Sprawozdanie z zajęć laboratoryjnych nr 1

Tymoteusz Chmielecki, WFiIS AGH 10/06/2020

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Układ równań liniowych

Weźmy układ równań liniowych postaci:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \tag{1}$$

Zapisując go w postaci macierzowej otrzymujemy:

$$\boldsymbol{A}\vec{x} = \vec{b} \tag{2}$$

gdzie A - macierz współczynników, $\vec{x}$ - szukane rozwiązania, $\vec{b}$ - wyrazy wolne:

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ldots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{pmatrix}; \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

1.2 Metoda Gaussa-Jordana

Metoda Gaussa-Jordana służy do rozwiązywania ukł. liniowych w których występuję wiele niewiadomych. Jest również używana przy obliczaniu macierzy odwrotnej.

2 Rozwiązywanie UARL metodami bezpośrednimi

2.1 Zadanie

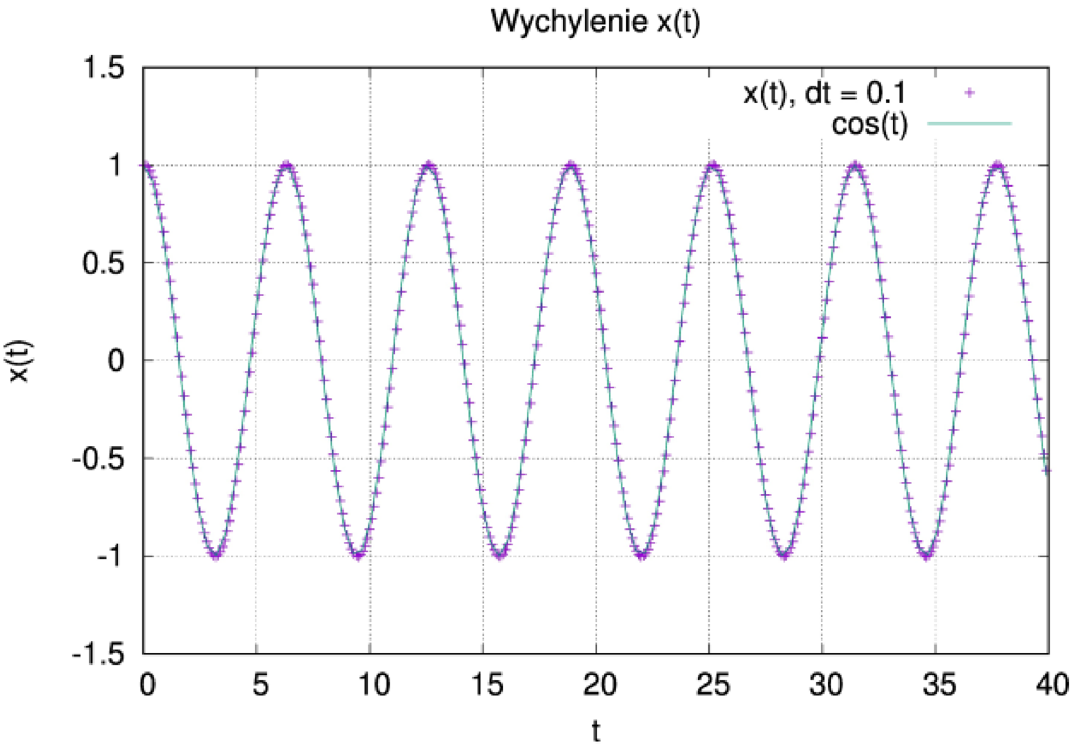
Naszym zadaniem było rozwiązanie układu równań postaci:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \omega^2h^2-2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \omega^2h^2-2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \omega^2h^2-2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \omega^2h^2-2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \omega^2h^2-2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ v_0h \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

otrzymanego z równania prostego oscylartora harmonicznego z drugiej zasady dynamiki Newton'a. Rozwiązanie miało zostać przeprowadzone metodą Gaussa Jordana. Jako warunki początkowe przyjęte zostało $\frac{k}{m} = 1$, $v_0 = 1, A = 1$, oraz krok całkowania jako $h = 0.1$

2.2 Wyniki

a) Do wykonania zadania użyto programu napisanego w języku C. Użyto biblioteki "Numerical Recipes". Przy użyciu funkcji gaussj() numerycznie wyznaczone zostały wartości wychylenia jako funkcji czasu, wyżej wymienionym krokiem $h = 0.1$.



Wykres 1: Wykres wychylenia jako funkcji czasu, nałożony na funkcję $\cos t$

Analizując wykres łatwo zauważyć, że wyliczone numerycznie punkty idealnie pokrywają się z danymi wyliczonymi analitycznie.

3 Wnioski

Używając metody Gaussa-Jordana do rowiązania układu równań liniowych, wygenerowane wyniki pokrywają się ogromną dokładnością z danymi analitycznymi. Świadczy to poprawności wykonania zadania i o dobrej dokładności tej metody. Potencjalną optymalizacją mogłoby być zakodowanie specjalnej struktury danych dla przechowania macierz rzadkiej współczynników.