RSI 買、賣超區間離散交易策略

壹、緒論

許多判別強弱的技術指標都有一共通點，即以價量判別是否超買、超賣，但在進入超買、超賣區間後並未再提供判別指標。如超買發生後，繼續且連續上漲或是下跌的機率為何?如何依據個股特性分配賣出量?離散單位步長如何選擇?故本專題即以 RSI 作為強弱指標、以買賣超區間連續走勢服從 Poisson 分配的假設，估計並檢定特定標的資產。在標的資產的選擇上，本專題分為指數、上市 ETF 與上櫃 ETF 三個部分討論。另外在附錄的部分討論以 Binomial 分配作為買、賣超後離散分配估計可能面臨的問題。

貳、研究方法

一、研究標的

本專題將欲研究的標的資產分成三組: 加權指數與櫃買指數、上市市值前 5 名的 ETF 與上櫃市值前 5 名的 ETF。使用資料的時間區間為 2023/01/01 至 2024/01/01，故 ETF 部分的標的選擇是從當前(2024/06/07)市值排行、扣除未在 2023 年間全年交易者取前 5 名。

名稱	Yahoo Finance 代號
加權指數	^TWII
櫃買指數	^TWOII
元大台灣 50	0050.tw
元大高股息	0056.tw
國泰永續高股息	00878.tw
群益台灣精選高息	00919.tw
富邦台 50	006208.tw
元大美債 20 年	00679b.two
國泰 20 年美債	00687b.two
元大 AAA 至 A 公司債	00751b.two

元大投資級公司債	00720b.two
中信高評級公司債	00772b.two

(表一)本專題研究的標的資產，順序為指數、上市 ETF、上櫃 ETF

二、RSI 值計算

相對強弱指數（Relative Strength Index, RSI）是一種常用的技術分析指標，用於評估資產的價格變動強度和速度、判斷股票是否超買或超賣，進而輔助交易決策。依據 J. Welles Wilder 的預設值，我們將基於近 14 個交易日的標的資產價格計算 RSI:

$$RSI \coloneqq 100 - \frac{100}{1 + RS}$$

$$where\ RS \coloneqq \frac{Average\ Gain}{Average\ Loss}$$

在計算統計檢定時，我們將買超、賣超水準設定在 30、70:

$$if\ RSI \geq 70, overbought;$$
$$if\ RSI \leq 30, oversold.$$

三、Poisson 分配交易策略-估計連續上漲、下跌次數發生機率

給定特定期間的歷史收盤價格數據，定義 k 為觸發買、賣超後連續下跌、上漲的次數，且服從 Poisson 分配。

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

根據上述的歷史資料，先統計出連續上漲次數實際出現的機率，假設最高連續上漲次數為 K 次，則我們會有針對指定連續上漲次數的次數資料如下:

$$Let\ K \coloneqq \max(k)$$
$$\{c_1, \ldots, c_k\}$$
$$where\ c_i{:}\ the\ times\ of\ continuous\ rise\ or\ down$$
$$after\ overbought\ or\ oversold\ observed.$$

基於服從 Poisson 分配的假設下，依照 Poisson 分配的期望值公式

$$E[X] = \lambda$$

我們可得λ參數的不偏參數估計式

$$\bar{\lambda} \coloneqq \frac{\sum_{k=0}^{K} c_k * k}{K + 1}$$

基於上述估計方法，在資料引入的動態過程中，我們會發現如下特性:

1. λ參數估計值隨買、賣超發生後連續上漲、下跌情形變化。
2. 若價格觸及買、賣超界線即上漲或下跌，則定義為$k = 0$。
3. 若在觸及買超並連續上漲後出現一個下跌的跳動，則連續上漲次數終止；若在觸及賣超並連續下跌後出現一個上漲的跳動，則連續上漲次數終止。

四、Poisson 分配交易策略-估計連續上漲、下跌百分比發生機率

給定特定期間的歷史收盤價格數據，定義 k 為觸發買、賣超後連續下跌、上漲的百分比，且服從 Poisson 分配。

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

根據上述的歷史資料，先統計出觸發買、賣超後連續上漲、下跌百分比實際出現的機率。假設最高連續上漲、下跌的百分比為 K%，則我們會有針對指定連續上漲次數的次數資料如下:

$$Let\ K \coloneqq \max(k)$$

$$\{c_1, \ldots, c_K\}$$

$$where\ c_i: observed\ times\ of\ k\%\ continuous\ rise\ or\ down\ as\ price\ going\ into$$

$$\textit{the overbought or oversold area.}$$

基於服從 Poisson 分配的假設下，依照 Poisson 分配的期望值公式

$$E[X] = \lambda$$

故我們可得λ參數的不偏參數估計式

$$\bar{\lambda} \coloneqq \frac{\sum_{k=0}^{K} c_k * k}{K+1}$$

基於上述估計方法，在資料引入的動態過程中，我們會發現如下特性:

1. λ參數估計值隨買、賣超發生後連續上漲情形變化。
2. 若價格觸及買、賣超界線即上漲或下跌，則定義為$k = 0$。
3. 若在觸及買超並連續上漲後出現一個下跌的跳動，則連續上漲次數終止；若在觸及賣超並連續下跌後出現一個上漲的跳動，則連續上漲次數終止。
4. 本篇計算統計檢定時，定義離散分配的級距為 2%，實務層面可隨標的資產的股價高低調整。

五、統計檢定

本專題選用 Chi-square 分配用於統計檢定，其目的在於檢定位於買、賣超區的間離散數據分布是否服從 Poisson 分配。檢定統計量的計算如下:

$$Let\ K \coloneqq \max(k)$$

$$\{c_1, \ldots, c_K\}$$
$$where\ c_i: the\ observed\ times\ of\ k\%\ or\ k-th\ continuous\ rise\ or\ down$$

依據 K 生成個數為所有觀察次數合的期望值，其中λ參數使用觀察值的算數平均估計:

$$\{c_1', \ldots, c_K'\}$$
$$where\ c_j' \sim Poisson(\bar{\lambda})\ and\ \sum_{j=1}^{K} c_i' = \sum_{i=1}^{K} c_i$$

計算檢定統計量並與 Chi-Square 分配、自由度為 K-2 的分配比較、求出 p-value。其中假設虛無假設為觀察值與估計值的λ參數相等、對立假設即以前述為否，以 p-value = 0.01 作為判別基準。

$$Let\ H_0: \lambda_{observed} = \lambda_{expected}\ and\ H_1: \lambda_{observed} \neq \lambda_{expected}$$
$$Comparing\ \sum_{k=0}^{K} \frac{(c_k - c'_k)^2}{c'_k}\ to\ \chi^2_{K-2},$$
$$if\ p-value \geq 0.01, then\ we\ don't\ reject\ H_0;$$
$$if\ p-value < 0.01, then\ we\ rejected\ it.$$

若檢定結果支持虛無假設，則我們稱進入買超或賣超區間的連續趨勢、以次數或以百分比為單位服從 Poisson 分配，並適用上述交易策略；若拒絕虛無假設，則認為進入買超、賣超區間的連續趨勢不服從 Poisson 分配。

參、研究結果

以下本專題將標的資產分成三個部分討論，即加權指數與櫃買指數、上市市值前 5 名的 ETF 與上櫃市值前 5 名的 ETF。價格資料的時間區間為 2023/01/01 至 2024/01/01，故會剔除在 2023 年中或 2024 才開始交易的標的資產。

強弱指標使用 RSI，並定義 RSI 值大於等於 80 為超買、RSI 小於等於 20 為超賣。於超買、超賣區間計算連續漲、跌次數(以下稱為 Assumption 1)或是連續漲、跌百分比(以下稱為 Assumption 2)，以此估計 Poisson 分配之λ參數。

透過與自由度為$K-2$的 Chi-Square 分配(K 為 Poisson 分配的次數總量)

比較、設定$p - value = 0.05$，大於此值接受虛無假設、超買超賣區間連續漲跌服從 Poisson 分配，反之則拒絕(檢定拒絕者以紅字標示)。

一、加權指數與櫃買指數

標的資產	Assumption 1-overbought	Assumption 1-oversold	Assumption 2-overbought	Assumption 2-oversold
^TWII	0.231	0.194	0.558	1.0
^TWOII	0.0	0.489	0.06	0.739

(表二) 加權指數、櫃買指數在兩種假設的檢定結果

二、上市 ETF、市值前 5 名

標的資產	Assumption 1-overbought	Assumption 1-oversold	Assumption 2-overbought	Assumption 2-oversold
0050.tw	0.114	0.346	0.28	0.346
0056.tw	0.0	0.346	0.216	0.682
00878.tw	0.003	0.682	0.026	0.607
00919.tw	0.0	0.48	0.086	1.0
006208.tw	0.083	0.379	0.084	0.346

(表三) 上市市值前 5 名的 ETF 在兩種假設的檢定結果

三、上櫃 ETF、市值前 5 名

標的資產	Assumption 1-overbought	Assumption 1-oversold	Assumption 2-overbought	Assumption 2-oversold
00679b.two	0.039	0.0	0.667	0.0
00687b.two	0.233	0.044	0.774	0.101
00751b.two	0.039	0.002	0.357	0.213
00720b.two	0.0	0.267	0.178	0.641
00772b.two	0.104	0.308	0.357	0.349

(表四) 上櫃市值前 5 名的 ETF 在兩種假設的檢定結果

肆、結論

一、統計檢定結果判讀

從上述統計檢定結果可見，假設 1，即離散單位設為買超、賣超後連

續上漲、下跌的步數，其虛無假設被拒絕的次數較多。就理論而言，以百分比做為離散單位將使得價格走勢較趨近於 Poisson 分配。

然而這其中亦存在過度擬合問題，由觀察上三表可知，假設 2 在賣超的部分，部分標的出現 p-value = 1 的情況，這代表其進入賣超後，連續下跌的百分比低於本專題所設定的單位步長，即 2%。這意味著在實際應用於交易策略時，需針對各股買超、賣超後連續上漲、下跌情況，調整單位步長。

二、賣出、買進量分配策略

我們可透過 Poisson 機率質量函數分配買、賣超後的階段性賣出、買進量。在此策略下，一次連續漲跌的總賣出、買進量可由累積密度函數求得，這使得在服從 Poisson 分配的假設下，賣出與買進量亦遵循特定連續漲跌情況出現的機率做出相應調整，在實務交易上可減少計算量、增快速度。

相較於較為人熟知的黃金分割率，其最大特點為交易量分配為常數。然而這無法反映特定標的資產在買、賣超後的連續漲跌情況，反觀以本專題以 Poisson 分配估計，則交易量分配取決於λ參數的價格歷史資料，較能反映其真實情況。

伍、附錄: Binomial 與 Poisson 分配作為買、賣超指標的比較

先回顧 Binomial 分配的機率質量函數:

$$P(X=k)=C_k^n p^k(1-p)^{n-k}$$

其中 k 可代表超越買、賣超基準後連續上漲、下跌次數或是百分比。考慮以下情形，則可推得成功機率存在上界，且該上界與總試驗次數n有關。

$$P(X=k)>P(X=k+1)\ with\ k+1\leq\frac{n}{2}$$

先探討簡單案例，即$P(X=0)>P(X=1)$，推算試驗成功機率p之上界:

$$C_0^n p^0(1-p)^n > C_1^n p^1(1-p)^{n-1}$$
$$=> \frac{C_0^n}{C_1^n} * \frac{1-p}{p} > 1$$
$$=> \frac{1-p}{p} > n$$
$$=> 1-p > n * p$$
$$=> p < \frac{1}{n+1}$$

再推廣至$P(X=k) > P(X=k+1)\ with\ k+1 \leq \frac{n}{2}$的情形:

$$C_k^n p^k(1-p)^{n-k} > C_{k+1}^n p^{k+1}(1-p)^{n-k-1}$$
$$=> \frac{\frac{n!}{k!\,(n-k)!}}{\frac{n!}{(k+1)!\,(n-k-1)!}} * \frac{(1-p)}{p} > 1$$
$$=> \frac{1-p}{p} > \frac{n-k}{k+1}$$
$$=> \frac{1}{p} - 1 > \frac{n-k}{k+1}$$
$$=> \frac{1}{p} > \frac{n-k+k+1}{k+1}$$
$$=> \frac{1}{p} > \frac{n+1}{k+1}$$
$$=> p < \frac{k+1}{n+1}$$

由此可知，若$P(X=k) > P(X=k+1)$且$k+1 \leq \frac{n}{2}$這項條件成立，則其 p 參數之上界隨總試驗次數 n 增加而降低，即在前述條件下，若要討論的離散步數越多，則將影響特定$X=k$事件之成功率 p 的上界。

然而 Poisson 分配並沒有這項缺點，因在 Poisson 分配中討論特定事件，其機率取決於λ參數，與總試驗次數或是較高離散步數的事件無關。

陸、參考資料

一、 黃金分割率是什麼？如何用黃金分割率找到股票轉折點？
https://www.stockfeel.com.tw/%E9%BB%83%E9%87%91%E5%88%86%E5%89%B2%E7%8E%87-%E9%BB%83%E9%87%91%E6%AF%94%E4%BE%8B-%E8%B2%BB%E6%B0%8F%E6%95%B8%E5%88%97-%E6%8C%87%E6%A8%99/

二、ETF 市值排行 (113/06/07)
https://www.money-link.com.tw/stxba/imwcontent0.asp?page=etfs1&ID=etfs1&menusub=96