

卢瑟福散射

王启骅 PB20020580

2022 年 8 月 18 日

1 实验目的

1. 学习卢瑟福核式模型，推导 α 粒子散射公式；
2. 了解卢瑟福散射谱仪的结构与工作原理；
3. 实验验证卢瑟福散射公式

2 实验原理

2.1 α 粒子散射理论

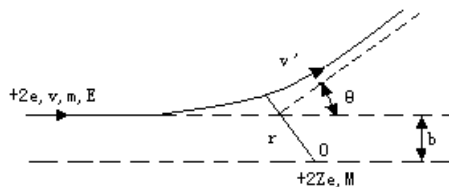


图 1: α 粒子在靶核库仑场中的偏转

设原子核的质量为 M ，具有正电荷 $+Ze$ ，并处于点 O ，而质量为 m ，能量为 E ，电荷为 $2e$ 的 α 粒子以速度 v 入射。原子核质量远大于 α 粒子时，认为前者不会被推动， α 粒子受库仑力偏转 θ 角。如图一所示， b 为瞄准距离。

设 α 粒子最初的动能和角动量分别为 E 和 L ，由能量和动量守恒定律可知：

$$cE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{zZe^2}{r} + \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) \quad (1)$$

$$cmr^2\dot{\varphi} = m\dot{v}b = L \quad (2)$$

由 (1) 式和 (2) 式可以证明 α 粒子的路径是双曲线，偏转角 θ 与瞄准距离 b 有如下关系：

$$\text{ctg} \frac{\theta}{2} = 4\pi\epsilon_0 \frac{2Eb}{zZe^2} \quad (3)$$

设 $a = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 E}$, 则可得到库仑散射偏转角公式:

$$\text{ctg} \frac{\theta}{2} = \frac{2b}{a} \quad (4)$$

2.2 卢瑟福散射公式

大量 α 粒子散射都具有一定的统计规律。如图, 瞄准距离在 b 到 $b+db$ 之间的 α 粒子, 经散射后必定向 θ 到 $\theta+d\theta$ 之间的角度散出。图 2: α 粒子的散射角与瞄准距离和关系设靶是一个很薄的箔, 厚度为 t , 面积为 s , 则图中的 $ds = 2\pi|db|$, 一个 α 粒子被一个靶原子散射到 θ 方向、 θ 到 $\theta+d\theta$ 范围内的几率, 也就是 α 粒子打在环 ds 上的概率, 即

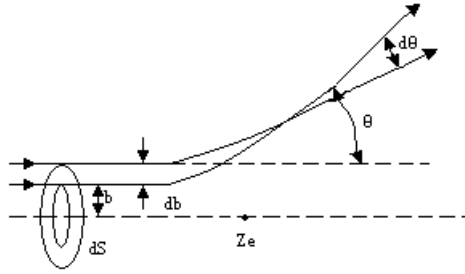


图 2: α 粒子的散射角与瞄准距离和关系

$$\frac{ds}{s} = \frac{2\pi b|db|}{s} = \frac{2\pi a^2 \cos \frac{\theta}{2}}{8s \sin^3 \frac{\theta}{2}} d\theta \quad (5)$$

若用立体角 $d\Omega$ 表示, 则有

$$d\Omega = 2\pi \sin \frac{\theta}{2} d\theta = 4\pi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} d\theta \quad (6)$$

$$\frac{ds}{s} = \frac{a^2 d\Omega}{16s \sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (7)$$

由于设薄箔各个原子核互不遮挡, 设单位体积内原子数为 n , 则体积 $s t$ 内原子数为 $n s t$, α 粒子打在这些环上的散射角均为 θ , 因此一个 α 粒子打在薄箔上, 散射到 θ 方向且在 $d\Omega$ 内的概率为 $\frac{ds}{s} n \cdot t \cdot s$ 。单位时间 N_0 个 α 粒子垂直入射到薄箔, 则单位时间 θ 方向且在 $d\Omega$ 立体角内测得 α 粒子为:

$$dn = N_0 \frac{ds}{s} n t \cdot s = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 n N_0 t \left(\frac{zZe^2}{4E} \right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (8)$$

微分散射截面公式:

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{dn}{n N_0 t d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{2Ze^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \quad (9)$$

其物理意义为: 单位面积内垂直入射一个粒子 ($N_0 = 1$) 时, 被这个面积内一个靶原子 ($nt = 1$) 散射到 θ 角附近单位立体角内的概率。

3 实验仪器

卢瑟福散射实验装置包括散射真空室、步进电机的控制系统和数据采集系统。

4 实验结果与数据处理

4.1 实验数据记录

表 1: 测量靶到探头的距离 l_1 和源到探头的距离 l_2 测量

次数	1	2	3	平均
l_1/cm	4.28	4.29	4.27	4.28
l_2/cm	7.20	7.19	7.18	7.19

测量室温 $T=25.0^\circ C$

表 2: 空靶物理 0° 的确定

$\theta/^\circ$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
Nt	50433	58612	65671	66708	62942	55466	47247	36065	24840	14177	6888

得到 -2° 为物理 0°

表 3: 气压对计数的影响

P/kPa	0	7	12	20	26
Nt	134106	117588	104495	82293	62214

表 4: 金靶物理 0° 的确定

$\theta/^\circ$	0	1	2	3	4	5	6
Nt	4055	4175	4351	4458	4198	4002	3710

得到 3° 为物理 0°

表 5: $10^\circ - 25^\circ$ 范围散射计数

$theta/^\circ$	10	13	16	19	22
Nt	2584	1768	1657	1114	765
N/s^{-1}	12.92	5.893	2.762	0.9283	0.255

4.2 数据处理

对表 2 进行线性拟合得，初始强度：

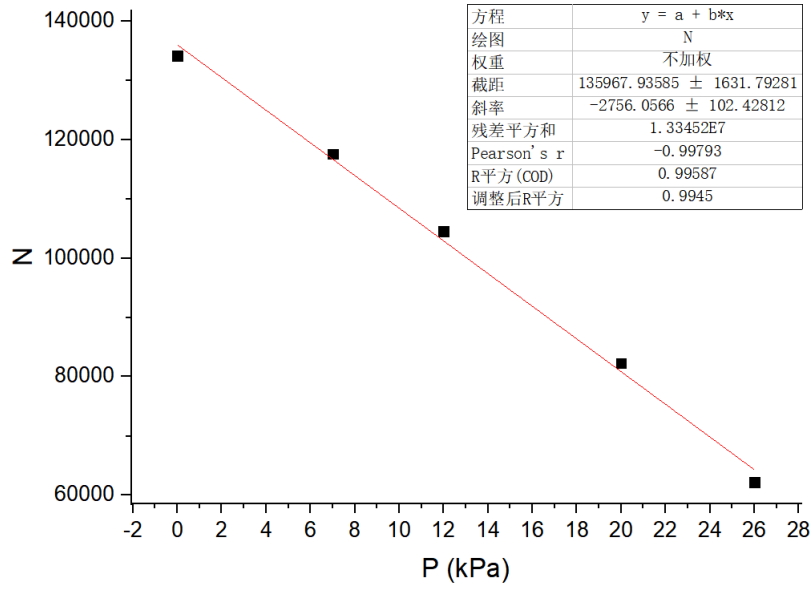


图 3: α 计数关于气压拟合图

$$N_0 = \frac{1.360 \times 10^5}{120s} = 1133s^{-1} \quad (10)$$

粒子数下降一半, 将 $N = 1.360 \times 10^5 / 2 = 6.8 \times 10^4$ 带入拟合结果, 得到平均射程对应压强为 $P_1 = 24.7kPa$ 。此时所对应射程即为源到探头距离 $R_1 = l_2 = 7.19cm$ 。由公式得到此时空气密度 $\rho_1 = 1.293 \times \frac{24.7}{101.325} \times \frac{273}{298} kg/m^3 = 0.289kg/m^3$ 。则标准大气压下射程:

$$R = \frac{\rho_1 R_1}{\rho_0} = 1.61cm \quad (11)$$

使用二分法求解得到 $E = 3.06MeV$, 求解代码如下: 对计数随角度作图得:

```

a = 0
b = 10
def f ( E ) :
    return (0.285+0.005* E ) * E **1.5 -1.61
d = 0.001
if f_(a_) * f_(b_) <0:
    while abs(a - b_) >d_:
        x = (_a + b ) /2
        if abs_(f_(x_)) <d_:
            print(x_)
            break
        elif f_(a_) * f_(x_) <0:
            b = x
        else_:
            a = x

```

图 4: 二分法求解 E 值

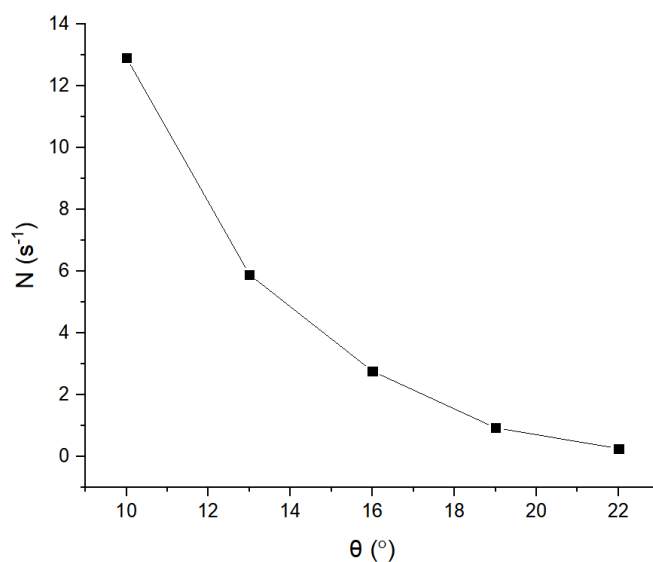


图 5: θ -N 关系

求得 $K = 4.8065 \times 10^{-34} \times \frac{1133}{2.40 \times 10^{-25} \times 0.00428^2} s^{-1} = 1.24 \times 10^{-3} s^{-1}$

计算得到:

表 6: θ -K 关系

$\theta/^{\circ}$	10	13	16	19	22
K/s^{-1}	7.455×10^{-4}	9.678×10^{-4}	1.036×10^{-3}	6.559×10^{-4}	3.38×10^{-4}

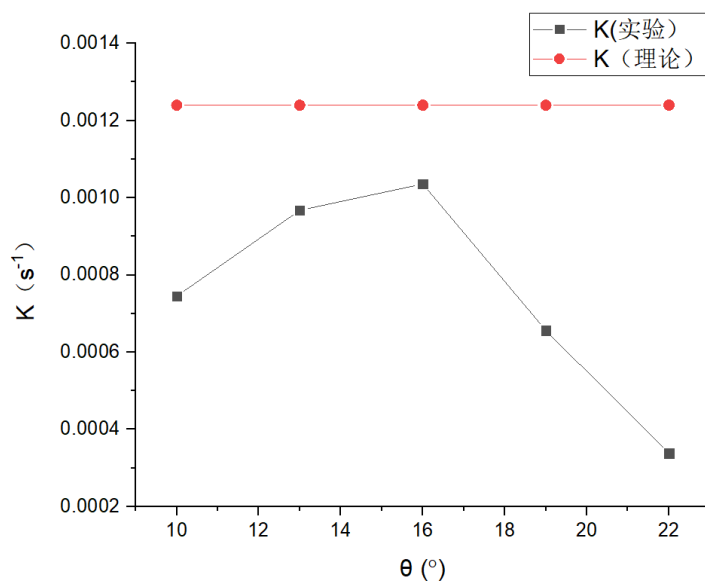


图 6: θ -K 关系

5 思考题

2. 有误差，且误差先减小后增大。

可能原因：1. 真空室未达到完全真空状态；2. 确定物理零度时不够准确，由于电机分度值只有一度；3. 测量时间不够长，而卢瑟福公式是概率公式，与频率存在一定偏差。

3.

$$R_m = \frac{\rho_1 R_1}{\rho_m} = 0.289 \times 7.19 / 1100 \text{cm} = 1.89 \times 10^{-3} \text{cm}$$