia com dois indivíduos, A e B, caso a dotação inicial fosse ω_1, o equilíbrio se daria em x', o qual seria o ótimo de pareto. Porém, alguns poderiam pensar que o ponto e equidade fosse x^*, o qual só seria alcançado com uma alteração na dotação inicial para ω_2.



Segundo Teorema Fundamental do Bem-Estar

Qualquer alocação ótima no sentido de Pareto pode ser obtida como resultado do equilíbrio walrasiano, desde que sejam feitas as redistribuições adequadas na dotação inicial do indivíduo.

O segundo teorema confirma que é possível, em um sistema descentralizado, alcançar um equilíbrio socialmente "melhor", desde que este seja um ótimo de pareto. Para isso, é necessário realocar as dotações iniciais.

economia de edgeworth
como se define formalmente
Mostre que o equilíbrio walrasianos está no core

Core

<u>Definição</u>: O core de uma economia de dotações, $C(\omega)$, será o <u>conjunto</u> de alocações possíveis não bloqueadas por nenhum conjunto S. O core ñ pode ser bloqueado por nenhum S.

Intuitivamente, podemos dizer que uma dotação está bloqueada quando é mais vantajoso ao indivíduo consumir sua dotação inicial sem realizar trocas à aceitar aquela dotação.

ñ apenas mais tb.

<u>Formalmente</u>, uma alocação de recursos $\vec{x}_i$ é bloqueada pelo conjunto S caso exista $\vec{x}_i'$ tal que:
$\vec{x}_i'$ é factível, $\vec{x}_i' \in F(\omega)$, e

$\sum_{i=1}^{I} \vec{x}_i' = \sum_{i=1}^{I} \omega_i$, ou seja, $\vec{x}_i'$ é

$U_i(x_i') \geq U_i(x_i) \quad \forall \ i = 1, \dots, I$

$U_i(x_i') > U_i(x_i)$ para qualquer $i \in S$

- O core está entre as **curvas de utilidade**

$$\begin{cases} U_i(\vec{x}_i) \geq U_i(\omega_i) & \forall \ i = 1, \dots, I \\ U_i(\vec{x}_i) > U_i(\omega_i) & \text{para um } i \text{ qualquer} \end{cases}$$

- Se $\vec{x}_i$ está no core, então ele **é ótimo de pareto**
- O **Equilíbrio walrasiano está no core** (pois é ótimo de pareto).
- Para uma alocação $x_i \in C(\omega)$, a cesta de consumo será igual para indivíduos do mesmo tipo (**Lema do Tratamento igual**).
- Para uma economia **replicada** de Edgeworth, a única alocação $x_r \in C(\omega)$ será o equilíbrio walrasiano

O Equilíbrio Walrasiano está no core.

Pelo primeiro teorema do Bem-estar, sabemos que o equilíbrio competitivo/walrasiano é ótimo no sentido de Pareto. Também sabemos que $\vec{x}_i \in C(\omega)$ também é ótimo no sentido de Pareto.

Prova: supondo que $x(p^*)$ é alocação do equilíbrio walrasiano, porém, $x(p^*) \notin C(\omega)$. Assim, haveria outra alocação x', tal que

$$\sum_{i=1}^{I} x'_i = \sum_{i=1}^{I} \omega_i \text{ , e}$$

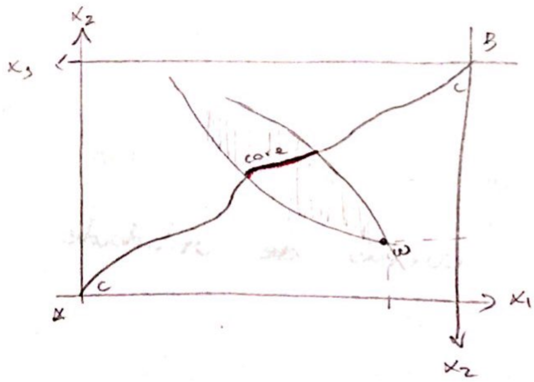
$U_i(x'_i) \geq U_i(x^*)$ $\forall$ $i = 1, \dots, I$, exceto para um i qualquer, tal que $U_i(x'_i) > U_i(x^*)$.

Considerando que U_i é estritamente crescente e bem definida, pela definição do equilíbrio walrasiano temos que

$$\sum_{i \in S} p^* x'_i > \sum_{i \in S} p^* x^*_i = \sum_{i \in S} p^* \omega_i ,$$

logo, temos que $\sum_{i \in S} x'_i > \sum_{i \in S} \omega_i$, ou seja, $x'_i \notin F(\omega)$ e $x^*_i \in C(\omega)$

x'_i não é factível.



cc: curva de contrato

* Coalizão S: grupo de consumidores que busca melhorar sua situação

Lema do Tratamento Igual

- <u>Definição</u>: No core, a alocação tem que dar a mesma quantidade de bens para o mesmo tipo de indivíduo.

- Se uma **alocação** $x_i \ \forall i = 1, \dots, I$ está **no core**, então ela aloca a **mesma cesta** de consumo para indivíduos do mesmo tipo.

- <u>Prova</u> (por contradição):

Supondo **r indivíduos** de cada tipo (A e B), tal que:

$X_{rA} \ \forall r = 1, \dots, R \qquad \vec{X}_{1A}, \vec{X}_{2A}, \dots, \vec{X}_{rA}$

$X_{rB} \ \forall r = 1, \dots, R \qquad \vec{X}_{1B}, \vec{X}_{2B}, \dots, \vec{X}_{rB}$

Caso existam dois indivíduos, um de cada tipo, que não recebam a mesma alocação que os demais:

$$\left.\begin{aligned} \bar{X}_A &= \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} \vec{x}_{iA} \\ \bar{X}_B &= \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} \vec{x}_{iB} \end{aligned}\right\} \text{cestas médias dos indivíduos tipo A e B}$$

são as cestas médias do indivíduo dos tipos A e B, de forma que se fossem iguais, todos teriam o mesmo valor. Supondo uma coalizão dos indivíduos abaixo da média, eles trocariam entre eles, bloqueando o equilíbrio inicial.

$$U(\vec{\bar{X}}_A) > U(\vec{X}_{rA}) \quad \text{e} \quad U(\vec{\bar{X}}_B) > U(\vec{X}_{rB})$$

e sendo factíveis,

$$\bar{X}_A + \bar{X}_B = \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} \omega_A + \frac{1}{r}\sum_{i=1}^{r} \omega_B$$

$$\bar{X}_A + \bar{X}_B = \omega_A + \omega_B$$

ou seja, a coalizão dos indivíduos abaixo da média bloquea o equilíbrio inicial, pois eles tem maior utilidade com a coalizão, trocando entre eles apenas.

Core colapsa no Equilíbrio Walrasiano para uma economia replicada

Supondo que exista um único equilíbrio de mercado x^*, dada a dotação inicial ω. Então, se y não é o equilíbrio de mercado, há r replicações tal que $y \notin C_r(\omega)$.

Prova: será possível escolher um ponto g preferível a y para um dos agentes (supondo o agente A):

$g = \theta\omega_A + (1-\theta)y_A \quad \forall\ \theta > 0$ e $\theta = T/r$, $T > r$, e T = total de consumidores. Logo para r = consumidores do tipo A,

$$g_A = \frac{T}{r}\omega_A + \left(1 - \frac{T}{r}\right)y_A .$$

Com uma economia replicada r vezes, forma-se uma coalizão de r consumidores do tipo a e $r-T$ do tipo B, tal que g_A e y_B são as respectivas alocações. Para provar que essa situação é possível:

$$r g_A + (r-T)y_B = r\left[\frac{T}{r}\omega_A + \left(1-\frac{T}{r}\right)y_A\right] + (r-T)y_B$$
$$= T\omega_A + (r-T)(y_A + y_B)$$
$$= T\omega_A + (r-T)(\omega_A + \omega_B)$$
$$= r\omega_A + (r-T)\omega_B$$

que será exatamente a alocação inicial da coalizão. Logo, essa coalizão pode ser melhor que y.