

Lista de exercícios I

- Suponha que a função de produção, em unidades de trabalho eficiência, seja descrita por:

$$y = 20k^{25/100}$$

e que as taxas exógenas de crescimento da população, da produtividade do trabalho, de depreciação e de poupança são sejam iguais 1,5%, 2%, 3% e 18%, respectivamente. Pede-se:

- Calcule os valores do produto, da relação capital-trabalho e do consumo em unidades de trabalho –eficiência no estado estacionário
 - Faça o mesmo para as taxas de poupança que satisfaz a *golden-rule*
 - Indique, explicando o porque, quais são as taxas de crescimento da renda per capita em cada caso.
 - Este estado estacionário satisfaz os fatos estilizados de Kaldor?
 - Calcule quanto tempo levará para que esta economia percorra 50% do percurso do ajustamento se ela mudar a sua taxa de poupança para taxa de *golden-rule*.
- Considere o governo no modelo de Ramsey-Cas-Koopman. Analise os efeitos de um aumento permanente no gasto público sobre os estado estacionário e a transição ao mesmo sob as seguintes hipóteses:
 - Orçamento equilibrado
 - Endividamento
 - Tributação distorcida sobre os rendimentos do capital

- Considere o seguinte modelo com trabalho estacionário:

$$Y_i(t) = [K_i(t)]^\alpha [A_i(1 - A_{Li})L_i]^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad 0 < A_{Li} < 1 \quad i = N, 0 \quad (1)$$

$$\frac{DK_i}{DT} = \frac{S_i Y_i}{g_t}(T) \quad (2)$$

$$\frac{DA_N}{DT} = B[A_{LN}L_N A_N(T)] \quad (3)$$

$$\frac{DA_S}{DT} = \mu A_{LS}L_S[A_N(T) - A_S(T)]; \quad \mu > 0 \text{ e } A_N(T) \text{ e } A_S(T) \quad (4)$$

Onde A_{Li} são as frações das forças de trabalho engajadas em P&D nas regiões N e S, que constituem o mundo.

- Determine a taxa de crescimento de longo prazo do produto per capita em N.
- Definindo $Z(T) = \frac{A_S(T)}{A_N(T)}$, Determine o valor para o qual Z converge.

- c. Determine a Taxa de crescimento de longo-prazo do produto per capita em S
 - d. Supondo que $A_{LN} = A_{LS}$ e $S_N = S_{LS}$, qual a razão entre as rendas per capita das duas regiões depois delas terem convergido para o equilíbrio?
 - e. Interprete economicamente o significado destes resultados.
4. Considere uma economia em que a produção é descrita por uma função de produção do tipo *Cobb-Douglas* com dois fatores de produção – K, capital e L, trabalho – e com o progresso técnico neutro de Harrod “produzido” por um setor de P&D. A parcela do capital no produto é 40%, enquanto que 80% dos dois fatores são alocados na produção de bem final e a força de trabalho cresce à taxa de 1,5% por período. A taxa de poupança é 20% do produto e a produção de conhecimento obedece à equação:

$$\frac{dA}{dt} = B[a_K K(t)]^\beta [a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta;$$

Sendo, $B=1$, $\beta = \frac{3}{10}$ e $\gamma = \frac{3}{10}$ e $\theta = \frac{5}{10}$

Pede-se:

- a) Existe um **Steady State** único para o qual essa economia converge?
 - b) Descreva as propriedades dinâmicas desta economia, usando resultados numéricos, se possível.
5. Considere o seguinte modelo de capital humano:

$$Y_t = K_t^\alpha [A_t H_t]^{1-\alpha}$$

$$H_t = L_t G_E$$

onde

$$G_E = \begin{cases} G = e^{0,34E} & \text{para } E \leq 4 \\ G = e^{(1,36+0,101E)} & \text{para } 4 < E < 8 \\ G = e^{(2,168+0,068E)} & \text{para } E > 8 \end{cases}$$

Representa o impacto de escolaridade, E, sobre a produtividade da força de trabalho, L. Suponha que as taxas exógenas de crescimento da população, N, e do conhecimento, A, sejam dadas por n e g e que as taxas de depreciação e poupança sejam δ e s, respectivamente. Além disso, introduzindo uma expectativa de vida de T e uma escolaridade média de E, pede-se:

- a. Determinar a expressão analítica da renda per capita no estado estacionário
- b. Identificar o efeito das variações na propensão a poupar sobre a trajetória da produtividade
- c. Estimar o efeito sobre a renda per capita de uma variação na escolaridade de 4 para 6 anos e de 8 para 9 anos, mantendo uma expectativa de vida igual a 70 anos.

6. Apresente os modelos de Romer de crescimento econômico endógeno (1986, 1987 e 1990). Comente as principais diferenças entre eles. Dica: consultar capítulo 11 e capítulo 2 e3
7. Apresente em linhas gerais o modelo de Lucas de 1988 e comente suas implicações sobre a trajetória de crescimento ótimo.
8. Suponha uma função de produção dada por $Y = 10K^{0,3}L^{0,7}$ e que as taxas exógenas de crescimento da população, e da poupança, sejam respectivamente, 2%, 20%. Pedese:
 - a. Consumo per capita em *steady state*.
 - b. Consumo per capita na *golden rule*.
 - c. Consumo per capita na *golden rule* com $n = 1\%$.
 - d. Sempre que possível, ilustre graficamente a sua resposta.
 - e. Apresente os fatos estilizados de Kaldor
9. Considere uma Economia de Ramsey na qual o produto é determinado por uma função de produção simples $Y(t) = F[K(t)]$, onde $K(t)$ é o estoque de capital e $Y(t)$ é o fluxo de produto em t . A oferta de trabalho é fixa, e a função de produção exibe retornos de capital positivo mas decrescentes. Não há depreciação. Considere um planejador central que deseja maximizar a utilidade do agente representativo:

$$U_s = \int_0^{\infty} u[C(t)] e^{-\beta t} dt$$
 onde $u[.]$ é função crescente, côncava do fluxo de consumo $C(t)$.
 - a) Apresente e resolva o problema do planejador central escrevendo todas as condições de otimalidade, inclusive a condição de transversalidade.
 - b) Derive e discuta as equações de movimento para K e C bem como as condições de equilíbrio de *steady state*.
 - c) Construa o diagrama de fase com K no eixo horizontal e C no eixo vertical. Faz sentido, falar em nível de *golden rule* de estoque de capital para esta economia?
 - d) Suponha que há um permanente decréscimo em β , significando que o agente representativo tornou-se mais paciente. Construa outro diagrama de fase descrevendo o ajustamento dinâmico entre o velho e o novo equilíbrio.
 - e) A economia terminará com mais ou menos capital?

10. Apresente o modelo Romer (1990) e compare-o com os modelos AK de crescimento endógeno. Apresente o diagrama de fase e comente a trajetória de crescimento de steady state para as variáveis de estado e de controle.
11. Apresente o modelo Cass-Koopmans de crescimento usando programação dinâmica e controle ótimo. Nos dois casos suponha que a função utilidade é da família HARA. Apresente o diagrama de fase e comente a trajetória de crescimento de steady state para as variáveis de estado e de controle.
12. Um dado país possui uma tecnologia dada pela seguinte função de produção em termos percapitas: $y_t = 6k_t^{2/3}$ onde y_t é o produto percapita e k_t é a razão capital-trabalho. A taxa de depreciação dessa economia é de 0,1 e a taxa de crescimento da população também é de 0,1. A função poupança é dada por $S_t = 0,1Y_t$ onde S_t é poupança nacional total e Y_t é o produto total da economia. Pergunta-se:
- Qual a o valor de *Steady State* da razão capital-trabalho?
 - Qual a o valor de *Steady State* do produto percapita?
 - Qual a o valor de *Steady State* do consumo percapita?
 - À medida que a economia move-se para o equilíbrio de longo prazo, há convergência? A previsão de convergência absoluta ou condicional (justifique)?
13. Defina crescimento sustentado e comente, supondo uma tecnologia Cobb-Douglas a influencia do retorno de escala na definição dos equilíbrios de longo prazo de uma economia. Como o modelo de Solow-Swan trata essa questão? (Ilustre graficamente sua resposta)
14. Apresente o modelo Neoclássico de Solow – Swan, destacando os seguintes aspectos:
- Hipóteses básicas do modelo
 - Descrição algébrica do modelo
 - A dinâmica da economia
 - A transição em direção ao *steady state* e o próprio nível de *steady state*.(ilustre graficamente sua resposta)
 - Taxas de crescimento do produto percapita, do consumo percapita e do estoque de capital trabalho-eficiente
15. Um equilíbrio de longo prazo especial é aquele definido como equilibrio de *Golden rule*. Pergunta-se:

- a) Caracterize de forma algébrica e gráfica a situação de *Golden Rule*
- b) Esse equilíbrio é interessante do ponto de vista do bem-estar social?
(justifique sua resposta)
- c) Em que situações há a possibilidade de ineficiência dinâmica na economia de Solow?
- d) Qual efeito de uma mudança permanente na taxa de poupança sobre o *steady state* no modelo Solow – Swan? Apresente a análise gráfica de cada caso.
- e) Qual o efeito dessa mudança estrutural o salário real e sobre a taxa real de juros?

16. Apresente a regra Keynes – Ramsey considerando tempo discreto e comente o papel dessa regra na formulação do modelo de Ramsey com planejador central. Qual a principal intuição dessa regra?