ont: Resolução Prova 2013 P2 micro   Suelen mascaini

a) $p_1 x_1 + \frac{p_1^2 x_1}{p_2} = 3p_1 + 7p_2 \rightarrow \frac{p_1 p_2 x_1 + p_1^2 x_1}{p_2} = 3p_1 + 7p_2$

$$\boxed{x_{1A} = \frac{(3p_1 + 7p_2) \cdot p_2}{p_1 (p_2 + p_1)}} \qquad \boxed{x_{2A} = \frac{p_1 (3p_1 + 7p_2)}{p_2 (p_2 + p_1)}}$$

Consumidor B. $\quad U(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$

sa $\quad p_1 x_1 + p_2 x_2 = 3p_1 + 6p_2$

$\mathcal{L} = x_1^{1/2} \cdot x_2^{1/2} + \lambda (3p_1 + 6p_2 - p_1 x_1 - p_2 x_2)$

$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2} - \lambda p_1 = 0 \rightarrow \lambda p_1 = \frac{1}{2} \frac{x_2^{1/2}}{x_1^{1/2}}$ ①

$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{1}{2} x_1^{1/2} \cdot x_2^{-1/2} - \lambda p_2 = 0 \rightarrow \lambda p_1 = \frac{1}{2} \frac{x_1^{1/2}}{x_2^{1/2}}$ ②

$\frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2}{x_1}$

$\boxed{x_1 = x_2 \cdot \frac{p_2}{p_1}}$ ④

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 = 3p_1 + 6p_2$ ③

$\cancel{p_1} x_2 \frac{p_2}{\cancel{p_1}} + p_2 x_2 = 3p_1 + 6p_2 \Rightarrow 2 x_2 p_2 = 3p_1 + 6p_2$

$$\boxed{x_{1B} = \frac{3p_1 + 6p_2}{2p_1}} \qquad \boxed{x_{2B} = \frac{3p_1 + 6p_2}{2p_2}}$$

Preço de equilíbrio $\quad x_1 = x_{1A} + x_{1B} = 6$

$x_2 = x_{2A} + x_{2B} = 13$

$\left(p_2 \frac{5}{3}, p_2\right)$

$\frac{(3p_1 + 7p_2)}{(p_2 + p_1)} \frac{p_2}{p_1} + \frac{3p_1 + 6p_2}{2p_1} = 6$

$\frac{6p_1 p_2 + 14 p_2^2 + 3p_1 p_2 + 6 p_2^2 + 3p_1^2 + 6p_1 p_2}{2p_1 (p_1 + p_2)} = 6$

$3p_1^2 + 15 p_1 p_2 + 20 p_2^2 = 12 p_1^2 + 12 p_1 p_2$

$9p_1^2 - 3p_1 p_2 - 20 p_2^2 = 0$

$a = 9$
$b = -3p_2$
$c = -20p_2^2$

$\Delta = b^2 - 4ac$
$\Delta = (-3p_2)^2 - 4(9) \cdot (-20p_2^2)$
$\Delta = 9p_2^2 + 720 p_2^2 = 729 p_2^2$

$\rightarrow p_1 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$p_1 = \frac{+3p_2 \pm \sqrt{729 p_2^2}}{2(9)}$

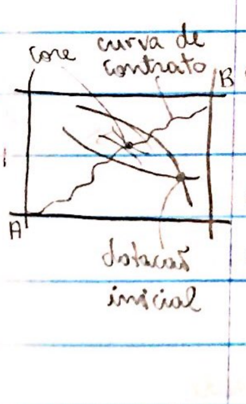
$p_1 = \frac{+3p_2 \pm 27 p_2}{18}$ $\quad \underline{\underline{p > 0}}$

$p_1 = p_2 \frac{24}{18} = \frac{5}{3} p_2$

Pammela N. V. Almendra

(4) Define-se o equilíbrio walrasiano como o vetor p^* capaz de fazer com que a demanda por bens e a oferta de bens se igualem, isto é, tal que $Z(p^*) = 0$ no caso de não haverem bens livres (aqueles os quais tem preço 0) e $Z(p^*) \leq 0$ no caso de haverem bens livres. Assim, o excesso de demanda será sempre $Z(p^*) \leq 0$. Numa economia de trocas (sem produção), os indivíduos maximizam sua utilidade dada sua restrição orçamentária. O equilíbrio será alcançado quando os agentes igualarem as suas taxas marginais de substituição de consumo entre si. O vetor de preços p^* terá a mesma inclinação das taxas marginais de ambos indivíduos. Quando o equilíbrio é alcançado, todos os ganhos de utilidade já foram realizados, isto é, é impossível melhorar a situação de um indivíduo sem piorar a do outro. Neste caso, diz-se que o equilíbrio é eficiente no sentido de pareto. Há um conjunto de pontos que são ótimo de pareto dentro da caixa de Edgeworth. Esse conjunto de pontos são chamados de curva de contrato. O equilíbrio walrasiano necessariamente vai estar sobre a curva de contrato. O core de uma economia é o conjunto de todas alocações de bens entre os indivíduos que não podem ser bloqueados por nenhum conjunto S. Uma alocação é bloqueada por S se existir uma alocação alternativa x_i' tal que $\sum_{i=1}^{I} x_i' = \sum_{i=1}^{I} w_i$ e $u_i(x_i') \geq u_i(x_i)\ \forall i \in S$, $u_i(x_i') > u_i(x_i)$ para algum $i \in S$.

CAIXA DE EDGEWORTH



Quando a economia é replicada n vezes, o core colapsa sobre um único ponto, o equilíbrio walrasiano.

Quando tratamos de uma economia com produção, a situação muda um pouco. Não teremos mais apenas consumidores maximizando sua utilidade sujeitos a suas restrições orçamentárias, mas há também firmas maximizando seus lucros sujeitas as suas restrições técnicas. Neste caso, o equilíbrio walrasiano implica que não só os indivíduos irão igualar suas taxas marginais substituição como também as firmas irão igualar suas taxas marginais de substituição técnica. (*)

(*) Para se provar a existência do equilíbrio walrasiano, monta-se um simplex afim de que se possa trabalhar apenas com preços relativos. O Teorema do Ponto Fixo diz que todo simplex aplicado nele mesmo é capaz de gerar um ponto fixo. Para provar existência do equilíbrio walrasiano, é preciso admitir a lei de Walras e a continuidade das funções de demanda.

Prova: Dado um simplex aplicado nele mesmo, forma-se uma função tal que: $g_k(p^*) = \dfrac{p_k^* + \max[0, z_k(p^*)]}{1 + \sum \max[0, z_k(p^*)]}$ que é igual a p_k^* pelo T. Ponto Fixo

$0 \leq g \leq 1$

$\cancel{p_k^*} + p_k^* \sum \max[0, z_k(p^*)] = \cancel{p_k^*} + \max[0, z_k(p^*)]$

multiplicando por $z_k(p^*)$ e pondo Σ, temos:

$$\underbrace{\sum p_k^* \cdot z_k(p^*)}_{= 0 \text{ valor dos excessos de demanda}} \cdot \sum \max[0, z_k(p^*)] = \sum z_k(p^*) \cdot \max[0, z_k(p^*)]$$

$\sum z_k(p^*) \cdot \max[0, z_k(p^*)] = 0$ se $z_k(p^*) \leq 0 \ \forall k$

Definindo o core (núcleo) de uma economia, temos que ele é o conjunto de todas as alocações de bens entre os indivíduos que não podem ser bloqueados por nenhum conjunto S.

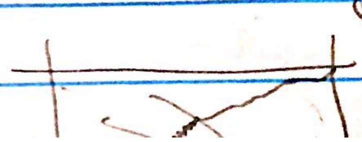
A sua primeira proposição é que se $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots, \vec{x}_I$ está no core então temos que $u_i(x_i) \geq u_i(w_i) \ \forall i$

$u_i(x_i) > u_i(w_i)$ para pelo menos um i

e $\sum_{i=1}^{I} x_i = \sum_{i=1}^{I} w_i$. S é formado por um indivíduo qualquer.

Outra proposição é que se uma alocação $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \dots \vec{x}_I$ está no core, então ela é ótimo de Pareto.

Provando: S = conjunto de todos os indivíduos da economia



Pamela N. V. Almendra

③ Teorema do Envelope

$f(x,a) \rightarrow$ função objetivo

$x(a) \rightarrow$ função de escolha ótima

Para cada valor de a, qual o valor de x que maximiza ou minimiza f?

$\max_{\min} f(x,a)$

$M(a) = f(x(a), a)$

$$\frac{\partial M(a)}{\partial a} = \frac{\partial f(x(a),a)}{\partial a} = \underbrace{\frac{\partial f[x(a),a]}{\partial x(a)}}_{\text{é igual a 0, pois aqui estamos no ponto de máximo}} \cdot \frac{\partial x(a)}{\partial a} + \frac{\partial f[x(a),a]}{\partial a}$$

Portanto, $\dfrac{\partial M(a)}{\partial a} = \dfrac{\partial f[x(a),a]}{\partial a}$

Intuitivamente, podemos observar que os impactos indiretos acabam se cancelando, ou seja, só sobram os impactos diretos

Outra maneira de demonstrar o Teorema do Envelope é:

$M(a) = \max g(x_1\ x_2\ a)$

s.a $h(x_1\ x_2\ a) = 0$

Montando o Lagrangiano, teremos:

$L = g(x_1\ x_2\ a) + \lambda\,[0 - h(x_1\ x_2\ a)]$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial g}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial h}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial g}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial h}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = h(x_1\ x_2\ a) = 0$$

$$\frac{\partial M(a)}{\partial a} = \frac{\partial g}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial g}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} + \frac{\partial g}{\partial a}$$

$\dfrac{\partial g}{\partial x_1} = \lambda \dfrac{\partial h}{\partial x_1}$, $\dfrac{\partial g}{\partial x_2} = \lambda \dfrac{\partial h}{\partial x_2} \rightarrow$ pelas condições de primeira ordem

$$\frac{\partial M(a)}{\partial a} = \lambda \Bigg[\underbrace{\frac{\partial h}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a}} \Bigg] + \frac{\partial g}{\partial a}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} + \frac{\partial h}{\partial a} = 0 \rightarrow \frac{\partial h}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial x_1}{\partial a} + \frac{\partial h}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial x_2}{\partial a} = -\frac{\partial h}{\partial a}$$

$$\frac{\partial M(a)}{\partial a} = \lambda \left[-\frac{\partial h}{\partial a} \right] + \frac{\partial g}{\partial a} = \frac{\partial g}{\partial a} - \frac{\partial h}{\partial a}\lambda = \frac{\partial L^*}{\partial a}$$

A aplicação do Teorema do Envelope à teoria do consumidor é tal que tanto se montarmos tanto o problema primal quanto o dual, veremos que só observaremos os impactos diretos.

Por exemplo, quando o consumidor quer maximizar sua utilidade $U(x)$ sujeito a sua renda, teremos:

$$\begin{cases} \text{Max } U(x) \\ \text{s.a. } \sum p_i x_i = b \end{cases}$$

Montando o Lagrange, teremos:

$$L = U(x) + \lambda [b - \sum p_i x_i]$$

$$\frac{\partial L}{\partial p_i} = -x_i \lambda$$

$$\frac{\partial L}{\partial b} = \lambda$$

Dividindo um pelo outro teremos $\frac{-x_i \lambda}{\lambda} = -x_i$, que é o resultado da Identidade de Roy

Outro exemplo é quando o consumidor minimiza seus custos sujeitos a $U(x) = \bar{U}$

$$\begin{cases} \text{Min } \sum p_i x_i \\ \text{s.a. } U(x) = \bar{U} \end{cases}$$

Montando o lagrange temos que:

$$L = \sum p_i x_i + \mu [\bar{U} - U(x)]$$

$\frac{\partial L}{\partial p_i} = x_i^c \rightarrow$ onde esse resultado é igual ao Lema de Shephard.

2,5