

Opracowanie danych pomiarowych

Tymoteusz Chmielecki

Mateusz Bałuch

02.03.2020

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zapoznanie się z metodami opracowywania i wykorzystywania wyników pomiarowych, w tym celu użyte zostało wahadło proste.

2 Wstęp teoretyczny

2.1 Niepewność pomiarowa

Niepewność pomiaru to parametr związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wyników, które można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej. Charakteryzuje ona rozrzut wartości (szerokość przedziału), wewnątrz którego można z zadowalającym prawdopodobieństwem usytuować wartość wielkości mierzonej. Z definicji niepewności pomiarowej wynika, że nie może być ona wyznaczona doskonale dokładnie.

2.2 Wahadło matematyczne

Wahadłem matematycznym jest punktowa masa zawieszona na nieważkiej nici. Na potrzeby ćwiczenia użyliśmy kuli zawieszanej na cienkiej nici. Wychylamy wahadło z położenia równowagi i wprowadzamy je w ruch drgający prosty. Dana zależność opisuje okres jego drgań:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

Po przekształceniu otrzymujemy wzór na przyspieszenie ziemskie jako funkcji okresu i długości nici:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (2)$$

3 Układ pomiarowy

Do przeprowadzenia pomiarów użyliśmy wahadła matematycznego złożonego z obciążnika zawieszonego na cienkiej nici przyczepionej do statywu. Jako przyrządów pomiarowych użyliśmy stopera oraz przymiaru milimetrowego.

4 Wykonanie ćwiczenia

Na ćwiczenie złożyły się 2 części.

4.1 Wyznaczenie g na podstawie serii pomiarów wahań

Wprawiliśmy wahadło w ruch a następnie korzystając ze stopera zmierzaliśmy czas t potrzebny na wykonanie 20 drgań. Zmierzaliśmy długość nici na której zawieszony był obciążnik przy użyciu przymiaru milimetrowego.

4.2 Badanie zależności T od l

Podobnie jak w poprzednim punkcie wykonano pomiar czasu t potrzebnego na wykonanie 20 okresów drgania wahadła. Długość nici stopniowo zmniejszaliśmy od 51.5cm do 12.5cm.

5 Wyniki

Table 1: Pomiary okresu drgań przy ustalonym $l = 0.404m$

Pomiar	Liczba okresów k	Czas t dla k okresów [s]	Okres $T_i = \frac{t}{k}$ [s]
1	20	25.00	1.25
2	20	25.16	1.258
3	20	25.22	1.261
4	20	25.28	1.264
5	20	25.31	1.2655
6	20	25.37	1.2685

Table 2: Pomiar zależności okresu drgań od długości wahadła

Pomiar	$L[cm]$	k	$t[s]$	$T_i[s]$	$g_i[\frac{m}{s^2}]$
1	51.5	20	28.56	1.428	9.97
2	44.2	20	26.56	1.328	9.89
3	36.5	20	24.16	1.208	9.87
4	29.3	20	21.47	1.0735	10.04
5	20.8	20	18.12	0.906	10.00
6	12.5	20	13.97	0.6985	10.11

6 Opracowanie wyników

Do obliczeń przyjmujemy, że refleks człowieka wynosi około 0.3 [s]. Wynika z tego, że dokładność pomiaru okresu przy uwzględnieniu dokładności stopera wynosi:

$$u(T) = \sqrt{(0.3s)^2 + (0.01s)^2} \approx 0.3s$$

Wyznaczamy również niepewność pomiaru długości wahadła. Zmierzona została ona przymiarem milimetrowym otrzymując wartość $l = 0.404m$. Przy niepewności skali $u(l) = 0.001m$ oraz trudności przyłożenia miarki do środka kuli, końcowa niepewność długości oszacowaliśmy na

$$u(l) = 0.002m$$

6.1 Wyznaczenie g na podstawie serii pomiarów wahań

Zakładamy, że wyniki nie zawierają błędów grubych z uwagi na różnice między największą i najmniejszą wartościami obliczonego przez nas T_i .

Wartość okresu, którą przyjmujemy jest średnia arytmetyczna z uzyskanych pomiarów:

$$T_{sr} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i \quad (3)$$

Dla uzyskanych przez nas danych eksperymentalnych $T_{sr} = 1.261$ Przyspieszenie ziemskie g wyznaczone ze wzoru (2) wynosi:

$$g = 10.02757 \frac{m}{s^2} \approx 10.03 \frac{m}{s^2}$$

Wynaczyliśmy również niepewność (typu A) pomiaru okresu ze wzoru:

$$u(T_{sr}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (T_i - T_{sr})^2} \quad (4)$$

Po podstawieniu danych eksperymentalnych otrzymaliśmy $u(T_{sr}) \approx 0s$ Następnie wyznaczyliśmy niepewność złożoną ze wzoru:

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)^2 \cdot u(T)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial l}\right)^2 \cdot u(l)^2} \quad (5)$$

co dało nam wynik:

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{64\pi^4 l^2}{T^6}\right) \cdot u(T)^2 + \left(\frac{16\pi^4}{T^4}\right) \cdot u(l)^2} \approx 0.122 \frac{m}{s^2}$$

Aby porównać otrzymaną wartość z tablicową obliczymy niepewność rozszerzona ze wzoru:

$$U_c(g) = k \cdot u_c(g) = 2 \cdot 0.122 \frac{m}{s^2} = 0.244 \frac{m}{s^2} \approx 0.24 \frac{m}{s^2}$$

Czyli przyspieszenie ziemskie ma wartość:

$$g = (10.03 \pm 0.24) \frac{m}{s^2}$$

Wartość tablicowa ($g = 9.80665 \frac{m}{s^2}$) przyspieszenie ziemskiego mieści się w wyznaczonym przedziale co oznacza, że pomiary zostały poprawnie wykonane.

6.2 Badanie zależności T od l

Podnosząc do kwadratu wzór (1) otrzymujemy następującą zależność:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l \quad (6)$$

Otrzymujemy wzór funkcji T^2 w zależności od l . Jest to funkcja liniowa o współczynniku kierunkowym:

$$a = \frac{4\pi^2}{g} \quad (7)$$

Czynniki otrzymane metodą regresji liniowej wynoszą:

$$a = 4.00005 \frac{m}{s^2} \approx 4 \frac{m}{s^2}$$

$$b = -0.0120153 \frac{m}{s^2} \approx -0.012 \frac{m}{s^2}$$

$$U(a) = 0.109 \frac{m}{s^2}$$

Na podstawie niepewności pomiarowej $U(a)$ obliczona została niepewność $U(g)$ zgodnie ze wzorem:

$$U(g) = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{a^2}\right)^2 \cdot u(a)^2} = \frac{4\pi^2}{a^2} \cdot u(a)$$

Po podstawieniu danych:

$$U(g) = \frac{4\pi^2}{4^2} \cdot 0.109 = 0.085565 \approx 0.085$$

Otrzymaliśmy wartość przyspieszenia ziemskiego równą:

$$g = \frac{4\pi^2}{a} \approx (9.86 \pm 0.085) \frac{m}{s^2}$$

Wartość tablicowa ($g = 9.80665 \frac{m}{s^2}$) przyspieszenie ziemskiego mieści się w wyznaczonym przedziale co oznacza, że pomiary zostały poprawnie wykonane.

7 Wnioski

1. Dokonane pomiary pozwoliły obliczyć wartość przyspieszenia ziemskiego która wyniosła $g = (10.03 \pm 0.24) \frac{m}{s^2}$
2. Metoda regresji liniowej zależności T^2 od L pozwoliła wyliczyć wartość przyspieszenia ziemskiego równą $g = (9.86 \pm 0.085) \frac{m}{s^2}$
3. Dokładność wyników zależy od refleksu osoby odpowiedzialnej za pomiar czasu oraz od odpowiedniego doobrania wychylenia by kąt był odpowiednio mały
4. Wyznaczanie przyspieszenia grawitacyjnego Ziemi przy pomocy wahadła daje wyniki zbliżone do tablicowych