二维平面的态密度

王启骅 PB20020580

2022 年 12 月 12 日

在二维平面上，k 空间中 $2\rho(\boldsymbol{k})\times$ 能量在 $E-E+dE$ 的等能线之间的面积即为 E 到 E+dE 的能态数，其中

$$\rho(\boldsymbol{k})=\frac{S}{(2\pi)^2} \tag{1}$$

则

$$dZ=2\frac{S}{(2\pi)^2}\int_{E=const}dldk_{\perp} \tag{2}$$

带入

$$dE=|\nabla_k E|\cdot dk_{\perp} \tag{3}$$

得到

$$N(E)=\frac{1}{S}\frac{dZ}{dE}=\frac{1}{2\pi^2}\int_{E=const}\frac{dl}{|\nabla_k E(k)|} \tag{4}$$

根据电子抛物线色散关系

$$E(\boldsymbol{k})=\frac{\hbar^2k^2}{2m} \tag{5}$$

$$|\nabla_k E(k)|=\frac{\hbar^2}{m}k \tag{6}$$

带入积分得到

$$N(E)=\frac{1}{2\pi^2}\frac{m}{\hbar 2k}2\pi k=\frac{m}{\pi\hbar^2} \tag{7}$$

可以比对与石墨烯的态密度，得到二者相等。

但是在石墨烯位于布里渊区格点附近的低能电子，具有线性色散关系

$$E=\hbar v_F\sqrt{k_x^2+k_y^2} \tag{8}$$

其中

$$v_F\sim 10^6 m/s \tag{9}$$

为费米速度，则

$$|\nabla_k E|=|\hbar v_F\frac{k_x\hat{x}+k_y\hat{y}}{k}|=\hbar v_F \tag{10}$$

得到

$$N(E)=\frac{1}{2\pi^2}\int_{E=const}\frac{dl}{|\nabla_k E(k)|}=\frac{E}{\pi\hbar^2v_F^2} \tag{11}$$

可见对于二维下线性色散，N$\propto\sqrt{E}$, 由此可见与抛物线形式色散为常数的区别。