

HW1 第 2 题 16807 比较 Fibonacci 实验报告

王启骅 PB20020580

2022 年 9 月 28 日

1 题目

用 16807 产生器测试随机数序列中满足关系 $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ 的比重。讨论 Fibonacci 延迟器中出现这种关系的比重。

2 算法原理

首先用 16807 产生器初始化，采用如下初始值：

$$a = 7^5 = 16807, b = 0, m = 2^{31} - 1$$

产生方法

$$z_{n+1} = (az_n + b) \bmod m \quad (1)$$

随机数种子值, 其中 $i_y, i_m, i_d, i_h, i_n, i_s$ 分别为从电脑获取的年、月、日、时、分、秒。

$$I_0 = i_y + 70(i_m + 12\{i_d + 31[i_h + 23(i_n + 59i_s)]\}) \quad (2)$$

归一化为

$$x_n = \frac{z_n}{m} \quad (3)$$

利用 Schrage 方法, 取 $q = \lfloor m/a \rfloor, r = m \bmod a$,

$$az \bmod m = \begin{cases} a(z \bmod q) - r[z/q] & , if \geq 0 \\ a(z \bmod q) - r[z/q] + m & , if < 0 \end{cases} \quad (4)$$

接下来用 16807 已产生的前 $\max(delay_1, delay_2)$ 位随机数作为开头得到 Fibonacci 数列, 这里取 $delay_1 = 43, delay_2 = 29$, 产生如下随机数列

$$z_n = (z_{n-delay_1} - z_{n-delay_2}) \bmod m \quad (5)$$

归一化

$$f_n = z_n / m \quad (6)$$

由于使用减法可能产生负值, 但由于认为随机数均匀分布, 可直接给小于零的 f_n 值 +1。

接下来使用函数对整个随机数列进行判断, 循环记录满足 $x_{n-1} > x_{n+1} > x_n$ 次数, 得到其比率。

3 结果

```
seed: 627691812
16807 rate of  $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ : 0.166600794
Fibonacci rate of  $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ : 0.166626707
```

(a) experiment1

```
seed: 134181732
16807 rate of  $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ : 0.166668594
Fibonacci rate of  $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ : 0.166624695
```

(b) experiment2

```
seed: 28771812
16807 rate of  $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ : 0.166605994
Fibonacci rate of  $X_{n-1} > X_{n+1} > X_n$ : 0.166642904
```

(c) experiment3

图 1: $x_{n-1} > x_{n+1} > x_n$ 比率

经过多次实验，16807 与 Fibonacci 随机数列得到结果相近，均为 0.1666 左右。

4 结论

由此可见，16807 产生器与 Fibonacci 产生器产生的随机数列在相同的随机数量下，满足 $x_{n-1} > x_{n+1} > x_n$ 的比率相近，说明产生的随机数的随机性相近。