

Экзаменационные вопросы по курсу “Байесовские методы в анализе данных”

Формулы, которые будут на проекторе/доске во время экзамена:

- Формулы условной и маргинальной плотности нормального распределения
- Формула для вычисления свертки двух нормальных распределений
- Формулы среднего и матрицы ковариаций апостериорного распределения для метода релевантных векторов
- Формулы градиентов нормы, квадратичной функции, скалярного произведения

Во всех вопросах нужно уметь расшифровывать обозначения!

Теория вероятностей, математическая статистика и точный байесовский вывод

1. Запишите формулы условной вероятности, полной вероятности и формулу Байеса. Запишите определения математического ожидания, моды, медианы, дисперсии и матрицы ковариаций случайной величины.
2. Запишите формулу KL-дивергенции. Для чего она используется в байесовском машинном обучении? Каковы ее свойства?
3. Запишите плотность многомерного нормального распределения.
4. В чем состоят отличия оценки параметров в байесовском и частотном подходе?
5. Что такое метод максимального правдоподобия? В чем состоят его недостатки?
6. Поясните, почему поиск максимума апостериорной вероятности соответствует регуляризации модели.
7. Запишите определение сопряженного семейства распределений. Приведите два примера сопряженных семейств распределений.
8. Как сопряженные распределения используются в точном байесовском выводе?
9. Что такое экспоненциальный класс распределений? Каковы его свойства? Приведите два примера распределений из этого класса.
10. Какие распределения необходимо задать, чтобы задать байесовскую модель машинного обучения?
11. Какое распределение необходимо искать на этапе обучения байесовской модели машинного обучения? А на этапе предсказания?
12. Что такое обоснованность модели? Как она связана с апостериорным распределением на параметры модели? Для чего она используется?

Точный байесовский вывод для линейной регрессии

13. Запишите модель вероятностной линейной регрессии.
14. Запишите алгоритм обучения модели вероятностной линейной регрессии. Каковы гиперпараметры этой модели?

15. По какой формуле будут вычисляться среднее и дисперсия предсказания для нового объекта в модели вероятностной линейной регрессии (с выводом)?
16. Запишите модель метода релевантных векторов для задачи регрессии. Каким образом в этой модели производится отбор признаков? Можно ли точно рассчитать обоснованность в этой модели (с обоснованием)?

ЕМ-алгоритм для моделей со скрытыми переменными

17. Запишите, какой функционал оптимизируют в ЕМ-алгоритме. Нижней оценкой на какую величину он является? Запишите формулы Е- и М-шагов.
18. Запишите модель вероятностного метода главных компонент. Что является наблюдаемыми, скрытыми переменными и параметрами в этой модели?
19. Запишите модель смеси гауссиан. Что является наблюдаемыми, скрытыми переменными и параметрами в этой модели?
20. Запишите формулу Е-шага для модели смеси гауссиан. Запишите, какой функционал необходимо минимизировать на М-шаге, и укажите, по каким величинам его необходимо минимизировать.
21. Выведите формулу М-шага для обновления центров гауссиан в модели смеси гауссиан.

Приближенный байесовский вывод: вариационный вывод и методы MCMC

22. Выведите нижнюю оценку $L(q)$ на логарифм правдоподобия $\log p(X)$ для произвольного распределения q на множестве параметров модели.
23. Запишите, по какой формуле ищут приближенное апостериорное распределение в факторизованном вариационном выводе.
24. Каким образом семплирование используется в приближенном байесовском выводе?
25. Что такое rejection sampling и importance sampling? Позволяют ли эти методы семплировать из распределения, известного с точностью до константы? Если да, то каким образом?
26. Что такое распределение, инвариантное относительно марковской цепи? Что такое эргодичная марковская цепь? Запишите и докажете достаточное условие инвариантности.
27. Запишите схему Метрополиса-Хастингса семплирования выборки из распределения, известного с точностью до нормировочной константы.
28. Запишите схему Гиббса семплирования выборки.
29. Сформулируйте задачу и запишите модель LDA. Как обучать эту модель?

Байесовское глубинное обучение

30. Что такое байесовская нейронная сеть? Какой функционал оптимизируют при обучении этой модели? Как вычислять/оценивать слагаемые в этом функционале?
31. Что такое reparametrization trick? Для чего он нужен?
32. Запишите модель ARD (automatic relevance determination) для нейронной сети. Какие величины необходимо настроить в процессе обучения?
33. Запишите модель вариационного автокодировщика и задачу, которую он решает. Какой функционал оптимизируют при обучении этой модели?
34. Запишите модель GAN. Какой функционал оптимизируют при обучении этой модели?
35. Какие достоинства и недостатки вариационного автокодировщика и GAN?

Непараметрические методы

36. Что такое ядро? Как оно связано с переходом в признаковое пространство? Для чего ядра используются в машинном обучении?
37. Что такое гауссовский процесс?
38. В чем отличие параметрических от непараметрических методов машинного обучения? Приведите по два примера из каждой группы.
39. В чем состоит модель гауссовского процесса для задачи регрессии? Запишите формулу для среднего и дисперсии предсказания на новом объекте в этой модели.
40. В чем состоит обучение гауссовского процесса для задачи регрессии? Какие величины необходимо настраивать?
41. Какую задачу решает байесовская оптимизация? Запишите алгоритм байесовской оптимизации.

Временные ряды

42. Выпишите уравнения для линейной гауссовской State-Space Model.
43. Каким образом в байесовских структурных временных рядах можно описать периодические процессы?

На экзамене могут быть задачи с такими формулировками (не исчерпывающий список):

- Найти сопряженное распределение
- Вычислить среднее апостериорного распределения в модели с сопряженными распределениями

- Показать, что семейство распределений принадлежит экспоненциальному классу
- Посчитать обоснованность модели
- Вывести формулы Е- и М-шага
- Выполнить факторизованный вариационный вывод
- Записать схему МСМС или схему Гиббса для выданного распределения
- Какой метод байесовского вывода применим к модели?