

# 高等数学（二）综合练习

## 练习一：导数与微分

理学院 朱健民教授



# 高等数学（二）综合练习——导数与微分

## 主要内容

1. 导数的概念及其实际背景；
2. 基本初等函数的导数公式；
3. 导数的四则运算、复合运算及求逆运算法则；
4. 隐函数与参数方程所确定的函数的微分法；
5. 微分的概念及其几何意义；
6. 高阶导数与高阶微分.



# 高等数学（二）综合练习——导数与微分

## 例题讲解

1. 设  $f(x) = \arcsin x \sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}}$  , 求  $f'(0)$  .

2. 设  $f(x) = \phi(a + bx) - \phi(a - bx)$  ,  $\phi'(a)$  存在 , 求  $f'(0)$  .

3 . 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} & , \quad x < 0, \\ a + bx & , \quad x \geq 0, \end{cases}$  求常数  $a, b$  使  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上处处可导.

4 . 已知  $\varphi(x)$  在  $x = a$  处连续 , 证明  $f(x) = |x - a|\varphi(x)$  在  $x = a$  处可导的充要条件是  $\varphi(a) = 0$  . 由此研究函数  $f(x) = (x^3 - x)|x^2 - 3x + 2|$  的不可导点.



## 高等数学（二）综合练习——导数与微分

5. 设函数 $f(x)$ 满足关系式 $f(1+x) = af(x)$ ，且 $f'(0) = b$  ( $ab \neq 0$ ，其中 $a, b$ 为常数)，问 $f'(1)$ 是否存在？若存在求其值.
6. 设 $\phi(x)$ 是单调可导函数 $f(x)$ 的反函数，且 $f(1) = 2, f'(1) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求 $\phi'(2)$  .
7. 求曲线 $y = x^2$ 与 $y = \frac{1}{x}$ 的公切线方程.
8. 已知 $y = xe^x$ ，求 $y^{(n)}(x)$  .
9. 设 $f(x) = \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x$ ，求 $f^{(n)}(x)$ .
10. 求函数 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的 $n$ 阶导函数.





# 高等数学（二）综合练习——导数与微分

11. 已知  $e^x \sin y - e^{-y} \cos x = 0$  , 求  $\frac{dy}{dx}$ .

12. 设  $\begin{cases} x = f'(t), \\ y = tf'(t) - f(t) \end{cases}$  , 其中  $f(t)$  二阶可导且  $f''(t) \neq 0$  , 求  $\frac{d^2y}{dx^2}$  .

13. 已知  $\begin{cases} x = a(\cos t + t \sin t), \\ y = a(\sin t - t \cos t) \end{cases}$  , 求当  $t = \frac{\pi}{4}$  时  $\frac{d^2y}{dx^2}$  的值.

14. 设  $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left[ 1 + \frac{1}{n(x+2)} \right]^n$  , 求  $df(x)|_{x=2}$ .

15. 利用微分求  $(1.001)^7 - 2 \cdot (1.001)^{\frac{4}{3}} + 3$  的近似值.