Prova 2013

(3) * Teorema do envelope (enuncie, discuta, demonstre. Indique aplicação).

Considerando um problema parametrizado de maximização:

$$M(a) = \max_{x_1, x_2} g[x_1, x_2, a],$$

sujeito a $h[x_1, x_2, a] = 0$.

O Lagrangeano desse problema seria:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, a) = g(x_1, x_2, a) - \lambda \cdot h(x_1, x_2, a)$$

e as condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial g(x_1, x_2, a)}{\partial x_1} - \lambda \frac{\partial h(x_1, x_2, a)}{\partial x_1} = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial g(\cdot)}{\partial x_2} - \lambda \frac{\partial h(\cdot)}{\partial x_2} = 0, \qquad (2)$$

$$h(x_1, x_2, a) = 0. \qquad (3)$$

teremos $x_1^* = x_1(a)$ e $x_2^* = x_2(a)$, ou seja, a funções de escolha ótima, que substituindo na função objetivo original:

$$M(a) = g[x_1(a), x_2(a), a]$$

O teorema do envelope fornece uma forma de derivar a função valor com relação a um parâmetro no problema de maximização:

$$\frac{dM(a)}{da} = \frac{\partial \mathcal{L}(x^*, a)}{\partial a} = \frac{\partial g(x_1^*, x_2^*, a)}{\partial a} - \lambda \frac{\partial h(x_1^*, x_2^*, a)}{\partial a}.$$