(4) **Gerações sobrepostas**: efeito de um aumento nos juros sobre a função poupança.

Dica: • Função condições de Euler
• Função implícita
• Análise gráfica

Quais propriedades exigidas da função utilidade e dos bens?

Os indivíduos tem uma função utilidade aditiva:

$$u(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1})$$

para $\theta \geq 0$, $u(\cdot)' > 0$ e $u''(\cdot) < 0$.

O salário (w_t) adquirido quando jovem é utilizado em consumo (c_{1t}) e poupança (s_t). Quando velho, o indivíduo recebe sua poupança ajustada pelos juros (r_{t+1}) e gasta em consumo (c_{2t+1}).

O problema de uma economia descentralizada é:

$$\max U_0 = u(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1})$$

s.a. $c_{1t} + s_t = w_t \rightarrow c_{1t} = w_t - s_t$

$c_{2t+1} = (1+r_{t+1}) s_t$

$$\mathcal{L} = u(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1}) + \lambda_t \left[w_t - c_{1t} - \frac{c_{2t+1}}{(1+r_{t+1})} \right]$$

CPO

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{1t}} \Rightarrow u'(c_{1t}) = \lambda_t \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{2t+1}} \Rightarrow u'(c_{2t+1})(1+\theta)^{-1} = \frac{\lambda_t}{(1+r_{t+1})} \qquad (2)$$

Subs. (1) em (2)

$$(1+\theta)^{-1} u'(c_{2t+1}) = \frac{u'(c_{1t})}{(1+r_{t+1})}$$

$$\frac{(1+r_{t+1})}{(1+\theta)} = \frac{u'(c_{1t})}{u'(c_{2t+1})} \qquad (3)$$

Lembrando que a elasticidade de subs. intertemporal $\sigma(\cdot)$ é:

$$-\sigma(c) = \frac{u'(c)}{u''(c) \cdot c},$$

subs. $c_{1t} = w_t - s_t$ e $c_{2t+1} = (1+r_{t+1}) s_t$ em (3),

$$\frac{(1+r_{t+1})}{(1+\theta)} = \frac{u'(w_t - s_t)}{u'((1+r_{t+1})s_t)}, \qquad (3.a)$$

$$\sigma[c_{2t+1}] = \sigma[(1+r_{t+1})s_t],$$

$$\sigma[(1+r_{t+1})s_t] = -\frac{u'[(1+r_{t+1})s_t]}{u''[(1+r_{t+1})s_t] \cdot (1+r_{t+1}) \cdot s_t} \qquad (4)$$

Reescrevendo 3.a,

$$\underbrace{0 = -u'(w_t - s_t) + (1+\theta)^{-1} \cdot (1+r_{t+1}) \, u'[(1+r_{t+1})s_t]}_{\phi(w_t, s_t, r_{t+1}) = 0}$$

definindo ϕ como uma função implícita,

$$s_t = f(w_t, r_{t+1}).$$

Para saber o **efeito de um aumento nos juros**,

$$\frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} = \frac{-\partial \phi / \partial r_{t+1}}{\partial \phi / \partial s_t}$$

Filipe Stona - Macro I | p.1

Relembrando,

$$\phi(s_t, w_t, r_{t+1}) = -u'(w_t - s_t) + (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})u'[(1+r_{t+1})s_t]$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial r_{t+1}} = (1+\theta)^{-1} u'[(1+r_{t+1})s_t] + (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1}) \cdot u''[(1+r_{t+1})s_t] s_t$$

Definindo $z_t = (1+r_{t+1}) s_t$

$$(1+\theta)^{-1}\left[u'(z_t) + s_t(1+r_{t+1})\, u''(z_t)\right]$$

Multiplicando por $\frac{u'(z_t)}{u'(z_t)}$,

$$(1+\theta)^{-1}\left[1 + \underbrace{\frac{z_t \cdot u''(z_t)}{u'(z_t)}}_{-\frac{1}{\sigma(\cdot)}}\right]$$

$-\frac{1}{\sigma(\cdot)}$, pois $\sigma(\cdot) = -\frac{u'(z_t)}{z_t \cdot u''(z_t)}$

Então;

$$\frac{\partial \phi}{\partial r_{t+1}} = (1+\theta)^{-1}\left[1 - \frac{1}{\sigma(\cdot)}\right]$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial s_t} = +\underbrace{u''(w_t - s_t)}_{u''(\cdot)<0} + (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})^2 \underbrace{u''[\cdot]}_{u''(\cdot)<0}$$

O efeito de uma mudança nos juros na poupança será ambíguo, dependendo de $\partial\phi/\partial r_{t+1} \lesseqgtr 0$. se $\sigma(\cdot) < 1$, efeito renda domina, $\partial s/\partial r < 0$; se $\sigma(\cdot) > 1$, efeito subs domina, $\partial s/\partial r > 0$.

(5) Como demonstrado na questão (4), o impacto dos juros na poupança é determinado por

$$\frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} = \frac{-\partial\phi/\partial r_{t+1}}{\partial\phi/\partial s_t}$$

como $\frac{\partial \phi}{\partial s_t} = u''(w_t - s_t) + (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})^2 u''(\cdot)$ e $u''(\cdot) < 0$, $\frac{\partial\phi}{\partial s_t} < 0$. Todavia, $\frac{\partial\phi}{\partial r_{t+1}}$ é ambígua no sinal, pois

$$\frac{\partial\phi}{\partial r_{t+1}} = (1+\theta)^{-1}\left[1 - \frac{1}{\sigma(\cdot)}\right]$$

se $\sigma(\cdot) > 1$, $\frac{\partial\phi}{\partial r_{t+1}} > 0$ e $\frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} > 0$

se $\sigma(\cdot) < 1$, $\frac{\partial\phi}{\partial r_{t+1}} < 0$, e $\frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} < 0$.

Quando $\sigma(\cdot) > 1$, o efeito substituição entre consumo em $t+1$ e t é mais vantajoso, dominando o efeito renda. Com $\sigma(\cdot) > 1$, vale mais a pena o consumidor antecipar seu consumo de $t+1$ para t.

(6) Ql comportamento ótimo das firmas e ql rel. entre k_{t+1} e k_t?

- Locus de equilíbrio
- Possibilidades de equilíbrio
- condição p/ equilíbrio único, estável e não-oscilante (justifique).

Scanned by CamScanner

6) ... $Y_t = F(K_t, L)$

$$\max \ \Pi_t = p_t Y_t - w_t^k K_t - w_t^L L \Big|_{p=1}$$

$$\frac{\partial Y_t}{\partial k_t} \cdot k_t + \frac{\partial Y_t}{\partial L} \cdot L = \underbrace{Y_t}_{\text{renda total da economia}}$$

condições de equilíbrio no mercado de fatores

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) \rightarrow PMgL \qquad (1)$$

$$r_t = f'(k_t) \rightarrow PMgk \qquad (2)$$

Obs.:

$$Y_t = F(k_t, L)$$

$$Y_t = L \cdot F(k_t/L, 1) \qquad y_t = \frac{Y_t}{L}$$

$$Y_t = L \cdot F(k_t, 1) \qquad k_t = \frac{k_t}{L}$$

$$y_t = f(k_t) \rightarrow L \cdot f(k_t)$$

$$\underbrace{\frac{\partial Y_t}{\partial k_t}}_{} = L \cdot f'(k_t) \cdot \underbrace{\frac{\partial k_t}{\partial k_t}}_{\frac{1}{L}}$$

$$\Longrightarrow r_t = f'(k_t)$$

$$\underbrace{\frac{\partial Y_t}{\partial L}}_{w_t} = f(k_t) + L \cdot f'(k_t) \cdot \underbrace{\frac{\partial k_t}{\partial L}}_{\frac{-k_t}{L^2}}$$

$$\Longrightarrow w_t = f(k_t) - f'(k_t) \cdot k_t$$

$\Delta N_t = N_0(1+n)^t$

Para termos equilíbrio no mercado de bens, $I_{l.q} = S_{l.q}$. A poupança líquida será $\underbrace{N_t}_{pop.} \cdot \underbrace{s(w_t, r_{t+1})}_{poupança} - \underbrace{k_t}_{despoupança}$ e o investimento líquido, $I_t = K_{t+1} - k_t$.

com isso

$$k_{t+1} - k_t = N_t s(w_t, r_{t+1}) - k_t$$

$$\underbrace{k_{t+1} = N_t s(w_t, r_{t+1})}_{\text{regra de acumulação no equilíbrio}}$$

$$\frac{K_{t+1}}{N_t} = s(w_t, r_{t+1})$$

$$N_t = N_0(1+n)^t, \quad \underbrace{\frac{K_t}{N_t} = k_t}_{}$$

$$\frac{K_{t+1}}{N_{t+1}} = k_{t+1}$$

então, $K_{t+1} = k_{t+1} \cdot N_{t+1}$

$$\frac{k_{t+1} \cdot N_{t+1}}{N_t} = s(\cdot, \cdot)$$

$$N_{t+1} = N_0(1+n)^{t+1}$$

$$\frac{k_{t+1} \cdot \cancel{N_0}(1+n)^{t+1}}{\cancel{N_0}(1+n)^t} = s(\cdot, \cdot)$$

$$k_{t+1}(1+n) = s(\cdot, \cdot)$$

$$\boxed{k_{t+1} = \frac{s(w_t, r_{t+1})}{(1+n)}} \qquad (3)$$

subs. (1) e (2) em (3)

$$k_{t+1} = \frac{s(w(k_t), r(k_{t+1}))}{(1+n)}$$

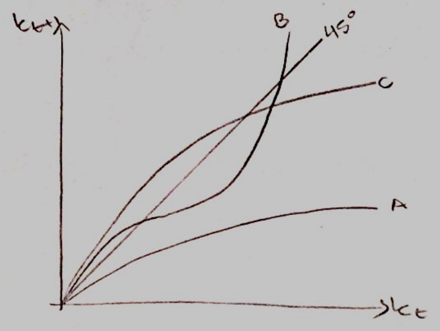
O locus de equilíbrio da poupança se dará por:

$$\frac{dk_{t+1}}{dk_t} = \frac{-s_w(k_t) \cdot k_t \cdot f''(k_t) \ \ldots)}{(1+n) - s_r(k_{t+1}) \cdot f''(k_{t+1})}$$

$$s_r \rightarrow \frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} \Big\} \text{ ambíguo}$$

se $s_r > 0$; $\frac{dk_{t+1}}{dk_t} > 0$.

Existem então três comportamentos possíveis do locus de poupança.



A) Não há SS com $k_t > 0$.

B) Dois equilíbrios (estável e instável)

c) Único e estável SS

Para que ocorra o caso C, quando o equilíbrio é estável, único e não-oscilatório,

$$0 < \left| \frac{dk_{t+1}}{k_t} \right| < 1.$$

⑦ Compara ED com OS

• Tx. de desconto social e seu papel na fun. de Bem-estar social

• Problema do plan. central e diferenças da ED.

• Como o plan central (PC) aloca recursos?

O problema que o planejador central tem que resolver é:

$$\max U = (1+\theta)^{-1} u(c_{20}) + \sum_{t=0}^{T=\infty} (1+R)^{-t-1} \cdot \left[u(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1}) \right] \quad (1)$$

$$\text{s.a. } k_t + f(k_t) = (1+n)k_{t+1} + c_{1t} + \frac{c_{2t}}{(1+n)} \quad (2)$$

R é a tx. de desconto social, representa a preocupação com as gerações futuras

se $R > 0$, ⊖ preocupação c/ ger. futuras, $R < 0$, ⊕ ger. futuras, $= 0$, igualmente.

Ponderando pelo tamanho de cada geração, $1 + R = (1+n)^{-1}$, logo

$R = (1+n)^{-1} - 1$, $R < 0$.

Isolando c_{1t} em (2):

$$c_{1t} = k_t + f(k_t) - k_{t+1}(1+n) - (1+n)^{-1} c_{2t}$$

subs. em (1)

$$U = (1+\theta)^{-1} u(c_{20}) + \sum (1+R)^{-1-t} \left[u(\cdots) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1}) \right]$$

$$\frac{\partial U}{\partial c_{2t}} = (1+\theta)^{-1} \cdot u'(c_{2t}) - \left[(1+R)^{-1}(1+n)^{-1}\right] \cdot u'(c_{1t}) = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial k_t} = (1+R)^{-1} \cdot \left[1 + f'(k_t)\right] u'(c_{1t}) - (1+n)\, u'(c_{1t-1}) = 0$$

$$u'(c_{1t-1}) = (1+R)^{-1} \left[1 + f'(k_t)\right] u'(c_{1t}) \cdot (1+n)^{-1}$$

$$u'(c_{1t}) = (1+\theta)^{-1} u'(c_{2t}) (1+R)(1+n)$$

subs $u'(c_{1t})$ em $u'(c_{1t-1})$,

$$u'(c_{1t-1}) = (1+\theta)^{-1} \left[1 + f'(k_t)\right] u'(c_{2t})$$

como $f'(k_t) = r_t$, o resultado do controle ótimo é igual ao descentralizado.

Steady state (OS)

Para entender como o PC aloca recursos, olhamos o SS.

Definindo c_1^*, c_2^* e k^* os valores de SS, os resultados de $\partial U/\partial c_{2t}$ e $\partial U/\partial k_t$ serão:

$$(1+\theta)^{-1} u'(c_2^*) = (1+R)(1+n)\, u'(c_1^*) \quad (3)$$

$$\underbrace{(1+R)^{-1}\left[1 + f(k_t^*)\right] = (1+n)}$$

$$1 + f(k^*) = (1+n)(1+R) \quad (4)$$

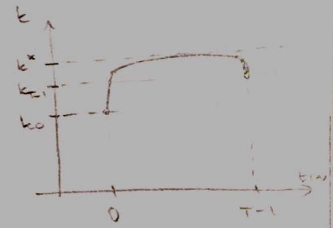
Se $f'(k^*) = R + n$, o ss satisfaz a golden rule modificada (grm).

caso $R = 0$, (gr).

- $R > 0$, $k_0 \to k^*_{grm}$
- $R = 0$, $k_0 \to k^*_{gr}$
- $R < 0$, sem convergência.

Nesse caso $k^* \neq \underbrace{k^{ED}_{ss}}$; $k^{ED}_{ss} = \frac{s(\cdot)}{1+n}$?

Como vimos, $R<0$, então, a economia nunca está no ss. O melhor a fazer, pelo Teorema de Turnpike é permanecer o maior tempo possível próximo de k^* entre $t=0$ e $T-1$.



8 Altruísmo e implicações no equilíbrio de longo prazo.

Com altruísmo, a utilidade das gerações futuras (V_{t+1}) compõe a utilidade das pessoas nascidas em t (V_t), descontada a uma taxa R, que demonstra o grau de preocupação com a próx. geração:

$$V_t = u(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1}) + (1+R)^{-1} V_{t+1}$$

De forma genérica, resolvendo recursivamente, temos que:

$$V_t = \sum_{i=0}^{\infty} (1+R)^{-i} \left[u(c_{1t+i}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+i+1}) \right]$$

Além disso, os jovens recebem uma herança b_t e os velhos usam seus recursos para formar a herança p/ as próximas gerações.

O problema do jovem nascido em t será:

$$\max_{s_t, b_{t+1}} V_t = U(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1} u(c_{2t+1}) + (1+R)^{-1} u(c_{1t+1}) + \dots$$

s.a. $c_{1t} + s_t = w_t + b_t$

$c_{2t+1} + (1+n) b_{t+1} = (1+r_{t+1}) s_t$

como $c_{1t} = w_t + b_t - s_t$ e

$c_{2t+1} = (1+r_{t+1}) s_t - (1+n) b_{t+1}$

substituímos na fun. utilidade.

CPO

$$\frac{\partial V_t}{\partial s_t} \Rightarrow u'(c_{1t}) \cdot (-1) + (1+\theta)^{-1} u'(c_{2t+1}) \cdot (1+r_{t+1})$$

$$u'(c_{1t}) = (1+\theta)^{-1} (1+r_{t+1}) u'(c_{2t+1}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial V_t}{\partial b_{t+1}} \Rightarrow (1+\theta)^{-1} u'(c_{2t+1})(-1)(1+n) + (1+R)^{-1} u'(c_{1t+1}) = 0$$

$$(1+R)^{-1} u'(c_{1t+1}) = (1+\theta)^{-1} (1+n) u'(c_{2t+1}) \quad (2)$$

Considerando $b_{t+1} > 0$.

Observando as condições, percebe-se que temos o mesmo resultado do caso com comando central. Logo, $k_{ss} = k_{grm}$, pois, definindo $f'(k) = r$, e k^*, c_1^* e c_2^*,

$$u'(c_1^*) = (1+\theta)^{-1} (1 + f'(k^*)) u'(c_2^*)$$

$$(1+R)^{-1} u'(c_1^*) = (1+\theta)^{-1} (1+n) u'(c_2^*)$$

$$\cancel{(1+\theta)^{-1}} (1+n)(1+R) u'(c_2^*) = \cancel{(1+\theta)^{-1}} [1 + f'(k^*)] \cancel{u'(c_2^*)}$$

$$1 + f'(k^*) = (1+n)(1+R).$$

9) Seguridade social

- casos
- Efeito sobre o bem-estar e acumulação de capital no SS.
- O que significa equivalência ricardiana nesse modelo?

Vamos introduzir SSS em uma economia descentralizada e sem altruísmo, ~~e~~ então, relembrando as condições de equilíbrio:

- $u'(\underbrace{c_{1t}}_{w_t - s_t}) = (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})\, u'(\underbrace{c_{2t+1}}_{(1+r_{t+1})s_t})$

- $s_t = (1+n)k_{t+1}$

- $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$

- $r_t = f'(k_t)$

Existem duas modalidades de SSS no modelo.

→ Fully Funded (caso chileno): contribuição do jovem (d_t) é retornada em t+1 para o velho com juros (b_t)

$$\begin{cases} c_{1t} + s_t + d_t = w_t & b_{t+1} = (1+r_{t+1})d_t \\ c_{2t+1} = (1+r_{t+1})(s_t + d_t) \end{cases}$$

→ Pay-as-you-go (PAYG): sistema sem financiamento, onde as contribuições feitas pelos jovens são transferidas para os velhos:

$$c_{1t} + s_t + d_t = w_t$$
$$c_{2t+1} = (1+r_{t+1})s_t + \underbrace{b_{t+1}}_{(1+n)d_{t+1}}$$

No sistema FF, para a função utilidade $u(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1}u(c_{2t+1})$, temos:

$$u'(c_{1t}) = (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})\,u'(c_{2t+1})$$

$$u'[w_t - (s_t + d_t)] = (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})\,u'[(1+r_{t+1})(s_t+d_t)]$$

Relembrando a regra de acumulação no equilíbrio:

$$K_{t+1} = N_t \cdot s_t(w_t, r_{t+1})$$

$$\frac{K_{t+1}}{N_t} = s_t(\cdot,\cdot) \qquad K_{t+1} = k_{t+1} \cdot N_{t+1}$$

$$\frac{k_{t+1}N_{t+1}}{N_t} = s(\cdot,\cdot)$$

$$\frac{k_{t+1}\cdot \cancel{N_0}(1+n)^{t}}{\cancel{N_0}(1+n)^{t+1}} = s(\cdot,\cdot)$$

$$s(w_t, r_{t+1}) = (1+n)k_{t+1}$$

com FF, $d_t + s_t = (1+n)k_{t+1}$, pois d_t é percebido como poupança. Como s_t e d_t dão o mesmo retorno, o indivíduo é indiferente, e o SSS não tem impacto na acumulação de capital ou no nível de poupança.

No PAYG, a CPO será:

$$u'[w_t - (s_t + d_t)] = (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})\,u'[(1+r_{t+1})s_t + (1+n)d_{t+1}]$$

e $k_{t+1}(1+n) = s_t(w_t, r_{t+1}, d_t)$

Para analisar o SS, $d_t = d_{t+1}$,

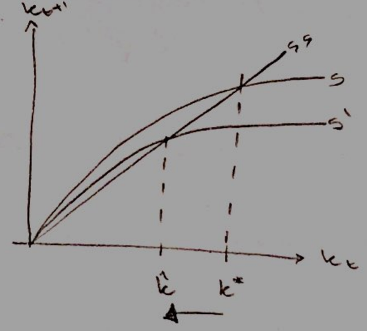
$$\frac{\partial s_t}{\partial d_t} = \frac{\partial\phi/\partial d_t}{\partial\phi/\partial s_t} \rightarrow u''(c_{1t}) + (1+\theta)^{-1}(1+r_{t+1})u''(c_{2t+1})(1+n) \leftarrow <0$$

$\frac{\partial s_t}{\partial d_t} \lessgtr 0$, depende de $r_{t+1} \gtrless n$.

caso $n > r$, o SSS melhora o nível de bem-estar, mas tb. diminui o nível de acumulação de cap. deslocando $s \to s'$ ($s > s'$).

Scanned by CamScanner

9) cont...



O sss é como uma herança negativa, que transfere do jovem p/ o velho. Não haverá efeito negativo na acumulação de capital caso exista herança positiva juntamente com sss. Assim, a transferência líquida entre gerações não se altera, sendo este um caso de equivalência ricardiana.

Lista 2 → Job Search

9) Estrutura do modelo de Job Search

- Principais resultados de equilíbrio
- Papel da incerteza
- Comparar com o resultado da teoria clássica de emprego.

No modelo de Job Search (JS), o problema do trabalhador é maximizar seu salário-renda para o resto da vida:

$$\mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t y_t\right] \qquad (1)$$

y_t = renda.

caso esteja empregado, $y_t = w$ (salário)
caso desempregado, $y_t = w^u$ (seguro desemprego). O trabalhador deve decidir entre aceitar ou rejeitar uma nova oferta de trabalho, c/ w

- $v^{esp}(w)$: valor de rejeitar
- $v^{ac}(w)$: " de aceitar
- $v^{of}(w)$: " de retirar nova oferta

As ofertas são independentes, e os indivíduos se comportam de maneira ótima, maximizando (1).

Definindo $v^{ac}(\cdot)$, v^{of} e v^{esp}:

$$v^{esp}(w) = w^u + \beta\mathbb{E}\left[v^{of}(w)\right] \qquad (2)$$

$$v^{ac}(w) = w + \beta\alpha\mathbb{E}\left[v^{of}(w)\right] + \beta(1-\alpha)v^{ac}(w)$$

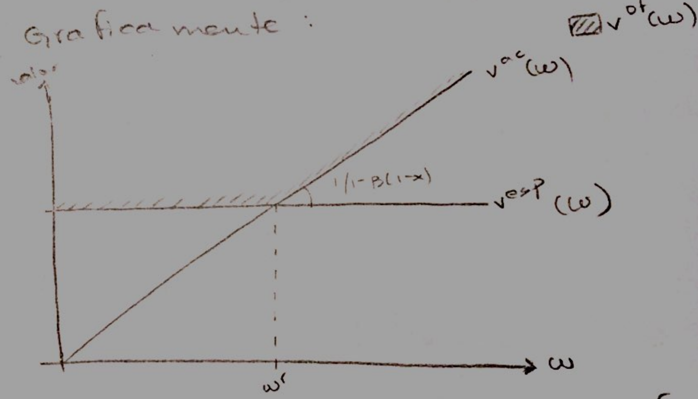
$$v^{ac}(w)\left[1-\beta(1-\alpha)\right] = w + \beta\alpha\mathbb{E}[\cdot]$$

$$v^{ac}(w) = \frac{w + \beta\alpha\mathbb{E}\left[v^{of}(w)\right]}{1-\beta(1-\alpha)} \qquad (2)$$

$\alpha \to$ prob de demissão em $t+1$
$1-\alpha \to$ prob. de continuar empregado

$$v^{of}(w) = \max\left\{v^{ac}(w), v^{esp}(w)\right\} \qquad (3)$$

Graficamente:



$w^r \to$ salário de reserva. se $w > w^r$, o indivíduo aceita a proposta, caso contrário, $w < w^r$, não, espera.

Queremos então escobrir w^r. Em w^r, $v^{ac}(w) = v^{esp}(w)$, então:

$$w^u + \beta\mathbb{E}\left[v^{of}(w)\right] = \frac{w + \beta\alpha\mathbb{E}\left[v^{of}(w)\right]}{1-\beta(1-\alpha)} \qquad (4)$$

Para descobrir $\mathbb{E}\left[v^{of}(w)\right]$, definimos que $w \in U(\underline{w}, \bar{w})$, para $\underline{w}$ salário mínimo e $\bar{w}$ o salário máximo.

Definindo $\mathbb{E}[v^{of}(\omega)]$:

$$\mathbb{E}[v^{of}(\omega')] = \int_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}} v^{of}(\omega')\, dF(\omega')$$

$F(\omega')$ será definida pela função densidade de probabilidade de uma uniforme, logo,

$$F(\omega') = \frac{1}{\bar{\omega} - \underline{\omega}}$$

$$\mathbb{E}[\cdot] = \frac{1}{\bar{\omega}-\underline{\omega}} \cdot \int_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}} v^{of}(\omega')\, d\omega' \quad (5)$$

A integral em nada mais é que a área abaixo de $v^{of}(\omega')$, formada por $v^{ac}(\omega')$ e $v^{esp}(\omega)$:

$$\int_{\underline{\omega}}^{\bar{\omega}} v^{of}(\omega')\,d\omega' = (\bar{\omega}-\underline{\omega})\cdot v^{esp}(\omega') + \frac{1}{2}(\bar{\omega}-\omega')\, s\,(\bar{\omega}-\omega') \quad (6)$$

$$s = \frac{1}{1-\beta(1-\alpha)}$$

Subs (6) em (5):

$$\mathbb{E}[\cdot] = \frac{1}{(\bar{\omega}-\underline{\omega})}\left\{(\bar{\omega}-\underline{\omega})v^{esp}(\omega') + \frac{(\bar{\omega}-\omega')^2 s}{2}\right\}$$

$$\mathbb{E}[v^{of}(\omega')] = v^{esp}(\omega') + \frac{(\bar{\omega}-\omega')^2 s}{(\bar{\omega}-\underline{\omega})2}$$

$$\mathbb{E}[v^{of}(\omega')] = \omega^u + \beta\mathbb{E}[v^{of}(\omega')] + \frac{s(\bar{\omega}-\omega')^2}{(\bar{\omega}-\underline{\omega})2}$$

$$\mathbb{E}[v^{of}(\omega')](1-\beta) = \ldots$$

$$\mathbb{E}[v^{of}(\omega')] = \frac{1}{1-\beta}\left[\omega^u + \frac{s(\bar{\omega}-\omega^r)^2}{(\bar{\omega}-\underline{\omega})2}\right]. \quad (7)$$

Para facilitar, antes de subs. (7) em (4), vamos simplificar (4):

$$\omega^r = [1-\beta(1-\alpha)][\omega^u + \beta\mathbb{E}(v^{of})] - \beta\alpha\mathbb{E}(v^{of})$$

$$\omega^r = [1-\beta(1-\alpha)]\omega^u + \mathbb{E}(v^{of})[\beta(1-\beta)(1-\alpha)]$$

subs. $\mathbb{E}[v^{of}(\omega)]$:

$$\omega^r = [1-\beta(1-\alpha)]\omega^u + \frac{1}{1-\beta}\left[\omega^u + \frac{s(\bar{\omega}-\omega^r)^2}{2(\bar{\omega}-\underline{\omega})}\right][\beta(1-\beta)(1-\alpha)]$$

$$\omega^r = \omega^u + \beta(1-\alpha) \cdot \frac{1}{1-\beta(1-\alpha)} \cdot \frac{(\bar{\omega}-\omega^r)^2}{2(\bar{\omega}-\underline{\omega})}$$

$$\omega^r = \omega^u + \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\beta(1-\alpha)} \cdot \frac{(\bar{\omega}-\omega^r)^2}{2(\bar{\omega}-\underline{\omega})}. \quad (8)$$

O problema é que (8): $\omega^r = f(\omega^r)$.

Definimos então $\varphi(\omega^r)$,

$$\omega^r = \omega^u + \varphi(\omega^r),$$

tal que $\varphi'(\omega^r) < 0$. Se $\omega^r = \bar{\omega}$, $\varphi(\omega^r) = 0$.

Para comparar com o modelo clássico, precisamos: nível de emprego e desemprego total da economia.

Considerando $\omega \in U(\underline{\omega}, \bar{\omega})$, a tx. de aceitação será:

$$\varphi = \frac{(\bar{\omega}-\omega^r)}{(\bar{\omega}-\underline{\omega})}$$

$\frac{1}{\varphi} \to$ tempo de espera

$\left[\frac{1}{\varphi} - 1\right] \to$ tempo de desemprego

para U_t = tx de desemprego e L = população, o emprego total será $L(1-u_t)$.

A tx de desemprego em U_{t+1} será

$$u_{t+1} = \alpha(1-\varphi) + u_t[(1-\alpha)(1-\varphi)] \quad (9)$$

No equilíbrio, $u_{t+1} = u_t = u_s$, então podemos reescrever (9) como:

$$u_s = \alpha(1-\psi) + u_s[(1-\alpha)(1-\psi)]$$

$$u_s = \frac{\alpha(1-\psi)}{\alpha(1-\psi)+\psi}$$

— Obs: $L u_{t+1} = L u_t (1-\psi) + [L(1-u_t)(1-\psi)\alpha]$

$$u_{t+1} = u_t(1-\psi) + (1-u_t)(1-\psi)\alpha$$

$$= u_t - u_t\psi + \alpha[1 - u_t - \psi + u_t\psi]$$

$$= u_t - u_t\psi + \alpha - u_t\alpha - \psi\alpha + u_t\psi\alpha$$

$$= \alpha(1-\psi) + u_t[1-\psi-\alpha+\psi\alpha]$$

$$u_{t+1} = \alpha(1-\psi) + u_t[(1-\psi)(1-\alpha)]$$

Obs.2:

$$u_s[1-(1-\alpha)(1-\psi)]$$

$$1 - 1 + \psi + \alpha - \psi\alpha = \alpha(1-\psi) + \psi$$

Para a teoria clássica, a quantidade de trabalho ofertada é exatamente a mesma demandada, logo, não há desemprego. O desemprego representaria que não estávamos no equilíbrio. Pela teoria de JS, o desemprego é fruto de um processo incerto de encontrar um emprego, sem que os indivíduos tenham informação completa.

O resultado demonstra que o desemprego não é um fenômeno de desequilíbrio, pois ocorre mesmo quando os indivíduos agem de maneira ótima. A taxa de desemprego no equilíbrio u_s depende da taxa de aceitação dos indivíduos ψ e da prob. de serem ~~mantidos~~ ~~no emprego~~ demitidos (α), tx de demissão.

Como $u_s > 0$, há desemprego no equilíbrio. O desemprego é involuntário no sentido do trabalhador não saber se a próxima proposta, e trocaria de lugar com quem recebe w^r ou mais, mas é voluntário tb, pois o trabalhador que escolhe entre aceitar ou recusar uma oferta.

Consumo

- Hipótese renda permanente ✓
- Incerteza ✓
- Mudança no consumo ✓
- Juros e consumo ✓
- Juros e Poupança
  - ↳ efeito da alteração dos juros na poupança
- Consumo de ativos arriscados e consumo CAPM.

Hipótese da renda permanente

Indivíduo vive T períodos e quer maximizar sua utilidade

$$U = \sum_{t=0}^{T} u(C_t),$$

tal que $u'(\cdot) > 0$ e $u''(\cdot) < 0$. r e ρ (juros e tx. de desconto), iguais a zero.

R.O.

$$\sum_{t=0}^{T} C_t = \underbrace{A_0}_{\text{riqueza inicial}} + \underbrace{\sum_{t=0}^{T} Y_t}_{\text{renda do trabalho ao longo da vida}}$$

$$\mathcal{L} = \sum u(C_t) + \lambda_t\left[\sum Y_t + A_0 - \sum C_t\right]$$

CPO

$$\frac{\partial L}{\partial c_t} \Rightarrow u'(c_t) = \lambda_t$$

Logo, UMgC é cte. Com isso,

$\sum_{t=0}^{T} c_t = T \cdot c_t$. subs. na RO.

$$c_t = \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=0}^{T} Y_t\right).$$

O indivíduo divide igualmente seus recursos ao longo da vida para cada período t. O consumo para cada período da vida depende da renda permanente.

Efeito na poupança,

$$s_t = Y_t - c_t$$

$$s_t = Y_t - \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=0}^{T} Y_t\right)$$

$$s_t = \left(Y_t - \frac{1}{T}\sum_{t=0}^{T} Y_t\right) - \frac{1}{T} A_0$$

A renda transitória tem impacto positivo na poupança. Nesse modelo, é visto como consumo futuro. De certa forma, o indivíduo alisa o consumo com a poupança, pois quando a renda transitória é maior que a da ~~futura~~ perm., ele poupa, quando o oposto, de tem uma despoupança, utilizando s_t para consumir.

Empiricamente, temos que variações da renda afetam o consumo apenas através do impacto sobre a renda permanente. Supondo:

$$c_i = a + bY_i + e_i$$

onde $c_i = Y_i^P$ e $Y_i = Y_i^P + Y_i^T$

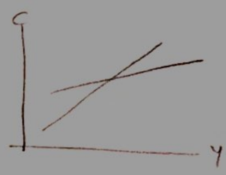
$$\hat{b} = \frac{cov(c,Y)}{var(Y)} = \frac{cov(Y^P+Y^T, Y^P)}{var(Y^P+Y^T)}$$

$$\hat{b} = \frac{\overbrace{cov(Y^P,Y^P)}^{var(Y^P)} + \overbrace{Cov(Y^P,Y^T)}^{0}}{var(Y^P) + var(Y^T)}$$ → Y^P e Y^T são independentes

$$\hat{b} = \frac{var(Y^P)}{var(Y^P) + var(Y^T)}$$

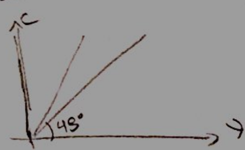
$$\hat{a} = E(C) - \hat{b}\cdot E(Y)$$
$$= \bar{C} - \hat{b}\cdot\bar{Y}$$
$$= \bar{Y}^P - \hat{b}\left(\bar{Y}^P + \bar{Y}^T\right)$$
$$\hat{a} = \bar{Y}^P(1-\hat{b}) \quad \text{para } \bar{Y}^T = 0$$

Logo, o consumo só é afetado por variações em Y^P.



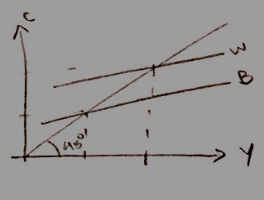
. se $\hat{b} \ll 1$ e $\hat{a} > 0$, diferença no consumo reflete diferentes pontos ao ciclo de vida.

. se $\hat{b} \approx 1$ e $\hat{a} \approx 0$, variação na renda reflete crescimento de LP



. supondo dois grupos: brancos (W) e negros (B)

$\hat{b}_B \approx \hat{b}_W$, pois a var de ~~renda~~ Y^P é praticamente igual, porém, a $\bar{Y}_B^P < \bar{Y}_W^P$, logo, $\hat{a}_B < \hat{a}_W$.



Consumo

Incerteza em rel. a renda, supondo uma fun. utilidade quadrática:

$$\max \mathbb{E}(U) = \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{T}\left(C_t - \frac{a}{2}C_t^2\right)\right]$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{t=0}^{T} C_t = A_0 + \sum_{t=0}^{T} Y_t$$

$$a > 0.$$

$U'(C_1) = 1 - aC_1$. O indivíduo otimizando terá $1 - aC_1 = \mathbb{E}_1(1 - aC_t)$, logo $C_1 = \mathbb{E}_1(C_t)$ para $t = 2, \dots, T$.

A r.o. será, na verdade, sua expectativa, então:

$$\underbrace{\sum_{t=1}^{T} \mathbb{E}_1[C_t]}_{TC_1} = A_0 + \sum_{t=1}^{T} \mathbb{E}_1[Y_t]$$

$$C_1 = \frac{1}{T}\left(A_0 + \sum_{t=1}^{T} \mathbb{E}_1[Y_t]\right).$$

Assim, o indivíduo consome sua expectativa de renda média a cada período.

Reescrevendo $C_1 = \mathbb{E}_1(C_t)$,

$$C_t = \mathbb{E}_{t-1}(C_t) + e_t$$

onde e_t é um ruído branco. Como $\mathbb{E}_{t-1}(C_t) = C_{t-1}$,

$$C_t = C_{t-1} + e_t$$

que é um processo de random walk. Essa é a hipótese de Hall, que as mudanças no consumo são fruto de um processo RW.

Para analisar mudanças no consumo de $t=1$ para $t=2$, teremos $A_1 = A_0 + \underbrace{Y_1 - C_1}_{S_1}$. Assim,

$$C_2 = \frac{1}{T-1}\left(A_1 + \sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_2[Y_t]\right)$$

$$C_2 = \frac{1}{T-1}\left(A_0 + Y_1 - C_1 + \sum \mathbb{E}_2(Y_t)\right)$$

Podemos reescrever $\sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_2(Y_t)$:

$$\sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_2(Y_t) = \sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_1(Y_t) + \left[\sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_2(Y_t) - \sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_1(Y_t)\right]$$

Como $A_0 + \sum_{t=1}^{T} \mathbb{E}_1(Y_t) = C_1 \cdot T$, ∴

$$A_0 + Y_1 + \sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_1(Y_t) = TC_1,$$

então

$$C_2 = \frac{1}{T-1}\left(TC_1 - C_1 + \sum \mathbb{E}_2(Y_t) - \sum \mathbb{E}_1(Y_t)\right)$$

$$C_2 = C_1 + \frac{1}{T-1}\left[\sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_2(Y_t) - \sum_{t=2}^{T} \mathbb{E}_1(Y_t)\right].$$

O comportamento do indivíduo exibe equivalente certeza, pois consome a quantidade equivalente a média da sua renda futura. A incerteza não impacta no consumo.

$$U'(C_1) = \mathbb{E}[U'(C_2)]$$

$$C_1 = \mathbb{E}(C_2)$$

para uma função utilidade quadrática, caso contrário não haveria proporção de equivalente certeza.

Juros e consumo

Voltando no primeiro caso (sem incerteza), e definindo r e $\rho \neq 0$, a r.o. passa a ser em VP:

$$\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^t} \cdot C_t = A_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^t} Y_t$$

$$\frac{1}{1+r} C_1 + \frac{1}{(1+r)^2} C_2 = \frac{1}{1+r} Y_1 + \frac{1}{(1+r)^2} Y_2$$

$$C_1 + \frac{1}{1+r} C_2 = Y_1 + \frac{1}{1+r} Y_2$$

para a função utilidade, definimos

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta} \cdot \frac{1}{(1+\rho)^t}$$

$\theta \rightarrow$ coef. de aversão ao risco

$\rho \rightarrow$ tx. de desconto

Em $t=1$, teremos

$$U'(C_t) = \frac{C_t^{-\theta}}{(1+\rho)^t},$$

e em $t+1$

$$U'(C_{t+1}) = \frac{C_{t+1}^{-\theta}}{(1+\rho)^{t+1}}$$

A eq. de Euler será então:

$$U'(C_t) = (1+r)\, U'(C_{t+1})$$

$$\frac{C_t^{-\theta}}{(1+\rho)^t} = \frac{(1+r)\, C_{t+1}^{-\theta}}{(1+\rho)^{t+1}}$$

$$\frac{C_t^{-\theta}}{C_{t+1}^{-\theta}} = \frac{1+r}{1+\rho}$$

$$\frac{C_{t+1}}{C_t} = \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^{1/\theta}$$

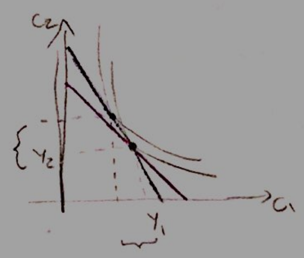
Assim, o comportamento do consumidor depende de r e ρ.

- $r > \rho \Rightarrow$ consumo $\uparrow$ ao longo do t.
- $r < \rho \Rightarrow$ consumo $\downarrow$ ao longo do t
- $r = \rho \Rightarrow$ RW.

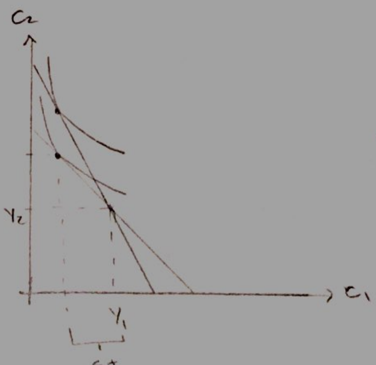
Qual efeito de Δr em S_t?

Supondo $t = 1,2$, e $A_0 = 0$, podemos representar graficamente no espaço (C_1, C_2) esses efeitos. Se aumenta o juros, como a r.o. tem inclinação $-(1+r)$, a r.o. gira no sentido horário.

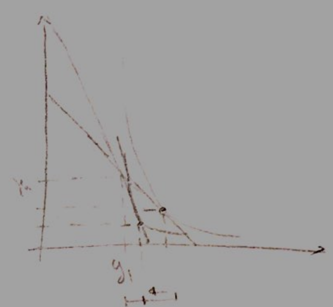
Graficamente



$S = 0$, $C_1 = Y_1$ e $C_2 = Y_2$
$\uparrow r$ $S_1 \uparrow$ $C_1 \downarrow$ o indivíduo poupa em $t=1$ para consumir mais que sua renda no período 2.
Efeito renda nulo.



Efeito renda força diminuição de poupança, mas o efeito subs. age para aumentá-la.
Efeito ambíguo, poupança não se altera.



$C_1 > C_1'$,
$\uparrow r$ reduz a despoupança
Desestímulo a consumir tão acima do nível de renda Y_1.
Empréstimos ficam mais caros, ER e ES reduzem C e aumenta S_2'.

Consumo de Ativos Arriscados.

Indivíduo reduz consumo para ficar com um ativo i por um período que tem retorno r_{t+1}^i.

O comportamento ótimo será:

$$U'(C_t) = \frac{1}{1+\rho} \mathbb{E}_t\left[(1+r_{t+1}^i)\, U'(C_{t+1})\right]$$

como $\mathbb{E}(xy) = \text{cov}(x,y) + \mathbb{E}(x)\mathbb{E}(y)$

e supondo utilidade quadrática, tal que $U'(C_{t+1}) = 1 - aC_{t+1}$,

$$U'(C_t) = (1+\rho)^{-1} \left\{\mathbb{E}\left[1+r_{t+1}^i\right]\mathbb{E}\left[U'(C_{t+1})\right] - a\,\text{Cov}\left(1+r_{t+1}^i, C_{t+1}\right)\right\}$$

O indivíduo não considera a variância do ativo na decisão, foco no retorno.

Consumo CAPM

Isolando $E[1+r^i_{t+1}]$,

$$\frac{1}{E_t[U'(c_{t+1})]}\left[U'(c_0)\cdot(1+\rho) + a\,Cov\left(1+r^i_{t+1}, c_{t+1}\right)\right] = E(1+r^i_{t+1})$$

Para um ativo livre de risco, a $\bar{r}_{t+1}$ cov. é 0 e a expectativa de retorno é certa, então, ~~para~~

$$1+\bar{r}_{t+1} = \frac{U'(c_t)(1+\rho)}{E_t[U'(c_{t+1})]}$$

Aghion e Howitt (1992)

Novidades:

- produtos ficam obsoletos,
- Crescimento produz ganhos e perdas,
- Inovação vertical,
- Incerteza, inovação segue um processo de Poisson,
- Inovação gera externalidades positivas e negativas. → briga por patentes.

Modelo Básico

t = sequência de inovações

A função de produção do setor de bens finais é:

$$Y_t = A_t x^\alpha$$

$x \to$ quantidade de bens intermediários

$A \to$ param. de produtividade do setor intermediário

Uma inovação aumenta A a uma taxa γ:

$$A_{t+1} = \gamma A_t$$

$\gamma \to$ param. do tamanho da inovação

A inovação aumenta a produtividade do insumo intermediário no setor de bens finais.

A oferta de trabalho é:

$$L = x + n$$

$x \to$ trabalho na indústria

$n \to$ pessoas na pesquisa

O produtor do setor intermediário é monopolista. O preço de insumos será:

do insumo

$$P = \alpha A x^{\alpha-1}$$

como o setor de bens finais é competitivo, irá utilizar x até $P = PMg = CMg$.

O lucro do produtor intermediário depende do nível de produto que maximiza seus lucros.

$$\pi_t = \underset{x}{\arg\max}\,[P_t(x)\cdot x - w_t x]$$

$$\frac{w_t}{\alpha} = \alpha A_t x^{\alpha-1}$$

CPO

$$\alpha^2 A_t x^{\alpha-1} - w_t = 0$$

$$x^{\alpha-1} = \frac{w_t}{\alpha^2 A_t}$$

$$x^{1-\alpha} = \frac{\alpha^2 A_t}{w_t}$$

$$x_t = \tilde{x}(\omega_t)$$

$$x^* = \left(\frac{\alpha^2}{w_t/A_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{\alpha^2}{\omega_t}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\pi_t = [A_t \alpha x_t^\alpha - w_t x_t]$$

$$\pi_t = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right) w_t x_t = A_t \underbrace{\tilde{\pi}_t(\omega_t)}_{\text{Fun. lucro produtividade ajustada}}$$

Definindo a condição de arbitragem:

$$w_t = \lambda V_{t+1}$$

$w_t \to$ valor de 1h de trabalho

$\lambda V_{t+1} \to$ valor esperado de 1h de pesquisa.

$\lambda \to$ prob de inovação

$V_{t+1} \to$ valor da inovação

Equação de Fischer:

$$r V_{t+1} = \pi_{t+1} - \underbrace{\lambda n_{t+1} V_{t+1}}_{\text{perda esperada da destruição criativa}}$$

$r \to$ juros

$$V_{t+1} = \frac{\pi_{t+1}}{r + \lambda n_{t+1}}$$

como $\pi_t = A_t \tilde{\pi}(\omega_t)$, o fluxo de lucro de $t+1$ será:

$$\pi_{t+1} = A_{t+1} \tilde{\pi}(\omega_{t+1})$$

$$A_{t+1} = \gamma A_t$$

$$\pi_{t+1} = \gamma A_t \tilde{\pi}(\omega_{t+1})$$

subs. V_{t+1} em w_t:

$$w_t = \lambda \frac{\pi_{t+1}}{r + \lambda n_{t+1}}$$

subs π_{t+1}

$$w_t = \lambda \frac{\gamma A_t \tilde{\pi}(\omega_{t+1})}{r + \lambda n_{t+1}} \qquad (A)$$

Determinando a demanda por trabalho na indústria $x_t = \tilde{x}(\omega_t)$

$$L = n_t + \tilde{x}(\omega_t) \qquad (L)$$

- Obs:

$$\pi_t = \underbrace{\alpha A_t X^{\alpha-1}}_{\frac{w_t}{\alpha}} \cdot x^* - w_t x^*$$

$$\pi_t = \frac{w_t}{\alpha} x^* - w_t x^* = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) w_t x_t^*$$

Mult. por A_t / A_t

$$\pi_t = \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \frac{\omega_t}{A_t} \cdot A_t \cdot X^*$$

$$= \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) \omega_t x^* \cdot A_t$$

$$\pi_t = \underbrace{A_t \tilde{\pi}(\omega_t)}_{\text{lucro ajustado pela produtividade}} \qquad \tilde{\pi}'(\omega_t) < 0$$

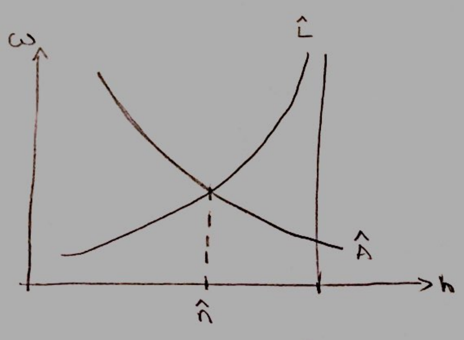
Steady-State

Solução estacionária do sistema (A) e (L), então $n_t = n$ e $\omega_t = \omega$.

$$\underbrace{\frac{w_t}{A_t}}_{\omega} = \lambda \frac{\gamma \tilde{\pi}(\omega)}{r + \lambda n} \qquad (\hat{A})$$

$$L = n + \tilde{x}(\omega). \qquad (\hat{L})$$

como $\tilde{\pi}'(\omega) < 0$, $\hat{A}$ tem inclinação negativa, $\hat{L}$ positiva.



$$\hat{n} = f(\underbrace{L, \gamma}_{\oplus}, \underbrace{r, \lambda}_{\ominus}, \underbrace{\alpha}_{\ominus})$$

Aghiou...

como $A_t\tilde{\pi}(\omega_t) = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\omega_t \cdot x_t$

e $L = n + x$,

$$\tilde{\pi}(\omega) = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\frac{\omega_t}{A_t}\cdot x_t$$

$$\tilde{\pi}(\omega) = \left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\omega(L-n)$$

$x=L-n$
subs. & no ss, $A_t = A$ ...

subs. em $(\hat{\lambda})$:

$$\omega = \lambda\frac{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)\omega(L-n)}{r+\lambda n}$$

$$1 = \lambda\frac{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)(L-\hat{n})}{r+\hat{n}\lambda}$$

$$r+\hat{n}\lambda = \lambda\underbrace{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)}_{a}(L-\hat{n})$$

$$\hat{n}+\frac{r}{\lambda} = La - \hat{n}\cdot a$$

$$\hat{n}+\hat{n}\cdot a = L\cdot a - \frac{r}{\lambda}$$

$$\hat{n}(1+a) = \dots$$

$$\hat{n} = \frac{L\cdot a - r/\lambda}{1+a}$$

$\frac{1-\alpha}{\alpha}+1$
$\frac{\cancel{1-\alpha+\alpha}}{\alpha}$
$\frac{1}{\alpha}$

$$\hat{n} = \frac{1}{\alpha}\left[L\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)-\frac{r}{\lambda}\right]$$

$$= \frac{L(1-\alpha)}{\alpha^2}-\frac{r}{\lambda\alpha}$$

$$= \frac{L(1-\alpha)\cdot\lambda - r\alpha}{\lambda\alpha^2}$$

$$= \frac{\lambda L - \alpha L\lambda - r\alpha}{\lambda\alpha^2}$$

$$\hat{n} = \frac{-(L\lambda+r)}{\lambda\alpha}+\frac{L}{\alpha^2}$$

$\hat{n}=f(\dots\alpha)$ ↓ ⊖ | $\hat{n}$ é uma função decrescente de α, ou seja, uma função decrescente da elasticidade de demanda do setor intermediário monopolista.

Lembre:

- $n \to$ pessoas na pesquisa
- $\alpha \to$ elasticidade da curva de demanda do setor intermediário monopolista.

Estática comparativa

$$Y_t = A_t x^\alpha \qquad Y_{t+1} = A_{t+1}x^\alpha$$

$$\gamma Y_t = \underbrace{A_{t+1}(L-\hat{n})^\alpha}_{Y_{t+1}} \qquad Y_{t+1} = \gamma\underbrace{A_t x^\alpha}_{Y_t}$$

$$Y_{t+1} = \gamma Y_t$$

Aplicando ln,

$$\ln Y_{t+1} = \ln\gamma + \ln Y_t$$

$$\underbrace{\ln Y_{t+1} - \ln Y_t}_{\tau\,\to\,\text{tempo entre duas gerações}} = \ln\gamma$$

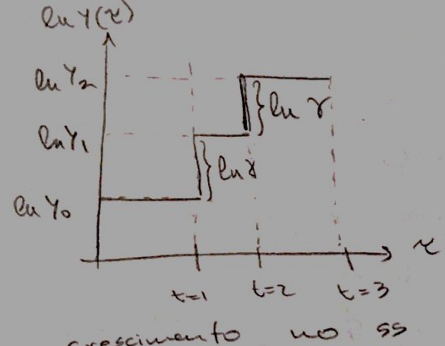
$$\Delta\ln Y(\tau) = \ln\gamma$$

$$\ln Y(\tau+1) = \ln Y(\tau) + (\ln\gamma)\varepsilon(\tau)$$

↳ nº de inovações entre τ e $\tau+1$

$$\varepsilon(\tau) \sim \text{Poisson}(\underbrace{\lambda\hat{n}}_{\text{param}})$$

$$\underbrace{E[\ln Y(\tau+1)-\ln Y(\tau)]}_{g} = \lambda\hat{n}\cdot\ln(\gamma)$$



crescimento no ss

$$g = f\{\underbrace{\gamma,\lambda,L}_{\oplus},\underbrace{r,\alpha}_{\ominus}\}$$

L ↳ por $\hat{n}$; ⊖ ↳ por $\hat{n}$

Aghion...

Bem-Estar:

Como vimos, em uma economia descentralizada, a taxa de crescimento é:

$$g^{ED} = \lambda \hat{n} (\ln \gamma)$$

Em uma economia com comando ótimo, será:

$$g^{OS} = \lambda n^* (\ln \gamma)$$

tal que n^* é o nível de pesquisa no ótimo social. Ou seja, depende de

$$\hat{n} \gtrless n^*$$

A solução de livre mercado e a de comando ótimo são:

$$1 = \lambda \frac{\gamma\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)(L-\hat{n})}{r+\lambda\hat{n}} \quad (ED)$$

$$1 = \lambda \frac{(\gamma-1)\left(\frac{1}{\alpha}\right)(L-n^*)}{r-\lambda n^*(\gamma-1)} \quad (OS)$$

3 efeitos:

a) $r+\lambda\hat{n} > r$, $r-\lambda n^*(\gamma-1) < r$

ED gera pesquisa insuficiente,

$$g^{ED}_{ss} < g^{OS}_{ss}$$

b) $(1-\alpha)$ em ED gera pesquisa insuficiente.

$$g^{ED}_{ss} < g^{OS}_{ss}$$

c) $(\gamma-1)$ em OS gera exesso de pesquisa privada

$$g^{ED}_{ss} > g^{OS}_{ss}$$

Dependendo do efeito que domina a taxa de crescimento será maior na economia com ótimo social ou descentralizada.

Investimento

- Investimento e custo de capital
- Teoria q-investimento
  - → Discreto
  - → contínuo
  - → SS
  - → Implicações

Investimento e custo de capital

r_t → preço que a firma aluga k.

Lucro da firma

$\pi(k, x_1, \dots, x_n) - r_k k$

- k → qtd de capital que a firma aluga
- x → preço dos produtos da firma
- $\pi_k > 0$ e $\pi_{kk} < 0$

Problema da firma:

$$\max_{k^*} \pi(k, x_1, \dots, x_n) - r_k k$$

CPO

$$\pi_k(k, x_1, \dots, x_n) = r_k$$

Impacto de uma mudança nos preços

$$\frac{\partial \pi_k}{\partial r_k} \Rightarrow \pi_{kk}(k, \dots x_n) \cdot \frac{\partial k(r_k, x_1, \dots x_n)}{\partial r_k} = 1$$

$$\frac{\partial k}{\partial r_k} = \frac{1}{\pi_{kk}}, \quad \pi_{kk} < 0, \quad \boxed{\frac{\partial k}{\partial r_k} < 0}$$

Considerando $p_k(t)$ o preço de mercado do capital, δ depreciação, e $\dot{p}_k(t)$ a variação do preço, o custo de capital será:

$$r_k(t) = p_k(t)\left[r(t) + \delta - \frac{\dot{p}_k(t)}{p_k(t)}\right]$$

Incorporando impostos:

$$r_k(t) = p_k(t)\left[r(t) + \delta - \frac{\dot{p}_k(t)}{p_k(t)}\right](1-f\tau)$$

Crítica: modelo com tx. de investimento sem limites que não permite observar o comportamento futuro de PMgk e r_k.

q - investimento

$k(t) \rightarrow$ capital da firma

$K(t) \rightarrow$ " " indústria

$\pi(K(t))k(t) \rightarrow$ lucro da firma

- N firmas iguais
- PICE, econ. competitiva

$\pi'(\cdot) < 0$

$I(t) = \dot{k}$

$C(k) \rightarrow C'(0) = 0, \quad C''(\cdot) > 0$

Problema discreto:

$$\max_{I_t^*, k_t^*} \tilde{\pi} = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1+r)^t}\left[\pi(k_t)k_t - I_t - C(I_t)\right]$$

s.a. $\quad k_t = k_{t-1} + I_t$

$$\mathcal{L} = \sum \frac{1}{(1+r)^t}\left[\pi(k_t)k_t - I_t - C(I_t)\right] + \sum \lambda_t\left[k_{t-1} + I_t - k_t\right]$$

CPO

def.: $q_t = (1+r)^t\lambda_t \Rightarrow \lambda_t = \frac{q_t}{(1+r)^t}$

$q_t \rightarrow$ valor de unidade add de k p/ firma

$$\mathcal{L} = \sum \frac{1}{(1+r)^t}\left[\pi(k_t)k_t - I_t - C(I_t) + q_t(k_{t-1} + I_t - k_t)\right]$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_t} \Rightarrow \frac{1}{(1+r)^t}\left[\pi(k_t) - q_t\right] + \frac{1}{(1+r)^{t+1}} q_{t+1} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_t} \Rightarrow \left[-1 - C'(I_t) + q_t\right]\frac{1}{(1+r)^t} = 0 \quad (2)$$

$$\boxed{q_t = 1 + C'(I_t)}$$

em (1); mult por $(1+r)^{t+1}$,

$$\frac{(1+r)^{t+1}}{(1+r)^t}\left[\pi(k_t) - q_t\right] + q_{t+1} = 0$$

$$(1+r)\pi(k_t) = q_t + rq_t - q_{t+1}$$

considerando $\Delta q_t = q_{t+1} - q_t$, $-\Delta q_t = q_t - q_{t+1}$

$$(1+r)\pi(k_t) = rq_t - \Delta q_t$$

$$\boxed{\pi(k_t) = \frac{rq_t - \Delta q_t}{(1+r)}}$$

Problema contínuo:

$$\max_{I_t} \pi \int_{t=0}^{\infty} e^{-rt}\left[\pi(k_t)k_t - I_t - C(I_t)\right]dt$$

s.a. $\quad \dot{k} = I$

$$\mathcal{H} = \left[\pi(k_t)k_t - I_t - C(I_t)\right] + q_t(I_t)$$

CPO $\quad \partial\mathcal{H}/\partial I_t = 0 \rightarrow -1 - C'(I_t) + q_t = 0$

$$\boxed{q_t = 1 + C'(I_t)}$$

$$-\frac{\partial H}{\partial k_t} = \dot q_t - r q_t \rightarrow -\pi(k_t) = \dot q_t - r q_t$$

$$\boxed{\pi(k_t) = r q_t + \dot q_t}$$

Reorganizando e resolvendo a equação diferencial, veremos que, quanto $T \rightarrow \infty$:

$$q_t = \int_{\tau=t}^{\infty} e^{-r(\tau-t)} \pi(k_\tau)\, d\tau$$

ou seja, o valor de uma unidade de capital é igual a receita marginal futura.

Dinâmica

$\dot k = 0$

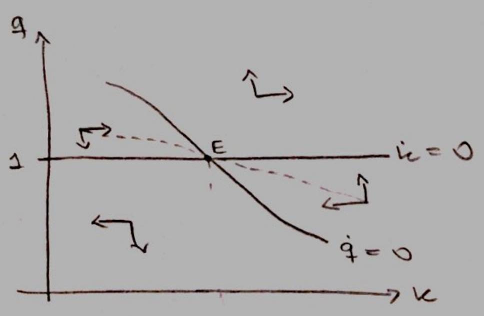
considerando $q_t = 1 + C'(I_t)$, pelo Teorema da função inversa

$$C'(I_t) = q_t - 1$$

$$I_t = C'^{-1}(q_t - 1)$$

Como $\dot k = N \cdot I_t$, $\dot k = f(q)$, para $f(q) = N C'^{-1}(q_t - 1)$, quando $\dot k = 0$, $q = 1$. Se $q > 1$, $\dot k > 0$ ($\longrightarrow$).

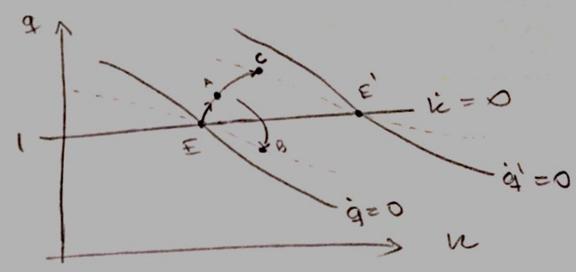
$\dot q = 0$ $\quad \pi(k_t) = r q_t$. Como $\pi'(k_t) < 0$, $\dot q = 0$ tem inclinação negativa. Se $\pi(k_t) < r q_t$, $\dot q = \pi(k_t) - r q_t$, $\dot q \downarrow$ a esquerda de $\dot q = 0$, e $\dot q \uparrow$ a direita



E é um pto de sela.

1. Mudança nos juros
2. Mudança na renda (PIB)
3. Mudança nos impostos

(2) Aumento na renda $\uparrow \pi(\cdot)$

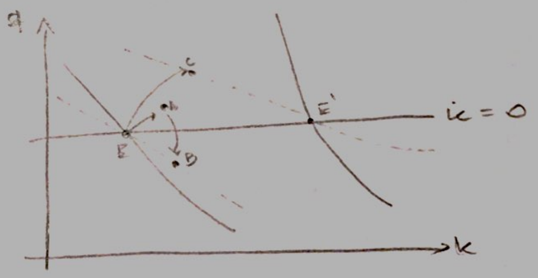


se temporário: $E \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$

Permanente: $E \rightarrow C \rightarrow E'$

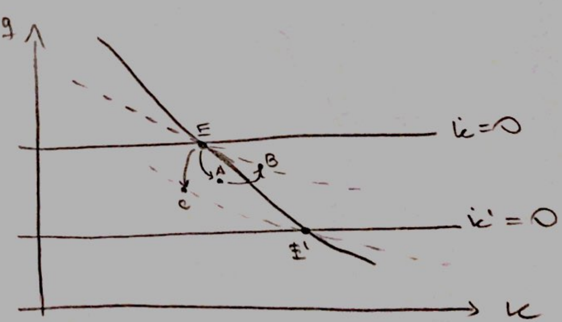
$k' > k$

(1) $\uparrow r$, $\dot q = -rq + \pi(k_t)$



(3) Supondo impostos (diminuição) como um reembolso direto p/ firma (θ):

$$q_t + \theta_t = 1 + C'(I_t)$$



$q' < q$

$k' > k$