HW1 第 1 题 Schrage 实验报告

王启骅 PB20020580

2022 年 10 月 5 日

1 题目

用 Schrage 方法编写随机数子程序，用指定间隔（非连续 l>1）两个随机数作为点的坐标值绘出若干点的平面分布图。再用 $<x^k>$ 测试均匀性（取不同量级的 N 值，讨论偏差与 N 的关系）、C（l）测试其二维独立性（总点数 $N>10^7$）。

2 算法原理

该随机数产生器采用 16807 产生器的初始化方法，采用如下初始值：

$$a = 7^5 = 16807, b = 0, m = 2^31 - 1$$

产生方法

$$z_{n+1} = (az_n + b) mod\ m \tag{1}$$

随机数种子值, 其中 $i_y, i_m, i_d, i_h, i_n, i_s$ 分别为从电脑获取的年、月、日、时、分、秒。

$$I_0 = i_y + 70(i_m + 12\{i_d + 31[i_h + 23(i_n + 59i_s)]\}) \tag{2}$$

归一化为

$$x_n = \frac{z_n}{m} \tag{3}$$

利用 Schrage 方法，取 q=[m/a],r=m mod a,

$$az \quad mod \quad m = \begin{cases} a(z\ mod\ q) - r[z/q] & ,if \geq 0 \\ a(z\ mod\ q) - r[z/q] + m & ,if < 0 \end{cases} \tag{4}$$

接下来进行 C(l) 检验，这里分别取 l=1,2,3，计算

$$C(l) = \frac{\langle x_n x_{n+l} \rangle - \langle x_n \rangle^2}{\langle x_n^2 \rangle - \langle x_n \rangle^2} \tag{5}$$

之后用

$$\langle x^k \rangle = \sum_{n=1}^{N} \frac{x_n^k}{N} \tag{6}$$

检验均匀性，这里分别取 k=1,2，测试了 $N = 100, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ 的均匀性

3 结果

```
seed:   422844442
16807C_l examine(l=1,N=5*10^7):   1.4974271312907595E-005
16807C_l examine(l=2,N=5*10^7):  -1.3797219195776727E-004
16807C_l examine(l=3,N=5*10^7):  -2.6136675388368098E-005
16807<x_l> examine(k=1,N=10^2):  0.53551364611834285
16807<x_l> examine(k=1,N=10^3):  0.50453206544462592
16807<x_l> examine(k=1,N=10^4):  0.49503609313298946
16807<x_l> examine(k=1,N=10^5):  0.49942480255155824
16807<x_l> examine(k=1,N=10^6):  0.49979382447458759
16807<x_l> examine(k=2,N=10^2):  0.36455530372775541
16807<x_l> examine(k=2,N=10^3):  0.33923617859082628
16807<x_l> examine(k=2,N=10^4):  0.32854415814208082
16807<x_l> examine(k=2,N=10^5):  0.33262270194620380
16807<x_l> examine(k=2,N=10^6):  0.33312511136839940
```

图 1: 计算结果

如图 1，首先是这次随机数产生的种子值 seed=1424098332。接下来进行 Cl 检验，共取 5×10^7 个点，并分别取 l=1,2,3，可见检验值仍远小于 1，说明二维独立性较好。做出间隔 l=2 的平面坐标点分布图。

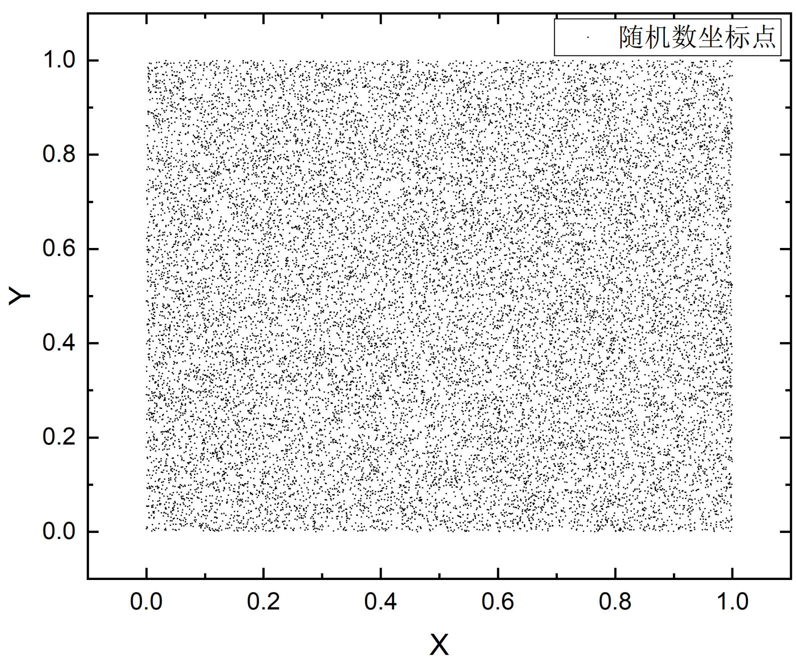
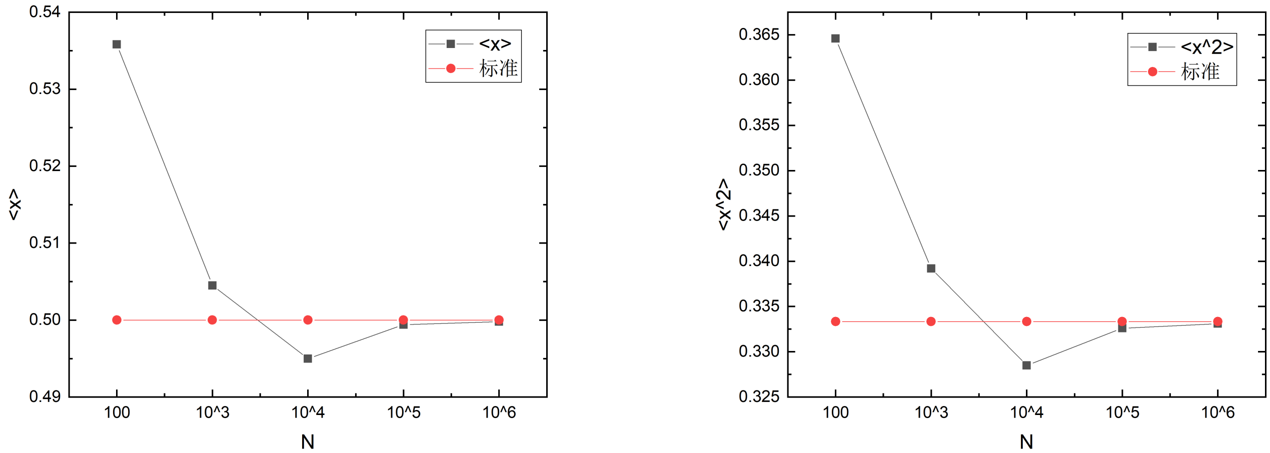


图 2: l=2 **下坐标点平面分布图**

之后进行 $\langle x^k \rangle$ 检验，分别取 k=1,2；N=100, $10^3, 10^4, 10^5, 10^6$，作图与标准值对比如图 3。可见随 N 数量级增大，随机数样本的 $\langle x^k \rangle$ 检验值逐渐趋近于标准值 (k=1 对应 0.5,k=2 对应 1/3)。



(a) k=1 (b) k=2

图 3: $\langle x^k \rangle$ **检验**

4 结论

根据实验结果可见，在实验次数达到 10^7 以上时二维独立性仍较好。并且在实验范围内，间隔了 l 的改变对 Cl 检验无太大影响。对于 $\langle x^k \rangle$ 检验，k=1,2 均可在 N=100 到 10^6 范围内逐渐收敛趋近于标准值，有较好的均匀性。