

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO

LUCAS DREVES GIMENES

SELEÇÃO ÓTIMA DE PORTFÓLIO EM RENDA FIXA:
Combinações de Estruturas a Termo de Taxa de Juros e Fatores Macroeconômicos

SÃO PAULO
2019

LUCAS DREVES GIMENES

**SELEÇÃO ÓTIMA DE PORTFÓLIO EM RENDA FIXA:
Combinações de Estruturas a Termo da Taxa de Juros e Fatores Macroeconômicos**

Tese de doutorado apresentada à Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas como requisito para a obtenção do título de Doutor em Administração de Empresas.

Campo de Conhecimento:
Mercados Financeiros e Renda Fixa

Orientador:
Prof. Dr. William Eid Junior

SÃO PAULO
2019

Gimenes, Lucas Dreves.

Seleção ótima de portfólio em renda fixa : combinações de estruturas a termo de taxa de juros e fatores macroeconômicos / Lucas Dreves Gimenes. - 2019.

112 f.

Orientador: William Eid Junior.

Tese (doutorado CDAE) – Fundação Getulio Vargas, Escola de Administração de Empresas de São Paulo.

1. Ativos financeiros de renda fixa. 2. Mercado de capitais. 3. Títulos (Finanças). 4. Investimentos - Análise. I. Eid Junior, William. II. Tese (doutorado CDAE) – Escola de Administração de Empresas de São Paulo. III. Fundação Getulio Vargas. IV. Título.

CDU 336.763

LUCAS DREVES GIMENES

SELEÇÃO ÓTIMA DE PORTFÓLIO EM RENDA FIXA:
Combinações de Estruturas a Termo da Taxa de Juros e Fatores Macroeconômicos

Tese de doutorado apresentada à Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas como requisito para a obtenção do título de Doutor em Administração de Empresas.

Campo de Conhecimento:
Mercados Financeiros e Renda Fixa

Orientador:
Prof. Dr. William Eid Junior

Data da Qualificação:
____ / ____ / ____

Banca Examinadora:

Prof. Dr. William Eid Junior (Orientador)
FGV-EAESP

Prof. Dr. Rafael Felipe Schiozer
FGV-EAESP

Prof. Dr. Pedro Luiz Albertin Bono Milan
FECAP

Prof. Dr. Joelson Sampaio
FGV-EESP

Para minha dedicada esposa, Tamara Aarestrup de
Freitas Gimenes.

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos; a Deus, por sempre estar a meu lado. Aos meus pais, José Roberto Gimenes e Ursula Dreves Gimenes pelo excelente exemplo de cidadania, pela grande dedicação em minha educação e paciência em meu desenvolvimento. Também agradeço a minha irmã, Luciana Dreves Gimenes Conson e seu marido, Dr. André Ricardo Oliveira Conson pelo apoio. A minha amada esposa, Tamara Aarestrup de Freitas Gimenes pelo companheirismo, apoio e entusiasmo determinantes a conclusão desta Tese. Ao meu orientador Prof. Dr. William Eid Junior, por todo suporte e correções necessárias, pelos anos de aprendizado, e indicações certas em meus trabalhos acadêmicos. Aos membros da banca, Prof. Dr. Rafael Schiozer, Prof. Dr. Pedro Luiz Albertin Bono Milan e Prof. Dr. Joelson Sampaio pelas contribuições à esta Tese. A todos os professores da FGV por todo o conhecimento transmitido. Aos colegas da EAESP Dr. Adalto Althaus Jr., Dr. Adalto Barbaceia, Dr. Humberto Gallucci Netto, Dr. José Marcos Carrera Junior, Dr. Marcelo Bego e Dr. Marcio Fernandes Gabrielli. Aos colegas pesquisadores, Dra. Bianca Checon, Dr. José Renato Jardim, Me. Antônio Miguel Simões Caceiro e Marcelo Golhiardi. Aos colegas do GV-CEF, Anne Cristina Prouse Ribeiro e Daniela Dias. Aos pesquisadores Eduardo Sanchez Astorino e Elias Cavalcante Filho. A todos os meus amigos que participaram diretamente ou indiretamente para que este projeto fosse concluído. Ao suporte financeiro e incentivo da FGV.

“Eu sei o preço do sucesso: dedicação, trabalho duro, e uma incessante devoção às coisas que você quer ver acontecer.”

Frank Lloyd Wright

RESUMO

O estudo de portfólios ótimos em termos de média e variância de Markowitz (1952) são amplamente utilizados para formação de portfólios em renda variável. No entanto, são pouco empregados para renda fixa. Korn e Koziol (2006) apresentam como um dos motivos para tal fato a característica mutante dos títulos ao longo do tempo. Sugerem que, para mitigar essa questão, sejam utilizados modelos de estrutura a termo de taxas de juros. Para Christensen, Diebold e Rudebusch (2011), a precificação de ativos, a alocação de portfólio e o gerenciamento de riscos são incumbências fundamentais nos mercados financeiros. Para títulos de renda fixa, a modelagem da estrutura a termo das taxas de juros (ETTJ) com maior eficiência tende a gerar melhores precificações, retornos de portfólios superiores e gerenciamento de risco satisfatórios. Conceção similar também pode ser encontrada em Bolder (2015). Ainda, segundo Christensen, Diebold e Rudebusch (2011), os modelos de estrutura a termo das taxas de juros baseados em Nelson e Siegel (1987) apresentam um sucesso notável em ajustar e prever as curvas de juros. Para o caso brasileiro, Almeida (2009) apresenta uma metodologia superior baseada em modelos Nelson-Siegel-Svensson, demonstrando que um fator a mais para curvatura gera melhor ajuste e previsão. As variáveis macrofinanceiras como fatores de potencialização para melhores previsões ganharam força após os trabalhos de Ang e Piazzesi (2003) e Diebold, Piazzesi e Rudebusch (2005), sendo que Rudebusch e Wu (2008) sugerem como aprimoramento a importância de se analisar variáveis fiscais na qualidade de meios para um melhor ajuste das taxas ajustadas ou previstas. Para o caso brasileiro, Almeida e Faria (2014) demonstram a importância da inclusão de fatores macroeconômicos para previsão da curva de juros brasileira. Vieira et al. (2017) exploram os ganhos com a inclusão de variáveis que tentam captar expectativas. Assim, a inclusão de fatores macroeconômicos na estimação da ETTJ passou a ser importante, tanto para formadores de política monetária, quanto para possuidores de dívida, na medida que auxilia na tomada de decisão com o intuito de maximização de lucros. Dessa forma, o presente trabalho une os pontos acima e busca estudar a importância de variáveis de expectativas macroeconômicas, com foco em variáveis de expectativas fiscais como possíveis instrumentos para melhorar o ajuste e previsão de curvas de juros estimadas via Nelson Siegel Svensson e posterior utilização em portfólios ótimos de renda fixa. Os dados utilizados são os futuros de DI com maturidades de 1, 2, 3, 4, 5 e 6 meses unidos às de 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7 e 10 anos. Os principais resultados encontrados sugerem que, para o caso brasileiro, existe relevância em variáveis fiscais de expectativa futura em conjunto com expectativas de produto e inflação para uma melhor previsão das curvas de juros. E que estratégias de portfólios ótimos (média variância) em renda fixa, com a utilização de dados previstos para o futuro comportamento da taxa de juros podem levar a retornos consistentes em termos absolutos, ainda melhores em Índice de Sharpe e tais resultados se mantêm comparativamente à indústria de fundos de Renda Fixa brasileira.

Palavras-chave: Renda Fixa, Portfólios.

ABSTRACT

Markowitz's (1952) study of optimal mean variance portfolios are widely used for portfolio formation in equities. However, they are little employed for fixed income. Korn and Koziol (2006) present that one of the reasons for this fact is the changing characteristic of titles over time. They suggest that, to mitigate this issue, term interest rate structure models should be used. For Christensen, Diebold and Rudebusch (2011), asset pricing, portfolio allocation and risk management are key tasks in the financial markets. For fixed income securities, the more efficient term structure modeling of interest rates (ETTJ) tends to yield better pricing, higher portfolio returns and satisfactory risk management. Similar design can also be found in Bolder (2015). Also, according to Christensen, Diebold and Rudebusch (2011), the term structure models of interest rates based on Nelson and Siegel (1987) are remarkably successful in adjusting and forecasting the yield curves. For the Brazilian case, Almeida (2009) presents a superior methodology based on Nelson-Siegel-Svensson models, demonstrating that one more factor for curvature generates better fit and prediction. Macroeconomic variables as potentialization factors for better predictions gained strength after the work of Ang and Piazzesi (2003) and Diebold, Piazzesi and Rudebusch (2005). Rudebusch and Wu (2008) suggest as an improvement, the importance of analyzing fiscal variables as a way of better adjusting or forecasted rates. For the Brazilian case, Almeida and Faria (2014) demonstrate the importance of including macroeconomic factors to forecast the Brazilian yield curve. Vieira et al. (2017) explore the gains by including variables that try to capture expectations. Thus, the inclusion of macroeconomic factors in the ETTJ estimation has become important for both monetary policy makers and debt holders as it assists in decision making with a view to maximizing profits. Thus, the present paper joins the above points and seeks to study the importance of macroeconomic expectation variables, focusing on fiscal expectation variables as possible instruments to improve the adjustment and forecasting of estimated yield curves via Nelson Siegel Svensson and subsequent use in great fixed income portfolios. The data used are DI futures with maturities of 1, 2, 3, 4, 5 and 6 months combined with those of 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5, 7 and 10 years. The main results suggest that, for the Brazilian case, there is relevance in future expectation fiscal variables together with product and inflation expectations for a better forecast of the yield curves. And that optimal portfolio strategies (mean variance) in fixed income, using forecasted data for future interest rate behavior, can lead to consistent, even better absolute returns on the Sharpe Index, and these results hold up compared to Brazilian Fixed Income fund industry.

Keywords: Fixed Income, Portfolios.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	11
1.1 Objetivo	15
1.2 Hipóteses	15
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS SOBRE RENDA FIXA	16
2.1 Teoria de Mercado Eficiente e Renda Fixa	16
2.2 A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros	18
3. ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS (ETTJ).....	19
3.1 Modelos Afins (Affine Models)	23
3.2 Modelos Livre de Arbitragem (Arbitrage-free models)	23
3.3 O Modelo Nelson Siegel (MNS)	24
3.3.1 Modelo Nelson Siegel	24
3.3.2 O Modelo Nelson-Siegel-Svensson (MNSS)	26
3.4 ETTJ e Fatores Macroeconômicos	29
3.4.1 Regra de Taylor	35
3.4.2 Metas de Inflação e Mecanismos	36
3.4.3 Teoria Fiscal de Preços.....	37
3.5 Previsão	38
4. OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO	39
5. DADOS	46
6. MENSURAÇÃO DE RESULTADO	50
6.1 Mensurando a Qualidade da Previsão	50
6.2 Mensurando o Desempenho dos Portfólios Estimados	50
6.2.1 O Contexto de Mensuração da Indústria de Fundos do Brasil	51
7. RESULTADOS EMPÍRICOS	53
7.1 Resultados – Curva de Juros Ajustada	55
7.2 Resultados – Previsão	59
7.3 Resultados - Portfólio	71
8. CONCLUSÃO.....	90
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho resume-se na aplicação da estratégia de estimação da estrutura da curva de juros empregada na estimação de portfólios ótimos com o uso de funções para os retornos de renda fixa previstos, bem como de sua respectiva matriz de covariância. A implementação empírica se concentra em avaliar se a incorporação de informações de expectativas macroeconômicas na previsão conjuntamente com os parâmetros obtidos via modelo de Svensson gera ganhos econômicos em termos de desempenho de carteira de títulos de renda fixa, (no caso, contratos futuros de DI), com base em um trade-off entre retorno e risco esperado.

A estimação da estrutura a termo da taxa de juros apresenta alta relevância. Denota-se pouco esforço de pesquisa empenhado nessa questão até os dias de hoje. Exterkate et al. (2010) credita parte dessa responsabilidade aos resultados negativos obtidos pelos primeiros estudos de previsão da curva de juros, assim como Duffee (2002), que investiga o desempenho de previsão de modelos de estrutura a termo afins, tais como Vasicek (1977), Cox et al. (1985), Duffie e Kan (1996) e Dai e Singleton (2000), o qual acaba por descartar toda essa classe de modelos para a finalidade de previsões, mostrando que as previsões obtidas a partir desses modelos são inferiores às previsões de passeio aleatório. Entretanto, desde início do século XXI em diante, a relevância do tema vem obtendo maior atenção, inclusive com o desenvolvimento de novas técnicas e com a inclusão de variáveis observáveis nos processos de estimação e previsão. Segundo Diebold, Piazzesi e Rudebush (2005), a modelagem macrofinanceira fornecerá uma compreensão mais abrangente da estrutura a termo da taxa de juros. Diebold, Li e Yue (2005) concluem que uma especificação apropriada para a previsão de séries temporais da estrutura de títulos é uma área promissora para pesquisas adicionais, especialmente em um contexto global. Para Diebold e Li (2006), a previsão de pontos específicos da taxa de juros é crucial para o gerenciamento de portfólio de títulos, e a previsão da densidade das taxas de juros é importante tanto para os preços de derivativos quanto para o gerenciamento de riscos.

Altavilla et al. (2014) utilizam a metodologia de Svensson (1995) para a construção das curvas de juros com dados mensais dos títulos do Tesouro Norte-Americano (zero-coupon U.S. Treasury bonds) com interesse em investigar a previsibilidade dos retornos excedentes de títulos, com o objetivo de fornecer ferramentas úteis para os investidores nos mercados de títulos. Os autores realizaram as previsões na metodologia de Diebold e Li (2006) concluindo que, as expectativas de mercado, extraídas dos contratos futuros das taxas dos títulos federais no mercado norte americano estão entre os melhores preditores para o futuro da política

monetária. Mostrando que essa informação pode ser explorada para produzir previsões precisas de retornos excedentes de títulos e para construir estratégias de investimento rentáveis nos mercados de títulos.

Assim, uma das principais contribuições do presente trabalho é a inclusão de expectativas de variáveis macroeconômicas, incluindo fiscais, para as estimações das curvas das taxas de juros e posterior formulação de uma carteira ótima em termos de média e variância em renda fixa, uma vez que trabalhos como Ang, A., e Piazzesi, M. (2003), Bernanke, Reinhart e Sack (2004), Dewachter e Source (2006), Rudebusch e Wu (2008), Diebold, Piazzesi, e Rudebusch (2010) e Gürkaynak, R. S., & Wright (2012) afirmam que a utilização de variáveis macroeconômicas é útil para resultados mais precisos em relação a modelos que não as utilizam. As principais variáveis utilizadas estão relacionadas à inflação e ao produto, como na tradicional regra de resposta do Banco Central proposta por Taylor (1993). Trabalhos que estudaram esta inclusão para o caso brasileiro são Almeida e Faria (2014) e Schnorrenberger e Moura (2017), os quais utilizam variáveis macroeconômicas para a previsão de taxas de juros. Em Vieira et al. (2017), utilizam-se também expectativas macroeconômicas nas estimações das taxas de juros. O presente trabalho inclui explicitamente variáveis fiscais para o caso brasileiro, sendo esta uma importante contribuição para a literatura, arriscando-se a dialogar com a Teoria Fiscal de Preços. A metodologia utilizada para o ajuste e previsão das taxas de juros será a de Nelson-Siegel-Svensson, por dois motivos principais, (i) Segundo Christensen et al. (2009), a generalização do modelo Nelson-Siegel realizada por Svensson é amplamente utilizada por profissionais de mercado e bancos centrais, tais como o Conselho do Banco Central Norte Americano (Federal Reserve Board - ver Gurkaynak et al., 2010), no Banco Central Europeu (ver Coroneo et al., 2011) e em muitos outros bancos centrais (ver Soderlind e Svensson, 1997), além do Banco de Compensações Internacionais (Soderlind e Svensson, 2005). E (ii), segundo Almeida (2009) tal sistematização apresentou uma superioridade na capacidade preditiva, demonstrando que um fator a mais para curvatura gera um melhor ajuste e previsão.

Por sua vez, o estudo de portfólios ótimos em termos de média e variância de Markowitz (1952) são amplamente utilizados para formação de carteiras em renda variável, porém são pouco empregados para renda fixa. Korn e Koziol (2006) apresentam dois principais motivos para tal fato, a saber: (i) as taxas de juros apresentavam pouca volatilidade e, portanto, uma abordagem de formação de carteiras no modelo de Markowitz era entendida como desnecessária. Entretanto, esse ponto mudou nas últimas décadas; (ii) a dificuldade de implementação, a qual pode ser dividida em duas: a chamada questão geral, relacionada à

crescente necessidade de parâmetros na otimização de Markowitz e uma segunda que pode ser chamada de problema de especificação do título. Nesse ponto, a estimação da estrutura a termo das taxas de juros passa a ser a solução. Uma vez que as características dos títulos ao longo do tempo são mutáveis, a tentativa de prever o comportamento futuro pode vir a gerar ganhos anormais. Por exemplo, uma queda dos juros pode trazer retornos excessivos como consequência do aumento do preço do título.

Para Christensen, Diebold e Rudebusch (2011), a precificação de ativos, a alocação de portfólio e o gerenciamento de riscos são incumbências fundamentais nos mercados financeiros. Para títulos de renda fixa, a modelagem da estrutura a termo das taxas de juros (ETRJ) com maior eficiência tende a gerar melhores precificações, retornos de portfólios superiores e gerenciamento de risco satisfatórios. Concepção similar também pode ser encontrada em Bolder (2015).

O mercado de renda fixa é relevante para a economia mundial e brasileira. Dados provenientes da Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos (CETIP), demonstram que esse mercado movimenta mais de dois trilhões de reais. A dívida pública brasileira gira em torno de quatro trilhões de reais. A indústria de fundos de investimento apresentou, em dezembro de 2018, um total investido de 4,8 trilhões de reais, segundo a Anbima. Isso corresponde, aproximadamente, a um índice superior a 50% do capital sob gestão aplicado em renda fixa. Concomitantemente, o Brasil figurou por muitos anos entre os países com as maiores taxas reais de juros praticadas no mundo. Isto posto, o estudo tem por objetivo investigar uma prática competente para uma gestão eficiente em carteiras de renda fixa, focando no mercado de dívida pública brasileira.

O mercado de renda fixa ganhou ainda mais visibilidade devido às inúmeras crises financeiras e suas consequências para o mercado acionário. O periódico *The Economist* publicou uma matéria em janeiro de 2016 questionando o fato de a maioria dos investidores acreditarem que o mercado acionário é a melhor opção para o longo prazo, em termos de retorno, motivado pelas últimas crises econômicas e financeiras. Entretanto, a visão acadêmica geralmente defende, em termos gerais, o retorno do mercado acionário, como, por exemplo, a literatura de *Equity Premium Puzzle* (EPP). No mercado dos Estados Unidos da América (EUA), o estudo dos acadêmicos Mehra e Prescott, em 1985, expôs que, quando se ajustavam os retornos do mercado acionário e de títulos públicos a seus respectivos riscos, a taxa de juros deveria apresentar um valor superior, caracterizando o “quebra-cabeça” do prêmio do mercado acionário. Quando analisa-se diretamente o âmbito brasileiro para investimentos, existe uma série de estudos divergentes sobre o tema. Sampaio (2002) não

encontra evidências para a existência do EPP no mercado brasileiro em uma amostra de 1980 a 1998. O mesmo resultado é apresentado em Bonomo e Domingues (2002) e Issler e Piqueira (2000). Já em Cysne (2006), é encontrado o EPP. Em Gonçalves, Rochman, Eid Jr e Chalela (2011) são encontradas, dependendo do modelo analisado, evidências favoráveis e contrárias à existência do EPP no Brasil. Como não existe um consenso sobre a existência de prêmio ajustado ao risco no mercado emergente brasileiro, os ativos de renda fixa se apresentam como uma ótima opção de investimento. Obviamente, obedecendo-se ciclos econômicos.

A base de dados compreende 677 observações semanais das taxas de juros obtidas via contratos futuros do DI entre 1 de janeiro de 2006 e 31 de dezembro de 2018, para 15 maturidades, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60, 84 e 120 meses. Essa base foi subdividida em várias subamostras para verificação da robustez dos resultados e para facilitar uma maior compreensão do comportamento das taxas de juros nacionais.

As principais contribuições desta tese são: (i) a inclusão de expectativas de variáveis macroeconômicas no processo de estimação das ETTJ, uma vez que existe uma importante ligação entre finanças e macroeconomia e que não são contempladas em muitos estudos das estruturas a termo das curvas de juros, principalmente a variável fiscal sendo abordada explicitamente. O aspecto central dessa “moeda de duas faces” é a Teoria das Expectativas, de Fisher (1896) e Macaulay (1938), e reforçada por Froot (1989). O conceito básico resume-se no fato de que as taxas de juros de curto prazo são meios de se chegar à taxa de juros de longo prazo, conforme demonstrado por Rudebusch e Wu (2008). E (ii) a análise de portfólios ótimos em termos de média e variância.

Para prever a taxa de juros, utiliza-se o modelo de Svensson. Seus parâmetros estimados são utilizados em um VAR, com a inclusão de expectativas de fatores macroeconômicos obtidos no relatório FOCUS do Banco Central brasileiro, com o resultado sendo utilizado para uma posterior estimação da previsão das taxas de juros futuras. A partir destas, é possível obter os preços e, por conseguinte, os dois primeiros momentos do retorno previsto. Com a média e variância dos retornos previstos, é factível formular um portfólio eficiente em renda fixa nos mesmos padrões de média-variância de Markovitz selecionados, via processo de otimização com restrições de pesos não inferiores a zero e nem superiores a um, bem como totalmente investidos, com objetivos de otimização, que são a maximização do retorno e a minimização do risco. Por características de parcimônia computacional, na otimização de formulação quadrática, foi possível separar por nível de aversão a risco. Por fim, o desempenho dos portfólios estimados é comparado aos retornos e índices de Sharpe da indústria de fundos de renda fixa do Brasil.

A tese é dividida em sete capítulos, o primeiro é a introdução, o capítulo dois aborda a fundamentação teórica básica sobre o tema aplicado a renda fixa. O capítulo três apresenta a metodologia para estimação de ajuste e previsão das taxas de juros conjuntamente a intersecção entre as estimações e os fatores macroeconômicos. O capítulo quatro discute sobre a formulação dos portfólios. No capítulo cinco são apresentados os dados. O capítulo seis é responsável pela mensuração dos resultados e finalmente o capítulo 7 conclui a presente tese.

1.1 Objetivo

O principal objetivo desta tese é apresentar um portfólio ótimo, em termos de média-variância, em renda fixa, focado em dívida pública brasileira com a utilização de expectativas de variáveis macroeconômicas nas previsões.

As principais metodologias utilizadas para se atingir o objetivo são a formação e previsão das curvas de juros com o modelo Nelson-Siegel-Svensson. Para realização da gestão de portfólios foi utilizado o modelo de média-variância, conforme Markowitz, apropriado à renda fixa, conforme Korn e Koziol (2006) e Caldeira et al. (2016).

1.2 Hipóteses

H1: Existe ganho econômico, em termos de desempenho de portfólio, com a incorporação de informações macroeconômicas em modelos de estimação e previsão de estrutura de taxa de juros. Ou seja, o portfólio ótimo escolhido apresenta um resultado superior (retorno e Índice de Sharpe) em relação as principais práticas adotadas por fundos de renda fixa.

H2: Existe ganho estatístico e econômico com a incorporação de um conjunto de dados de expectativas macroeconômicas no modelo Nelson-Siegel-Svensson. Ou seja, a utilização de expectativa de variáveis macroeconômicas, principalmente de produto, inflação e fiscais, melhora o desempenho das previsões da estrutura a termo das taxas de juros no contexto de portfólios ótimos.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS SOBRE RENDA FIXA

2.1 Teoria de Mercado Eficiente e Renda Fixa

O conceito de eficiência do mercado é conhecido, desde 1900, por meio de seu “criador” Bachelier, o qual realizou um estudo no qual especuladores esperavam que os retornos deveriam ser de soma zero, no chamado “jogo justo”. Bachelier utilizou um processo estocástico chamado de modelo de movimento Browniano. Em 1965, Samuelson introduziu a noção de *Random Walk*, testando o que Fama chamou, mais tarde, de forma fraca de eficiência. O estudo da eficiência de mercado tornou-se notório com o artigo de Fama em 1970, o qual dizia que um mercado eficiente é aquele no qual o preço reflete todas as informações disponíveis. Ou seja, a hipótese de mercado eficiente exige que os retornos dos ativos financeiros sigam um processo estocástico sem memória em relação ao conjunto de informações subjacentes. Existem algumas condições que permitem esse comportamento nos preços: inexistência de custos de transação, a informação ter custo zero para todos os agentes do mercado, além de todos os agentes concordarem com o efeito gerado no preço. De acordo com Fama (1970), essas condições são suficientes, mas não são necessárias para a eficiência do mercado, pois, nitidamente o mercado de capitais não segue esse comportamento.

A eficiência de mercado pode ser dividida em três formas: 1) eficiência fraca, na qual toda a informação é conhecida, e que pode ser testada através de estudos sobre a existência ou não de *Random Walk* na série temporal; 2) eficiência semiforte, testada pela velocidade de ajuste de preços para todas as informações disponíveis; 3) eficiência forte, mostrando que mesmo a informação privilegiada está absorvida no preço do ativo.

Vários estudos subsequentes apresentam anomalias na eficiência de mercado. Em um estudo de revisão de literatura realizado por Famá e Bruni (1998), foram evidenciados 26 artigos nos quais era defendida a eficiência do mercado. Fernandes e Eid Jr. (2013) argumentam que é possível “indicar que o mercado de ações, de câmbio e de taxas de juros, em média, apresentam certo nível de eficiência”. Entretanto, a inexistência de eficiência é documentada em vários artigos. Quase todos os trabalhos estudam a eficiência de mercado com foco em renda variável, principalmente o mercado de ações e de fundos de ações ou multimercados. Carbone et al. (2004) estudaram o mercado alemão de títulos utilizando o expoente de Hurst para mensurar a memória de longo prazo dessa série. Eles concluem que o expoente de Hurst é superior nessa série em relação a em séries artificialmente criadas

simulando padrões Brownianos Monofractais. Evidenciaram, assim, a não existência de eficiência de mercado. McCarthy et al. (2009) observam a não existência de mercado eficiente em renda fixa. Utilizando títulos corporativos, os autores encontraram evidência de que os spreads dos títulos são sensíveis ao tempo, e, conseqüentemente, os portfólios de títulos também são. Ainda, segundo McCarthy et al. (2009):

Como consequência, as decisões de alocação de investimento não serão ótimas se não houver ajuste para memória longa. Teoricamente, a hipótese de mercados eficientes baseia-se no pressuposto de que os retornos dos ativos são normalmente distribuídos. Este não é o caso quando os rendimentos exibem uma longa memória, questionando modelos baseados nos pressupostos de mercados eficientes.

Bariviera et al. (2012) estudaram o comportamento da variação no tempo de memória de longo prazo para títulos soberanos e corporativos de sete países europeus, também utilizando o expoente de Hurst. Sua principal conclusão foi que, em momentos de crise, os títulos corporativos são afetados em maior intensidade, não existindo impacto significativo para os títulos soberanos.

O expoente de Hurst, criado por Hurst (1951), é utilizado, geralmente, para mensurar a memória de longo prazo em séries temporais.

O expoente de Hurst pode ser assim definido:

$$E \left[\frac{R(n)}{S(n)} \right] = cn^H \quad (1)$$

Na qual:

$R(n)$ é a diferença entre o maior e o menor valor da série de dados;

$S(n)$ é o desvio padrão do vetor que gera a diferença acima descrita;

C é uma constante;

n é o número de observações da série acima; e

H é o coeficiente de Hurst.

Assim, o expoente de Hurst quantifica a força da tendência de uma série temporal se dirigir para a média ou para uma direção específica. Esse expoente H , com valores no intervalo de 0,5 a 1, indica uma série temporal com autocorrelação positiva no longo prazo.

2.2 A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros

A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros pontua que a taxa de juros de longo prazo é formada como uma média das taxas de juros de curto prazo esperadas para o futuro, mais um prêmio de risco invariante no tempo. Dessa forma, as expectativas do mercado sobre mudanças futuras nas taxas de juros apresentam impacto na inclinação da curva de juros. Por exemplo, um aumento do spread entre a taxa de juros curta e a taxa de juros longa repercute a expectativa de aumentos em momentos posteriores nas taxas de juros de curto prazo, existindo uma correlação positiva entre o tamanho (movimento) do spread e o tamanho (movimento) taxa de juros de curto prazo.

Numerosos estudos sobre a HE, concentrados na segunda metade da década de 80 e na década de 90, encontram resultados divergentes, a depender do país, do segmento da curva de juros examinado e da técnica econométrica utilizada. Mankiw e Miron (1986), por exemplo, estudam o comportamento das taxas de juros de 3 e 6 meses nos EUA entre 1890-1979 e mostram que a HE encontra forte suporte empírico apenas até 1915, antes da fundação do Federal Reserve. Os autores argumentam que, a partir deste ponto o spread entre as taxas de juros passou a ter um poder de previsão bem menos significativo, dado que, com a consolidação do Federal Reserve, a taxa curta seria melhor modelada como um passeio aleatório. Hardouvelis (1994), por sua vez, utilizando dados do pós-guerra até 1992 para as taxas de juros de 3 meses e de 10 anos dos países do G7, encontra fortes evidências da HE para todos os países, com exceção dos EUA. Froot (1989) também encontra evidências que refutam parcialmente a HE para os EUA, atribuindo o fraco poder de previsão do spread sobre as mudanças nas taxas longas a erros sistemáticos nas expectativas. Mais recentemente, Gerlach e Smets (1997) e Longstaff (2000) trabalham com o segmento curto da curva de juros (prazo abaixo de 1 ano) e encontram evidências adicionais de validade da EH para vários dos países pesquisados. Jondeau e Ricart (1999) chegam a resultados mistos, trabalhando com taxas de juros em diferentes prazos (1, 3, 6 e 12 meses) e cobrindo o período que vai de 1975 a 1997 para quatro países. Em dois deles, França e Inglaterra, a HE é validada pelos resultados empíricos, ao contrário das conclusões obtidas com os dados relativos aos EUA e à Alemanha.

No caso brasileiro, Lima e Issler (2003) utilizaram um arcabouço de modelos de valor presente (MVP), descrito em Campbell e Shiller (1987, 1991), para testar as implicações da Hipótese das Expectativas em um modelo autorregressivo vetorial envolvendo o spread entre a taxa longa e a taxa curta, e a primeira diferença da taxa de juros de curto prazo. Testaram,

em termos gerais, a racionalidade e a previsibilidade na estrutura a termos de juros do Brasil a partir de uma gama de testes empíricos, entre eles o teste de Wald nos coeficientes do VAR, os testes de causalidade de Granger e os testes de razão unitária de variâncias. Os autores concluem que as evidências empíricas são apenas parcialmente favoráveis à Hipótese das Expectativas com dados brasileiros. Afirmam, ainda, que o trabalho pode ser entendido como uma contribuição a um campo de pesquisa ainda em fase preliminar no Brasil. Como exemplo da relevância do tema para o caso brasileiro, o Banco Central do Brasil, em sua modelagem macro econométrica, tem destacado o papel da estrutura a termo de juros, e, desde 2001, introduziu uma hipótese exógena sobre a inclinação da curva de juros para os seus exercícios de simulação. Os autores notam, ainda, que ainda há muito que ser entendido não só sobre o seu processo de formação, como também sobre os efeitos que as movimentações na estrutura a termo produzem sobre o nível de atividade econômica. Por fim, sugerem que trabalhos como o de Tabak e Andrade (2001), os quais examinam o papel do gerenciamento da dívida pública, podem ser um dos caminhos a ser trilhado: “When investigating the behavior of risk premium in the yield curve in Brazil, an important question to be addressed is the impact of public debt management in risk premium”. Os autores argumentam em favor da existência de HE no Brasil com a união com expectativas racionais para o período de 2, 3 e 6 meses.

3. ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS (ETTJ)

A estrutura a termo das taxas de juros expressa uma relação entre as taxas à vista de diferentes vencimentos e maturidades em qualquer data determinada, podendo ser obtida por preços ou taxas de instrumentos de renda fixa negociados em mercados financeiros.

A modelagem da estrutura a termo das taxas de juros apresenta importância para investidores, analistas de mercado e formuladores de políticas financeiras e econômicas, uma vez que a modelagem da estrutura a termo auxilia o entendimento do preço e do risco da taxa de juros de determinados instrumentos financeiros e portfólios de investimentos. Além disso, é possível estimar com as curvas o impacto potencial de mudanças na política monetária sobre a curva de juros. Segundo Gasha et al. (2010), a ETTJ facilita (1) a avaliação de instrumentos financeiros, incluindo derivativos de crédito; (2) a simulação de cenários de taxas de juros; e (3) a avaliação do impacto do movimento das taxas de juros sobre as probabilidades p de diferentes instrumentos financeiros.

Uma vez que a observação de pontos discretos de cada vencimento no mercado de títulos é o que ocorre efetivamente na prática, as curvas de juros são não observadas, e pode-se apenas traçar pontos discretos de rendimentos contra suas maturidades existentes. Como a curva de juros teórica é suave e contínua, as curvas de juros devem ser estimadas, construídas e interpoladas através desses pontos discretos observados nos mercados financeiros a partir dos preços dos títulos observados. Ou seja, a curva de juros empírica precisa ser convertida em uma curva suave e contínua que conecte os pontos discretos observados nos mercados financeiros.

O estudo e formação das curvas de juros tiveram início com o pioneiro David Durand (1942), que envelopou monotonicamente os vértices de dispersão. Na sequência J. Huston McCulloch (1971, 1975) propôs uma aproximação da função de valor presente dos preços por um spline polinomial. Gary Shea (1982, 1985) mostrou que a função das taxas de juros tende a apresentar uma inclinação acentuada no final da maturidade observada, algo que dificultava, até então, as previsões fora da amostra. A partir de então, vários outros pesquisadores começaram a formular curvas de juros com modelos paramétricos. Siegel (1987) cita Cohen, Kramer e Waugh (1966), Fisher (1966), Echols e Elliott (1976), Dobson (1978), Heller e Khan (1979) e Chambers, Carleton e Waldman (1984), afirmando que a maioria incluía pelo menos um termo linear que força as taxas extrapoladas de longuíssimo prazo a serem ilimitadas, tanto positiva quanto negativamente, apesar de apresentarem boa capacidade de se ajustar aos dados. Com isso, Vasicek e Fong (1982) trocaram os splines polinomiais por splines exponenciais, em teste de Shea (1984), ficou demonstrado que os splines exponenciais apresentavam o mesmo problema dos polinomiais com taxas de juros ilimitadas em seus longuíssimos prazos. Então Nelson e Siegel (1987) propuseram um modelo paramétrico simples capaz de caracterizar a estrutura a termo da taxa de juros, impondo um decaimento mais suave para as maturidades mais longas. Dessa forma, o modelo reflete a forma básica da estrutura a termo e não apenas aproximações locais, por isso o modelo demonstrou uma alta capacidade de previsão.

Segundo Franklin Jr. et al. (2012), a ETTJ não é diretamente observável na prática e precisa ser estimada a partir de cotações de mercado para títulos de renda fixa ou instrumentos financeiros derivativos. Disponíveis para um certo número finito de maturidades, as taxas desses vencimentos podem ser entendidas como os pontos, vértices, observados da curva. A partir desse conjunto discreto de dados, pode-se construir uma curva, representando uma função “contínua” que se encaixa da melhor maneira possível nos dados observados. Usando

técnicas de interpolação, para os valores da curva em pontos fora da zona conhecida, usa-se a estimação com técnicas de extrapolação.

O procedimento mais comum para estimação da estrutura a termo é impor, em um primeiro momento, uma forma funcional com K parâmetros para a função desconto $P_t(\tau)$, que é o valor presente no instante t do valor de face recebível em $t+\tau$, para a taxa à vista $y_t(\tau)$ que é a taxa à vista (composta continuamente) em t para o prazo τ , ou para a taxa a termo $f_t(\tau)$ que é a taxa a termo (instantânea) em t para o prazo τ .

A taxa de juros à vista (spot) associada a uma dada maturidade pode ser interpretada como o retorno de um título de renda fixa de cupom zero com vencimento em τ . As taxas a termo (forward) são as taxas de juros implícitas pelas taxas à vista para períodos de tempo no futuro. Conforme mencionado anteriormente, a ETTJ pode ser descrita por uma curva de desconto $P_t(\tau)$, uma curva de taxas a termo $f_t(\tau)$ ou uma curva de taxas à vista $y_t(\tau)$, todas relacionadas entre si, de tal forma que, obtendo-se uma delas, chega-se facilmente às outras. Este importante conceito também é apresentado por Diebold e Rudebusch (2013) que discutem um ponto chave na teoria de construção e relação existente entre as curvas de renda fixa. A curva de juros e a curva de juros a termo. A curva de juros descreve a relação entre uma taxa e a maturidade de um título. Plotar os rendimentos dos títulos ao longo da estrutura a termo formará a curva de juros. É importante que apenas títulos da mesma classe de emissor ou com o mesmo grau de liquidez sejam usados para traçar a curva de juros. A curva de juros a termo (forward) é uma plotagem das taxas forward em relação ao prazo até o vencimento. Posteriormente Diebold e Rudebusch, 2013 reafirmam que o conhecimento de qualquer uma das curvas, $P_t(\tau)$, $y_t(\tau)$ ou $f_t(\tau)$ implicam o conhecimento das outras duas curvas, as três são efetivamente intercambiáveis.

A construção mais básica para a curva de juros trata-se de um título sem cupom e, teoricamente, sem risco, com valor pré-determinado de face na maturidade correspondente. Se $P_t(\tau)$ representa o preço de um título sem cupom no tempo t :

$$P_t(\tau) = \exp(-\tau y_t(\tau)), \quad (2)$$

onde $y_t(n)$ é o rendimento contínuo anualizado desse título. Considerando que o título paga o valor de face em $t+n$, a taxa de juros de t a $t+n$ é;

$$y_t(\tau) = \frac{-1}{\tau} \ln(P|t(\tau)), \quad (3)$$

Ou seja, títulos de diferentes vencimentos terão rendimentos (taxa de juros) diferentes. Uma curva de juros é uma função que apresenta a maturidade dos rendimentos em um determinado ponto no tempo. É um gráfico de $y_t(n)$ contra n .

As taxas de longo prazo são frequentemente analisadas em relação a suas taxas futuras a termo. A taxa a termo é o rendimento que um investidor exigiria hoje para fazer um investimento durante um período específico no futuro por m anos a partir de τ anos. O retorno desse investimento é a taxa futura a termo de m anos que começa daqui a τ anos.

$$f_t(\tau, m) = \frac{-1}{m} \ln \left(\frac{P_t(\tau+m)}{P_t(\tau)} \right) = \frac{1}{m} ((\tau + m)y_t(\tau + m) - \tau y_t(\tau)), \quad (4)$$

Tomando o limite da equação acima com m tendendo a zero, tem-se a taxa futura instantânea de τ anos à frente, o que representa o retorno instantâneo para uma data futura que um investidor exigiria hoje.

$$\lim_{m \rightarrow 0} f_t(\tau, m) = f_t(\tau, 0) = y_t(\tau) + n \frac{\delta y_t(\tau)}{\delta \tau}, \quad (5)$$

Os modelos a termo da estrutura da taxa de juros tentam replicar uma curva de rendimento observada. Esses modelos se concentram em garantir que os vértices se encaixem nos dados, garantindo que as taxas estimadas sejam contínuas e suaves (Nawalkha, Soto e Believa, 2005).

A literatura acadêmica tende a se concentrar em ramos principais de estimação da estrutura a termo da taxa de juros em modelos estáticos e os modelos dinâmicos, com e sem a possibilidade de arbitragem. O modelo de Nelson-Siegel (NSM) é o principal representante dos Estáticos, mesmo tendo sua versão dinâmica. A curva de taxa de juros de Nelson-Siegel pode ser vista como uma função com uma constante mais uma função de Laguerre, que nada mais é que um polinômio multiplicado por um termo de decaimento exponencial.

Diebold e Li (2006) afirmam que os três principais fatores de NSM são como fatores latentes dinâmicos, uma vez que podem ser interpretados como os fatores de nível, inclinação e curvatura, dado que seus parâmetros são, respectivamente, uma constante, uma função decrescente e uma função côncava. Os modelos dinâmicos apresentam uma ramificação: há os modelos de equilíbrios (Affine-Term-Structure - ATS) e os modelos baseados em Nelson-Siegel (NSM)

Os modelos ATS (Diebold, Piazzesi e Rudebush, 2005; Van Deventer, Imai e Mesler 2005 e Boulder, 2001) e NSM utilizam processos estocásticos e pressupostos particulares (Cochrane, 2001). Por exemplo, os modelos de estrutura de termo dependem tanto do processo estocástico de um único fator, como a taxa de juros de curto prazo, ou de processos estocásticos de múltiplos fatores, como as taxas de juros de curto prazo e os rendimentos de títulos de vários vencimentos em qualquer ponto no tempo. Os modelos também dependem de pressupostos sobre a presença ou a falta de arbitragem para entender a evolução dos rendimentos em títulos.

Os NSMs tendem a confiar em pelo menos três fatores latentes - interpretados como nível, inclinação e curvatura - que são os parâmetros de uma classe de funções matemáticas aproximadas. Esses modelos também podem incluir variáveis macroeconômicas observáveis, refletindo a importância do comportamento particular da curva de taxa de juros e variáveis macroeconômicas para determinação dos preços de títulos, decisões de investimento e políticas públicas (Ang e Piazzesi, 2003). Os ATSMs incluem alguns dos modelos tradicionais de estrutura de termo na literatura financeira, incluindo o modelo geral de um único fator, o modelo Cox-Ingersoll-Ross (CIR) e o modelo multifator.

3.1 Modelos Afins (Affine Models)

Os modelos afins apresentam sua base teórica no pressuposto de um equilíbrio econômico em um determinado mercado de taxas de juros que são formuladas usando probabilidades neutras ao risco. Basicamente, estes modelos assumem que os títulos com maturidades semelhantes devem possuir retornos semelhantes, caso contrário nenhum investidor compraria os títulos com menor retorno esperado. Tal diferença não pode persistir em um ambiente equilibrado. Os modelos afins determinam que os preços dos títulos dependem do estado das variáveis, tipicamente associadas à taxa de juros de curto prazo. Os modelos afins mais conhecidos são Vasicek (1977) e Cox et al. (1985). Essas construções são conhecidas como modelos de um fator e descrevem o processo da estrutura a termo como uma função de uma única variável de estado, a taxa de juros de curto prazo.

Gürkaynak & Wright (2012) definem que os modelos afins são assim chamados porque definem os rendimentos de diferentes maturidades como funções afins (constante mais um termo linear) de fatores, que formam um vetor de estado e capturam os movimentos da curva de rendimento ao longo do tempo. Duffie (2002) conclui que os modelos completamente afins (Affine Models) não preveem de forma satisfatória os rendimentos futuros presentes nas curvas a termo das taxas de juros. Esses modelos consistentemente subestimam os retornos futuros dos títulos quando a estrutura a termo é mais inclinada do que a usual. Ou seja, esses modelos não reproduzem o conhecido fracasso da hipótese das expectativas.

3.2 Modelos Livre de Arbitragem (Arbitrage-free models)

Toda a classe de modelos de AF para a estrutura a termo assume que os mercados financeiros eliminam oportunidades de arbitragem sem risco ao longo dos prazos e ao longo

do tempo. Modelos isentos de arbitragem mantêm restrições transversais teóricas sobre as cargas fatoriais pela ausência de oportunidades de arbitragem em mercados bem organizados, especificando a evolução neutra ao risco dos fatores de rendimento e seus prêmios de risco. Existe uma preocupação em ajustar a curva de taxa de juros observada, de modo que os rendimentos observados sejam próximos aos estimados pelo modelo AF. Esse ajuste preciso garante a consistência do modelo com a família de curvas observadas no mercado.

3.3 O Modelo Nelson Siegel (MNS)

3.3.1 Modelo Nelson Siegel

Devido à precisão da previsão, esse modelo é muito popular entre bancos centrais e praticantes de mercado, segundo Diebold, Piazzesi e Rudebush (2005). Por sua parcimônia e eficiência, é um modelo que sempre foi muito utilizado e estudado. Sendo assim, a partir deste ponto do trabalho, tal modelo será abordado em melhor nível de detalhamento.

A classe dos MNS iniciou-se com Nelson e Siegel (1987), com uma metodologia de aproximação da curva de taxa de juros com uma constante, mais um polinômio que é multiplicado por um termo de decaimento exponencial, formando um modelo parametricamente parcimonioso (uma equação diferencial de segunda ordem) capaz de gerar estruturas a termo com formatos muito semelhantes aos observados no mercado financeiro:

$$f_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}e^{-\lambda\tau} + \beta_{2,t}\lambda_t\tau e^{-\lambda} , \quad (6)$$

onde $f_t(\tau)$ é a taxa a termo (forward) estimada instantaneamente.

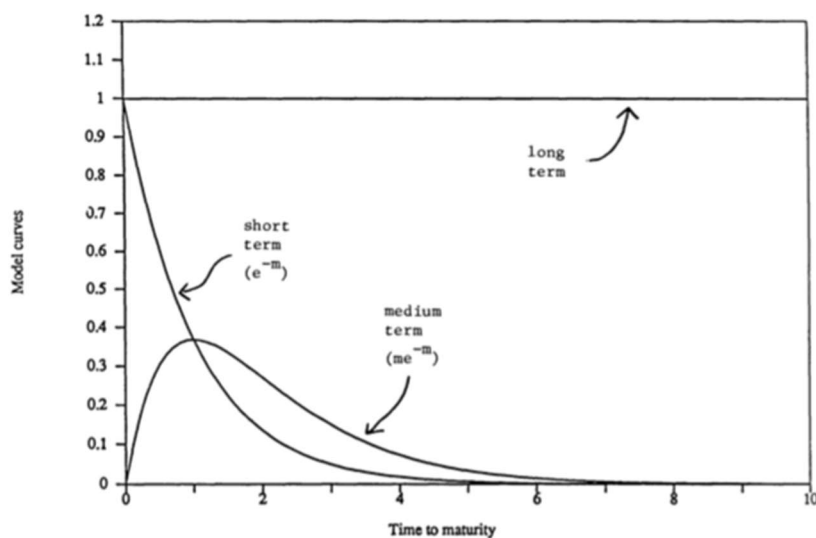
A taxa à vista pode ser calculada por (3) e (6):

$$y_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda_t\tau} \right) + \beta_{2,t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda_t\tau} - e^{-\lambda\tau} \right), \quad (7)$$

A troca de $f_t(\tau)$ por $y_t(\tau)$ demonstra quando estamos nos referindo à taxa à vista ou à taxa futura. O parâmetro λ_t mede a velocidade de decaimento da ETTJ. Valores de grande magnitude para λ_t produzem um decaimento mais rápido e um ajuste superior para os prazos mais curtos, enquanto valores de menor magnitude para λ_t produzem um decaimento mais suave e, por isso, um melhor ajuste da curva de estrutura a termo para prazos mais longos. A figura abaixo, extraída de Nelson e Siegel (1987), possibilita um melhor entendimento.

FIGURA 1

Componentes da Estrutura a Termo da Taxa de Juros



Fonte: Nelson e Siegel (1987)

Se fixarmos o parâmetro λ_t , é possível observar, com base na figura acima, os componentes de curto, médio e longo prazo da curva a termo da taxa de juros (e, portanto, da curva de juros). A contribuição do componente de longo prazo é $\beta_{0,t}$ (nível) e a do componente de curto prazo é $\beta_{1,t}$ (inclinação). $\beta_{2,t}$ (curvatura) indica a contribuição do componente de médio prazo. Observa-se que o componente de longo prazo $\beta_{0,t}$ é uma constante que não decai para zero quando se toma o limite. O componente de médio prazo $\beta_{2,t}$ é a única função dentro desse modelo que começa em zero (e, portanto, não é de curto prazo) e decai para zero (e, portanto, não é de longo prazo). A curva de curto prazo tem o decaimento mais rápido de todas as funções dentro do modelo e decai monotonicamente para zero, sendo o componente de curto prazo $\beta_{1,t}$. Assim, com escolhas adequadas para os pesos λ_t desses componentes, pode-se gerar uma variedade de curvas de juros com base em estruturas a termo da taxa de juros com formas monótonas e corcundas. Para que a função $y_t(\tau)$ faça sentido econômico, o parâmetro $\lambda_t\tau$ deve ser maior que zero.

Outro fato de atenção é que $\lim_{\tau \rightarrow 0} y_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t}$, e $\lim_{\tau \rightarrow \infty} y_t(\tau) = \beta_{0,t}$. Ou seja, quando o tempo para a liquidação se aproxima de zero, a taxa de juros, $y_t(\tau)$, ou a taxa futura, $f_t(\tau)$, é o componente de longo prazo (nível) mais o componente de curto prazo (inclinação), quando a data da liquidação tende, no limite, a infinito, a taxa a termo é igual ao componente

de curto prazo. Já a forma com que ocorre a transição entre as taxas de curto e longo prazo é determinada pelos parâmetros $\beta_{2,t}$ e λ_t .

Enquanto o NSM de três fatores é capaz de replicar uma variedade de fatos estilizados de curvas de rendimento empíricas, incluindo uma diversidade de formas de curva de rendimento, o modelo apresenta dificuldades em ajustar a curva de rendimento quando os dados são dispersos, com mínimos e máximos múltiplos. Embora isso tenha levado a estender o modelo NSM de três fatores de várias maneiras para aumentar sua flexibilidade, existe um consenso de que, para a previsão de taxas de interesse e análise dinâmica, a conveniência de extensões do NSM não é óbvia, conforme Diebold, Piazzesi e Rudebush (2005).

Diebold e Li (2006) apresentam uma abordagem focada no poder preditivo explicitamente fora da amostra para modelos de estruturas de curva de juros. Eles utilizaram a estrutura de componentes exponenciais de Nelson-Siegel (1987) para ajustar e, posteriormente, preveem toda a curva de juros, período a período, em um parâmetro tridimensional que evolui dinamicamente.

3.3.2 O Modelo Nelson-Siegel-Svensson (MNSS)

Almeida Et. al. (2009) utiliza dados de futuro de DI com maturidades de 1, 6, 12 e 24 meses para o período de janeiro de 2003 a outubro de 2007 e concluem que o modelo de Svensson é superior ao modelo de Nelson Siegel em termos de previsão para o caso brasileiro. Também concluem que a utilização de um vetor autor regressivo VAR (1), gera melhores previsões que um AR (1). Por esse motivo, apresenta-se com mais detalhamento o modelo de Svensson.

Segundo Christensen et al. (2009), o principal problema na metodologia de estrutura de curva de juros de Nelson-Siegel é que escolha de valores razoáveis de λ (que empiricamente são na faixa de 0,5 a 1 para dados de rendimento do Tesouro dos EUA) fazendo com que o fator de carregamento para a inclinação, $(\beta_{1,t})$, e o fator de curvatura, $(\beta_{2,t})$, decaiam rapidamente para zero em função da maturidade. Esse comportamento deixa apenas o fator de nível (β_0) disponível para ajustar os rendimentos com vencimentos mais longos. Ou seja, a utilização do Modelo Nelson-Siegel padrão para previsões nas estimações empíricas mostra-se limitado por dificuldade no ajuste dos rendimentos de longo prazo. A fim de resolver esse problema, bem como de aumentar a flexibilidade e, principalmente, melhorar o ajuste da curva de juros, Svensson (1995) introduziu uma versão estendida da curva de juros de Nelson-

Siegel com um fator de curvatura adicional. Mais precisamente, dois parâmetros foram somados ao modelo, um $\beta_{3,t}$ e um segundo λ para a curvatura, sendo que este último sempre deve ser positivo.

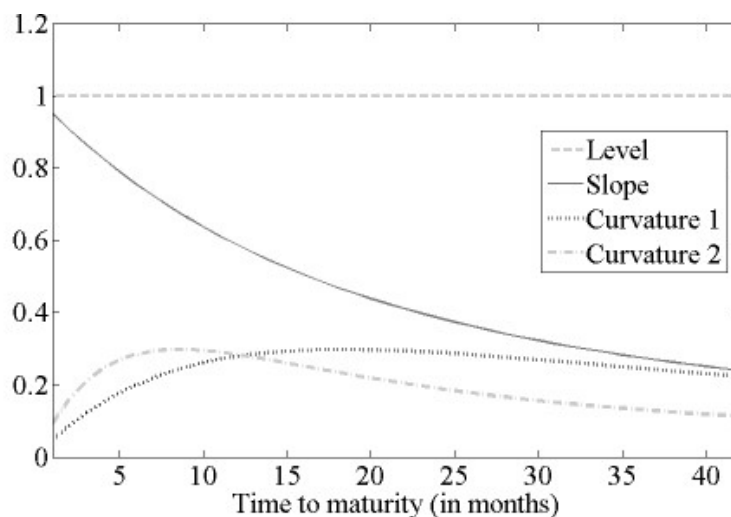
Segundo Christensen et al. (2009), a generalização do modelo Nelson-Siegel realizada por Svensson é amplamente utilizada por profissionais de mercado e bancos centrais, tais como o Conselho do Banco Central Norte Americano (Federal Reserve Board - ver Gurkaynak et al., 2010), no Banco Central Europeu (ver Coroneo et al. , 2011) e em muitos outros bancos centrais (ver Soderlind e Svensson, 1997), além do Banco de Compensações Internacionais (Soderlind e Svensson, 2005). A formulação de Svensson é:

$$y_t(\tau) = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_{2,t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + \beta_{3,t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau^2}}{\lambda\tau^2} - e^{-\lambda\tau} \right), \quad (8)$$

O quarto termo é uma cópia do terceiro, mas com um λ diferente. Segundo Almeida et al. (2009), essa mudança sutil será muito importante para modelar estruturas de taxas de juros que são mais voláteis, como, por exemplo, os casos das curvas de mercados emergentes, curvas de títulos corporativos e mercados de derivativos de crédito, indicando que essa pequena extensão traz, potencialmente, um enorme ganho nas capacidades preditivas.

FIGURA 2

Componentes da Estrutura a Termo da Taxa de Juros de Svensson



Fonte: Almeida et al. (2009)

A equação acima (8) passa por um processo para escolha dos parâmetros que minimiza a soma dos erros quadráticos entre as taxas estimadas e observadas. O mesmo processo pode ocorrer em relação aos preços. Entretanto, Svensson (1995) defende a utilização do modelo

em taxas uma vez que a utilização em preços pode gerar erros razoavelmente grande nas taxas com maturidades mais curtas. Uma vez que os preços são insensíveis às taxas em maturidades mais curtas, foi utilizada a estimação dos parâmetros para as taxas de juros e, a partir destas, foram feitos os cálculos dos preços.

Almeida et al. (2009) analisam a importância dos movimentos na curvatura para as previsões das taxas de juros utilizando uma extensão do modelo exponencial de três fatores de Diebold e Li (2006), na qual um quarto fator captura um segundo tipo de curvatura, gerando assim uma versão dinâmica do modelo de Svensson. O novo fator aumenta a capacidade do modelo de gerar volatilidade e capturar não-linearidades na estrutura da curva de juros, melhorando significativamente a capacidade de previsão. Com base em um experimento de previsão com dados brasileiros diários para renda fixa contra o modelo original de Diebold e Li e alguns outros benchmarks, a metodologia com melhoramento para previsão da curvatura obtém menores vieses e erros quadráticos médios (RMSE) significativamente menores para previsões de 1 dia, 1 mês e 3 meses.

Um ponto crítico na análise é o valor de λ_t . Almeida et al. (2009) o mantém fixo, apresentando uma metodologia para encontrar o λ que gere uma busca pelo parâmetro que culmine no melhor ajuste dentro da amostra, considerando todo o painel de observações na amostra nas dimensões de tempo e maturidade. Assim, para cada λ_t , tem-se uma superfície bidimensional de resíduos $\epsilon_t(\tau, \lambda_t)$. Os autores escolhem λ_t de tal forma que a soma ponderada dos resíduos quadrados é minimizada:

$$\hat{\lambda}_\tau, \hat{\lambda}_{\tau_2} = \arg \min_{\lambda_\tau, \lambda_{\tau_2} \in [0.03 \ 0.42]} \sum_{t=1}^T \left(\sum_{j=1}^{N_t} w_{t,j} \epsilon_t(\tau_j, \lambda_\tau, \lambda_{\tau_2})^2 \right), \quad (9)$$

onde T é o número de observações diárias no período dentro da amostra e $w_{t,j}$ é o peso do resíduo no dia t correspondente à taxa de juros com o tempo até o vencimento τ_j . Os autores limitaram os valores $\lambda_\tau, \lambda_{\tau_2}$ a estar entre 0,03 e 0,42. Segundo eles, esses limites correspondem ao máximo de carregamento da curvatura em 5 anos e 17 dias, afirmando não ser necessário buscar valores λ_τ ótimos fora deste intervalo, uma vez que o maior tempo até a maturidade dos rendimentos na base utilizada foi de 3,5 anos e a maturidade mais curta de 1 mês.

A escolha de λ_τ é importante pois ele participa da definição dos parâmetros (betas) que podem ser obtidos minimizando a soma dos resíduos quadrados dessas regressões lineares, conforme:

$$\hat{\beta}_t = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \sum_{j=1}^{N_t} \epsilon_t(\tau_j, \lambda_t)^2, \quad (10)$$

onde β_t representa um vetor de betas, N_t representa o número de taxas de juros observadas para a data t , τ_j é o tempo para o vencimento, maturidade, da j -ésima taxa de juros nessa mesma data, e λ_t é fixo em um valor constante conforme definido anteriormente.

Almeida et al. (2009) afirmam que a introdução de um segundo fator de curvatura tem um efeito disciplinar sobre os movimentos da estrutura de taxa de juros, proporcionando, assim, uma maior capacidade de capturar os prêmios de risco e, consequentemente, as médias condicionais das taxas de juros, o que melhora a capacidade de previsão do modelo. Ainda comparam seis metodologias distintas de previsões e concluem pela melhor capacidade preditiva do Svensson com VAR(1). Os autores analisam um comportamento comum a todos esses modelos, que é o viés quase sempre negativo, indicando que eles tendem a superestimar as taxas de juros futuras. Ao longo da amostra, os rendimentos estão, na maior parte do tempo, em declínio. Assim, esse viés negativo indica que os modelos não estão conseguindo capturar esse declínio persistente das taxas.

Altavilla et al. (2014) utilizam a metodologia de Svensson (1995) para a construção das curvas de juros com dados mensais dos títulos do Tesouro Norte-Americano (zero-coupon U.S. Treasury bonds) com interesse em investigar a previsibilidade dos retornos excedentes de títulos, com o objetivo de fornecer ferramentas úteis para os investidores nos mercados de títulos. Os autores realizaram as previsões na metodologia de Diebold e Li (2006) concluindo que, as expectativas de mercado, extraídas dos contratos futuros das taxas dos títulos federais no mercado norte americano estão entre os melhores preditores para o futuro da política monetária. Mostrando que essa informação pode ser explorada para produzir previsões precisas de retornos excedentes de títulos e para construir estratégias de investimento rentáveis nos mercados de títulos.

3.4 ETTJ e Fatores Macroeconômicos

Os trabalhos apresentados ao longo desta seção argumentam pela melhoria na modelagem da curva de juros com a utilização de variáveis econômicas, seja em nível ou na forma de expectativas futuras. Diebold, Piazzesi e Rudebush (2005) observam que a modelagem utilizando fatores macrofinanceiros fornece uma compreensão mais abrangente da estrutura a termo da taxa de juros, uma vez que a taxa de juros de curto prazo é um instrumento de

política monetária do Banco Central, e, do ponto de vista financeiro, são as formadoras das taxas das demais maturidades, uma vez que são médias ajustadas ao risco das taxas de juros esperadas de curto prazo. Na mesma linha, Ang, A., & Piazzesi, M. (2003) utilizam um modelo de estrutura a termo das taxas de juros com fatores macroeconômicos (inflação e crescimento econômico), em união com os conhecidos fatores latentes. As principais conclusões são de que:

Os modelos com macro fatores preveem melhor do que os modelos com apenas fatores não observáveis. As decomposições de variância mostram que os fatores macro explicam 85% da variação no rendimento das obrigações.

Segundo Dewachter, H., & Lyrio, M. (2006), a capacidade de identificar os fatores econômicos por trás dos movimentos existentes na modelagem das estruturas a termo da taxa de juros é o novo padrão na literatura financeira. Ou seja, os movimentos na curva de rendimentos podem ser capturados por uma estrutura na qual as taxas de juros são funções de alguns fatores latentes dinâmicos. No entanto, embora os modelos de fatores ofereçam uma descrição relativamente boa da evolução das taxas de juros, eles fornecem pouca visão sobre a natureza das forças econômicas subjacentes que impulsionam seus movimentos. Em um esforço para compreender essas forças, os recentes modelos de fatores latentes da curva de juros começaram a incorporar fatores macroeconômicos explicitamente.

Ang, A., & Piazzesi, M. (2003) utilizam um modelo VAR que permite a inclusão de variáveis macroeconômicas e restrição a arbitragem, sendo um caso especial dos modelos afins introduzidos por Duffie e Kan (1996). A base de dados tem início em 1952 e encerra-se em 2000, e é formada por títulos *zero coupon*, com maturidades de 1, 3, 12, 36 e 60 meses. As variáveis macroeconômicas podem ser divididas em dois grupos: o primeiro está relacionado a várias medidas de índices de preços do mercado norte-americano e o segundo, a variáveis de mensuração da atividade real da economia, tais como desemprego, taxa de crescimento do emprego, taxa de crescimento da atividade industrial e o índice HELP (publicidade desejada em jornais). Todas as taxas de crescimento e os índices de inflação são diferenças em log de 12 meses. O passo seguinte foi normalizar todas as variáveis, e formular dois fatores, um relacionado à inflação e o segundo relacionado à economia real, cada qual combinado às variáveis macro de seu grupo, inflação ou produto. Os autores relacionaram essas duas medidas ao modelo de resposta de Taylor, observando que os fatores macroeconômicos auxiliam principalmente em movimentos de curto (um mês) e médio prazo (12 meses) e os

fatores não observáveis (latentes) atuam principalmente no longo prazo (60 meses) das curvas de taxa de juros.

Diebold, Rudebusch e Auroba (2006) usam uma representação espaço-estado para incorporar fatores macroeconômicos em um modelo de fator latente da curva de rendimentos (Nelson-Siegel) e para analisar o potencial feedback bidirecional entre a curva de rendimentos e a economia. Mais especificamente, eles complementam a natureza não estrutural de sua representação da curva de juros com uma representação de VAR dinâmico, não estrutural e com variáveis macroeconômicas para estudar a natureza dos vínculos entre os fatores que impulsionam a curva de rendimento e os fundamentos macroeconômicos. Ou seja, na prática, aumentam o vetor do estado para incluir três variáveis macroeconômicas fundamentais: atividade real (utilização da capacidade de produção), posição da política monetária (taxas dos fundos federais) e inflação anual dos preços.

Hördahl et al. (2006) constroem e estimam um modelo dinâmico com variáveis macroeconômicas para a curva de taxa de juros. Utilizam um modelo afim com variáveis econômicas voltadas para o futuro. Essa abordagem permite interpretar a dinâmica dos rendimentos e prêmios de risco em termos de fundamentos macroeconômicos para uma aplicação com dados alemães. O desempenho de previsão do modelo é superior ao das melhores alternativas disponíveis na classe afim até o momento.

Dewachter e Lyrio (2006) observam que modelos de estimação da estrutura a termo da taxa de juros não podem conter apenas fatores latentes e que seria uma melhora considerável a apresentação de explicações econômicas para tais fatores. Assim, utilizam-se de um modelo afim para incluir a expectativa futura de inflação para resolver esse problema. O ponto de partida é um modelo não estacionário que relaciona o hiato do produto, inflação e taxa real de juros. Na sequência, modelam a dinâmica com agentes neutros a risco e incluem restrição a não arbitragem. Os dados utilizados são taxas de final de mês de títulos sem cupom do tesouro dos EUA com maturidades de 3, 6, 12, 24, 60 e 120 meses. Para o hiato do produto, foram utilizados dados trimestrais de 1964 a 1998. As principais conclusões são a respeito da importância da expectativa de inflação para a modelagem das taxas de juros de longo prazo e uma interpretação macroeconômica para os fatores latentes. Segundo os autores, o fator nível representa a expectativa de inflação de longo prazo dos agentes; o fator de inclinação captura as condições do ciclo de negócios; e o fator de curvatura expressa a independência de política monetária. A conclusão central apresentada é de que a inclusão de expectativas de inflação é relevante para modelar a estrutura a termo das taxas de juros. Existem, ainda, alguns trabalhos que buscam melhorar as previsões da curva de juros em horizontes mais curtos.

Rudebusch e Wu (2008) observam uma lacuna na literatura existente e decidem usar a oportunidade, iniciando com um modelo de estimação da estrutura a termo da taxa de juros. Sendo assim, sem possibilidade de arbitragem, ampliam posteriormente o modelo para possibilitar fatores macroeconômicos que foram modelados de forma a gerar uma curva exógena de rendimentos que domina a equação de resposta dos bancos centrais, formalizado a regra de Taylor, na qual a taxa de curto prazo depende de variáveis econômicas relacionadas à inflação e ao produto. Os autores relacionam o nível da curva com a expectativa de inflação e a declividade com as ações da política monetária. O estudo abrange o período entre janeiro de 1988 e dezembro de 2000. Eles descrevem os fundamentos macroeconômicos dos movimentos na curva de rendimentos e ainda comentam sobre a importância de se incluir a política fiscal em trabalhos futuros.

Diebold, Piazzesi e Rudebusch (2005) utilizaram duas metodologias de ETTJ: Nelson-Siegel e um modelo afim que não permite arbitragem com o intuito de modelar a estrutura a termo. De maneira pragmática, os autores respondem perguntas que são pontos chave para o entendimento de estruturas a termos de taxa de juros.

Uma das perguntas é: por que usar modelo de fatores para taxas de juros? A resposta parte do princípio da parcimônia e de que duas variáveis são capazes de explicar 99% da variação nas curvas de taxas de juros. Mas, ainda sim, para um melhor resultado, é necessária a inclusão de pelo menos mais um fator. A segunda pergunta é voltada à compreensão da construção desses fatores. Os autores inicialmente explicam que a primeira maneira é a simples estimação dos fatores mais populares da literatura, que são proxies empíricas para o nível (por exemplo, a taxa longa), inclinação (por exemplo, uma taxa longa com subtração de uma taxa curta) e curvatura (por exemplo, uma taxa de maturidade média menos uma média das taxas curta e longa). Uma segunda maneira seria a curva de Nelson-Siegel, que, em artigo publicado em 1987, se tornou a publicação preferida do mercado e de funcionários do Banco Central dos EUA. É um modelo dinâmico dos três fatores, conforme o mencionado acima. O viés dessa metodologia são os fatores não observados, que sempre geram taxas futuras positivas, causando consequências para alguns países atualmente. A terceira metodologia permite a inclusão de restrições, e é representada pelos modelos dinâmicos de fatores que não permite arbitragem, sendo os principais os modelos afins.

A terceira pergunta é como os fatores macroeconômicos devem ser combinados com os fatores da curva. Por causa de os modelos anteriores apresentarem descrições eficientes de como a curva se comportará, mas não apresentarem fundamentação econômica dos motivos, essa união de novos fatores macro vem ganhando força. Em seguida, é realizada uma revisão

bibliográfica de como a literatura vem tratando essa combinação, evidenciando, na maioria dos trabalhos, a relação entre fatores macroeconômicos e as funções de resposta do Banco Central, sendo inflação, produto e instrumentos de política monetária as principais variáveis. Um segundo grupo de trabalhos testa a correlação entre o fator de nível de inflação e o fator de inclinação com o produto real e argumentam que o fator de curvatura, aparentemente, não é relacionado com nenhuma explicação macroeconômica. Ainda existe uma série de estudos que buscam relacionar como os choques em variáveis macroeconômicas afetam as curvas, com diferentes respostas para as taxas de curto prazo e para as de longo prazo.

Gürkaynak, R. S., & Wright (2012) realizaram uma revisão bibliográfica completa sobre estrutura a termo de taxa de juros com ênfase na união entre macroeconomia e finanças, principalmente na ligação entre macroeconomia, política monetária e estrutura a termo. Com foco nos EUA, os autores analisaram trabalhos sobre estrutura a termo da taxa de juros entre 1971 e 2012. A principal motivação parte da hipótese de que, uma vez que as taxas de juros de curto prazo influenciam as taxas de juros de longo prazo e o prêmio pelo risco no longo prazo e uma vez que as taxas de juros de curto prazo são, por sua vez, impulsionadas pela inflação e pelo hiato do produto, como na regra de Taylor, então a estrutura a termo das taxas de juros deve refletir as expectativas de inflação futura e o hiato na produção. A principal influência das variáveis macroeconômicas sobre a curva de taxa de juros seria via inflação, sugestionando a taxa de curto prazo e, conseqüentemente, o prêmio pelo risco no longo prazo. Os autores utilizam um fato real específico para exemplificar esse intuito do trabalho. Em 29 de junho de 2004, a meta para a taxa de juros dos EUA era de 1% a.a. e a taxa de juros de 10 anos estava em 4.97% a.a.. Um ano depois, em 29 de junho de 2005, as taxas eram de 3% e 4.07% a.a., o que levou Alan Greenspan a discursar no congresso, dizendo:

“This development contrasts with most experience, which suggests that . . . increasing short-term interest rates are normally accompanied by a rise in longer-term yields. For the moment, the broadly unanticipated behavior of world bond markets remains a conundrum.”

Assim, o prêmio de risco é importante para a hipótese das expectativas e pelo motivo de a resposta no longo prazo poder ser ambígua, portanto é de extrema importância influenciar as expectativas via política monetária. Por isso, a compreensão da evolução da estrutura a termo das taxas é fundamental para prever o retorno dos ativos e para determinar as opções de alocação de carteira de investidores e suas estratégias de cobertura de risco de taxa de juros. Os autores concluem que a inclusão de fatores macroeconômicos junto à precificação de

títulos de renda fixa em finanças pode gerar um impacto muito forte no prêmio de risco em renda fixa, uma vez que este é altamente ligado a expectativas quanto à inflação.

De Pooter et al. (2010) formularam vários modelos e concluem que os modelos autorregressivos com preditores macroeconômicos apresentam um desempenho superior em horizontes curtos de tempo. Bekaert et al. (2010) incluem variáveis econômicas relacionadas à regra de resposta de Taylor e chamam atenção para a necessidade de inclusão de novos fatores na modelagem de curva de taxas de juros. Os principais fatores encontrados são que o choque da meta de inflação domina a variação do fator de nível, enquanto os choques de política monetária dominam a variação nos fatores de inclinação e curvatura. Exterkate et al. (2013) utilizam um modelo de Nelson e Siegel com fator aumentado e discutem a importância de utilizar grandes conjuntos de dados para melhorar as previsões da curva de juros em horizontes de curto prazo, uma vez que o modelo é capaz de melhorar a previsão de curto prazo durante períodos voláteis, mas não em períodos de baixa volatilidade. Van Dijk et al. (2014) melhoram o desempenho da previsão para vencimentos longos com a utilização de variáveis macroeconômicas.

Para o caso brasileiro, Almeida e Faria (2014) demonstraram a importância da inclusão de fatores macroeconômicos para previsão da curva de juros brasileira. Os autores estudaram a previsão da estrutura a termo da taxa de juros brasileira utilizando fatores comuns com uma ampla base de dados de 171 séries macroeconômicas, o período utilizado foi de janeiro de 2000 a maio de 2012. Primeiramente implementaram o modelo proposto por Moench (2008), no qual a dinâmica de taxa de juros de curto prazo é modelada usando um FAVAR e a estrutura da taxa de juros é derivada usando as restrições implícitas de não arbitragem. Concluíram pelo melhor desempenho preditivo quando são acrescentadas as variáveis macroeconômicas. Entretanto, apresentando deterioração dos resultados com o aumento da maturidade.

Vieira et al. (2017) utilizam variáveis econômicas com expectativas para o futuro (relatório FOCUS) e concluem que essa inclusão melhora a capacidade preditiva de um modelo Nelson Siegel. A metodologia é dividida em três partes. Inicialmente, (i) estima-se toda a curva de juros usando um modelo Nelson-Siegel (NS) para a curva de juros. Segundo, para os autores, a parametrização de NS resume com sucesso (metodologia mais eficaz em termos de previsão) a variação da curva de rendimento pelos fatores de nível, inclinação e curvatura. Então, (ii) realiza-se a previsão futura desses fatores usando um conjunto abrangente de dados de variáveis macroeconômicas e financeiras via estimação de um modelo VAR Aumentado por Fatores (FAVAR). O componente de variáveis macroeconômicas e

financeiras é extraído via componentes principais de um conjunto abrangente de 142 preditores macroeconômicos e financeiros com frequência semanal. Por fim, (iii) formam-se previsões da curva de juros para cada vencimento em diferentes horizontes usando a evolução prevista dos fatores de nível, inclinação e curvatura. Os autores argumentam que a abordagem de previsão utilizada supera os modelos existentes na literatura, incluindo o benchmark de caminhada aleatória, o AR, mesmo em horizontes mais curtos. Ela também é superior ao Nelson e Siegel dinâmico. Além disso, o uso de variáveis voltadas para o futuro e expectativas é vital para produzir melhores previsões.

3.4.1 Regra de Taylor

Conforme discutido na seção anterior, a maior parte dos trabalhos que relacionam curvas de juros com fatores macroeconômicos tem como ponto de partida ou como balizador central a função resposta da política monetária, simplificada na Regra de Taylor. Por exemplo, Ang, A., & Piazzesi, M. (2003) e Dewachter e ^[1]_{SEP} Source (2006), que também contam com expectativa futura de inflação, Bekaert et al. (2010), Rudebusch e Wu (2008), que também deixam a sugestão de se analisarem variáveis fiscais nos modelos futuros, e Gürkaynak, R. S., & Wright, J. H. (2012). Por esse motivo, será apresentada brevemente a função de resposta sugerida por Taylor aos bancos centrais.

Basicamente Taylor, em seu artigo de 1993, procura mostrar que a política monetária deve ser guiada por regras transparentes e críveis, argumentando que esta é a forma mais eficaz de atingir os melhores resultados conjuntos de desempenho mensurados pelas taxa de inflação e variação do crescimento econômico. Embora este argumento seja utilizado de alicerce para a adoção de regimes como o sistema de metas de inflação, seu artigo é mais citado na literatura pela utilização de uma função de reação para o comportamento das taxas internas de juros nos EUA no período entre 1987 e 1992. De acordo com o autor, o comportamento das taxas de juros nos EUA poderia ser muito bem representado por uma relação linear com a taxa de inflação (π), uma taxa de juros de equilíbrio (r^*) mais uma soma ponderada entre dois desvios: a diferença entre taxa de inflação (medida pelo deflator do PIB) e a meta de inflação e o desvio percentual do PIB do PIB potencial. Dessa forma, a Regra de Taylor depende de duas variáveis exógenas ao modelo: a meta de inflação e o PIB potencial. A relação destas variáveis pode ser melhor visualizada da seguinte forma:

$$i_t = \pi_t + r^* + 0,5(\pi_t - \pi^*) + 0,5y_t \quad (11)$$

Na qual, i_t é a taxa de juros nominal norte americana, π_t é a taxa de inflação, π^* é a meta para a taxa de inflação, r^* é a taxa real de juros de equilíbrio, y_t é desvio percentual do produto real em relação ao produto potencial.

3.4.2 Metas de Inflação e Mecanismos

A fronteira do conhecimento em relação a ETTJ é a inclusão de fatores macroeconômicos junto à precificação de títulos de renda fixa em finanças, segundo Gürkaynak, R. S., & Wright (2012). A maioria dos trabalhos utilizam formulações motivadas pela Regra de Taylor como regra de resposta da política monetária.

Para o caso brasileiro, é importante a inclusão de métricas fiscais, uma vez que a política monetária vem sendo regida por metas de inflação e, após 1999, pelo então nominado nacionalmente, tripé macroeconômico. Uma continuação desencadeada por vários eventos sociais e econômicos após a implantação do plano Real.

Nassif (2015) afirma que a política macroeconômica tem sido guiada pelo chamado tripé macroeconômico, composto por regime de metas para a inflação, câmbio flutuante e superávits fiscais primários. E que tal arcabouço teórico está resumido brevemente em (Blanchard et al. 2010, 2013) que salientam que o referido consenso tem ancoras no pressuposto de que o controle da inflação deveria ficar sob o âmbito estrito da política monetária que, por meio da taxa básica de juros de curto prazo, se encarregaria de manter estável o nível geral de preços. Ainda de acordo com (Blanchard et al. 2010, 2013), uma vez que a inflação fosse mantida em níveis baixos e sob controle, a política fiscal teria papel secundário na determinação do produto efetivo real.

Em 1999, segundo Mollo e Silva (1999) a liberalização do câmbio veio, em primeiro lugar, como conclusão de um processo longo de perda de reservas. Este processo exigiu que o País recorresse ao FMI e a alguns países industrializados, para reforçar as reservas em queda e este fato implicou em algumas condições a serem cumpridas. As reservas aproximaram-se perigosamente dos limites considerados mínimos nas condições estabelecidas pelo FMI. O câmbio foi então liberado, para evitar novas perdas de reservas e ao mesmo tempo, defendê-lo. Instaurando assim o primeiro pilar do tripé.

Com esse regime cambial a oscilação de reservas internacionais poderia gerar alto impacto na inflação. A fim de evitar oscilações drásticas nas taxas de inflação, o regime de metas de inflação e a definição da taxa de juros no COPOM passou a ser o segundo pilar do tripé.

Por fim, para uma política monetária eficiente e crível, seria necessária uma situação fiscal sustentável, sendo evitado o fenômeno denominado dominância fiscal. Segundo Mishkin (2000) a relação entre metas de inflação, câmbio flexível e dominância fiscal tem seu poder prejudicial ampliado em países emergentes. Desta forma, instaurou-se o terceiro pilar, o superávit fiscal.

Para apresentar a importância da política fiscal para o contexto brasileiro, é válido observar a frase do então presidente do Banco Central do Brasil, Armínio Fraga, no programa Roda Viva em 14 de junho de 1999;

“O que se tem hoje é uma mudança que dá à taxa de câmbio uma função diferente da função que ela tinha antes. Antes o governo dizia para a taxa de câmbio: "Você toma conta da inflação." e dizia para a taxa de juros: "Você toma conta do balanço de pagamentos.", que é um regime de taxa de câmbio fixa. Hoje nós estamos escalando o time de forma diferente. Nós estamos dizendo para taxa de câmbio: "você toma conta do balanço de pagamentos." e para taxa de juros: "você toma conta da inflação.". Agora, nada disso funciona sem uma boa política fiscal. Nesse ponto, concordo integralmente com a posição do Gustavo [Franco]. O Gustavo tem dito corretamente: "Olha, independentemente do regime de câmbio..." - onde nós possivelmente discordamos - "...nada vai funcionar sem a política fiscal."

3.4.3 Teoria Fiscal de Preços

Ainda para exemplificar a importância de variáveis fiscais para a estimação da ETTJ, cita-se a recente pesquisa da Teoria Fiscal dos Preços, com conceitos germinados em Leeper (1991) e Sims (1994, 1997) e desenvolvida por Cochrane (1999, 2009 e 2018). A ideia básica é que os agentes não públicos que são detentores de títulos públicos esperam que existam superávits primários que garantam a sustentabilidade do pagamento da dívida. Ou seja, os valores dos superávits primários que não de ocorrer, trazidos a valor presente, devem ser suficientes ou superiores ao valor real da dívida, definido por:

$$Dr = D/P \quad (12)$$

onde:

Dr = Valor real da dívida pública

D = Dívida nominal da dívida pública

P = Índice de preços

E:

$$VpSp = \sum_{t=1}^n Sp_t / (1 + R)^t \quad (13)$$

Na qual:

VpSp = Valor presente dos superávits primários

Sp_t = Superávit primário no período t

R = Taxa real de juros.

Cochrane aprimora essa teoria e, em 2018, formula os mecanismos de transmissão via expectativas de inflação futura a partir da equação de Fisher, a curva de Phillips, a curva IS e a regra de Taylor.

Assim, julga-se interessante estudar se, para o caso brasileiro, as expectativas de taxa de juros apresentam impacto para a estimação e previsão da estrutura a termo das taxas de juros.

3.5 Previsão

Diebold e Li (2006) propõem a metodologia de previsão por um processo univariado AR(1) e um vetor autorregressivo VAR para a previsão dos fatores de Nelson Siegel, concluindo pelo maior poder preditivo de um AR(1). Para o caso brasileiro, Almeida et al. (2009) defendem a utilização de um VAR em detrimento a um AR para previsões de estrutura de taxas de juros brasileira, justificando tal fato pelo motivo de o primeiro apresentar resultados de previsões superiores. Caldeira et al. (2016) observam o fato de a curva de juros poder ser considerada um processo vetorial composto de rendimentos de diferentes vencimentos, indicando que a informação da seção transversal tende a ser importante para o entendimento dos movimentos da estrutura de juros. Nem o *random walk* (RW) e nem os modelos autorregressivos (AR) exploram essas informações na construção de suas previsões. Portanto, nesta tese, optou-se por um modelo de vetor autorregressivo de primeira ordem (VAR 1) para previsão das curvas de taxa de juros. O VAR pode ser representado por:

$$\hat{\beta}_{t+h/t} = C^{DL} + \Phi^{DL} \hat{\beta}_t + \eta_{t+h}^{DL}, \quad (14)$$

onde C^{DL} é um vetor 4×1 de constantes, Φ^{DL} é uma matriz 3×3 , e η é um erro Gaussiano multivariado de média zero, com uma estrutura de correlação livre, não necessariamente a matriz identidade. t é o tempo correspondente e h é o número de intervalos de tempo dentro de cada horizonte de previsão.

As previsões para as médias condicionais de todos os movimentos são conjuntamente produzidas por:

$$\hat{\beta}_{t+h/t} = \hat{C}^{DL} + \hat{\Phi}^{DL} \hat{\beta}_t, \quad (15)$$

Uma vez que temos os parâmetros previstos para cada data, para cada maturidade pré-estabelecida, é possível realizar a previsão com o uso de:

$$y_{t+h/t}(\tau) = \hat{\beta}_{0,t+h/t} + \hat{\beta}_{1,t+h/t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda_t\tau} \right) + \hat{\beta}_{2,t+h/t} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda_t\tau} - e^{-\lambda} \right), \quad (16)$$

Almeida et al. (2009) realizam o mesmo procedimento para o modelo dinâmico de Svensson, com o processo VAR ajustado aos quatro movimentos de estrutura de juros:

$$\hat{\beta}_{t+h/t} = C^S + \Phi^S \hat{\beta}_t + \hat{\eta}_{t+h}^S, \quad (17)$$

Passando por:

$$\hat{\beta}_{t+h/t} = C^S + \Phi^S \hat{\beta}_t, \quad (18)$$

E, finalmente, as taxas previstas são dadas por:

$$y_{t+\frac{h}{\tau}} = \hat{\beta}_{0,t+\frac{h}{\tau}} + \hat{\beta}_{1,t+\frac{h}{\tau}} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \hat{\beta}_{2,t+\frac{h}{\tau}} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + \hat{\beta}_{3,t+\frac{h}{\tau}} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau^2}}{\lambda\tau^2} - e^{-\lambda\tau^2} \right), \quad (19)$$

Segundo Almeida et al. (2009), esse modelo apresenta melhor capacidade preditiva do que as outras opções para o caso brasileiro. O modelo citado neste trabalho ainda apresenta a inclusão de variáveis macroeconômicas para uma melhora na capacidade preditiva. Almeida et al. (2009) realizaram previsões para três horizontes temporais distintos: um dia, um mês (21 dias úteis) e três meses (63 dias úteis). Para cada horizonte e cada observação fora da amostra, os modelos foram reestimados, mantendo-se fixos os valores λ obtidos no período dentro da amostra. Os autores utilizaram reestimações executando os processos AR e VAR com janelas móveis sempre que uma nova observação está disponível. O comprimento da janela de estimativa foi fixado em 596 observações. Neste trabalho, foi realizado o mesmo processo de reestimações para 15 maturidades diferentes com período dentro da amostra de 5, 4, 2, 1 e 0,5 anos, ou seja 260, 208, 104, 52 e 26 semanas; para as 15 maturidades, o número de observações varia de 390 a 3900. Entretanto não foi fixado um valor para os dois lambdas do modelo, sendo estes, também participantes do modelo de estimação.

4. OTIMIZAÇÃO DE PORTFÓLIO

A estratégia de estimação da estrutura da curva de juros é empregada para calcular portfólios ótimos usando-se funções para os retornos de renda fixa esperados e sua respectiva matriz de covariância. Além disso, a implementação empírica se concentra em avaliar se a incorporação de informações macroeconômicas no modelo Svensson dinâmico gera ganhos econômicos em termos de desempenho de carteira de títulos de renda fixa, alocando recursos em ativos de renda fixa, focado em dívida pública, com base em um trade-off entre retorno esperado e risco. Bolder (2015) afirma que a alocação estratégica de ativos é um problema de previsão e de otimização, no qual o investidor busca uma combinação ótima de títulos em um ambiente incerto. Para começar a endereçar este problema de alocação estratégica, parte-se do ponto de partida da abordagem de portfólio de média-variância sugerida por Markowitz

(1952) que já é amplamente explorada para a formação de carteiras de ações e outros ativos financeiros, principalmente de caráter variável, mas ainda pouco utilizado no contexto de renda fixa.

Entretanto, pouco se sabe sobre otimização de portfólio em mercados de renda fixa. Korn e Koziol (2006) apontam algumas razões pelas quais a otimização do portfólio de títulos de renda fixa apenas começou a ser explorada recentemente, entre elas o momento em que a abordagem de Markowitz tornou-se amplamente reconhecida como uma ferramenta útil para o gerenciamento de portfólio, quando as taxas de juros não eram particularmente voláteis e uma abordagem de portfólio parecia desnecessária. À medida que os mercados de taxas de juros se tornam mais voláteis e instáveis, os títulos com diferentes pagamentos de fluxos são criados e os modelos avançados de estrutura de taxa de juros foram sendo desenvolvidos, torna-se natural pensar no potencial de diversificação de risco e otimização de carteiras de renda fixa nesse novo contexto. Assim, surge uma literatura recente que explora a seleção da carteira de títulos em um contexto de média-variância. Alguns autores vêm desbravando o tema, tais como Sørensen (1999), que estuda estratégias de portfólio dinâmico para a utilidade de um investidor usando o modelo de um fator Vasicek e conclui que os títulos sem cupom com maturidades similares às do horizonte de investimento são as melhores opções de hedge em todo o conjunto de oportunidade. Roll (1971) estuda uma formulação ainda em estágios iniciais de um portfólio baseado em termo de risco e retorno. Entretanto, os resultados não foram conclusivos em relação à mensuração de um período de horizonte ótimo para investimento. O autor conclui que os componentes de risco e retorno da carteira de títulos do tesouro norte americano aumentam com o prazo até o vencimento, implicando em uma estrutura inclinada para cima em relação à maturidade. O primeiro estudo que utilizou a metodologia do CAPM em aplicações de precificação para renda fixa foi Yawitz e Marshall (1977) para dados de títulos canadenses. A abordagem de previsões das taxas de juros foi utilizada por Brennan e Schwartz (1980) em portfólios com pesos iguais entre as maturidades.

A realização de trabalhos que buscam efetivamente a ligação entre modelos de previsões de taxa de juros e otimização de portfólios no critério de média-variância inicia-se com Korn e Koziol (2006), precursores dessa literatura, que realizaram uma seleção de carteira de média-variância com títulos. Eles empregaram o modelo de Vasicek (1977). Na sequência, os autores estimam os retornos esperados, as variações desses retornos e suas covariâncias para diferentes títulos alemães, demonstrando que um pequeno número de títulos de risco é suficiente para conseguir carteiras com perfis de risco e retorno promissoras.

Della Corte et al. (2008) examinam a validade da hipótese de expectativa na estrutura a termo das taxas de juros obtidas das operações compromissadas dos EUA, variando de maturidade entre um dia e três meses, e testam se carteiras de títulos que exploram desvios da hipótese das expectativas são lucrativas. Eles chegam à conclusão de que os ganhos econômicos não são suficientes para cobrir os custos de transação implícitos. Thornton e Valente (2012) apresentam uma abordagem baseada em regressões de excesso de retorno nas taxas a termo e não nos modelos de estimação de estruturas de curva de juros, investigando os ganhos econômicos obtidos por um investidor que explora a previsibilidade dos retornos excedentes de títulos em relação à alternativa de não previsibilidade consistente com a hipótese de expectativas. Em particular, quantificam quanto um investidor avesso ao risco está disposto a pagar para mudar de uma estratégia de carteira passiva para um modelo em que as previsões são baseadas em spreads futuros, concluindo negativamente para essa última abordagem.

Caldeira et al. (2016) estendem essa abordagem à classe geral de modelos de fatores dinâmicos para a estrutura das taxas de juros e derivam expressões simples para retornos dos títulos esperados e suas respectivas matrizes de covariância com base nos rendimentos previstos. Suas evidências empíricas para o mercado norte americano indicam que a abordagem de carteiras de títulos em renda fixa baseadas em otimizações de risco e retorno apresenta melhores desempenhos em comparação com as estratégias de curva de rendimento tradicionais usadas nas mesas de operações financeiras, em termos de índice de Sharpe e retorno excessivo líquido.

Schnorrenberger e Moura (2017) concluem que os resultados das carteiras de média-variância com previsões com um passo à frente para os retornos dos contratos de futuro de DI com rebalanceamento mensal implicam que os retornos excessivos positivos são obtidos para os coeficientes de aversão ao risco mais altos. Para os casos de otimização de portfólios com estimativas e reequilíbrio anual foram encontrados retornos anormais negativos em todas as especificações de modelos e em todos os níveis de tolerância a riscos.

A especificação macroeconômica também minimiza as perdas por coeficientes de maior aversão ao risco. Em geral, os retornos excedentes líquidos negativos prevalecem na maioria das carteiras de média-variância ótima; em alguns casos, é possível observar taxas de Sharpe positivas para o período analisado. Essa evidência é uma consequência do ambiente de taxas de juros em alta, onde os retornos de renda nos contratos DI-futuro não são suficientes para compensar sua queda de preço no período fora da amostra.

A dificuldade da carteira de renda fixa consiste, essencialmente, em prever a distribuição dos resultados de retorno para um conjunto de valores e selecionar os pesos ótimos para o portfólio, condicionado à distribuição e preferências de risco. Um posicionamento passivo tenta replicar todos os fatores de risco de uma estratégia de referência. O posicionamento ativo baseia-se em uma previsão de mudanças no mercado futuro, porque o portfólio e o *benchmark* responderão de forma diferente a estes, de modo que o gestor de portfólio deve decidir em que direção existirá o desvio (FABOZZI et al., 2006). Em linha com Choudhry (2003), a gestão ativa do portfólio pode ser dividida em quatro categorias básicas: (i) a abordagem das expectativas, que visa prever a direção das mudanças nas taxas de juros; (ii) a abordagem da curva de taxas de juros, que busca gerar ganhos com a previsão das mudanças na forma e nos níveis da estrutura da curva de juros; (iii) a estratégia de *spread* de rendimento, que tenta gerar ganhos com as mudanças no *spread* de produtividade entre títulos individuais ou títulos; e (iv) a abordagem do valor justo, que visa avaliar a valoração de títulos individuais e identificar títulos mal-precificados. Nesta tese, a análise está interessada na segunda abordagem, um vez que o exercício de previsão da curva de taxa de juros indicará mudanças futuras na forma da curva de juros prevista, estas são então utilizadas para gerar previsões de retornos de títulos. Em outras palavras, a estratégia da estrutura da curva de juros visa alcançar ganhos em identificar mudanças em vencimentos específicos da estrutura de maturidades das taxas de juros.

Uma crítica comum à análise de um único período é a consequência de um aspecto de miopia, uma vez que os pesos da carteira míope são calculados com base nos retornos esperados de um único passo, sem preocupações com horizontes de investimento mais longos e com reequilíbrio intermediário da carteira. No entanto, o problema de otimização dinâmica carrega múltiplas previsões de longo prazo, que são menos precisas, e também permite acumular erros de diferentes horizontes de previsão, impactando negativamente nos resultados de otimização dinâmica. Brandt (2009) descreve que uma justificativa comum dos pesquisadores e praticantes de mercado é que a perda de utilidade esperada devido a erros que podem se infiltrar na solução de um problema de otimização dinâmica podem superar o ganho de utilidade esperada de investir utilizando-se uma forma otimizada ao invés de míope. Por exemplo, Lan (2015) compara o desempenho das políticas de portfólio míopes versus dinâmicas e conclui que o comportamento míope pode até levar a ganhos de utilidade para o investidor em tempo real.

Segundo Bolder (2015) o gestor da carteira está essencialmente interessado na distribuição estatística dos retornos da carteira, que dependem de um conjunto relevante de

fatores de risco. Qualquer variável que possa afetar o valor de um título é considerada um fator de risco. Os fatores de risco associados a uma classe de ativos hipotéticos apresentam características diferentes, diferindo no nível de volatilidade ou dependência com outros fatores de risco, e podem ser separados em fatores de risco financeiro, de política monetária e macroeconômico, entre outros. Avaliar a incerteza dos retornos futuros é essencialmente equivalente a medir o risco de um portfólio. O retorno do portfólio é a compensação que um investidor recebeu por estar exposto a esses fatores de risco e a curva de juros conecta o retorno da carteira a alguns fatores de risco relevantes por influenciar o valor dos títulos de renda fixa.

A relação inversa entre o valor presente de um fluxo de caixa e seu rendimento é amplamente conhecida, de modo que um aumento (redução) em $y_t(\tau)$ reduz(eleva) o valor presente de cada fluxo de caixa, levando a uma redução (aumento) no valor atual do ativo, $P_t(\tau)$. Assim, o valor do título diminui com mudanças positivas nas taxas de juros, mas a taxas decrescentes, devido ao aspecto de convexidade da função. Pode-se formalizar essa relação calculando a primeira derivada do valor título em relação a mudanças da taxa de juros.

$$\frac{\delta P_t(\tau)}{\delta y_t(\tau)} = \frac{\delta}{\delta y_t(\tau)} \left(\sum_{i=1}^n c_i e^{-(t_i-t)y_t(\tau)} \right) = - \left(\sum_{i=1}^n c_i (t_i - t) e^{-(t_i-t)y_t(\tau)} \right) \quad (20)$$

A equação acima explicita a sensibilidade de $P_t(\tau)$ a uma mudança infinitesimal em sua taxa de juros. A equação também aponta que a sensibilidade do título depende de dois fatores chaves para o risco, o rendimento até o vencimento e o tempo.

Pode-se obter a variação percentual de ganho ou perda no valor do título para uma variação infinitesimal em $y_t(\tau)$, dividindo ambos os lados da equação imediatamente acima por $P_t(\tau)$:

$$D_M = \frac{1}{P_t(\tau)} \frac{\delta P_t(\tau)}{\delta y_t(\tau)} = - \frac{1}{P_t(\tau)} \left(\sum_{i=1}^n c_i (t_i - t) e^{-(t_i-t)y_t(\tau)} \right) \quad (21)$$

DM representa a duração modificada. De acordo com Bolder (2015), a equação acima fornece a representação analítica da exposição de um título a sua taxa de juros. A equação também pode ser usada como uma medida local de exposição, quando se está interessado em calcular a exposição do título de renda fixa a variações nos rendimentos apenas em áreas específicas da curva de juros. Por exemplo, um investidor temendo um movimento específico

à taxa de dois anos, gostaria de saber a sensibilidade do valor de seu título a um movimento de 50 pontos-base no rendimento específico com maturidade $\tau_i = 24$ meses.

O conceito de duração pode ter diferentes significados, algumas vezes é nomeado como sensibilidade e, às vezes, descrito como um tempo ponderado pelo fluxo de caixa até o vencimento de um título de renda fixa. A partir da segunda perspectiva, a duração estabelece um vencimento médio do fluxo de caixa futuro prometido pelo emissor. Para um título que paga cupons periódicos, há parcelas intermediárias do fluxo de caixa esperado sendo pagas em momentos específicos antes do vencimento. Nesse caso, a maturidade do título não é equivalente à duração. Importante notar que a duração aumenta com a maturidade, mas a taxas decrescentes, de forma que quanto maior a duração, mais exposto está o título a mudanças nas taxas de juros.

Vale ressaltar que o valor do título de renda fixa não é uma função linear da sua taxa de juros. Ou seja, existe algum grau de não-linearidade na relação entre preço e taxa de juros do título. Por esta razão, a aproximação linear não é totalmente precisa para mudanças consideráveis em $y_t(\tau)$. A segunda derivada da curva de desconto em relação a $y_t(\tau)$ procura capturar de maneira mais eficiente a exposição total de um título de renda fixa ao fator de taxa de juros:

$$\frac{\delta^2 P_t(\tau)}{\delta y_t(\tau)^2} = \frac{\delta^2}{\delta y_t(\tau)^2} \left(\sum_{i=1}^n c_i e^{-(t_i-t)y_t(\tau)} \right) = - \left(\sum_{i=1}^n c_i (t_i - t)^2 e^{-(t_i-t)y_t(\tau)} \right) \quad (22)$$

Conforme anteriormente, pode-se normalizar a variação total dividindo-se por $P_t(\tau)$:

$$\frac{1}{P_t(\tau)} \frac{\delta^2 P_t(\tau)}{\delta y_t(\tau)^2} = \frac{1}{P_t(\tau)} \left(\sum_{i=1}^n c_i (t_i - t)^2 e^{-(t_i-t)y_t(\tau)} \right) \quad (23)$$

A equação acima permite a obtenção do fator de convexidade. Assim, duração e convexidade fornecem uma base para entendimento da exposição de um título de renda fixa a mudanças nas taxas de juros, enquanto a medida de convexidade busca corrigir a aproximação realizada pela duração modificada.

Segundo Adrian et al. (2016), os retornos dos títulos e a matriz de covariância condicional dos retornos das taxas de juros previstas são considerados para solucionar o problema de otimização da média-variância na formulação das carteiras ótimas de renda fixa. Os pesos do portfólio são calculados de forma dinâmica com base nas previsões de retorno até o horizonte de investimento previsto, assumindo que os investidores são avessos ao risco.

Assim, no momento da escolha da carteira, assume-se que os investidores estão preocupados apenas com os retornos esperados ($\mu_{r_t \vee t-h}$) para o horizonte de previsão h passos à frente e sua matriz de covariância dos retornos esperados ($\sum_{r_t \vee t-h} a$), de tal forma que o problema do portfólio de média-variância pode ser formulado minimizando-se a variação do portfólio para um determinado retorno esperado h passos à frente, sujeito a restrições adicionais, sem venda a descoberto, sobre o vetor de pesos ideais w_t :

$$\begin{aligned} \min_{w_t} w' \sum_{r_t \vee t-h} w_t - \frac{1}{\delta} w'_t \mu_{r_t \vee t-h}, \\ \text{sujeito a; } w'_t 1; w'_t \geq 0 \end{aligned} \quad (24)$$

Na qual, δ é o coeficiente de aversão ao risco do investidor. No problema de otimização da média-variância é considerando quatro valores alternativos para o coeficiente de aversão ao risco δ , $\{0,1, 0,25, 0,5, 1,0\}$. O vetor $\mu_{r_t \vee t-h}$ representa os retornos esperados h passos à frente para as maturidades τ_j , de modo que sua dimensão é $J \times 1$, enquanto a matriz de covariância $\sum_{r_t \vee t-h} a$ é $N \times N$. O problema de otimização está sujeito a ambas as restrições: aos pesos individuais não negativos, ou seja, $w_t \geq 0$, que restringem as vendas a descoberto, e à restrição orçamentária, que garante que toda a riqueza seja investida em ativos de risco.

Quanto a restrição de impossibilidade de pesos negativos entre os ativos da carteira de média-variância, trabalhos anteriores mostram que a adição de tal restrição pode melhorar substancialmente o desempenho, reduzindo o volume de negócios do portfólio, como Jagannathan e Ma (2003).

Também é possível realizar a otimização de média-variância com restrições à duração. Geralmente, os gestores de carteira de renda fixa empregam uma estratégia conhecida como indexação de títulos, que consiste em construir uma carteira que replica os fatores de risco de um determinado índice ou portfólio de referência (Fabozzi e Fong, 1994). Um dos fatores de risco mais comuns considerados nessa estratégia é a duração da carteira, que é uma medida padrão da sensibilidade da carteira de títulos às mudanças nos rendimentos. A estratégia de indexação de vínculo pode ser incorporada no contexto de média-variância por meio de um problema de otimização de média-variância restrita. O problema de otimização de média-variância conta com uma restrição adicional na duração do portfólio ideal, correspondendo à duração de um determinado *benchmark*, por exemplo. Pode ser definido como:

$$\begin{aligned} \min_{w_t} w' \sum_{r_t \vee t-h} w_t - \frac{1}{\delta} w'_t \mu_{r_t \vee t-h}, \\ \text{sujeito a } w'_t 1; w'_t \geq 0 \text{ e } \zeta_t = w'_t \zeta \end{aligned} \quad (25)$$

na qual ζ é o vetor da duração de títulos individuais, $w'\tau$ é a duração do portfólio ótimo e ζ_p é a duração da carteira alvo. A escolha da duração da carteira alvo ζ_p é flexível e pode ser feita de modo a corresponder à duração de um determinado benchmark, por exemplo, um índice de renda fixa e outras carteiras de renda fixa.

Seguindo Caldeira et al. (2016), os modelos para a estrutura a termo das taxas de juros são projetados para se ajustarem às taxas de juros dos títulos. Entretanto, o problema de otimização da carteira de renda fixa necessita de entradas de estimativas do retorno esperado de cada título, bem como estimativas de sua matriz de covariância. Torna-se assim indispensável a obtenção de expressões para o retorno esperado de títulos de renda fixa e sua matriz de covariância com base na distribuição das taxas de juros esperadas.

Usando o fato de que o preço de um título com vencimento τ_i no momento t , $P_t(\tau_i)$, é o valor presente no momento t de receber o valor futuro na maturidade τ_i - períodos à frente, o preço do título para um vencimento particular τ_i pode ser calculado seguindo a curva de desconto:

$$P_t(\tau_i) = \exp(\tau_i y_t(\tau_i)), \quad (26)$$

Para calcular o retorno realizado, $r_t(\tau_i)$, de manter esse título de $t - h$ para t enquanto seu vencimento diminui de τ_i para $\tau_i - h$, pode-se usar o preço do título e as expressões em logaritmo do retorno:

$$r_t(\tau_i) = \log \left(\frac{P_t(\tau_{i-h})}{P_{t-h}(\tau_i)} \right) = \log P_t(\tau_{i-h}) - \log P_{t-h}(\tau_i) = -\tau_{i-h} y_t(\tau_{i-h}) + \tau_i y_{t-h}(\tau_i) \quad (27)$$

5. DADOS

Nesta seção, serão brevemente descritos os dados utilizados no trabalho, iniciando-se pelo mercado brasileiro de contratos futuros de DI. O Contrato Futuro de Depósito Interbancário de Um Dia (DI-Futuro) com vencimento em T é um contrato futuro cujo ativo subjacente é a taxa diária acumulada entre o tempo de negociação t ($t \leq T$) e T . O valor do contrato é de R\$ 100.000,00 (cem mil reais), descontado pela taxa acumulada negociada entre o comprador e o vendedor do contrato. Esse contrato é semelhante a um título de cupom zero, exceto pelo fato de pagar ajustes de margem todos os dias. Cada fluxo de caixa diário é a diferença entre o preço de ajuste no dia atual e o preço de ajuste no dia anterior, corrigido pela taxa DI do dia anterior. Bases de dados similares foram utilizadas em Almeida et al. (2009), Caldeira et al. (2016 – b), Caldeira et al. (2017) e Schnorrenberger e Moura (2017). Já

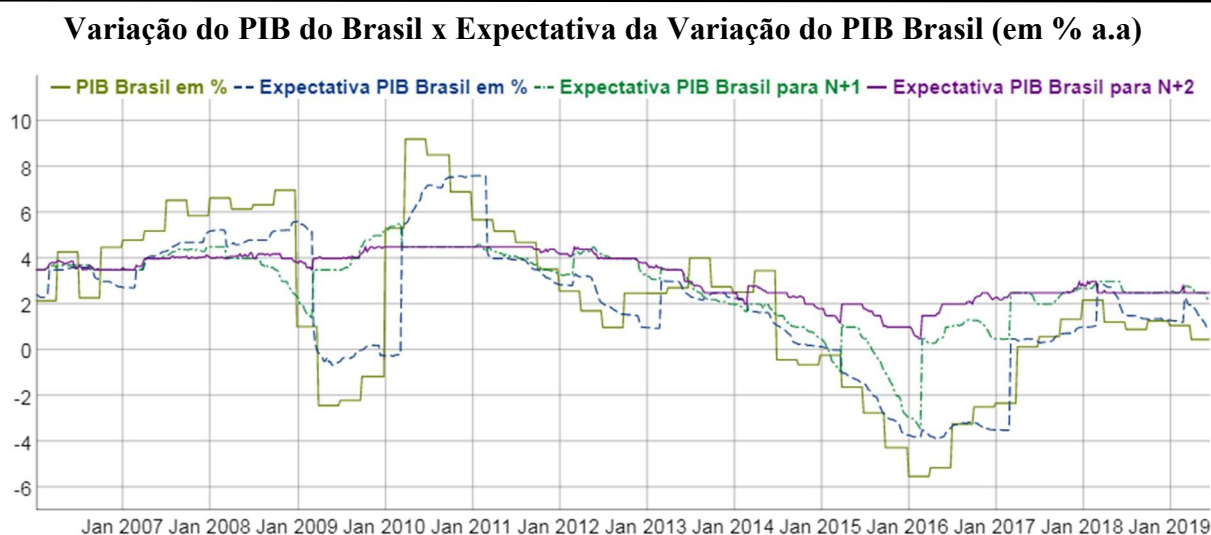
Almeida et al. (2014) e Vieira et al. (2017) não especificam explicitamente a base de dados utilizada.

Os dados consistem em 677 observações semanais das taxas de juros obtidas via contratos futuros do DI entre 1 de janeiro de 2006 e 31 de dezembro de 2018, para quinze maturidades, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60, 84 e 120 meses. Essa base foi subdividida em várias sub amostras para verificação da robustez dos resultados e para facilitar uma maior compreensão do comportamento das taxas de juros nacionais.

As variáveis de expectativas de mercado de dados econômicos importantes para a condução da política monetária foram formuladas pelo Banco Central brasileiro em relatórios semanais de mercado, o FOCUS. Este resume as estatísticas calculadas pelo Bacen, considerando as expectativas de mercado coletadas até a sexta-feira anterior a sua divulgação pelo Sistema Expectativas de Mercado. O documento é divulgado toda segunda-feira com dados referentes a coletas nos 30 dias corridos anteriores à data de referência do relatório. O mesmo apresenta o comportamento semanal das previsões para índices de preços, atividade econômica, câmbio, taxa Selic, entre outros indicadores. As previsões são do mercado, não do Banco Central. Os dados foram obtidos pelo sistema gerenciador de séries temporais do próprio Banco Central. As previsões consistem em expectativas de um mês à frente até expectativas para cinco anos. Neste trabalho, foram utilizadas as medianas das expectativas semanais.

Foram utilizadas três séries de expectativa para a variação do PIB brasileiro, três séries da expectativa do índice de inflação oficial, o IPCA e três séries para a expectativa da Dívida Líquida do Setor Público em porcentagem do PIB . A figura 3 ilustra o comportamento da variação do PIB brasileiro em porcentagem ao ano observado e as expectativas para o PIB do Brasil em porcentagem ao ano para o mesmo ano, N, um ano à frente, N + 1 e para dois anos à frente, N + 2.

FIGURA 3

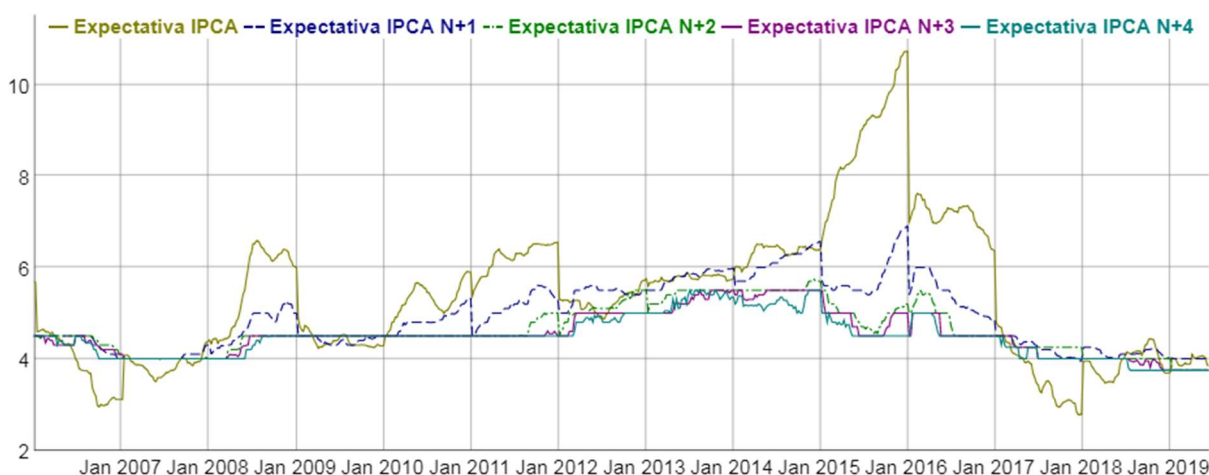


Nota: Evolução do comportamento da variação do PIB brasileiro em % a.a. observado e as expectativas para a variação do PIB em porcentagem ao ano para o mesmo ano, N , um ano à frente, $N + 1$ e para dois anos à frente, $N + 2$. A curva ininterrupta representa o PIB. A curva tracejada azul representa a expectativa do PIB para o final do mesmo ano. A curva tracejada verde, a expectativa do PIB para um ano à frente e a ininterrupta rosa, a expectativa para o PIB dois anos à frente. O eixo da direita é a taxa de crescimento do PIB em % ao ano.

A visualização gráfica permite inferir que há uma menor amplitude das expectativas em relação ao valor efetivamente observado. Outro ponto digno de atenção é a diminuição contínua da amplitude quanto maior é o horizonte da expectativa. A variação do PIB oscilou entre crescimentos de 9,21% a.a a decréscimos de -5,52% a.a. A expectativa para final do ano oscilou entre -3,89% e 7,61% a.a. A expectativa para o final do ano seguinte variou entre -2,8% a.a e 5,5% a.a. Já a expectativa para dois anos à frente variou entre crescimento de 1% a.a e 4,5% a.a.

A figura 4 ilustra o comportamento do IPCA em porcentagem ao ano observado e as expectativas para o IPCA em porcentagem ao ano para o mesmo ano, N , um ano à frente, $N + 1$ e para dois anos à frente, $N + 2$.

FIGURA 4
(FOCUS) Expectativa IPCA (em % a.a.)



Nota: Evolução do comportamento do IPCA em % a.a. observado e as expectativas para o PIB do Brasil em porcentagem ao ano para o mesmo ano, N , um ano à frente, $N + 1$ e para dois anos à frente, $N + 2$. A curva ininterrupta representa o PIB. A curva tracejada azul representa a expectativa do PIB para o final do mesmo ano. A curva tracejada verde, a expectativa do PIB para um ano à frente e a ininterrupta rosa, a expectativa para o PIB dois anos à frente. O eixo da direita é a taxa de crescimento do PIB em % ao ano.

A visualização gráfica também permite inferir que há uma menor amplitude das expectativas em relação ao valor efetivamente observado. Outro ponto de atenção é a diminuição contínua da amplitude quanto maior é o horizonte da expectativa. O IPCA oscilou entre 2,46% a.a e 17,24% a.a. A expectativa para o final do ano oscilou entre 2,78% e 12,39% a.a. A expectativa para o final do ano seguinte variou entre 3,96% a.a e 8,0% a.a. Já a expectativa para dois anos à frente variou entre 3,75% a.a e 6,0% a.a.

A figura 5 ilustra o comportamento da dívida líquida do setor público em porcentagem ao PIB brasileiro ao ano observado e as expectativas para a dívida líquida do setor público em relação ao PIB, em porcentagem ao ano para o mesmo ano, N, um ano à frente, N + 1 e para dois anos à frente, N + 2.

FIGURA 5

(FOCUS) Expectativa da Dívida Líquida do Setor Público (em % do PIB)



Nota: Evolução do comportamento da dívida líquida do setor público em relação ao PIB em % a.a. observado e as expectativas para a dívida líquida do setor público em relação ao PIB em porcentagem ao ano para o mesmo ano, N, um ano à frente, N + 1 e para dois anos à frente, N + 2. A curva ininterrupta amarela representa a dívida líquida do setor público em porcentagem do PIB. A curva tracejada azul representa a expectativa da dívida líquida do setor público em porcentagem do PIB para o final do mesmo ano. A curva tracejada verde, a expectativa da dívida líquida do setor público em porcentagem do PIB para um ano à frente e a ininterrupta roxa, a expectativa para a dívida líquida do setor público em porcentagem do PIB dois anos à frente. O eixo da direita é a % ao ano da razão da dívida líquida do setor público, PIB.

A visualização gráfica permite notar um otimismo entre fevereiro de 2007 e setembro de 2008. De junho de 2009 ao final da amostra, é possível observar que o mercado acreditava que o governo fosse apresentar mais gastos do que o observado. Outro ponto de relevância é a

mudança de comportamento da série no início de 2014, com a presença de um ponto de inflexão nessa data. A dívida líquida do setor público oscilou entre 30% a 54,52% do PIB, que valem, respectivamente, R\$ 1.613.202,98 e R\$ 3.733.471,76 . A expectativa para o final do ano oscilou entre 34% e 56,15% do PIB. A expectativa para o final do ano seguinte variou entre 33,31% e 58,35% do PIB. Já a expectativa para dois anos à frente variou entre 32,5% e 59,2% do PIB.

6. MENSURAÇÃO DE RESULTADO

6.1 Mensurando a Qualidade da Previsão

A avaliação da eficácia da estimação para as taxas de juros ajustadas no período dentro da amostra pode ser realizada examinando-se o erro quadrático médio (RMSE) relativo à taxa de juros observada. A estatística RMSE para a maturidade τ_j e para o modelo m testado pode ser calculada da seguinte forma:

$$RMSE_m(\tau_j) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{y}_t(\tau_j) - y_t(\tau_j))^2} \quad (28)$$

onde qual \hat{y}_t é a taxa de juros estimada ajustada para a maturidade τ_j no tempo t , e $y_t(\tau_j)$ é a taxa observada para a mesma maturidade e data. A mensuração para a previsão segue o mesmo procedimento, mas são utilizadas as taxas previstas e as taxas efetivamente observadas que foram reservadas para o período fora da amostra.

6.2 Mensurando o Desempenho dos Portfólios Estimados

Para mensurar a eficácia da formulação de portfólios ótimos em renda fixa no critério de média e variância, foram utilizados como principais critérios o retorno bruto e o Índice de Sharpe. É importante que a taxa de administração de cada fundo seja recapitalizada ao retorno do respectivo fundo para se ter um critério justo de comparação. Para tanto, foi utilizada a maior taxa de administração aplicada em todo o período de comparação para todos os anos. O retorno bruto é o simples cálculo de retorno obtido pela multiplicação entre os pesos obtidos no processo de otimização de carteiras de média-variância, respeitando-se as restrições de *full investment*. Aos pesos não são permitidos valores inferiores a 0 ou superiores a 1. Os objetivos de otimização são a maximização do retorno e a minimização do risco. Critérios

alternativos para avaliar o desempenho das carteiras de média-variância são utilizados, tais como o Índice de Sharpe. Primeiro, calcula-se o excesso de retorno (rx) em relação à taxa livre de risco, nesse caso, o CDI. O cálculo é:

$$\bar{rx} = R_p - R_{rf} \quad (29)$$

onde \bar{rx} representa o retorno excessivo da carteira no tempo t, R_p é o retorno do portfólio para o tempo t, e R_{rf} é a taxa livre de risco (considera-se o CDI).

Também se utiliza o índice de Sharpe, a volatilidade (desvio padrão) do retorno em excesso ajustado pelo risco:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^T (\bar{rx}_t - \hat{\mu}_p)^2} \quad (30)$$

e

$$IS = \frac{\bar{rx}}{\hat{\sigma}} \quad (31)$$

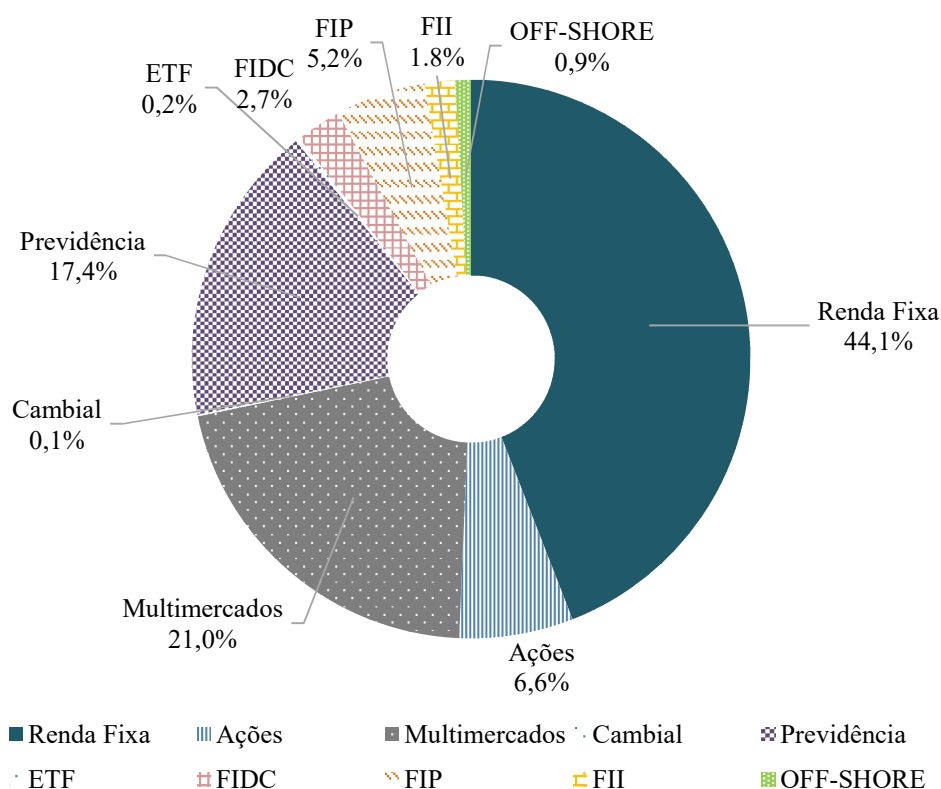
Na qual $\hat{\mu}_p$ representa a média dos retornos em excesso do portfólio. Então, calcula-se o índice para os fundos de investimento em renda fixa no Brasil seguindo a mesma metodologia e que são passíveis de comparação.

6.2.1 O Contexto de Mensuração da Indústria de Fundos do Brasil

Segundo dados da Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA), a indústria de fundos de investimento brasileira encerrou o ano de 2018 com um patrimônio líquido total de R\$ 4,64 trilhões sob gestão. A instituição organiza os fundos em dez classes. A figura 6 apresenta a distribuição do capital sob gestão dos fundos de investimento.

FIGURA 6

Distribuição do Capital Sob Gestão nas Classes ANBIMA de Fundos de Investimento



Nota: Distribuição em percentual do Patrimônio Líquido total da indústria de fundos brasileira em relação à classificação ANBIMA.

A classe de Renda Fixa administra 44% de todos os recursos da indústria, com R\$ 2,05 trilhões, sendo a classe com maior representatividade. A segunda classe com maior disponibilidade de capital é a de Multimercado, com o gerenciamento de aproximadamente R\$ 1 trilhão, que representa 21% do total. A terceira classe são os fundos de Previdência com R\$ 0,81 trilhão ou 17,4% do total. É importante observar que a classe previdência é subdividida em mais sete tipos, sendo um desses o de Renda Fixa. Esse tipo, por sua vez, representa 92% de todos os recursos alocados na classe. No caso da inclusão desses recursos na classe de Renda Fixa, chega-se a aproximadamente 60% de todos os recursos aplicados em

fundos de investimento cuja destinação fim é a renda fixa. Por fim, a quarta classe é a de Ações, com R\$ 0,31 trilhões, ou 6,6% de todos os recursos.

A tabela abaixo retrata os tipos de fundos dentro da classe dos fundos de investimento em Renda Fixa com dados para o final do mês de dezembro de 2018.

TABELA 1

Patrimônio Líquido Entre os Tipos de Fundos de Renda Fixa (Em R\$ Milhões)		
Tipos	Patrimônio Líquido	% do total
Renda Fixa Simples	24.552,2	1,2%
Renda Fixa Indexados	125.828,7	6,2%
Renda Fixa Duração Baixa Soberano	290.220,4	14,2%
Renda Fixa Duração Baixa Grau de Investimento	715.007,1	35,0%
Renda Fixa Duração Baixa Crédito Livre	19.600,7	1,0%
Renda Fixa Duração Média Soberano	2.997,2	0,1%
Renda Fixa Duração Média Grau de Investimento	153.484,5	7,5%
Renda Fixa Duração Média Crédito Livre	2.721,2	0,1%
Renda Fixa Duração Alta Soberano	12.277,6	0,6%
Renda Fixa Duração Alta Grau de Investimento	97.448,0	4,8%
Renda Fixa Duração Alta Crédito Livre	364,7	0,0%
Renda Fixa Duração Livre Soberano	129.094,0	6,3%
Renda Fixa Duração Livre Grau de Investimento	390.580,3	19,1%
Renda Fixa Duração Livre Crédito Livre	80.233,7	3,9%
Renda Fixa Investimento no Exterior	950,9	0,0%
Renda Fixa Dívida Externa	168,0	0,0%
Total	2.045.529,0	100%

Nota: Distribuição em milhões de Reais e em percentual do Patrimônio Líquido total da Classe ANBIMA de Renda Fixa para a indústria de fundos brasileira em dezembro de 2018.

Dentro da classe dos fundos de Renda Fixa, o tipo que apresenta a maior representatividade é o de Renda Fixa Duração Baixa Grau de Investimento com 35%, seguido por Renda Fixa Duração Livre Grau de Investimento com 19,1% e então Renda Fixa Duração Baixa Soberano com 14,2%. Fica evidente uma concentração de alocação em baixa duração, sendo dois entre os três primeiros tipos de fundos de Renda Fixa alocados em períodos curtos de investimento.

7. RESULTADOS EMPÍRICOS

Abaixo são apresentados os resultados empíricos encontrados para o (i) ajuste das taxas estimadas e as taxas observadas dentro da amostra, (ii) bem como a comparação entre as taxas de juros previstas e as taxas de juros observadas fora da amostra. Após essas análises

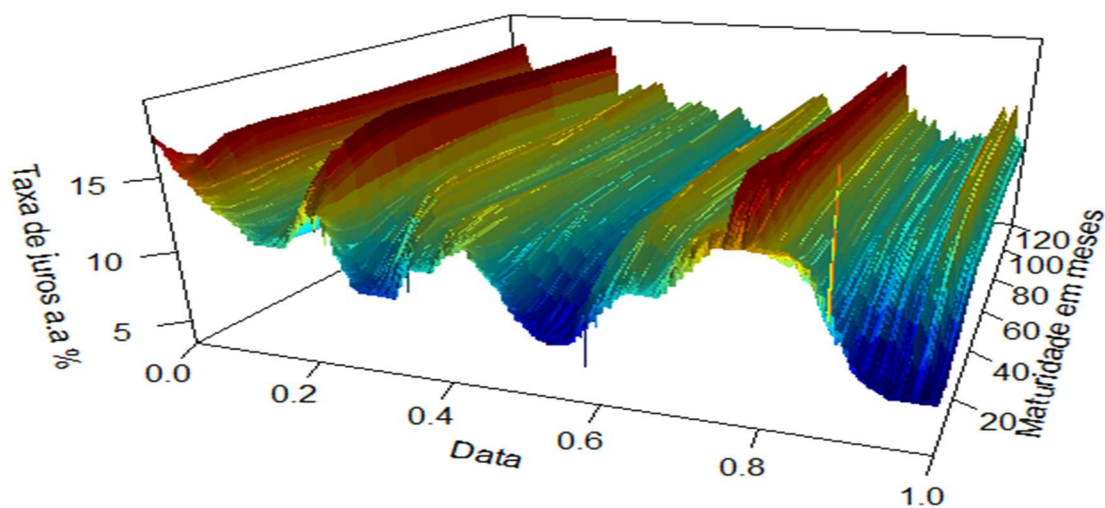
referentes à mensuração da eficiência do modelo de Svensson para o caso brasileiro com as séries de contratos futuros de DI, inicia-se a (iii) análise de mensuração de resultado das cinco carteiras geradas a partir da otimização dos retornos esperados obtidos pela previsão da curva de juros. São apresentados os pesos médios para cada maturidade, por portfólio, e os retornos e índices de Sharpe. Por fim, tem-se um comparativo entre o desempenho das carteiras previstas fora da amostra no contexto da indústria brasileira de fundos de investimento de renda fixa.

O início da análise de resultados se dará pela observação gráfica da representação em três dimensões das taxas de juros nominais brasileiras observadas via contratos futuros de DI, conforme a Figura 7.

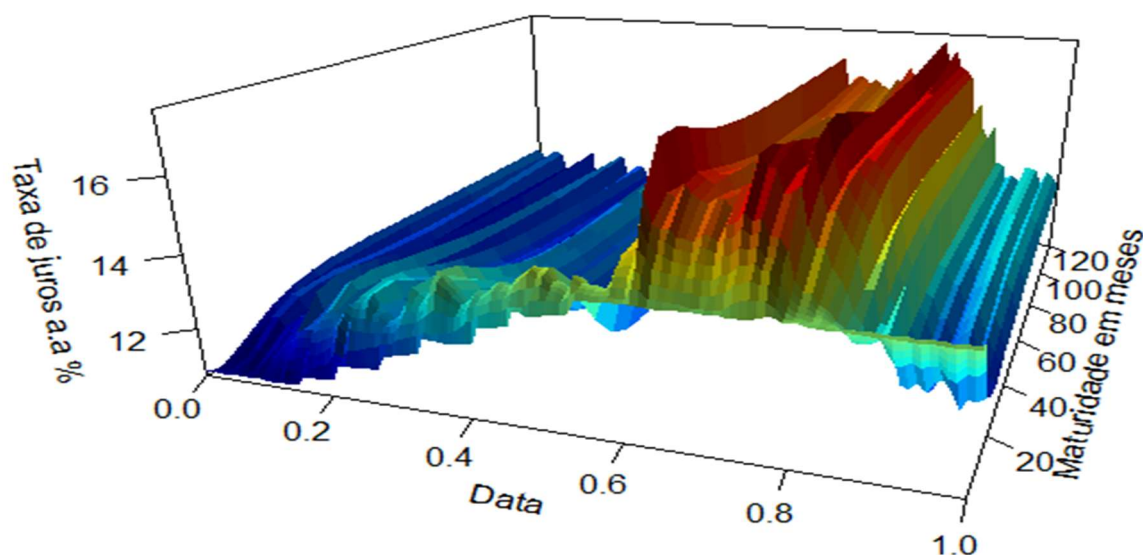
FIGURA 7

Representação 3D das Taxas de Juros Nominais Brasileiras Observadas Via Contratos Futuros de DI

2006 a 2018 (a)



2014 a 2016 (b)



Nota: O painel (a) ilustra a taxa de juros nominal brasileira em três dimensões observadas via contratos futuros de DI, contendo o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2018 para as maturidades de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60, 84 e 120 meses. O painel (b) ilustra a taxa de juros nominal brasileira em três dimensões observada via contratos futuros de DI contendo o período de janeiro de 2014 a dezembro de 2016 para as maturidades de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60, 84 e 120 meses.

A visualização dos gráficos acima permite o entendimento da complexidade da estimação da curva de juros. A ilustração b permite a observação das abruptas alterações de perfis em apenas dois anos.

7.1 Resultados – Curva de Juros Ajustada

A tabela 2 exhibe a média, o desvio padrão, o mínimo e o máximo para todo o período da amostra de futuro de DI, as taxas efetivamente observadas, juntamente com o RMSE calculado entre as taxas verdadeiramente observadas e as taxas estimadas para todo o período de janeiro de 2006 a dezembro de 2018.

TABELA 2

Ajuste da Curva de Juros “Dentro da Amostra”					
Taxas observadas em porcentagem (%)					
	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	RMSE
1 mês	10,913	2,610	6,260	17,650	0,151
2 meses	10,902	2,600	6,240	17,490	0,295
3 meses	10,901	2,591	6,230	17,310	0,400
4 meses	10,908	2,579	6,210	17,160	0,472
5 meses	10,921	2,568	6,200	16,940	0,533
6 meses	10,935	2,560	6,200	16,810	0,596
1 ano	11,090	2,486	6,320	16,350	0,825
1,5 anos	11,304	2,366	6,690	16,600	0,943
2 anos	11,493	2,225	7,190	16,790	0,990
2,5 anos	11,638	2,109	7,670	17,050	0,989
3 anos	11,748	2,010	8,060	17,350	0,963
4 anos	11,910	1,865	8,430	17,460	0,854
5 anos	11,991	1,777	8,600	17,540	0,744
6 anos	12,109	1,683	8,910	17,590	0,537
10 anos	12,217	1,601	9,240	17,620	0,496

Nota: Médias, mínimas e máximas das taxas de contratos de futuro de DI observadas. Acompanham seus respectivos desvio padrão e RMSE calculado entre as taxas estimadas por Svensson e as taxas observadas para as 15 maturidades apresentadas na estrutura a termo das taxas de juros no período de janeiro de 2006 a dezembro de 2018.

Conforme esperado, a média das taxas de juros dos contratos apresenta uma tendência de crescimento ao longo das maturidades. Comportamento distinto é apresentado na taxa de um mês, que apresenta um valor superior ao da taxa de dois meses. Esse efeito foi em parte abordado por Caldeira et al. (2017), que atestam o fato de que a curva assume várias formas, variando de formas quase planas a invertidas, observando ainda que 2014, 2015 e 2016 são caracterizados pelo aumento das taxas de juros, especialmente para os vencimentos mais curtos, pois esses respondem mais rapidamente à política monetária contracionista implementada pelo Banco Central do Brasil durante esse período.

Outro ponto que gera interesse é a trajetória descendente dos desvios padrão à medida que a maturidade dos contratos aumenta. Esse fato ocorre devido à menor distância existente entre o mínimo e máximo das taxas nessas maturidades. É importante lembrar que as

maturidades superiores carregam a forte tendência de apresentar taxas de maior valor em relação a maturidades mais curtas, devido a um risco maior inerente ao tempo mais longo de exposição conforme aumenta-se a duração dos contratos. Esse é um ponto condizente com o aumento da média. O fato abordado em Caldeira et al. (2017) sobre o conjunto de dados de contratos futuros de DI para o período de janeiro de 2003 a março de 2016 atesta que, embora a série das taxas de juros variem muito ao longo do tempo para cada uma das maturidades, existe um forte padrão comum aparente em todas as maturidades, de que, para a maioria dos meses, a curva de juros é uma função com inclinação ascendente no tempo até o vencimento.

A realidade brasileira de figurar entre as maiores taxas de juros no mundo é uma possível causa para trabalhar em sentido oposto ao apresentado acima, pois, em várias oportunidades, espera-se uma queda na taxa de juros brasileira para alguns anos à frente em determinados períodos, gerando curvas de juros com comportamento decrescente ou linearmente estáveis, com inclinações mínimas, em muitos casos.

O ponto de maior interesse da tabela acima é a coluna de RMSE. O ajuste para um mês à frente produziu resultados satisfatórios. O desempenho piora com o aumento da maturidade, com máximo em 2,5 anos. Ou seja, as curvas ajustadas tendem a apresentar valores, em módulo, superiores aos observados. Entretanto, a curvatura começa a apresentar maior efeito e melhora a medida RMSE com valores decrescentes até a maturidade de 10 anos.

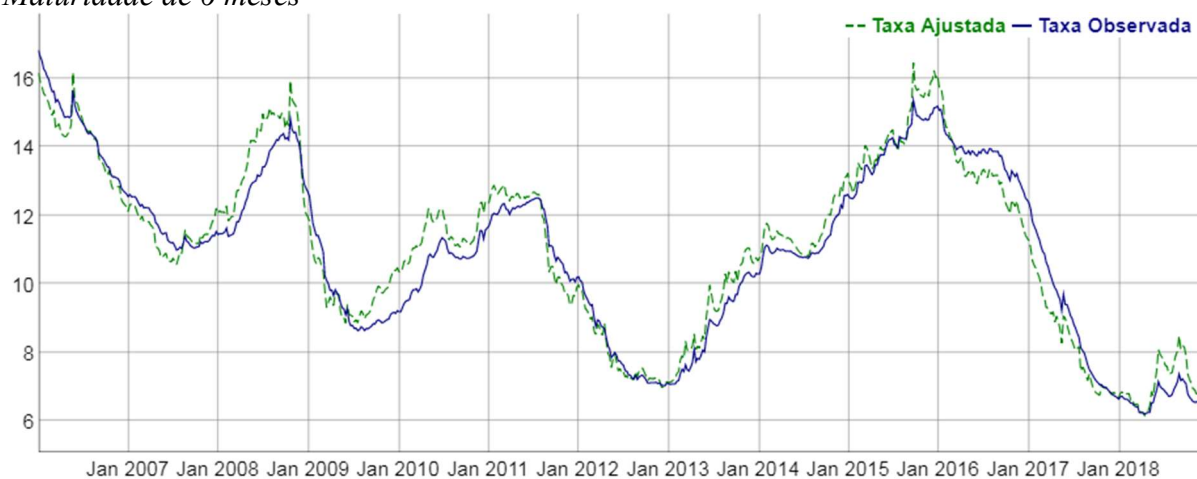
Na figura 8 é possível observar o comportamento das taxas de juros brasileiras pelo prisma dos contratos futuros de DI para as maturidades de um e seis meses e também para cinco e dez anos.

FIGURA 8

Taxas Ajustadas x Taxas Observadas – Várias Maturidades

Maturidade de 1 mês



Maturidade de 6 meses*Maturidade de 5 anos**Maturidade de 10 anos*

Nota: Evolução das taxas de juros brasileiras ajustadas e observadas, baseadas em contratos de futuro de DI com maturidades de um mês, seis meses, e cinco e dez anos. A curva ininterrupta representa o comportamento observado e a tracejada representa o comportamento estimado. O eixo vertical representa a taxa de juros em % a.a. e o eixo vertical, o período estudado.

A visualização gráfica segue a conjuntura mensurada pelo RMSE e apresenta um excelente ajuste para a maturidade de um mês, com as duas curvas se justapondo. Observa-se um maior distanciamento entre a curva observada e a estimada. Uma comparação entre as curvas de cinco e dez anos também se harmonizam com o resultado apresentado pelo RMSE e o ajuste na maturidade de dez anos é superior ao ajuste na maturidade de cinco anos.

Outros pontos requerem atenção. Mesmo com a distância entre o máximo e o mínimo das taxas diminuir com o aumento da maturidade, conforme esperado, observa-se um aumento expressivo da volatilidade em intervalos inferiores em tempo. Em termos visuais, esse comportamento é cada vez mais presente com o aumento da maturidade. Espera-se que tal idiosincrasia apresente efeito na escolha dos pesos entre as maturidades na formulação dos portfólios, tanto por gerar maior risco em maturidades maiores, como também por criar oportunidades de ganhos excessivos.

7.2 Resultados – Previsão

Neste trabalho foram realizadas análises em janela móvel de semana a semana ou mês a mês. Isso implica que as várias taxas previstas estão surgindo sempre após a última informação disponível em tempo hábil, refletindo a decisão do investidor. Por isso, deu-se foco nas variáveis macroeconômicas de expectativas disponibilizadas pelo Banco Central a fim de facilitar o entendimento de um futuro próximo, ou um futuro no qual a maioria acredita.

A primeira dúvida refere-se ao tamanho ótimo dentro da amostra para uma melhor previsão. Foram testados cinco, quatro, dois e um ano, além de 6 meses.

As tabelas 3 e 4 trazem as médias das taxas de juros baseadas nos contratos futuros de DI e os respectivos RMSEs entre as taxas observadas e previstas para previsões de 1 semana e 1 mês à frente.

TABELA 3

Resultados da Previsão Fora da Amostra - 1 Semana à Frente – 2 Anos de Amostra						
Maturidades	Modelo Padrão (1)		Modelo 1 com Variáveis Macro (2)		Modelo 2 com Variáveis Macro (3)	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	6,831	0,401	6,188	0,242	6,288	0,142
2 meses	7,187	0,677	6,467	0,043	6,806	0,296
3 meses	7,568	0,998	6,717	0,147	7,236	0,666
4 meses	7,951	1,271	6,943	0,263	7,590	0,910
5 meses	8,321	1,521	7,149	0,349	7,880	1,080
6 meses	8,668	1,758	7,339	0,429	8,117	1,207
1 ano	10,132	2,352	8,310	0,530	8,856	1,076
1,5 anos	10,755	2,325	9,175	0,745	9,125	0,695
2 anos	10,973	2,053	9,963	1,043	9,342	0,422
2,5 anos	11,044	1,654	10,631	1,241	9,596	0,206
3 anos	11,073	1,263	11,159	1,349	9,881	0,071
4 anos	11,126	0,646	11,839	1,359	10,451	0,029
5 anos	11,199	0,269	12,173	1,243	10,923	0,007
6 anos	11,364	0,106	12,389	0,919	11,504	0,034
10 anos	11,556	0,294	12,432	0,582	11,817	0,033
<i>2014-2016</i>						
1 mês	14,491	0,381	14,206	0,096	14,292	0,182
2 meses	14,585	0,485	14,067	0,033	14,231	0,131
3 meses	14,495	0,395	13,817	0,283	14,047	0,053
4 meses	14,290	0,230	13,519	0,541	13,794	0,266
5 meses	14,020	0,010	13,213	0,797	13,510	0,500
6 meses	13,720	0,200	12,923	0,997	13,221	0,699
1 ano	12,127	1,163	11,841	1,449	11,888	1,402
1,5 anos	11,377	1,433	11,623	1,187	11,342	1,468
2 anos	11,194	1,396	11,738	0,852	11,237	1,353
2,5 anos	11,276	1,144	11,938	0,482	11,328	1,092
3 anos	11,463	0,897	12,135	0,225	11,499	0,861
4 anos	11,901	0,459	12,435	0,075	11,897	0,463
5 anos	12,279	0,051	12,612	0,282	12,249	0,081
6 anos	12,751	0,311	12,755	0,315	12,710	0,270
10 anos	13,009	0,469	12,794	0,254	12,979	0,439
<i>2012-2014</i>						
1 mês	10,082	0,728	10,143	0,667	10,261	0,549

2 meses	10,287	0,533	10,335	0,485	10,367	0,453
3 meses	10,469	0,321	10,514	0,276	10,485	0,305
4 meses	10,630	0,150	10,680	0,100	10,612	0,168
5 meses	10,774	0,004	10,831	0,061	10,741	0,029
6 meses	10,900	0,140	10,969	0,209	10,871	0,111
1 ano	11,385	0,505	11,528	0,648	11,548	0,668
1,5 anos	11,591	0,471	11,744	0,624	11,967	0,847
2 anos	11,679	0,329	11,773	0,423	12,173	0,823
2,5 anos	11,731	0,251	11,726	0,246	12,252	0,772
3 anos	11,779	0,179	11,667	0,067	12,273	0,673
4 anos	11,901	0,091	11,619	0,191	12,282	0,472
5 anos	12,047	0,167	11,699	0,181	12,337	0,457
6 anos	12,332	0,332	12,126	0,126	12,606	0,606
10 anos	12,618	0,488	12,944	0,814	13,142	1,012
<i>2010-2012</i>						
1 mês	8,131	0,111	8,061	0,041	8,220	0,200
2 meses	7,899	0,051	8,000	0,050	7,907	0,043
3 meses	7,796	0,016	7,982	0,202	7,741	0,039
4 meses	7,785	0,075	7,997	0,287	7,677	0,033
5 meses	7,837	0,177	8,035	0,375	7,682	0,022
6 meses	7,932	0,312	8,092	0,472	7,731	0,111
1 ano	8,748	1,178	8,575	1,005	8,278	0,708
1,5 anos	9,344	1,474	9,047	1,177	8,672	0,802
2 anos	9,649	1,499	9,415	1,265	8,899	0,749
2,5 anos	9,794	1,314	9,686	1,206	9,079	0,599
3 anos	9,875	1,085	9,881	1,091	9,264	0,474
4 anos	9,996	0,796	10,116	0,916	9,672	0,472
5 anos	10,123	0,673	10,228	0,778	10,073	0,623
6 anos	10,374	0,594	10,300	0,520	10,689	0,909
10 anos	10,636	0,506	10,314	0,184	11,143	1,013

Nota: Acima foram apresentados os resultados da previsão de uma semana fora da amostra para três modelos de previsão e para quatro períodos distintos. O primeiro modelo foi previsto sem a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica. O segundo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB e IPCA. O terceiro modelo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB, IPCA e FISCAL. Foram estimados todos os modelos recursivamente respeitando o período dentro da amostra de 2 anos com término em data imediatamente anterior à data prevista. A coluna de média se refere à média das taxas previstas e o RMSE é o erro quadrático médio entre as taxas observadas e previstas para cada modelo separadamente.

TABELA 4

Resultados da Previsão Fora da Amostra - 1 Mês à Frente – 2 anos de Amostra		
Modelo Padrão (1)	Modelo 1 com Variáveis Macro (2)	Modelo 2 com Variáveis Macro (3)

Maturidades	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	7,795	1,393	7,501	1,112	6,050	0,424
2 meses	7,852	1,411	7,787	1,339	6,585	0,214
3 meses	8,012	1,512	8,016	1,505	7,022	0,532
4 meses	8,230	1,640	8,198	1,599	7,377	0,794
5 meses	8,472	1,767	8,341	1,630	7,666	0,971
6 meses	8,718	1,909	8,452	1,641	7,901	1,104
1 ano	9,826	2,234	8,747	1,161	8,649	1,087
1,5 anos	10,268	2,071	8,852	0,672	8,985	0,833
2 anos	10,398	1,689	8,993	0,311	9,294	0,619
2,5 anos	10,436	1,268	9,193	0,126	9,638	0,494
3 anos	10,465	0,870	9,425	0,211	9,999	0,417
4 anos	10,553	0,284	9,888	0,421	10,665	0,394
5 anos	10,675	0,101	10,266	0,474	11,177	0,487
6 anos	10,920	0,359	10,723	0,573	11,756	0,532
10 anos	11,172	0,491	10,962	0,718	12,034	0,467
<i>2014-2016</i>						
1 mês	13,403	0,737	14,473	0,404	14,233	0,131
2 meses	13,562	0,577	14,194	0,147	14,192	0,108
3 meses	13,629	0,484	13,820	0,275	14,054	0,071
4 meses	13,633	0,420	13,427	0,624	13,861	0,187
5 meses	13,593	0,370	13,058	0,925	13,639	0,328
6 meses	13,527	0,351	12,731	1,184	13,408	0,482
1 ano	12,996	0,308	11,737	1,550	12,280	0,973
1,5 anos	12,636	0,319	11,670	1,166	11,774	1,011
2 anos	12,478	0,340	11,835	0,787	11,661	0,872
2,5 anos	12,441	0,375	12,005	0,516	11,733	0,631
3 anos	12,469	0,427	12,133	0,405	11,882	0,440
4 anos	12,612	0,563	12,279	0,330	12,231	0,261
5 anos	12,786	0,753	12,342	0,343	12,535	0,479
6 anos	13,086	0,979	12,381	0,278	12,926	0,773
10 anos	13,345	1,149	12,390	0,206	13,150	0,911
<i>2012-2014</i>						
1 mês	10,450	0,372	10,755	0,149	10,326	0,485
2 meses	10,444	0,359	10,732	0,124	10,414	0,382
3 meses	10,486	0,300	10,753	0,069	10,521	0,257
4 meses	10,560	0,216	10,807	0,054	10,641	0,130
5 meses	10,656	0,111	10,884	0,124	10,767	0,014
6 meses	10,764	0,019	10,976	0,216	10,897	0,138
1 ano	11,423	0,565	11,594	0,731	11,599	0,737
1,5 anos	11,862	0,814	12,035	0,981	12,052	0,995
2 anos	12,092	0,861	12,253	1,022	12,283	1,038
2,5 anos	12,201	0,862	12,329	0,997	12,378	1,024

3 anos	12,252	0,811	12,339	0,910	12,408	0,950
4 anos	12,296	0,660	12,335	0,712	12,425	0,767
5 anos	12,325	0,643	12,398	0,718	12,478	0,768
6 anos	12,384	0,604	12,727	0,925	12,726	0,911
10 anos	12,457	0,512	13,390	1,407	13,221	1,235

2010-2012

1 mês	7,930	0,108	7,686	0,198	7,742	0,165
2 meses	7,787	0,184	7,552	0,264	7,486	0,316
3 meses	7,775	0,268	7,538	0,212	7,360	0,314
4 meses	7,850	0,420	7,602	0,248	7,328	0,266
5 meses	7,980	0,595	7,715	0,355	7,363	0,191
6 meses	8,143	0,784	7,857	0,498	7,442	0,135
1 ano	9,173	1,792	8,723	1,325	8,190	0,773
1,5 anos	9,811	2,077	9,212	1,470	8,737	0,990
2 anos	10,113	2,088	9,429	1,400	8,998	0,968
2,5 anos	10,247	1,956	9,546	1,252	9,116	0,828
3 anos	10,309	1,747	9,646	1,081	9,195	0,649
4 anos	10,364	1,426	9,873	0,934	9,397	0,497
5 anos	10,397	1,214	10,124	0,945	9,685	0,543
6 anos	10,446	0,954	10,566	1,090	10,346	0,885
10 anos	10,488	0,626	10,960	1,120	11,137	1,299

Nota: A tabela apresenta os resultados da previsão de um mês fora da amostra para três modelos de previsão, e para quatro períodos distintos. O primeiro modelo foi previsto sem a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica. O segundo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB e IPCA. O terceiro modelo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB, IPCA e FISCAL. Foram estimados todos os modelos recursivamente respeitando o período dentro da amostra de 2 anos com término em data imediatamente anterior à data prevista. A coluna de média se refere à média das taxas previstas e o RMSE é o erro quadrático médio entre as taxas observadas e previstas para cada modelo separadamente.

Igualmente aos RMSEs estimados para dentro da amostra, os RMSEs estimados para fora da amostra também apresentam um comportamento de aumento ao longo das maturidades dos contratos. Da mesma maneira, as taxas ajustadas e as taxas previstas também apresentam um certo ponto no qual a diferença da previsão apresenta um ponto máximo e começa a diminuir com a maturidade. Esse comportamento é observado principalmente para o período de 2016 a 2018. Nos demais períodos, essa idiosincrasia é enfraquecida nas maturidades de 7 e 10 anos. Os dados corroboram a escolha anterior pelo modelo (3), entretanto, é possível observar que existem períodos nos quais os demais modelos apresentam melhores resultados.

Os demais períodos de estimação das previsões fora da amostra para os três modelos com período dentro da amostra para 2 e 4 anos podem ser encontrados no anexo 1.

Optou-se por omitir os resultados de cinco anos, um ano e seis meses, apresentando-se na tabela 5 abaixo os melhores resultados encontrados, em termos de menores RMSEs. Na tabela abaixo estão dispostas as médias de RMSE por período, para facilitar o processo e decisão. Os valores em negrito representam diferença estatisticamente significativa entre os RMSEs do modelo de quatro e dois anos.

TABELA 5

Média dos RMSEs Por Modelo e Período “Fora da Amostra”						
	Modelo Padrão (1)		Modelo 1 com Variáveis Macro (2)		Modelo 2 com Variáveis Macro (3)	
	4 anos	2 anos	4 anos	2 anos	4 anos	2 anos
<i>Previsão de 1 semana à frente</i>						
2016-2018	1,095	1,173	0,777	0,699	0,870	0,458
2014-2016	0,411	0,602	0,558	0,525	0,412	0,617
2012-2014	0,283	0,313	0,341	0,341	0,373	0,530
2010-2012	0,882	0,657	0,795	0,638	0,872	0,453
Período Total	0,668	0,686	0,618	0,551	0,632	0,515
<i>Previsão de 1 mês à frente</i>						
2016-2018	1,298	1,267	0,785	0,899	0,773	0,625
2014-2016	0,524	0,543	0,634	0,609	0,544	0,511
2012-2014	0,357	0,514	0,463	0,609	0,545	0,655
2010-2012	1,084	1,082	0,967	0,826	0,924	0,588
Período Total	0,816	0,852	0,712	0,736	0,696	0,595
<i>Previsão de 2 meses à frente</i>						
2016-2018	1,473	1,262	0,887	0,986	0,770	0,659
2014-2016	0,729	0,707	0,804	1,047	0,629	0,562
2012-2014	0,326	0,488	0,525	0,521	0,509	0,648
2010-2012	1,120	0,890	1,043	1,196	0,950	1,016
Período Total	0,920	0,837	0,804	0,938	0,706	0,721
<i>Previsão de 3 meses à frente</i>						
2016-2018	1,635	1,320	1,028	0,919	0,894	0,563
2014-2016	0,941	0,796	0,787	1,057	0,683	0,638
2012-2014	0,387	0,603	0,544	0,718	0,555	0,763
2010-2012	1,111	0,845	1,148	1,267	1,228	1,180
Período Total	1,018	0,891	0,877	0,990	0,840	0,786
<i>Previsão de 6 meses à frente</i>						
2016-2018	1,687	1,467	1,150	1,272	1,140	1,064
2014-2016	1,381	1,555	1,867	1,044	1,887	1,852
2012-2014	0,693	0,716	0,571	1,092	0,534	0,901
2010-2012	1,138	0,927	1,952	1,969	2,414	1,955
Período Total	1,225	1,166	1,385	1,344	1,494	1,443

Nota: Média dos RMSEs calculados entre as taxas observadas para as quinze maturidades e as taxas previstas em três modelos e para cinco períodos distintos. O primeiro modelo foi previsto sem a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica. O segundo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB e IPCA. O terceiro modelo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa

macroeconômica de PIB IPCA e Dívida Líquida do Setor Público em % do PIB. Todas as formulações foram estimadas recursivamente e respeitando o período dentro da amostra de quatro ou dois anos, com término em data imediatamente anterior à data prevista. Os períodos contemplam taxas previstas entre julho de 2016 e junho de 2018, julho de 2014 e junho de 2016, julho de 2012 a junho de 2014, julho de 2010 a junho de 2012 e de julho de 2010 a junho de 2018. Os valores em negrito representam diferença estatisticamente significativa entre os RMSEs do modelo de quatro e dois anos.

O primeiro ponto observado sugere uma perda acentuada da capacidade de previsão de todos os modelos com o aumento do tempo fora da amostra, sendo a previsão para seis meses significativamente apresentando menor poder preditivo em relação às demais. Assim, optou-se por concentrar o trabalho em períodos inferiores de previsão fora da amostra.

Quanto ao período dentro da amostra utilizado ao longo do trabalho para as formulações de novas estimações e previsões, foi usado um critério de observação dos RMSEs aos pares, ou seja, para o mesmo período fora da amostra para o mesmo modelo em relação a características de variáveis de expectativas macrofinanceiras, totalizando 3 modelos, 5 períodos de análise de taxas fora da amostra e 5 grupos de datas diferentes, totalizando 75 comparações entre os 2 períodos de estimação dentro da amostra, 4 e 2 anos. Em termos absolutos, observa-se uma vantagem para 2 anos dentro da amostra, 41 a 33. Quando observa-se a significância estatística dessas diferentes amostras, o placar é de 9 a 8 a favor de 2 anos dentro da amostra. Quando observam-se as amostras com datas previstas entre 2014 e 2018, o placar sem significância estatística é de 20 a 10 e o com significância estatística é de 3 a 2 em favor do período dentro da amostra com 2 anos. Optou-se, desse modo, por considerar o período de 2 anos superior, uma vez que, em termos absolutos, apresenta maior número de menores RMSEs e também pelo motivo da parcimônia computacional.

Assim, a previsão para os múltiplos períodos de 1 semana, 1, 3 e 6 meses de antecedência foi realizada com amostras de janela rolantes de tamanho $T = 104$ semanas ou 2 anos. A primeira amostra utilizada para geração da previsão é da última semana de julho de 2008 até a penúltima semana de julho de 2010; a segunda janela de rolagem contém observações para o período da primeira semana de agosto de 2008 até a última semana de julho de 2010 e assim por diante, prevendo as taxas para a última semana de julho de 2010 e a primeira semana de agosto de 2010 e continuando. Nos casos mensais, inicia-se com dados do final de julho de 2008 até junho de 2010, prevendo as taxas para julho de 2010; a segunda janela inicia-se em agosto de 2008 e termina em julho de 2010, prevendo julho de 2010 e assim sucessivamente.

Com isso, o foco foi de encontrar qual modelo preveria com melhor precisão as taxas previstas em relação às taxas observadas. O primeiro modelo foi previsto sem a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica, chamado de modelo (1) de agora em diante. O segundo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômicas de PIB e IPCA, com expectativa para o final do ano, para o final do próximo ano e para o final de dois anos à frente, chamado de modelo (2) de agora em diante. O terceiro modelo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômicas de PIB, IPCA e Dívida Líquida do Setor Público em % do PIB com expectativa para o final do ano, para o final do próximo ano e para o final de dois anos à frente, chamado de modelo (3) de agora em diante. Todas as formulações foram estimadas recursivamente e respeitando o período dentro da amostra de quatro ou dois anos.

TABELA 6

Resumo dos Resultados da Previsão “Fora da Amostra” Para Período “Dentro da Amostra” de 2 anos - RMSE

	Modelo Padrão (1)		Modelo 1 com Variáveis Macro (2)		Modelo 2 com Variáveis Macro (3)		Teste T		
	Média	Desvio Padrão Médio	Média	Desvio Padrão Médio	Média	Desvio Padrão Médio	(1) e (2)	(1) e (3)	(2) e (3)
<i>Previsão de 1 semana à frente</i>									
2016-2018	1,173	0,760	0,699	0,462	0,458	0,441	0,048	0,004	0,156
2014-2016	0,602	0,478	0,525	0,435	0,617	0,501	0,648	0,931	0,593
2012-2014	0,313	0,200	0,341	0,249	0,530	0,286	0,731	0,023	0,064
2010-2012	0,657	0,539	0,638	0,445	0,453	0,352	0,914	0,229	0,218
Período Total	0,686	0,606	0,551	0,420	0,515	0,399	0,157	0,070	0,630
<i>Previsão de 1 mês à frente</i>									
2016-2018	1,267	0,685	0,899	0,552	0,625	0,270	0,117	0,002	0,094
2014-2016	0,543	0,255	0,609	0,422	0,511	0,332	0,609	0,764	0,483
2012-2014	0,514	0,274	0,609	0,444	0,655	0,391	0,485	0,261	0,765
2010-2012	1,082	0,720	0,826	0,476	0,588	0,359	0,260	0,024	0,133
Período Total	0,852	0,615	0,736	0,482	0,595	0,336	0,254	0,005	0,065
<i>Previsão de 2 meses à frente</i>									
2016-2018	1,262	0,553	0,986	0,305	0,659	0,277	0,102	0,001	0,005
2014-2016	0,707	0,268	1,047	0,308	0,562	0,333	0,003	0,200	0,000
2012-2014	0,488	0,239	0,521	0,277	0,648	0,370	0,730	0,170	0,295
2010-2012	0,890	0,395	1,196	0,304	1,016	0,439	0,024	0,413	0,202
Período Total	0,837	0,471	0,938	0,387	0,721	0,392	0,202	0,148	0,003

Previsão de 3 meses à frente

2016-2018	1,320	0,337	0,919	0,296	0,563	0,204	0,002	0,000	0,001
2014-2016	0,796	0,262	1,057	0,240	0,638	0,390	0,008	0,202	0,001
2012-2014	0,603	0,359	0,718	0,408	0,763	0,453	0,416	0,291	0,779
2010-2012	0,845	0,604	1,267	0,247	1,180	0,255	0,018	0,058	0,353
Período Total	0,891	0,481	0,990	0,359	0,786	0,410	0,203	0,201	0,004

Previsão de 6 meses à frente

2016-2018	1,467	0,510	1,272	0,242	1,064	0,291	0,192	0,013	0,043
2014-2016	1,555	0,293	1,044	0,259	1,852	1,203	0,000	0,360	0,017
2012-2014	0,716	0,273	1,092	0,309	0,901	0,320	0,001	0,101	0,107
2010-2012	0,927	0,420	1,969	0,136	1,955	0,162	0,000	0,000	0,810
Período Total	1,166	0,519	1,344	0,443	1,443	0,784	0,046	0,024	0,397

Nota: Média dos RMSEs calculados entre as taxas observadas para as quinze maturidades e as taxas previstas em três modelos e para cinco períodos distintos. O primeiro modelo foi previsto sem a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica (1). O segundo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB e IPCA (2). O terceiro modelo foi estimado com a inclusão de variáveis de expectativa macroeconômica de PIB, IPCA e Dívida Líquida do Setor Público em % do PIB (3). Os modelos (2) e (3) utilizam as expectativas para o final do ano, para o final do próximo ano e para o final de dois anos à frente. Todas as formulações foram estimadas recursivamente e respeitando o período dentro da amostra de dois anos. Os períodos contemplam taxas previstas entre julho de 2016 e junho de 2018, julho de 2014 e junho de 2016, julho de 2012 e junho de 2014, julho de 2010 e junho de 2012 e de julho de 2010 a junho de 2018. Os valores em negrito representam diferença estatisticamente significativa entre os RMSEs quando algum modelo apresenta vantagem em relação aos outros dois modelos simultaneamente. As últimas três colunas são as estatísticas T para teste de diferença de média entre os modelos (1) e (2), entre os modelos (1) e (3) e entre os modelos (2) e (3). Estatísticas significantes a 10% estão em negrito.

Observa-se que o modelo (1) apresenta médias de RMSEs significativamente inferiores aos outros dois modelos simultaneamente em três oportunidades, nas previsões de 3 e 6 meses à frente para o período entre 2010 e 2012 e também para o período de 2010 a 2018, 6 meses à frente. O modelo (2) apresenta melhor desempenho estatisticamente significativo em relação aos demais modelos, simultaneamente em uma ocasião, de 2014 a 2016 com previsão de 6 meses à frente. O modelo (3) superou os modelos (1) e (2) coincidentemente em cinco ocasiões, duas vezes com previsões de um mês à frente, 2016 a 2018 e todo o período fora da amostra. As outras três vezes foram sempre no período mais recente de 2016 a 2018, para 2, 3 e 6 meses à frente. Esse resultado indica que a continuidade de previsões e formulação dos portfólios ótimos passarão a ser baseadas no modelo (3), que contém variáveis de expectativa macroeconômicas de PIB, IPCA e Dívida Líquida do Setor Público em % do PIB com expectativa para o final do ano, para o final do próximo ano e para o final de dois anos à frente. Corroborando essa escolha, há o fato de que, em termos absolutos, dentre as 25 oportunidades para observar o menor RMSE médio, em 14 delas o modelo (3) apresentou o menor RMSE. Outro ponto que merece destaque é que, principalmente nas maturidades mais curtas, com 1 semana, 1 mês e 2 meses, o desvio padrão dos RMSEs do modelo (3) são mais baixos. Tal ponto também se apresenta como benéfico para a futura estimação dos pesos ótimos dos portfólios.

As estimações de $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\hat{\beta}_3$, λ_1 e λ_2 foram realizadas e utilizadas no VAR(1) em conjunto com as variáveis de expectativas macroeconômicas e posteriormente utilizadas na previsão das taxas de juros.

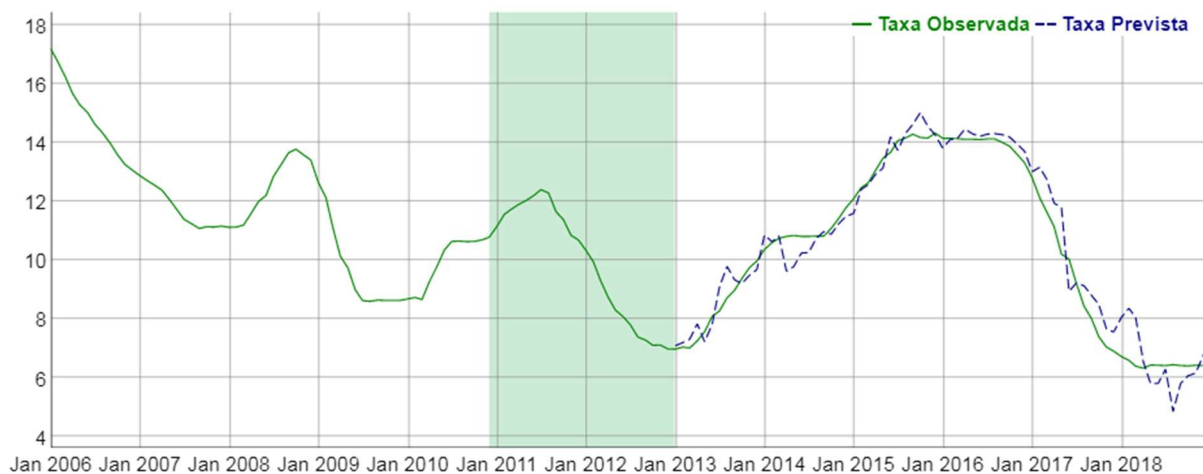
Com a escolha do período de amostragem para “dentro da amostra” em dois anos, e o modelo definido com melhor ajuste e previsão sendo o (3), iniciam-se as estimativas com foco na formulação do portfólio. A primeira amostra utilizada para geração da previsão é da última semana de 2012 à penúltima semana de dezembro 2014; a segunda janela de rolagem contém observações para o período da primeira semana de janeiro de 2013 até a última semana de dezembro de 2014 e assim por diante, prevendo as taxas para a última semana de dezembro de 2014 e a primeira semana de janeiro de 2015 e continuando. Nos casos mensais, inicia-se com dados do final de dezembro de 2012 até novembro de 2014, prevendo as taxas para dezembro de 2014; a segunda janela inicia-se em janeiro de 2013 e termina em dezembro de 2014, prevendo janeiro de 2015 e assim sucessivamente. As previsões são feitas para $T + h$ no final de cada janela de rolagem, onde h é o horizonte de previsão. Assim, as previsões fora da amostra são realizadas ao longo do intervalo de tempo de dezembro de 2014 a dezembro de

2018. O número de amostras de janela rolante é $S = 104$ semanas. A figura 9 apresenta o resultado para previsões 1 mês à frente para as maturidades de 1 e 6 meses e de 5 e 10 anos.

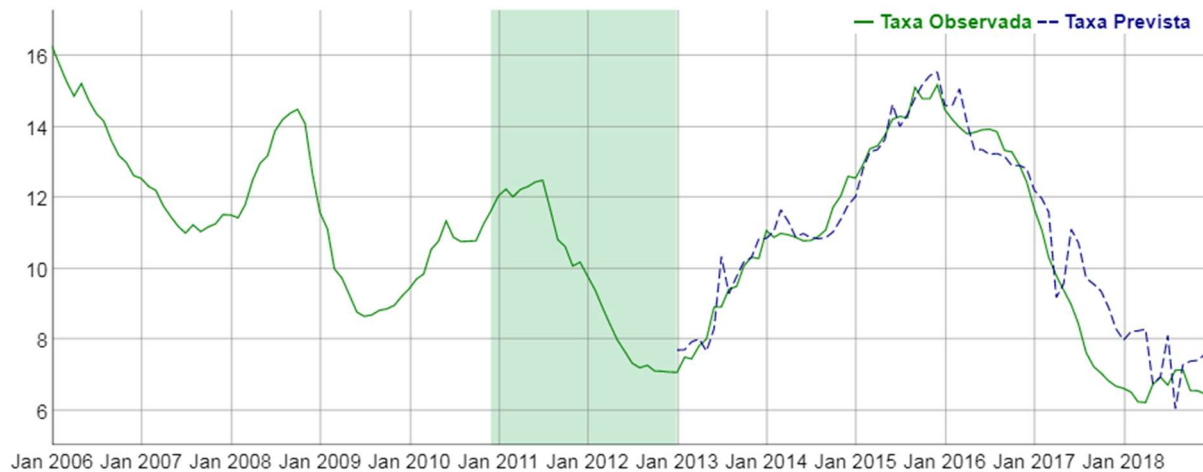
FIGURA 9

Taxas Previstas x Taxas Observadas

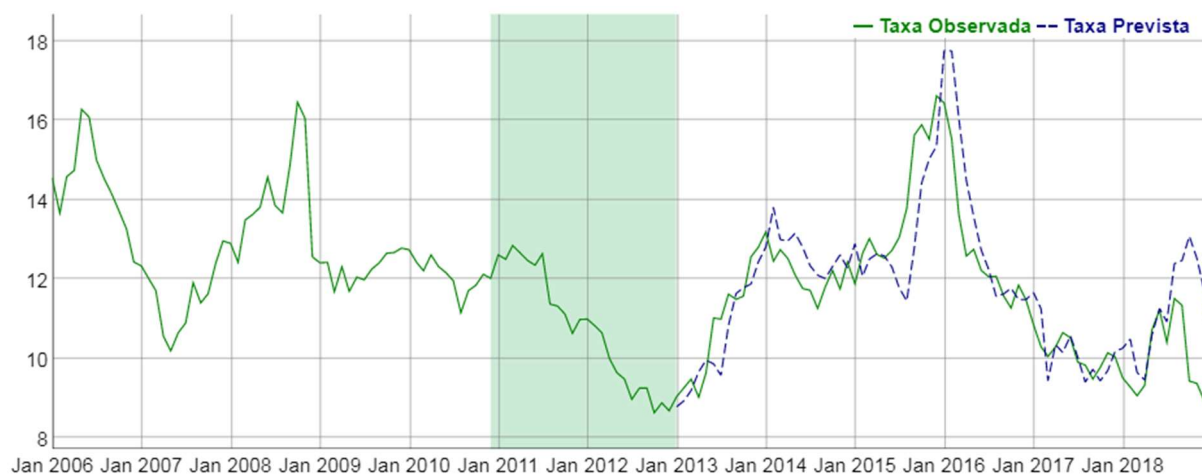
Maturidade de 1 mês



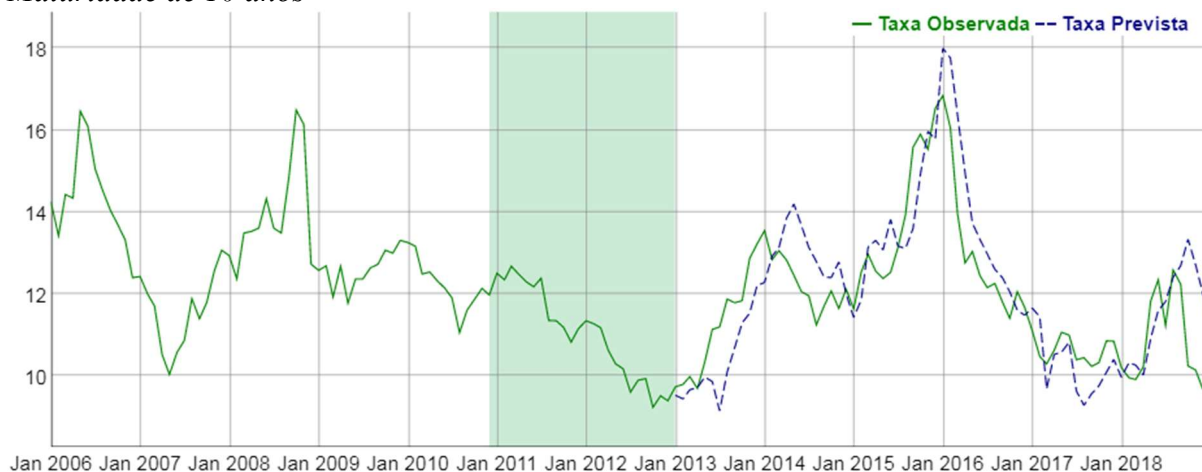
Maturidade de 6 meses



Maturidade de 5 anos



Maturidade de 10 anos



Nota: Evolução das taxas de juros brasileiras baseadas em contratos de futuro de DI com as maturidades de 1 mês, 6 meses e 5 e 10 anos. A curva ininterrupta representa a estrutura observada e a tracejada representa a estrutura prevista. A área retangular sombreada representa o primeiro período na amostra utilizado para previsão, “dentro da amostra”. Essa área é uma janela móvel, sempre constando taxas imediatamente anteriores à próxima janela de previsão.

A visualização gráfica em linha com os RMSEs apresentados retrata as taxas previstas para 1 e 6 meses à frente com um comportamento aparentemente mais volátil, que se acentua no final da amostra. As taxas previstas 1 mês à frente com maturidades de 5 e 10 anos são aparentemente menos voláteis que as taxas efetivamente observadas.

7.3 Resultados - Portfólio

Com as taxas de juros previstas pelo modelo com dois anos de período dentro da amostra e a utilização de variáveis de expectativa macroeconômica, os retornos previstos foram

estimados e seu primeiro e segundo momentos foram utilizados para a formulação de carteiras ótimas.

Na seleção de carteiras, boas previsões da curva de juros mostraram-se importantes para alcançar melhores resultados em termos de desempenho da carteira. Portanto, optou-se pela formulação de carteiras em período mensal, pelo fato de ser um período com bons resultados fora da amostra para o modelo (3) escolhido. Outro ponto de atenção é o cenário com reequilíbrio que requer cautela em relação ao procedimento de implementação e ao cálculo das estatísticas de retorno, uma vez que, após o período de rebalanceamento, a carteira ótima apresenta uma diminuição da duração média de τ_i no momento da otimização de média-variância. Torna-se, assim, uma carteira com duração média $\tau_i - 1$ até o próximo processo de rebalanceamento, alterando as características da carteira proposta. Portanto, é necessário realizar o seguinte ajuste nos retornos das carteiras:

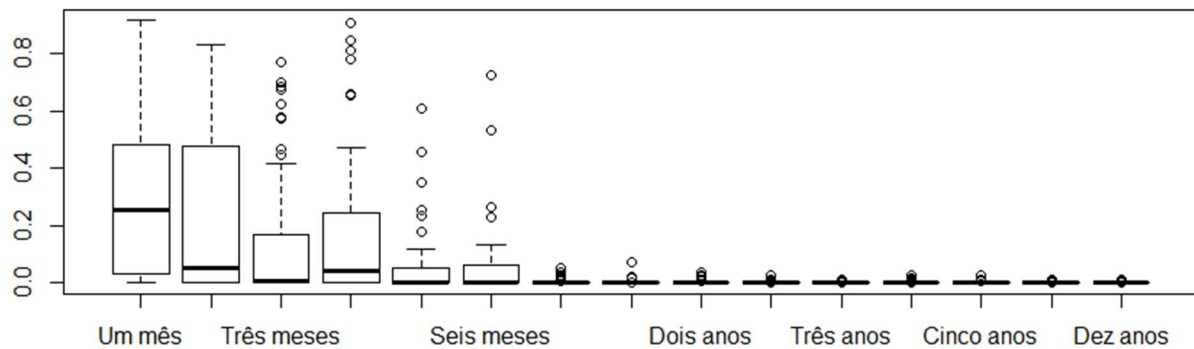
$$r_{j,t} = \log \left(\frac{P_{j-1,t}}{P_{j,t-1}} \right), \quad (32)$$

A figura 10 apresenta os pesos médios para os quatro anos estimados dos portfólios com a otimização de evolução diferencial (figura 10.a) e com a otimização quadrática com nível de aversão ao risco de 0,25. Deve-se lembrar que as restrições são quanto a *full invest* e pesos mínimos não inferiores a 0 e não superiores a 1. Os objetivos de otimização são a maximização do retorno e a minimização do risco do portfólio

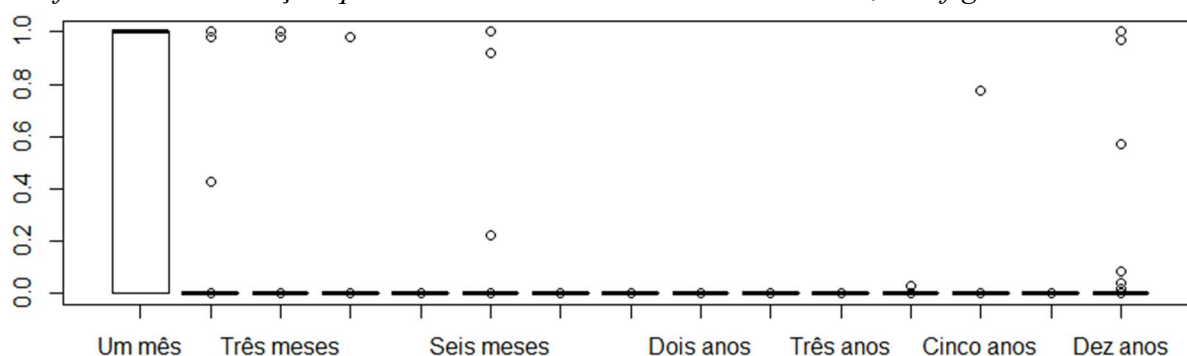
FIGURA 10

Pesos Entre as Maturidades

Portfólio com otimização de Evolução Diferencial (DE) – figura 10.a



Portfólio com otimização quadrática e nível de aversão a risco de 0,25 – figura 10.b



Nota: A figura 10 apresenta os pesos entre as maturidades disponíveis para dois portfólios distintos. O primeiro utiliza uma otimização de Evolução Diferencial (DE). Já o segundo emprega uma otimização quadrática e nível de aversão a risco de 0,25. Ambas as carteiras apresentam restrição quanto a não apresentarem pesos inferiores a 0 e/ou superiores a 1 e são 100% investidos. Os objetivos da otimização são a minimização de risco e a maximização do retorno.

Pode ser constatado, nas figuras 10.a e 10.b, que existe uma alta concentração de alocação nas maturidades mais curtas. Na carteira com otimização de evolução diferencial, observa-se uma distribuição mais homogênea entre as maturidades mais curtas. A alocação média nos 48 meses foi de aproximadamente 30% na maturidade de 1 mês, 23% na maturidade de 2 meses, 15% na maturidade de 3 meses, 18% na maturidade de 4 meses e 6% nas maturidades de 5 e 6 meses. O máximo de peso em um único mês para as maturidades de 1 a 2 anos não foi superior a 8%. Para as maturidades ainda mais longas, de 2.5 anos a 10 anos, o valor máximo alocado em um mês não ultrapassou 4%.

Para a carteira com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,25, nota-se uma alta concentração na maturidade de 1 mês com média de alocação nos 48 meses de aproximadamente 60%. Na sequência, observa-se a maturidade de 2 meses, 6 meses e 10 anos com aproximadamente 10% cada de alocação. Por final, tem-se 3 meses e 5 anos com 5% de alocação cada. As maturidades de 1,5, 2, 2,5, 3 e 4 anos não foram alocadas em nenhum dos 48 meses de portfólio, acredita-se que seja efeito dos maiores RMSEs apresentados para essas maturidades. Constata-se que tal otimização concentra as ponderações em maturidades menos arriscadas, principalmente as de curto prazo e aproveita-se de oportunidades futuras previstas. Os demais modelos com otimização quadrática mas com diferentes níveis de aversão a risco (0,1, 0,5 e 1) apresentam comportamento similar aos da carteira com nível de aversão a risco de 0,25. No anexo 2, é possível visualizar as figuras com os pesos para esses três portfólios.

Essas condições de ponderações entre as maturidades criam a curiosidade no leitor do porquê dessas alocações. A tabela 7 traz a média, mínimo, máximo e desvio padrão dos retornos mensais para os 72 meses previstos.

TABELA 7

Retornos estimados para os contratos de futuro de DI				
Maturidade	Média	Mínimo	Máximo	Desvio Padrão
1 mês	0,9%	0,4%	1,2%	0,3%
2 meses	0,9%	0,3%	1,3%	0,2%
3 meses	0,9%	0,3%	1,3%	0,3%
4 meses	0,9%	0,2%	1,5%	0,3%
5 meses	0,9%	0,1%	1,6%	0,3%
6 meses	0,9%	0,1%	1,7%	0,4%
1 ano	0,5%	-2,3%	2,3%	0,7%
1,5 anos	0,4%	-3,1%	3,1%	1,2%
2 anos	0,3%	-4,7%	4,1%	1,7%
2,5 anos	0,2%	-5,9%	4,9%	2,1%
3 anos	0,2%	-6,5%	5,5%	2,5%
4 anos	0,2%	-7,8%	6,4%	3,1%
5 anos	0,2%	-9,8%	8,5%	3,6%
7 anos	0,1%	-13,3%	12,2%	4,7%
10 anos	0,1%	-17,3%	17,3%	6,7%

Nota: Média, mínimo, máximo e desvio padrão dos retornos mensais previstos para os 72 meses utilizados na estimação dos portfólios ótimos.

Para o período de estudo, observa-se uma constante em retornos médios superiores para as maturidades de mais curto prazo em comparação às de maior duração. Outro ponto que potencialmente gera alto impacto na otimização do portfólio é o desvio padrão crescente com o aumento das maturidades. Constatou-se que a taxa de retorno mais negativa em termos de previsão ocorreu em janeiro de 2016, mês da reunião do COPOM na qual manteve-se a taxa de SELIC em 14,25% ao ano. A Ata dessa reunião deixou transparecer preocupação quanto à dinâmica da taxa de inflação. Em especial, seguem trechos retirados da ata da 199ª Reunião do Copom, que corroboram o ponto acima, além de demonstrarem especificamente preocupação com variáveis fiscais:

“26. Para o Comitê, é plausível afirmar que esses desenvolvimentos traduzir-se-ão numa alocação mais eficiente dos fatores de produção da economia e em ganhos de produtividade. Entretanto, a velocidade de materialização dessas mudanças e dos ganhos delas decorrentes depende,

fundamentalmente, de uma trajetória de *superavit* primários que fortaleça a percepção de sustentabilidade do balanço do setor público, além da redução de incertezas que cercam o ambiente doméstico e internacional. Ressalte-se a importância de se garantir uma trajetória de resultados primários que permita a estabilização e a posterior redução do endividamento público em relação ao PIB, medida crucial para reforçar a percepção positiva sobre o ambiente econômico, para melhorar a confiança dos agentes e para contribuir para a ancoragem das expectativas de inflação.

30. O Copom considera que o ainda elevado patamar da inflação em doze meses é reflexo dos processos de ajustes de preços relativos ocorridos em 2015, bem como do processo de recomposição de receitas tributárias observado nos níveis federal e estadual, no início deste ano, além dos choques temporários de oferta no segmento de alimentação, e que fazem com que a inflação mostre resistência. Ao tempo em que reconhece que esses processos têm impactos diretos sobre a inflação, o Comitê reafirma sua visão de que a política monetária pode, deve e está contendo os efeitos de segunda ordem deles decorrentes.

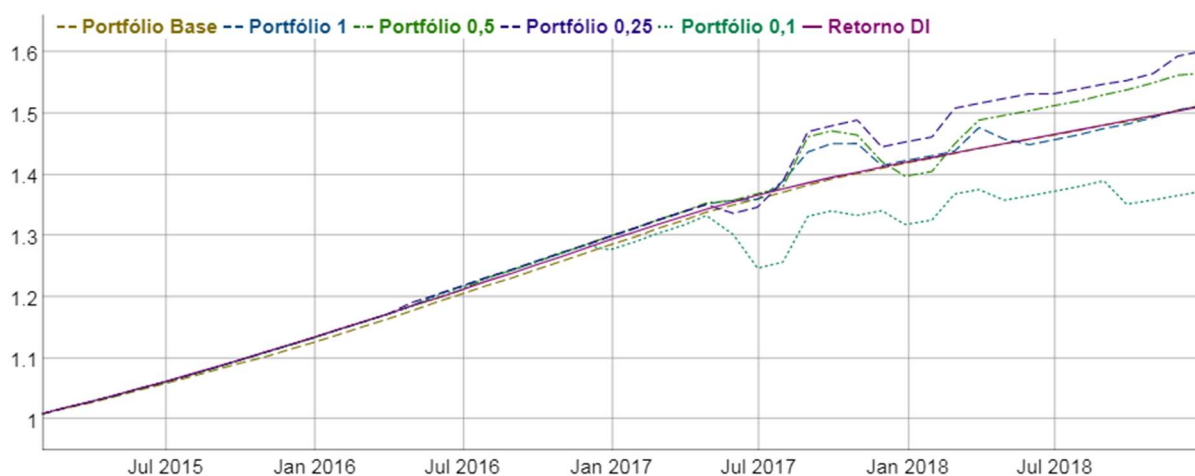
34. O Comitê ressalta que, apesar dos avanços no combate à inflação, há incertezas associadas ao balanço de riscos, notadamente relacionadas ao gradual processo de recuperação dos resultados fiscais, e que o processo de realinhamento de preços relativos mostrou-se mais demorado e mais intenso que o previsto. Adicionalmente, que remanescem incertezas em relação ao comportamento da economia mundial. Nesse contexto, o Comitê reitera que adotará as medidas necessárias de forma a assegurar o cumprimento dos objetivos do regime de metas, ou seja, circunscrever a inflação aos limites estabelecidos pelo CMN, em 2016, e fazer convergir a inflação para a meta de 4,5%, em 2017. Nesse contexto, ressalta que o cenário central não permite trabalhar com a hipótese de flexibilização das condições monetárias.

O período de maior retorno positivo previsto foi em março de 2017. Nesse mês, também ocorreu uma reunião do COPOM, na qual foi sinalizado claramente que o Banco Central indicou aceleração do ritmo de corte de juros.

O resultado da multiplicação da ponderação de cada maturidade pelo retorno que existiu nos dados observados geram os resultados de cada carteira. Na figura 11, é possível visualizar os retornos acumulados para os quatro anos de resultados, para os cinco portfólios e para a série de DI.

FIGURA 11

Retorno Acumulado – Cinco Portfólios em Comparação ao DI



Nota: Evolução dos retornos acumulados no período de janeiro de 2015 a dezembro de 2018. A curva ininterrupta representa o retorno acumulado para Certificados de Depósitos Interbancários (CDI). A linha tracejada marrom representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização Evolução Diferencial. A linha tracejada azul representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 1. A linha tracejada verde representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,5. A linha tracejada roxa representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,25. A linha pontilhada verde representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,1. Todas as carteiras apresentam restrição quanto a não apresentarem pesos inferiores a 0 e/ou superiores a 1 e são 100% investidas. Os objetos da otimização são a minimização de risco e maximização do retorno. O eixo esquerdo apresenta o retorno acumulado.

A visualização gráfica permite inferir que os cinco portfólios apresentam um comportamento similar ao do DI. A carteira com nível de aversão a risco de 0,25 apresentando um resultado superior aos demais em termos de retorno acumulado nos quatro anos de análise, 2015 a 2018. A partir de abril de 2017, essa carteira, com os melhores resultados sendo nos anos de 2017 e 2018, caracterizando-se assim como o portfólio de maior entrega entre os formulados. Na sequência, encontra-se a carteira com nível de aversão a risco de 0,5. Dando prosseguimento a sucessão, apresentam-se os portfólios com otimização de evolução diferencial, o retorno acumulado do CDI e a carteira com otimização quadrática e nível de aversão a risco igual a 1. Por fim, apresenta-se o portfólio com aversão a risco de 0,1.

Para uma análise detalhada, a tabela 8 apresenta os retornos mensais e anualizados para os cinco portfólios e para a série do DI, o retorno acumulado para os quatro anos de análise, o desvio padrão anual e o Índice de Sharpe anual.

TABELA 8

Resultados dos Portfólios Estimados																	
													Retorno %	Retorno	Desvio Padrão	Índice de Sharpe	
	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez	a.a.	Acumulado %a.a.			
Portfólio Base (1)																	
2015	0,9	0,9	0,9	1	1	1	1	1,1	1	0,9	1,1	1,1	12,6			0,08	- 10,75
2016	1,1	1,2	1,1	1,1	1,3	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	14,1			0,06	1,61
2017	1	1,1	1	1	0,9	0,7	0,8	0,8	0,7	0,6	0,6	0,6	10,4			0,18	9,65
2018	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,6	0,6	0,4	0,6	0,7	0,5	6,7	51,3%		0,09	3,33
Nível de Aversão ao Risco = 0,1 (2)																	
2015	-0,1	1	0,9	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	12,1			0,34	- 3,79
2016	1,1	1,3	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	14,4			0,06	6,44
2017	1,1	1,1	1	1,2	-2,3	-4,2	0,8	6	0,7	-0,5	0,6	-1,7	3,2			2,47	- 2,67
2018	0,6	3,2	0,5	-1,3	0,5	0,5	0,6	0,7	-2,7	0,5	0,5	0,5	4,2	37,9%		1,37	- 1,61
Nível de Aversão ao Risco = 0,25 (3)																	
2015	0,9	1	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	13,4			0,07	3,46
2016	1,1	1,5	1,2	1,8	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	15,5			0,22	6,77
2017	1,1	1	1	0,8	-1	0,7	3,1	5,9	0,7	0,6	-2,9	0,6	11,8			2,09	0,95
2018	0,6	3,2	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,4	0,8	1,8	0,5	10,2	61,4%		0,86	4,40
Nível de Aversão ao Risco = 0,5 (4)																	
2015	0,6	1	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	0,8	1,1	12,7			0,15	- 4,35
2016	1,1	1,3	1,2	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	14,4			0,06	6,44
2017	1,1	1	1	1	0,3	0,8	0,8	6	0,7	-0,5	-2,9	-1,7	7,5			2,11	- 1,11
2018	0,6	3,2	2,7	0,5	0,5	0,5	0,5	0,7	0,5	0,8	0,8	0,2	12,1	55,4%		0,95	5,98

Nível de Aversão ao Risco = 1 (5)

2015	0,9	1	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	13,4		0,07	3,46
2016	1,1	1,3	1,1	1,1	1,3	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	0,6	1,1	14,0		0,17	-
2017	1,1	1	1	1	0,4	0,1	2,2	3,5	0,9	0	-2,5	0,6	9,6		1,40	- 0,15
2018	0,6	0,5	2,7	-1,3	-0,6	0,5	0,6	0,7	0,5	0,8	0,8	0,5	6,4	50,8%	0,93	-

Taxa DI

2015	1	1	1	1	1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	13,3		0,05	
2016	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	14,0		0,00	
2017	1	1	1	0,9	0,9	0,8	0,7	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	9,8		0,16	
2018	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	6,4	50,9%	0,03	

Nota: A tabela apresenta os retornos mensais e anualizados para os cinco portfólios e para a série de DI, o retorno acumulado para os quatro anos de análise, o desvio padrão anual e o Índice de Sharpe anual. O período analisado se inicia em janeiro de 2015 com término em dezembro de 2018. O primeiro grupo expõe os resultados para o portfólio com otimização de Evolução Diferencial. O segundo grupamento retrata o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,1. O terceiro bloco indica o resultado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,25. O quarto conjunto evidencia o resultado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,5. A quinta série contém o resultado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 1. Por fim, a última categoria aponta o resultado para a série de DI. Todas as carteiras apresentam restrição quanto a não apresentarem pesos inferiores a 0 e/ou superiores a 1 e são 100% investidos. Os objetivos da otimização são minimização de risco e maximização do retorno. O eixo esquerdo apresenta o retorno acumulado.

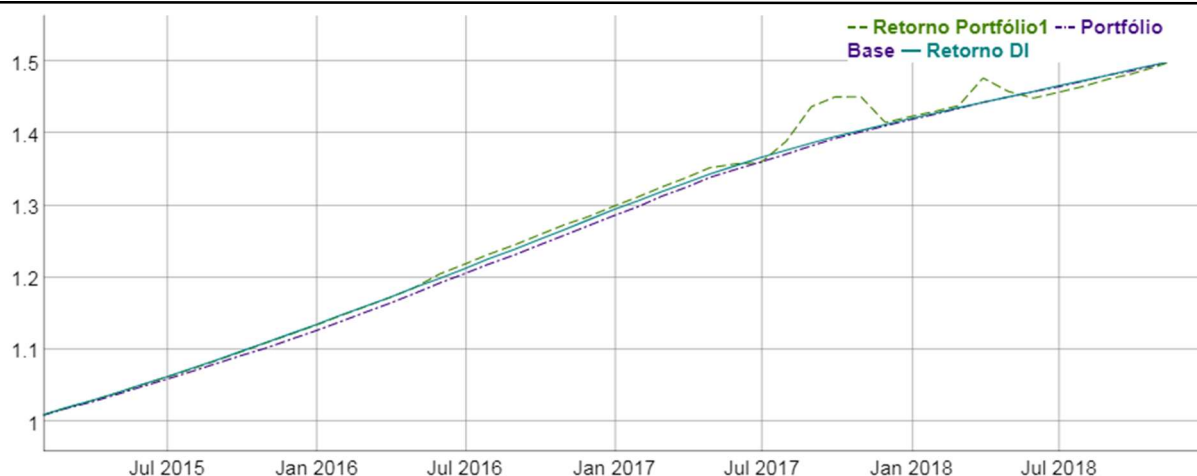
O retorno acumulado do DI para os quatro anos analisados foi superior ao do portfólio com aversão a risco de 0,1 e praticamente igual, contudo superior, ao portfólio com aversão ao risco de 1. Todos os demais portfólios apresentam retornos acumulados superiores, com destaque para a formulação com 0,25 de aversão ao risco, ostentando 10,5 pontos percentuais a mais que o DI. Um estudo da tabela acima permite concluir que, ao contrário da análise gráfica, existiu diferença entre os retornos acumulados dos portfólios e entre o retorno acumulado do DI. Entretanto, esse foi um ano no qual apenas dois modelos indicaram retornos superiores ao DI, o de 0,25 e o de 1 em aversão ao risco. A partir desse ponto, definimos o portfólio com otimização de evolução diferencial como a carteira (1), o portfólio com aversão a risco de 0,1 como (2), a carteira com aversão a risco de 0,25 como (3), o portfólio com aversão a risco de 0,5 como (4), e a carteira com aversão a risco de 1 como portfólio (5). O portfólio (2) apresentou o pior resultado, batendo o DI apenas no ano de 2016. O portfólio (1) encerrou todo o período com retorno acumulado superior ao DI em 0,4 pontos percentuais e apenas em 2015 não apresentou retorno superior ao DI. O portfólio (3) apresentou os melhores resultados, superando o retorno do DI em todos os anos. O portfólio (4) completou a análise com 4,5 p.p. a mais que o DI em retorno acumulado, com bons resultados em 2016 e 2018, mas não superando o DI em 2015 e 2017. Por fim, o modelo (5) possui um retorno acumulado de 0,1 p.p. abaixo do DI. Em retornos anuais, foi superior no ano de 2015 e inferior no ano de 2017, apresentando o mesmo desempenho em 2016 e 2018.

O portfólio (1) apresentou-se como o menos arriscado, com desvios padrão na casa centesimal para três dos quatro anos. O segundo modelo menos arriscado é o (5), seguido surpreendentemente pelo (3), quase empatado com o (4) e finalmente o (2). Em termos de gestão de carteira, os dois meses com valores negativos para o portfólio (3) no ano de 2017 acabam sendo um fator contraproducente. A relação entre o retorno e o risco foi sumarizada no Índice de Sharpe. Por esse indicador, o modelo (3) é amplamente mais eficiente que os demais, seguido pelo (4), então a modelagem (1) que foi prejudicado pelo ano inicial de análise, sendo encadeado pelo (5) e novamente, com o pior resultado, configura o (2).

A visualização gráfica nos permite fazer inferências sobre o comportamento dos portfólios, uma vez que os portfólios (1) e (5) apresentaram desempenho muito similares e análogos ao comportamento do DI. A figura 12 focaliza nesses dois modelos e no CDI, em termos de retorno acumulado.

FIGURA 12

Retorno Acumulado – Portfólios de Baixo Risco em Comparação ao DI

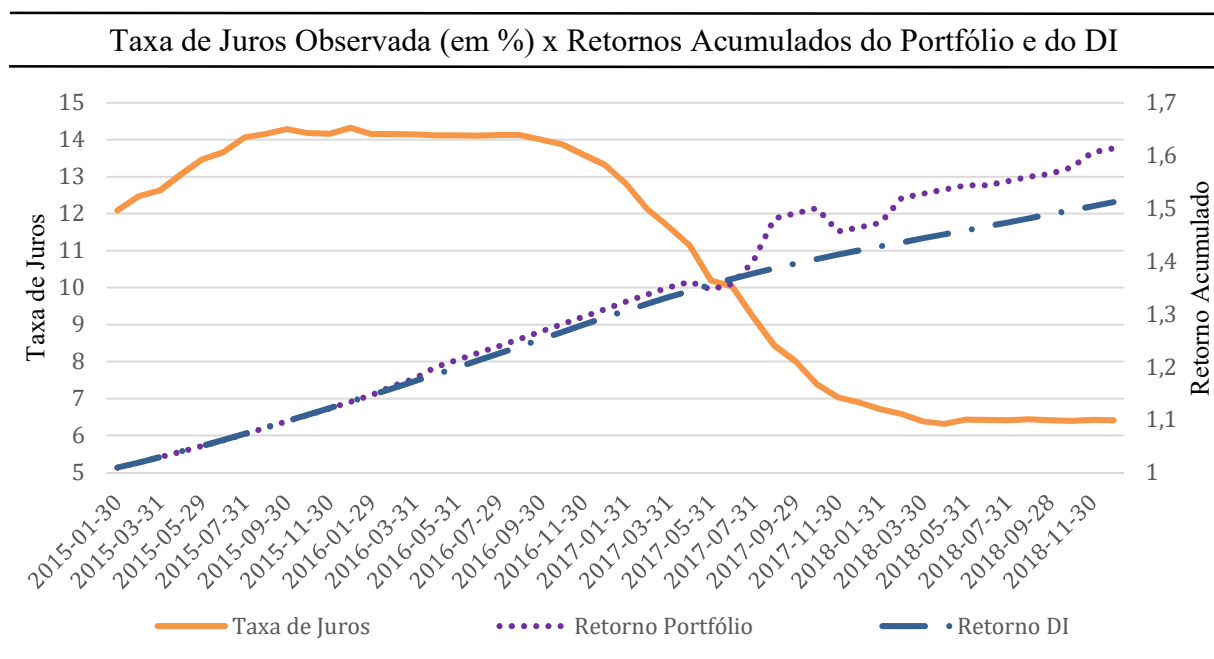


Nota: Evolução dos retornos acumulados no período de janeiro de 2015 a dezembro de 2018. A curva ininterrupta representa o retorno acumulado para Certificados de Depósitos Interbancários (CDI). A linha tracejada roxa representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização Evolução Diferencial. A linha tracejada verde representa o retorno acumulado para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 1. Todas as carteiras apresentam restrição quanto a não apresentarem pesos inferiores a 0 e/ou superiores a 1 e são 100% investidos. Os objetivos da otimização são minimização de risco e maximização do retorno. O eixo esquerdo apresenta o retorno acumulado.

A Figura 12 acima ilustra o comportamento similar apresentado entre os portfólios formulados com níveis de aversão a risco iguais a 1, principalmente nos dois primeiros anos da análise. Com maiores oscilações, em sua maioria, positivas nos anos de 2017 e 2018.

A figura 13 abaixo pode gerar indicações de fatores motivacionais para tal comportamento. Assim é ilustrada a conduta da taxa de juros efetivamente observada e dos retornos acumulados do CDI e de um portfólio formulado pela estratégia de previsão das taxas de juros futuras com otimização no sentido de Markowitz.

FIGURA 13



Nota: Evolução do comportamento da taxa de juros entre o final de janeiro de 2015 e o final de dezembro de 2018 (eixo esquerdo). Retornos acumulados para o CDI e para o portfólio com otimização quadrática e nível de aversão ao risco de 0,25, no mesmo período descrito acima. A curva ininterrupta decrescente representa a taxa de juros. A curva ininterrupta crescente ilustra o retorno acumulado para os Certificados de Depósitos Interbancários (CDI). A linha tracejada representa o retorno acumulado para o portfólio com nível de aversão a risco de 0,25 e com restrição quanto a não apresentar pesos inferiores a 0 e/ou superiores a 1 e é 100% investido. Os objetos da otimização são minimização de risco e maximização do retorno. O eixo esquerdo apresenta a taxa de juros para o período analisado e o eixo esquerdo traz o retorno acumulado da série de DI e do portfólio ótimo com nível de aversão a risco de 0,25.

A figura 13 examina particularidades no motivo dos portfólios que apresentam letargia em superar o retorno do DI nos anos de 2015. A investigação conjunta do movimento das taxas de juros com os retornos acumulados do portfólio (3) e do DI permite inferir que, aparentemente, os portfólios ótimos se deparam com uma dificuldade maior em gerar retorno nos momentos nos quais a taxa de juros apresenta um comportamento de crescimento e, portanto, os preços apresentam uma conduta de queda e, como consequência, dificultam a geração de um retorno de ganho de capital, ou risco de juros, mais contundente.

A tabela 9 apresenta o número de fundos e a porcentagem de fundos que superam os retornos de cada portfólio nos anos de 2015, 2016, 2017 e 2018 individualmente, além de quantos fundos superam concomitantemente nos quatro anos. Por fim, observam-se o número de fundos e a porcentagem dos que superam o retorno acumulado das carteiras formuladas para

os quatro anos. Os fundos de renda fixa elegíveis para comparação passaram pelos seguintes filtros:

- a. apresentam sede no Brasil.
- b. estão ativos até o final de 2018.
- c. foram retirados os que apresentam classificação de tipo de investidor como exclusivo, previdenciário, reservado, e/ou restrito.
- d. não investem em crédito privado.
- e. classificação Anbima diferente de: Renda Fixa Investimento Exterior, Dessa forma. estão presentes os fundos com classificação de Renda Fixa Duração Baixa Grau de Investimento; Renda Fixa Duração Média Grau de Investimento; Renda Fixa Duração Livre Grau de Investimento; Renda Fixa Indexados; Renda Fixa Duração Alta Grau de Investimento; Renda Fixa Duração Baixa Soberano; Renda Fixa Duração Livre Soberano; Renda Fixa Duração Alta Soberano; Renda Fixa Duração Média Soberano; Renda Fixa Simples; Renda Fixa Dívida Externa; Renda Fixa Duração Média Crédito Livre, Renda Fixa Duração Livre Crédito Livre, Renda Fixa Duração Baixa Crédito Livre; e Renda Fixa Duração Alta Crédito Livre.

Há, no total, 919 fundos comparáveis no Brasil no período de 2015 a 2019. A tabela 9 abaixo apresenta uma comparação entre o resultado dos portfólios e o desempenho dos fundos de investimento brasileiros.

TABELA 9

Comparação Inicial entre os Portfólios Estimados e os Fundos de Renda Fixa												
	Índice de Sharpe						Retorno					
	2015	2016	2017	2018	Superior nos 4 anos	2015 - 2018	2015	2016	2017	2018	Superior nos 4 anos	Retorno Acumulado
Portfólio Base (1)												
Total	688	723	747	779	687	687	688	723	747	779	687	687
Número de fundos	396	67	3	11	1	38	101	234	187	193	43	208
%	57,6%	9,3%	0,4%	1,4%	0,1%	5,5%	14,7%	32,4%	25,0%	24,8%	6,3%	30,3%
Nível de Aversão ao Risco = 0,1 (2)												
Número de fundos	311	5	380	278	4	227	419	191	746	698	67	622
%	45,2%	0,7%	50,9%	35,7%	0,6%	33,0%	60,9%	26,4%	99,9%	89,6%	9,8%	90,5%
Nível de Aversão ao Risco = 0,25 (3)												
Número de fundos	31	5	95	9	3	14	84	156	159	123	0	117
%	4,5%	0,7%	12,7%	1,2%	0,4%	2,0%	12,2%	21,6%	21,3%	15,8%	0,0%	17,0%
Nível de Aversão ao Risco = 0,5 (4)												
Número de fundos	317	5	337	5	2	28	302	191	674	70	0	140
%	46,1%	0,7%	45,1%	0,6%	0,3%	4,1%	43,9%	26,4%	90,2%	9,0%	0,0%	20,4%
Nível de Aversão ao Risco = 1 (5)												
Ret > Port.	31	246	288	227	14	42	84	257	428	242	57	252
%	4,5%	34,0%	38,6%	29,1%	2,0%	6,1%	12,2%	35,5%	57,3%	31,1%	8,3%	36,7%

Nota: Número de fundos e porcentagem dos fundos que superam o respectivo portfólio em termos de Índice de Sharpe (IS) para os anos de 2015, 2016, 2017 e 2018 individualmente. Número de fundos e porcentagem dos fundos que superam IS ano a ano para os 4 anos de análise e número de fundos e porcentagem dos fundos que superam o Índice de Sharpe calculado entre 2015 - 2018 para cada carteira. Número de fundos e porcentagem dos fundos que superam o respectivo portfólio em termos de retorno para os anos de 2015, 2016, 2017 e 2018 individualmente. Número de fundos e porcentagem dos fundos que superam o retorno ano a ano para os 4 anos de análise e número de fundos e porcentagem dos fundos que superam os retornos acumulados nos 4 anos para cada carteira.

A tabela acima apresenta o resultado de comparação entre os Índices de Sharpe e retornos dos portfólios estimados e dos fundos de investimento de renda fixa no Brasil. O primeiro grupo de comparação é o Índice de Sharpe, observa-se que os portfólios (3), (4), (1) e (5) apresentam os melhores resultados nesse paralelo. A carteira (3) foi superada por mais de 5% dos fundos em apenas 1 dos 4 anos de análise. No ano de 2017 12,7% dos fundos apresentaram um IS superior. Entretanto, no ano imediatamente anterior apenas 0,7%, ou 5 fundos superaram o portfólio. Quando agrupamos o resultado para os 4 anos, apenas 3 fundos de investimento apresentaram IS superior nos 4 anos consecutivos, são eles, Santander FI Profit Ref DI, Santander FI Ref DI e Special RF Ref DI FI com taxa de administração 0 ou 0,05% a.a. e Patrimônio Líquido somado de aproximadamente 200 bilhões. Quando utilizado o Índices de Sharpe de 2015 a 2018 por portfólio, ou por fundo, tendo-se uma ideia de retorno adicionado por unidade de risco no conjunto dos 4 anos, nenhum fundo de investimento de renda fixa no Brasil superou o portfólio (3). O portfólio (4) exibiu comportamento variado, com 2 anos excelentes e com dois anos na média. 2015 e 2017 foram anos medianos para o desempenho da carteira em termos de IS, sendo que 46,1% e 45,1% dos fundos de investimento obtiveram melhores resultados em 15 e 17 respectivamente. No entanto, 2016 e 2017 foram anos nos quais apenas 5 fundos superaram o Índice de Sharpe do portfólio (4). Entre os 4 anos analisados em conjunto com desempenho anual, apenas 2 fundos superaram a carteira (4). No IS de 2015 a 2018, 1,3% ou 9 fundos de investimento em renda fixa excederam a carteira (4). O portfólio (1) exibiu ótimos resultados em 2016, 2017 e 2018, já o ano de 2015 possui um resultado de mediano a ruim, neste último ano 396 fundos, ou 57,6% dos fundos ostentaram um desfecho superior na medida de Índice de Sharpe. Entre os 4 anos analisados em conjunto com desempenho anual, apenas 1 fundo superou, foi o Bram FI RF Ref DI Coral. Para o IS de 2015 a 2018, 3,5% ou 24 fundos de investimento em renda fixa excederam a carteira (1). A carteira (5) apresentou um ótimo 2015 com resultados medianos nos demais três anos. Já a carteira 2 apresentou um ótimo resultado em 2016 e de mediano a ruim nos demais anos.

Quando o assunto é retorno, a ordenação entre os portfólios não apresentou alteração em comparação ao posicionamento gerado via Índice de Sharpe. A carteira (2) apresentou o pior resultado. Em ordem crescente podemos dispor os portfólios (5), (1), (4) e o (3) apresentando o melhor desempenho.

O Portfólio (5) apresentou um desempenho considerável no primeiro ano das previsões sendo uma possível estratégia em momentos de subida das taxas de juros. Novos testes empíricos seriam necessários para afirmar a oportunidade imediatamente acima. O

portfólio (1) merece destaque devido a regularidade dos retornos apresentados. Apresentando resultados superiores a 67,3% a 85,3% dos fundos de investimento em renda fixa, sendo que em 3 dos 4 anos apresentou retorno superior a 75% dos fundos. Observando cada ano individualmente, apenas 6,3% dos fundos de investimentos apresentaram retornos maiores nos 4 anos avaliados.

A carteira de melhor desempenho foi a (3), nos 4 anos analisados se manteve do primeiro quartil de retorno, quando observando cada ano individualmente, nenhum dos fundos de investimentos apresentaram retornos maiores nos 4 anos consecutivamente. Já o retorno acumulado da carteira (3) superou o retorno acumulado de 83% dos fundos.

A observação conjunta dos resultados do Índice de Sharpe e do retorno permite inferir que a regularidade e constância dos portfólios, principalmente do (1) e do (3), são pontos fortes das estratégias de alocação com previsão das estruturas de juros futuras com o portfólio ótimo em média variância.

A tabela 10 abaixo desenvolve comparações entre cada portfólio e os respectivos fundos que os superaram na medida de retorno acumulado. Com dados de Índice de Sharpe, retorno anual, retorno acumulado, número médio de cotistas no último mês, Patrimônio Líquido também para o último mês e a taxa de administração máxima em porcentagem ao mês. O último bloco exhibe os mesmos dados para toda a população de fundos de investimento em renda fixa analisados.

TABELA 10

Fundos com Retornos Acumulados Superiores a Cada Portfólio Estimado – Características															
										Número Médio de Cotistas no Último Mês	Patrimônio Líquido - em milhares R\$	Taxa de Adm. Máxima em % a.a.	Retorno Acumulado		
Índice de Sharpe										Retorno Bruto					
	2015	2016	2017	2018	2015	2016	2017	2018							
Portfólio Base															
Portfólio (1)	-	10,7	1,6	9,7	3,3	12,6	14,1	10,4	6,7				51,3%		
Mínimo	-	320,7	- 588,7	- 7,3	- 180,9	- 2,0	- 15,7	4,1	5,0	6	1.750	-	51,4%		
Máximo		25,2	11,6	9,8	12,7	44,3	58,1	21,6	18,9	53.396	126.138.143	3,00	98,0%		
Média	-	0,8	- 1,3	1,2	- 0,3	10,9	19,4	12,1	9,7	2.337	4.014.658	0,44	62,6%		
Desvio Padrão		22,5	40,9	1,8	12,9	4,6	6,7	1,9	2,9	6.031	11.586.286	0,48	0,91		
Núm. de Fundos		208	208	208	208	208	208	208	208	208	208	208	208		
Nível de Aversão ao Risco = 0,1															
Portfólio (2)	-	3,8	6,4	- 2,7	- 1,6	12,1	14,4	3,2	4,2				37,9%		
Mínimo	-	512,2	- 1.491,8	- 236,2	- 1.504,8	- 2,0	- 15,7	4,1	2,9	6	1.004	-	37,9%		
Máximo		25,2	11,6	9,8	12,7	44,3	58,1	21,6	18,9	435.824	169.308.029	3,00	98,0%		
Média	-	34,3	- 40,3	- 19,4	- 73,4	12,0	15,4	10,2	7,0	7.093	2.805.258	0,70	52,3%		
Desvio Padrão		71,9	124,5	38,0	167,3	2,9	4,9	1,8	2,6	26.947	9.993.897	0,62	0,94		
Núm. de Fundos		622	622	622	622	622	622	622	622	622	622	622	622		
Nível de Aversão ao Risco =0,25															
Portfólio (3)		3,5	6,8	1,0	4,4	13,4	15,5	11,8	10,2				61,4%		
Mínimo	-	1,6	- 0,9	- 1,2	0,2	- 2,0	- 3,8	4,1	7,3	6	1.750	-	61,4%		
Máximo		1,4	2,8	1,9	1,7	36,1	58,1	21,6	18,9	53.396	10.643.168	1,50	98,0%		
Média	-	0,4	1,3	0,5	1,1	9,3	22,9	13,0	11,7	2.538	1.448.196	0,39	69,3%		
Desvio Padrão		0,7	0,6	0,4	0,2	4,5	6,2	1,8	2,2	7.158	2.221.905	0,37	64,54%		
Núm. de Fundos		117	117	117	117	117	117	117	117	117	117	117	117		

Nível de Aversão ao Risco = 0,5

Portfólio (4)	-	4,4	6,4	-	1,1	6,0	12,7	14,4	7,5	12,1						55,4%	
Mínimo	-	320,7	-	588,7	-	1,2	-	2,0	-	3,8	4,1	5,0	6	1.750	-	55,6%	
Máximo		1,4		2,8		1,9		36,1		58,1	21,6	18,9	53.396	10.643.168	2,00	98,0%	
Média	-	2,7	-	3,0	0,5	-	0,3	9,6	22,0	12,9	11,2	2.858	1.356.064	0,47		67,5%	
Desvio Padrão		27,0		49,7		0,4		15,3		4,4	6,2	1,8	2,4	7.076	2.105.617	0,44	0,72
Núm. de Fundos		140		140		140		140		140		140		140		140	140

Nível de Aversão ao Risco = 1

Portfólio (5)	3,5	-	-	0,1	-	13,4	14,0	9,6	6,4							50,8%		
Mínimo	-	320,7	-	588,7	-	7,3	-	180,9	-	2,0	-	15,7	4,1	5,0	6	1.750	-	50,8%
Máximo		25,2		11,6		9,8		12,7		44,3		58,1	21,6	18,9	53.396	169.308.029	3,00	98,0%
Média	-	1,4	-	1,7		1,2	-	1,9		11,3		18,4	11,8	9,1	2.117	4.782.770	0,40	60,6%
Desvio Padrão		21,2		37,2		2,0		13,0		4,3		6,4	1,9	3,0	5.593	14.994.513	0,46	0,94
Núm. de Fundos		252		252		252		252		252		252		252		252	252	252

Todos os Fundos de Renda Fixa

Mínimo	-	1.217,9	-	3.954,0	-	579,7	-	3.696,5	-	2,0	-	15,7	-	0,2	-	29,2	6	1.004	-	-4,2%
Máximo		25,2		11,6		37,4		26,8		44,3		58,1		21,6		18,9	715.233	169.308.029	5,50	98,0%
Média	-	64,3	-	81,6	-	36,7	-	104,1		11,7		14,9		9,9		6,6	9.966	2.575.358	0,86	50,3%
Desvio Padrão		153,1		286,0		85,3		294,7		2,9		4,8		2,1		3,4	44.317	9.295.479	0,93	0,11
Núm. de Fundos		688		723		747		778		688		723		747		779	779	779	779	687

Nota: A tabela apresenta características dos fundos de investimento em renda fixa que superaram o retorno acumulado de cada portfólio, respectivamente. São exibidos número de fundos, média, mínimo, máximo e desvio padrão do Índice de Sharpe e retorno bruto para os anos de 2015, 2016, 2017 e 2018. Também é exposto média, mínimo, máximo e desvio padrão para o número de cotistas médio no último mês, patrimônio líquido, taxa de administração e retorno acumulado. A primeira linha de cada bloco apresenta os dados para cada respectivo portfólio, com o intuito de facilitar a comparação. Por fim, o último agrupamento traz os valores para toda a amostra de fundos de investimento em renda fixa.

O primeiro ponto de atenção na tabela acima é sobre o fato de que em 16 das 20 oportunidades apresentadas, o Índice de Sharpe do portfólio é superior ao Índice de Sharpe presente na média de todos os fundos que superaram o retorno acumulado para cada respectiva carteira. Mais uma vez sendo um ponto a favor da regularidade dos portfólios estimados. O mínimo do IS encontrado é baixo para a maioria dos casos, a não ser para o grupo que se enquadra entre os 17% superiores em termos de retorno acumulado. Quando realizamos a mesma análise para todo o conjunto de fundos, encontramos valores baixos até mesmo para a média. Lembrando que os fundos nessa análise são aqueles que sobreviveram por pelo menos 4 anos.

Na análise de retorno bruto os resultados são menos vistosos uma vez que o critério de seleção dos fundos foi o retorno acumulado superior ao respectivo portfólio, entretanto, para o ano de 2015, de 5 e 5 o retorno absoluto do portfólio foi superior à média dos retornos dos fundos com desempenho excedente em relação ao retorno acumulado. Em relação a mínima dos retornos absolutos anuais, em apenas uma ocasião em 20 o retorno não foi superior. Em 2017 para o portfólio (2).

O número médio de cotistas para toda a população é de aproximadamente 10.000, o número mínimo de cotistas é de 6 e o máximo é de 715.233. Nos grupamentos de comparação entre cada respectiva carteira, observa-se uma diminuição do número médio, por exemplo, no portfólio (1) é de 2.337 e no portfólio (3) é de 2.538.

Em relação ao patrimônio líquido, o mínimo para todo o conjunto de fundos da amostra é de R\$ 1.004 mil, o máximo é de R\$ 169.308.029 mil e a média é de R\$ 2.575.358 mil. A média para os fundos entre 30,3% e 36,7% dos fundos em termo de retorno acumulado ficou em torno de R\$ 4.400.000 mil. Quando se observa os 17% melhores fundos de investimento em renda fixa no critério de retorno acumulado, o patrimônio líquido mínimo diminui para cerca de R\$ 1.400.000 mil. Outro ponto relevante é a grande diminuição no valor máximo apresentado, que gira em torno R\$ 10.000.000 mil.

A taxa de administração média para toda a amostra é de 0,86%, com mínima de zero e máxima de 5,5%. Intrigante constatar que conforme restringe-se a amostra a maiores retornos acumulados a taxa de administração diminui, atingindo o valor mínimo de 0,39% a.a. para os 17% dos fundos que apresentam os maiores retornos acumulados.

8. CONCLUSÃO

O principal objetivo desta tese era apresentar um portfólio ótimo, em termos de Média-Variância, em renda fixa, focado em dívida pública brasileira com a utilização de expectativas de variáveis macrofinanceiras nas previsões. As principais metodologias utilizadas foram o modelo Nelson-Siegel-Svensson (1995) para formação e previsão das curvas de juros. Para a realização da gestão de portfólios foi utilizado o Modelo de média-variância, conforme Markowitz, apropriado a renda fixa, conforme Korn e Koziol (2006) e Caldeira et al. (2016).

Pode-se concluir favoravelmente a hipótese um (1) de que existe ganho econômico, em termos de desempenho de portfólio, com a incorporação de informações macrofinanceiras em modelos de estrutura de taxa de juros. A utilização dos parâmetros estimados pelo modelo de Svensson para o ajuste e previsão dos fatores que compõem a equação polinomial utilizada para o prognóstico do ajuste ou do futuro previsto das taxas de juros, em conjunto com a utilização de variáveis de expectativa macrofinanceiras fornecidas pelo Banco Central do Brasil, via relatório FOCUS, na previsão das taxas de juros, tratando de maneira correta a questão das expectativas e buscando acurácia na estrutura probabilística dos dados forneceu o primeiro e o segundo momentos utilizados na formação de portfólios ótimos em termos de média e variância, conforme Korn e Koziol (2006) e Caldeira et al. (2016). Tais fundos foram, inclusive, capazes de se enquadrar entre os melhores fundos de renda fixa em critério de retorno, retorno acumulado, e Índice de Sharpe. O fundo com melhor desempenho manteve-se no primeiro quartil nos 4 anos previstos e por consequência no segundo decil de retorno acumulado nesses quatro anos. Em termos de Índice de Sharpe, em 3 anos, essa carteira manteve-se entre os 5% com melhores indicadores, e um ano entre os 15% com melhores índices. No índice de Sharpe calculado entre 2015 e 2018 essa carteira apresentou o melhor resultado entre todos os fundos.

Das cinco especificações, quando se observa o retorno acumulado dos 4 anos, 2 portfólios estão no primeiro quartil, 2 estão no segundo quartil e um se posiciona no último quartil entre os retornos acumulados dos fundos de renda fixa que se mantiveram ativos por 4 anos. Em relação a ponderação entre risco e retorno no Índice de Sharpe de 2015 a 2018, três carteiras estão classificadas entre as 5% melhores, uma está posicionada no segundo quartil e uma no terceiro quartil.

Schnorrenberger e Moura (2017) encontraram como resultado que os portfólios de média-variância com a utilização de uma melhor precisão na previsão da curva de juros leva a uma melhoria em termos de desempenho da carteira. Com índices de Sharpe que variam de -0,055

a 0,472, para o período de 3 anos. O modelo que apresentou esse índice tem nível de aversão a risco de 0,5 e apresentou uma duração de 0,287 anos, a segunda menor. Os melhores resultados em termos de retorno ocorreram com nível de aversão de 1. O retorno acumulado de 3 anos no melhor desempenho foi de 33,85% entre o período de dezembro de 2012 a dezembro de 2015. No mesmo período o retorno acumulado do DI foi de 35,57%.

Korn e Koziel (2006) utilizaram dados de taxas de juros de títulos do governo alemão. Os Índices de Sharpe para 20 anos de previsões ficam entre 0,17 e 0,59. Em quatro anos os mesmos índices dessa tese apresentaram valores de - 0.41, 0.83, 0.96, 1.74 e 3.9. Uma importante intersecção entre os dois trabalhos está relacionada a ponderação entre as possibilidades de pesos entre ativos, os autores concluem que se observado o desempenho fora da amostra, não se deve utilizar muitos títulos diferentes com vencimentos diferentes. Caso muitos títulos diferentes são considerados, as estratégias correspondentes se tornam bastante extremas e exigem um grande volume de vendas a descoberto, por fim concluem que esses portfólios extremos têm um desempenho muito fraco. Nesse estudo observou-se uma concentração em poucas maturidades, com o modelo se aproveitando de oportunidades previstas.

Caldeira et. Al. (2016) utilizaram dados de taxas de juros dos Estados Unidos. Encontraram Índices de Sharpe entre - 0,447 e 0,77 entre fevereiro de 1980 e dezembro de 2009. A principal conclusão é que um investidor pode se beneficiar da adoção dessa metodologia para gestão de portfólio e que os benefícios são ainda mais pronunciados quando o conjunto de políticas disponíveis é ampliado com as especificações de média variância. Também apontaram que essa metodologia de portfólio pode superar as praticas adotadas atualmente no mercado norte americano. Tal ponto se mantém para o Índice de Sharpe e com necessidades de maiores testes para o retorno acumulado no mercado brasileiro.

Quanto a hipótese dois (2) sobre a existência de ganho estatístico e econômico com a incorporação de um conjunto de dados de expectativas macrofinanceira no modelo Nelson-Siegel-Svensson observou-se que os RMSEs encontrados na modelagem com expectativas de variáveis macroeconômicas apresentaram um melhor desempenho do que as previsões da estrutura a termo das taxas de juros sem a inclusão destas, principalmente para o período final observado, apresentando os menores erros quadráticos médios. Assim como em Diebold, Piazzesi e Rudebush (2005), Ang, A., & Piazzesi, M. (2003), Hördahl et al. (2006), De Pooter et al. (2010), Bekaert et al. (2010), Exterkate et al. (2013), Van Dijk et al. (2014) e Almeida e Faria (2014), os modelos que utilizam variáveis macrofinanceiras na modelagem da estrutura a termo das taxas de juros geram uma melhor compreensão e ou previsões mais acuradas.

Segundo Dewachter e Lyrio (2006) e Vieira et al. (2017) a utilização de expectativas de variáveis macrofinanceiras produzem melhores previsões. Este mesmo resultado foi encontrado nesta tese pela presença de menores RMSEs na especificação que utilizavam variáveis de expectativa macrofinanceiras de produto, inflação e dívida líquida do setor público para o final do ano, para o final do ano seguinte e para dois anos à frente.

Portanto, conclui-se que, tanto os dados de expectativa de mercado para variáveis macrofinanceiras, com destaque para as variáveis de caráter fiscal, e também a formação de portfólios no padrão de construção teórico proposto por Markowitz, podem resultar em desfechos superiores para os formuladores de políticas públicas e principalmente para os usuários dos ativos de renda fixa no Brasil.

O presente trabalho confirma a necessidade de maiores estudos na área de formação de portfólios ótimos em renda fixa e várias contribuições futuras seriam interessantes, como por exemplo um estudo de comportamento da teoria entre países emergentes e países desenvolvidos, uma vez que se tem a indicação que a metodologia funciona para as duas classificações. No caso de países em desenvolvimento a presente tese, para países desenvolvidos o trabalho de Caldeira et.al. (2016).

Em virtude de na seleção de carteiras, a qualidade das previsões da estrutura de juros mostrou-se importante para alcançar melhores resultados em termos de desempenho da carteira. Outra possível melhoria ao modelo seria a combinação entre os resultados dos modelos (1), (2) e (3) de previsão das curvas de juros, utilizando-se de metodologia similar à proposta por Caldeira et al. (2017). Essa condição da combinação e seleção da melhor estimativa para cada momento poderá conduzir a melhores resultados em termos de retorno e variância para o portfólio ótimo, principalmente para as maturidades de magnitude maior que 1,5 anos e inferior a 5 anos.

Outra importante contribuição seria a formulação de algoritmos que extraíam o melhor comportamento das previsões de curto, médio e longo prazo para a formulação de carteiras ótimas e não apenas um período de previsão. Tal medida poderia facilitar respostas mais ágeis e captar de maneira ainda mais eficiente as oportunidades existentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adrian, T., Crump, R. K., & Moench, E. (2013). Pricing the term structure with linear regressions. *Journal of Financial Economics*, 110(1), 110-138.
- Almeida, C., Gomes, R., Leite, A., Simonsen, A., & Vicente, J. (2009). Does curvature enhance forecasting?. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 12(08), 1171-1196.
- Almeida, C., & Faria, A. (2014). Forecasting the Brazilian term structure using macroeconomic factors. *Brazilian Review of Econometrics*, 34(1), 45-77.
- Altavilla, C.; Giacomini, R. and Constantini, R. (2014a) Bond returns and market expectations, *Journal of Financial Econometrics* 12, 708-729.
- Altavilla, C.; Giacomini, R. and Ragusa, G. (2014b) Anchoring the yield curve using survey expectations, Working Paper 1632, European Central Bank.
- Ang, A., & Piazzesi, M. (2003). A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary economics*, 50(4), 745-787.
- Bachelier, L. (1900). *Théorie de la spéculation*. Gauthier-Villars.
- Bariviera, A. F., Guercio, M. B., & Martinez, L. B. (2012). A comparative analysis of the informational efficiency of the fixed income market in seven European countries. *Economics Letters*, 116(3), 426-428.
- Bekaert, G., Cho, S., & Moreno, A. (2010). New Keynesian macroeconomics and the term structure. *Journal of Money, Credit and Banking*, 42(1), 33-62.
- Bernanke, B., Reinhart, V., & Sack, B. (2004). Monetary policy alternatives at the zero bound: An empirical assessment. *Brookings papers on economic activity*, 2004(2), 1-100.
- Blanchard, O., Dell'Ariccia, G., & Mauro, P. (2010). Rethinking macroeconomic policy. *Journal of Money, Credit and Banking*, 42, 199-215.
- Blanchard, O. J., Dell'Ariccia, M. G., & Mauro, M. P. (2013). Rethinking macro policy II: getting granular. *International Monetary Fund*.
- Bolder, D. J. (2001). Affine term-structure models: Theory and implementation. Available at SSRN 1082826.
- Bolder, D. J. (2015). *Fixed-Income Portfolio Analytics: A Practical Guide to Implementing, Monitoring and Understanding Fixed-Income Portfolios*. Springer.
- Brennan, M. J., & Schwartz, E. S. (1980). Conditional predictions of bond prices and returns. *The Journal of Finance*, 35(2), 405-417.

- Caldeira, J. F., Moura, G. V., & Santos, A. A. (2016). Bond portfolio optimization using dynamic factor models. *Journal of Empirical Finance*, 37, 128-158.
- Caldeira, J. F., Moura, G. V., & Santos, A. A. (2016)(b). Predicting the yield curve using forecast combinations. *Computational Statistics & Data Analysis*, 100, 79-98.
- Caldeira, J. F., Moura, G. V., & Santos, A. A. (2017). Yield curve forecast combinations based on bond portfolio performance. *Journal of Forecasting*.
- Carbone, A., Castelli, G., & Stanley, H. E. (2004). Time-dependent Hurst exponent in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 344(1), 267-271.
- Chambers, Donald R.; Carleton, Willard T.; and Waldman, Donald W. 1984. A new approach to the estimation of the term structure of interest rates. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 19 (September): 233-52.
- Christensen, J. H., Diebold, F. X., & Rudebusch, G. D. (2009). An arbitrage-free generalized Nelson–Siegel term structure model. *The Econometrics Journal*, Volume 12, Issue 3, 1 November 2009, Pages C33–C64,
- Christensen, J. H., Diebold, F. X., & Rudebusch, G. D. (2011). The affine arbitrage-free class of Nelson–Siegel term structure models. *Journal of Econometrics*, 164(1), 4-20.
- Christensen, J. H., & Rudebusch, G. D. (2012). The response of interest rates to US and UK quantitative easing. *The Economic Journal*, 122(564).
- Cochrane, J. H. (2001). Long-Term Debt and Optimal Policy in the Fiscal Theory of the Price Level. *Econometrica*, 69(1), 69-116.
- Cochrane, J. H. (2009). *Asset Pricing:(Revised Edition)*. Princeton university press.
- Cochrane, J. H. (2018). Stepping on a rake: The fiscal theory of monetary policy. *European Economic Review*, 101, 354-375.
- Cohen, Kalman J.; Kramer, Robert L.; and Waugh, W. Howard. 1966. Regression yield curves for U.S. government securities. *Management Science* 13 (December): B-168- B-175.
- Coroneo, L., Nyholm, K., & Vidova-Koleva, R. (2011). How arbitrage-free is the Nelson–Siegel model?. *Journal of Empirical Finance*, 18(3), 393-407.
- De Pooter, M., Ravazzolo, F., & Van Dijk, D. J. (2010). Term structure forecasting using macro factors and forecast combination. FRB International Finance Discussion Paper, (993).
- Dewachter, H., & Lyrio, M. (2006). Macro factors and the term structure of interest rates. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 38(1), 119-140.
- Diebold, F. X., Li, C., & Yue, V. Z. (2008). Global yield curve dynamics and interactions: a dynamic Nelson–Siegel approach. *Journal of Econometrics*, 146(2), 351-363.

- Diebold, F. X., & Li, C. (2006). Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of econometrics*, 130(2), 337-364.
- Diebold, F. X., Rudebusch, G. D., & Aruoba, S. B. (2006). The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach. *Journal of econometrics*, 131(1), 309-338.
- Diebold, F. X., Piazzesi, M., & Rudebusch, G. D. (2005). Modeling bond yields in finance and macroeconomics. *American Economic Review*, 95(2), 415-420.
- Diebold, F. X., & Rudebusch, G. D. (2013). *Yield curve modeling and forecasting: the dynamic Nelson-Siegel approach*. Princeton University Press.
- Duffie, D., Filipović, D., & Schachermayer, W. (2003). Affine processes and applications in finance. *Annals of applied probability*, 984-1053.
- Duffie, D., & Kan, R. (1996). A yield factor model of interest rates. *Mathematical finance*, 6(4), 379-406.
- Duffie, D., Gregory R. Term premia and interest rate forecasts in affine models. *The Journal of Finance*, v. 57, n. 1, p. 405-443, 2002.
- Durand, David. 1942. Basic yields of corporate bonds, 1900-1942. Technical Paper no. 3. Cambridge, Mass.: National Bureau of Economic Research.
- Echols, Michael E., and Elliott, Jan Walter. 1976. A quantitative yield curve model for estimating the term structure of interest rates. *Journal of Finance and Quantitative Analysis* 11 (March): 87-114.
- Exterkate, P., Dijk, D. V., Heij, C., & Groenen, P. J. (2013). Forecasting the yield curve in a data-rich environment using the factor-augmented Nelson–Siegel model. *Journal of Forecasting*, 32(3), 193-214.
- Fabozzi, F. J., Martellini, L., & Priaulet, P. (Eds.). (2006). *Advanced bond portfolio management: best practices in modeling and strategies* (Vol. 143). John Wiley & Sons.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2010). Luck versus Skill in the Cross-Section of Mutual Fund Returns. *The Journal of Finance*, 65(5), 1915-1947.
- Fernandes Malaquias, R., & Eid Junior, W. (2013). Eficiência de mercado e desempenho de fundos multimercados. *Revista Brasileira de Finanças*, 11(1).
- Fisher, Douglas. 1966. Expectations, the term structure of interest rates, and recent British experience. *Economics* 33 (August): 319-29.
- Franklin Jr, S. L., Duarte, T. B., Neves, C. R., & Melo, E. F. (2012). A estrutura a termo de taxas de juros no Brasil: modelos, estimação e testes. *Economia Aplicada*, 16(2), 255-290.
- Froot, K. A. (1989). New hope for the expectations hypothesis of the term structure of interest rates. *The Journal of Finance*, 44(2), 283-305.

- Gasha, J. G., He, Y., Medeiros, C. I., Rodriguez Waldo, M., Salvati, J., & Yi, J. (2010). On the estimation of term structure models and an application to the United States. FMI Working Paper.
- Gonçalves Junior, W., Ratner Rochman, R., Eid Junior, W., & Ribeiro Chalela, L. (2011). Estimando o prêmio de mercado brasileiro. *RAC-Revista de Administração Contemporânea*, 15(5).
- Gürkaynak, R. S., Sack, B., & Wright, J. H. (2010). The TIPS yield curve and inflation compensation. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 2(1), 70-92.
- Gürkaynak, R. S., & Wright, J. H. (2012). Macroeconomics and the term structure. *Journal of Economic Literature*, 50(2), 331-67.
- Hördahl, P., Tristani, O., & Vestin, D. (2006). A joint econometric model of macroeconomic and term-structure dynamics. *Journal of Econometrics*, 131(1-2), 405-444.
- Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. Amer. Soc. Civil Eng.*, 116, 770-808.
- Joslin, S., Singleton, K. J., & Zhu, H. (2011). A new perspective on Gaussian dynamic term structure models. *The Review of Financial Studies*, 24(3), 926-970.
- Korn, O., & Koziol, C. (2006). Bond portfolio optimization: A risk-return approach. *The Journal of Fixed Income*, 15(4), 48-60.
- Koop, G., & Korobilis, D. (2012). Forecasting inflation using dynamic model averaging. *International Economic Review*, 53(3), 867-886.
- Kosowski, R., Timmermann, A., Wermers, R., & White, H. (2006). Can mutual fund “stars” really pick stocks? New evidence from a bootstrap analysis. *The Journal of finance*, 61(6), 2551-2595.
- Lan, C. (2014). An out-of-sample evaluation of dynamic portfolio strategies. *Review of Finance*, 19(6), 2359-2399.
- Leite, A. L., Gomes Filho, R. B. P., & Vicente, J. V. M. (2009). Previsão da Curva de Juros: um modelo estatístico com variáveis macroeconômicas. *Trabalhos para discussão Banco central do Brasil* (No. 186).
- Leeper, E. M. (1991). Equilibria under ‘active’ and ‘passive’ monetary and fiscal policies. *Journal of monetary Economics*, 27(1), 129-147.
- Lima, A. M. C., & Issler, J. V. (2003). A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros no Brasil: uma aplicação de modelos de valor presente. *Revista brasileira de economia*, 57(4), 873-898.
- Litterman, R. B., & Scheinkman, J. (1991). Common factors affecting bond returns. *The Journal of Fixed Income*, 1(1), 54-61.

- Ludvigson, S. C., & Ng, S. (2009). Macro factors in bond risk premia. *The Review of Financial Studies*, 22(12), 5027-5067.
- Macaulay, F. R. (1938). Some theoretical problems suggested by the movements of interest rates, bond yields and stock prices in the United States since 1856. NBER Books.
- Malkiel, B. G., & Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *The Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- Mankiw, N. G., & Miron, J. A. (1986). The changing behavior of the term structure of interest rates. *The Quarterly Journal of Economics*, 101(2), 211-228.
- McCarthy, J., Pantalone, C., & Li, H. C. (2009). Investigating long memory in yield spreads. *The Journal of Fixed Income*, 19(1), 73-81.
- McCulloch, J. Huston. 1971. Measuring the term structure of interest rates. *Journal of Business* 34 (January): 19-31.
- Mishkin, F. S. (2000). Inflation targeting in emerging-market countries. *American Economic Review*, 90(2), 105-109.
- Mollo, M. D. L. R., & Silva, M. L. F. (1999). A liberalização do câmbio no Brasil: revisitando a discussão dos pressupostos teóricos embutidos nas prescrições cambiais alternativas. *Estudos Econômicos (São Paulo)*, 29(2), 189-227.
- Mönch, E. (2008). Forecasting the yield curve in a data-rich environment: A no-arbitrage factor-augmented VAR approach. *Journal of Econometrics*, 146(1), 26-43.
- Nassif, A. (2015). As armadilhas do tripé da política macroeconômica brasileira. *Brazilian Journal of Political Economy*, 35(3), 426-443.
- Nawalkha, S. K., Soto, G. M., & Beliaeva, N. A. (2005). Interest rate risk modeling: The fixed income valuation course (Vol. 178). John Wiley & Sons.
- Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, 473-489.
- Pearson, K. (1901). LIII. On lines and planes of closest fit to systems of points in space. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 2(11), 559-572.
- Pinheiro, F., Almeida, C., & Vicente, J. (2007). Um modelo de fatores latentes com variáveis macroeconômicas para a curva de cupom cambial. *Revista Brasileira de Finanças*, 5(1).
- Raftery, A. E., Kárný, M., & Ettler, P. (2010). Online prediction under model uncertainty via dynamic model averaging: Application to a cold rolling mill. *Technometrics*, 52(1), 52-66.
- Roda Viva, Armínio Fraga no Roda Viva. Coordenação de Paulo Markun. 1999. Son., P&B. Transcrição disponível em: <http://www.rodaviva.fapesp.br/imprimir.php?id=761>. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Y0JYGo0_tMQ>. Acesso em: 20 jan.

2018.

Roll, R. (1971). Investment diversification and bond maturity. *The Journal of Finance*, 26(1), 51-66.

Rudebusch, G. D., & Wu, T. (2008). A Macro-Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy and the Economy. *The Economic Journal*, 118(530), 906-926.

Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *IMR; Industrial Management Review* (pre-1986), 6(2), 41.

Shea, Gary S. 1985. Interest rate term structure estimation with exponential splines: A note. *Journal of Finance* 11 (March): 319-25.

Shiller, R. J. (1979). The volatility of long-term interest rates and expectations models of the term structure. *Journal of Political Economy*, 87(6), 1190-1219.

Shousha, S. (2008). Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil.

Söderlind, P., & Svensson, L. (1997). New techniques to extract market expectations from financial instruments. *Journal of Monetary Economics*, 40(2), 383-429.

Sørensen, C. (1999). Dynamic asset allocation and fixed income management. *Journal of financial and quantitative analysis*, 34(4), 513-531.

Svensson, L. E. (1995). Estimating forward interest rates with the extended Nelson & Siegel method. *Sveriges Riksbank Quarterly Review*, 3(1), 13-26.

Schnorrenberger, R., & Moura G. V. (2017). Fixed-income portfolio optimization based on dynamic Nelson-Siegel models with macroeconomic factors for the Brazilian yield curve. *Anais do XXXV Encontro Nacional de Economia*. Natal, Rio Grande do Norte

Taylor, J. B. (1993, December). Discretion versus policy rules in practice. In *Carnegie-Rochester conference series on public policy* (Vol. 39, pp. 195-214). North-Holland.

Thornton, D. L., Valente, G. (2012). Out-of-sample predictions of bond excess returns and forward rates: An asset allocation perspective. *The Review of Financial Studies*, 25(10), 3141-3168.

Van Deventer, D. R., Imai, K., & Mesler, M. (2013). *Advanced financial risk management: tools and techniques for integrated credit risk and interest rate risk management*. John Wiley & Sons.

VASICEK, O. An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, Elsevier, v. 5, n. 2, p. 177–188, 1977. 24, 32, 33, 34, 35, 44.

Vieira, F., Fernandes, M., & Chague, F. (2017). Forecasting the Brazilian yield curve using forward-looking variables. *International Journal of Forecasting*, 33(1), 121-131.

Yawitz, J. B., & Marshall, W. J. (1977). Risk and return in the government bond market. *The Journal of Portfolio Management*, 3(4), 48-52

APÊNDICE 1

TABELA 1

Resultados da Previsão Fora da Amostra - 3 Meses à Frente – 2 anos de Amostra						
Maturidades	Modelo Padrão (1)		Modelo 1 com Variáveis Macro (2)		Modelo 2 com Variáveis Macro (3)	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	7,306	0,964	6,369	0,641	6,117	0,427
2 meses	7,524	1,101	6,876	0,826	6,686	0,281
3 meses	7,768	1,268	7,286	1,073	7,137	0,635
4 meses	8,021	1,418	7,618	1,251	7,493	0,899
5 meses	8,274	1,557	7,888	1,358	7,775	1,072
6 meses	8,519	1,688	8,110	1,426	7,996	1,180
1 ano	9,672	2,086	8,872	1,305	8,644	1,079
1,5 anos	10,279	2,092	9,273	1,206	8,924	0,769
2 anos	10,558	1,857	9,613	1,142	9,214	0,548
2,5 anos	10,686	1,531	9,943	1,073	9,553	0,453
3 anos	10,756	1,178	10,258	0,966	9,908	0,419
4 anos	10,855	0,640	10,801	0,795	10,553	0,451
5 anos	10,951	0,441	11,200	0,692	11,035	0,535
6 anos	11,133	0,475	11,646	0,554	11,563	0,566
10 anos	11,314	0,632	11,866	0,484	11,805	0,572
<i>2014-2016</i>						
1 mês	14,659	0,545	13,541	0,788	14,240	0,140
2 meses	14,811	0,711	13,902	0,644	14,185	0,106
3 meses	14,776	0,707	14,144	0,629	14,026	0,082
4 meses	14,622	0,618	14,295	0,665	13,813	0,232
5 meses	14,396	0,503	14,380	0,713	13,576	0,391
6 meses	14,130	0,361	14,417	0,756	13,336	0,559
1 ano	12,613	0,682	14,183	1,060	12,246	0,987
1,5 anos	11,835	0,942	13,825	1,209	11,822	0,957
2 anos	11,617	0,887	13,566	1,258	11,767	0,779
2,5 anos	11,676	0,646	13,400	1,317	11,871	0,553
3 anos	11,852	0,443	13,296	1,308	12,034	0,447
4 anos	12,284	0,396	13,204	1,268	12,379	0,500
5 anos	12,667	0,722	13,199	1,293	12,662	0,720
6 anos	13,156	1,126	13,320	1,316	13,005	0,946
10 anos	13,435	1,319	13,605	1,477	13,193	1,036
<i>2012-2014</i>						
1 mês	10,153	0,660	10,684	0,473	10,311	0,515
2 meses	10,290	0,513	10,734	0,323	10,409	0,403
3 meses	10,431	0,370	10,809	0,214	10,524	0,281
4 meses	10,570	0,230	10,901	0,199	10,650	0,154

5 meses	10,706	0,110	11,002	0,274	10,783	0,072
6 meses	10,835	0,084	11,106	0,369	10,917	0,146
1 ano	11,421	0,448	11,650	0,766	11,635	0,685
1,5 anos	11,723	0,538	11,929	0,827	12,086	0,926
2 anos	11,864	0,517	12,006	0,722	12,308	0,973
2,5 anos	11,938	0,507	11,985	0,613	12,392	0,962
3 anos	11,996	0,482	11,938	0,492	12,411	0,891
4 anos	12,124	0,462	11,895	0,340	12,413	0,732
5 anos	12,281	0,579	11,970	0,360	12,463	0,743
6 anos	12,595	0,817	12,375	0,622	12,731	0,926
10 anos	12,927	0,998	13,156	1,215	13,283	1,315
<i>2010-2012</i>						
1 mês	8,261	0,545	8,360	0,636	8,311	0,595
2 meses	8,178	0,621	8,225	0,682	8,068	0,495
3 meses	8,191	0,744	8,187	0,820	7,933	0,518
4 meses	8,263	0,888	8,205	0,946	7,875	0,566
5 meses	8,366	1,031	8,256	1,055	7,872	0,628
6 meses	8,483	1,168	8,323	1,142	7,906	0,696
1 ano	9,079	1,662	8,769	1,410	8,383	1,073
1,5 anos	9,325	1,517	9,112	1,332	8,820	1,081
2 anos	9,390	1,295	9,382	1,320	9,137	1,069
2,5 anos	9,408	1,082	9,617	1,346	9,399	1,094
3 anos	9,427	0,859	9,834	1,331	9,647	1,111
4 anos	9,506	0,589	10,220	1,346	10,129	1,249
5 anos	9,626	0,487	10,538	1,413	10,566	1,441
6 anos	9,880	0,453	10,975	1,561	11,212	1,754
10 anos	10,159	0,404	11,297	1,607	11,695	1,874

TABELA 2

Resultados da Previsão Fora da Amostra - 3 Mês à Frente – 2 anos de Amostra

Maturidades	Modelo Padrão (1)		Modelo 1 com Variáveis Macro (2)		Modelo 2 com Variáveis Macro (3)	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	7,549	1,206	6,721	0,801	6,330	0,417
2 meses	7,730	1,293	7,157	1,003	6,782	0,382
3 meses	7,935	1,379	7,510	1,212	7,145	0,605
4 meses	8,152	1,468	7,794	1,339	7,436	0,777
5 meses	8,371	1,544	8,022	1,399	7,669	0,875
6 meses	8,584	1,627	8,204	1,413	7,854	0,932
1 ano	9,596	1,874	8,765	1,066	8,423	0,719

1,5 anos	10,133	1,816	9,034	0,829	8,717	0,399
2 anos	10,383	1,562	9,300	0,748	9,040	0,254
2,5 anos	10,504	1,260	9,591	0,722	9,410	0,316
3 anos	10,576	0,982	9,887	0,691	9,788	0,413
4 anos	10,691	0,742	10,418	0,661	10,449	0,516
5 anos	10,805	0,828	10,820	0,608	10,925	0,565
6 anos	11,011	1,023	11,280	0,590	11,422	0,580
10 anos	11,204	1,199	11,515	0,701	11,636	0,693

2014-2016

1 mês	14,723	0,616	13,203	1,122	14,238	0,140
2 meses	14,886	0,799	13,520	0,933	14,178	0,111
3 meses	14,873	0,834	13,740	0,816	14,018	0,099
4 meses	14,743	0,794	13,886	0,738	13,811	0,217
5 meses	14,543	0,723	13,976	0,694	13,587	0,346
6 meses	14,303	0,622	14,025	0,677	13,366	0,488
1 ano	12,889	0,650	13,914	0,907	12,450	0,756
1,5 anos	12,130	0,805	13,654	1,112	12,175	0,718
2 anos	11,894	0,762	13,453	1,203	12,200	0,671
2,5 anos	11,925	0,607	13,319	1,282	12,330	0,716
3 anos	12,074	0,504	13,235	1,270	12,487	0,812
4 anos	12,469	0,585	13,163	1,219	12,776	0,969
5 anos	12,836	0,888	13,167	1,237	12,992	1,117
6 anos	13,334	1,277	13,290	1,254	13,238	1,205
10 anos	13,642	1,478	13,556	1,387	13,367	1,199

2012-2014

1 mês	10,176	0,640	10,586	0,512	10,299	0,525
2 meses	10,302	0,505	10,653	0,346	10,414	0,400
3 meses	10,437	0,370	10,747	0,212	10,545	0,271
4 meses	10,575	0,240	10,859	0,164	10,686	0,162
5 meses	10,711	0,139	10,980	0,224	10,832	0,148
6 meses	10,842	0,087	11,106	0,323	10,978	0,223
1 ano	11,464	0,406	11,772	0,831	11,744	0,759
1,5 anos	11,802	0,540	12,148	1,039	12,216	1,019
2 anos	11,964	0,599	12,283	1,064	12,439	1,099
2,5 anos	12,048	0,653	12,290	1,033	12,512	1,108
3 anos	12,108	0,673	12,249	0,948	12,516	1,046
4 anos	12,233	0,726	12,183	0,772	12,485	0,908
5 anos	12,383	0,877	12,218	0,757	12,512	0,935
6 anos	12,694	1,168	12,547	0,980	12,774	1,175
10 anos	13,035	1,417	13,272	1,572	13,383	1,669

2010-2012

1 mês	6,878	0,765	8,479	0,878	8,531	0,937
2 meses	6,866	0,682	8,368	0,904	8,338	0,871
3 meses	6,920	0,538	8,343	1,006	8,242	0,906
4 meses	7,004	0,399	8,371	1,115	8,214	0,972

5 meses	7,096	0,278	8,429	1,214	8,233	1,048
6 meses	7,183	0,178	8,503	1,301	8,281	1,126
1 ano	7,486	0,122	8,960	1,573	8,744	1,460
1,5 anos	7,548	0,354	9,253	1,449	9,092	1,350
2 anos	7,557	0,639	9,441	1,340	9,308	1,210
2,5 anos	7,567	0,864	9,595	1,261	9,478	1,114
3 anos	7,584	1,074	9,747	1,191	9,649	1,047
4 anos	7,631	1,373	10,070	1,182	10,022	1,094
5 anos	7,680	1,556	10,394	1,273	10,401	1,249
6 anos	7,755	1,780	10,946	1,537	11,029	1,562
10 anos	7,810	2,070	11,477	1,777	11,579	1,756

TABELA 3**Resultados da Previsão Fora da Amostra - 6 Mês à Frente – 2 anos de Amostra**

Maturidades	Modelo Padrão (1)		Modelo 1 com Variáveis Macro (2)		Modelo 2 com Variáveis Macro (3)	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	7,989	1,650	6,808	0,723	6,681	0,547
2 meses	8,133	1,732	7,101	0,849	7,006	0,609
3 meses	8,289	1,809	7,356	1,004	7,283	0,773
4 meses	8,450	1,884	7,577	1,139	7,517	0,930
5 meses	8,608	1,946	7,768	1,237	7,714	1,049
6 meses	8,760	2,006	7,935	1,316	7,881	1,144
1 ano	9,449	2,098	8,588	1,432	8,476	1,240
1,5 anos	9,797	1,908	8,965	1,413	8,783	1,087
2 anos	9,963	1,570	9,254	1,358	9,040	0,948
2,5 anos	10,057	1,250	9,506	1,334	9,298	0,938
3 anos	10,131	0,986	9,736	1,342	9,555	1,025
4 anos	10,275	0,726	10,131	1,400	10,022	1,246
5 anos	10,417	0,727	10,440	1,477	10,393	1,412
6 anos	10,650	0,805	10,838	1,522	10,858	1,508
10 anos	10,843	0,905	11,103	1,529	11,150	1,501
<i>2014-2016</i>						
1 mês	14,942	1,094	12,584	1,459	14,248	0,446
2 meses	15,121	1,357	12,866	1,160	14,250	0,522
3 meses	15,149	1,499	13,059	0,938	14,199	0,540
4 meses	15,076	1,573	13,187	0,762	14,123	0,554
5 meses	14,938	1,599	13,268	0,634	14,040	0,587
6 meses	14,762	1,600	13,316	0,549	13,960	0,647

1 ano	13,626	1,546	13,283	0,761	13,690	1,423
1,5 anos	12,948	1,459	13,134	1,038	13,709	2,050
2 anos	12,689	1,396	13,017	1,167	13,838	2,459
2,5 anos	12,661	1,355	12,939	1,236	13,992	2,757
3 anos	12,748	1,349	12,891	1,218	14,141	2,915
4 anos	13,046	1,463	12,852	1,158	14,394	3,087
5 anos	13,362	1,685	12,861	1,161	14,580	3,217
6 anos	13,851	2,037	12,947	1,161	14,798	3,284
10 anos	14,221	2,308	13,117	1,254	14,924	3,290
<i>2012-2014</i>						
1 mês	10,305	0,760	10,557	0,776	10,262	0,834
2 meses	10,419	0,720	10,708	0,675	10,416	0,726
3 meses	10,547	0,702	10,870	0,676	10,603	0,627
4 meses	10,682	0,696	11,035	0,737	10,807	0,538
5 meses	10,819	0,676	11,199	0,801	11,014	0,450
6 meses	10,954	0,639	11,358	0,858	11,219	0,378
1 ano	11,629	0,495	12,117	1,124	12,188	0,637
1,5 anos	12,021	0,434	12,523	1,235	12,700	0,924
2 anos	12,219	0,460	12,691	1,289	12,935	1,079
2,5 anos	12,321	0,521	12,736	1,325	13,037	1,173
3 anos	12,386	0,560	12,731	1,318	13,080	1,198
4 anos	12,504	0,636	12,706	1,271	13,098	1,185
5 anos	12,643	0,815	12,733	1,272	13,089	1,236
6 anos	12,942	1,163	12,943	1,365	13,052	1,283
10 anos	13,289	1,466	13,406	1,660	12,999	1,241
<i>2010-2012</i>						
1 mês	8,245	0,950	9,241	1,997	9,243	1,990
2 meses	8,197	0,944	9,042	1,861	9,012	1,818
3 meses	8,227	1,001	8,931	1,809	8,883	1,744
4 meses	8,302	1,096	8,884	1,801	8,828	1,725
5 meses	8,398	1,202	8,882	1,818	8,825	1,742
6 meses	8,500	1,308	8,913	1,852	8,859	1,784
1 ano	8,962	1,627	9,349	2,102	9,340	2,115
1,5 anos	9,120	1,459	9,779	2,175	9,775	2,194
2 anos	9,153	1,196	10,078	2,183	10,055	2,181
2,5 anos	9,161	0,960	10,282	2,148	10,242	2,128
3 anos	9,175	0,750	10,432	2,069	10,389	2,047
4 anos	9,235	0,475	10,666	1,938	10,645	1,939
5 anos	9,317	0,362	10,866	1,894	10,884	1,928
6 anos	9,484	0,283	11,206	1,914	11,288	1,985
10 anos	9,654	0,295	11,552	1,968	11,666	2,010

TABELA 4

Resultados da Previsão Fora da Amostra - 1 Mês à Frente – 4 anos de Amostra						
Maturidades	N-S-Svensson Macro(1)		N-S-Svensson Macro(2)		N-S-Svensson	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	7,284	0,880	7,546	1,154	7,909	1,518
2 meses	7,473	1,025	7,761	1,311	7,949	1,521
3 meses	7,649	1,143	7,929	1,415	8,098	1,607
4 meses	7,810	1,220	8,057	1,456	8,304	1,723
5 meses	7,954	1,255	8,154	1,441	8,535	1,838
6 meses	8,082	1,283	8,225	1,413	8,770	1,967
1 ano	8,569	1,011	8,386	0,795	9,817	2,226
1,5 anos	8,792	0,659	8,470	0,276	10,225	2,029
2 anos	8,957	0,343	8,652	0,088	10,354	1,646
2,5 anos	9,140	0,205	8,925	0,271	10,413	1,245
3 anos	9,346	0,301	9,244	0,389	10,469	0,874
4 anos	9,780	0,522	9,876	0,472	10,611	0,351
5 anos	10,168	0,554	10,389	0,435	10,771	0,169
6 anos	10,693	0,572	11,002	0,409	11,042	0,309
10 anos	11,023	0,623	11,319	0,453	11,272	0,443
<i>2014-2016</i>						
1 mês	14,161	0,125	14,078	0,115	13,515	0,613
2 meses	14,084	0,096	13,982	0,166	13,706	0,420
3 meses	13,933	0,164	13,793	0,306	13,776	0,323
4 meses	13,744	0,286	13,557	0,476	13,764	0,275
5 meses	13,538	0,410	13,305	0,644	13,700	0,255
6 meses	13,333	0,537	13,056	0,812	13,604	0,273
1 ano	12,443	0,779	12,052	1,168	12,918	0,389
1,5 anos	12,181	0,575	11,838	0,938	12,500	0,392
2 anos	12,249	0,288	11,981	0,619	12,344	0,358
2,5 anos	12,431	0,257	12,212	0,437	12,336	0,326
3 anos	12,627	0,485	12,429	0,498	12,404	0,371
4 anos	12,943	0,825	12,737	0,696	12,627	0,564
5 anos	13,137	1,063	12,908	0,861	12,868	0,825
6 anos	13,299	1,158	13,050	0,906	13,250	1,137
10 anos	13,347	1,116	13,101	0,862	13,544	1,347
<i>2012-2014</i>						
1 mês	10,884	0,088	10,570	0,261	10,610	0,203
2 meses	10,848	0,081	10,607	0,203	10,615	0,182
3 meses	10,884	0,125	10,673	0,118	10,656	0,123
4 meses	10,963	0,210	10,758	0,044	10,723	0,048
5 meses	11,067	0,319	10,857	0,102	10,805	0,043
6 meses	11,182	0,435	10,963	0,207	10,895	0,136
1 ano	11,789	0,935	11,567	0,706	11,419	0,558
1,5 anos	12,088	1,037	11,937	0,882	11,746	0,691
2 anos	12,199	0,963	12,082	0,845	11,905	0,665
2,5 anos	12,236	0,892	12,094	0,753	11,975	0,628

3 anos	12,249	0,802	12,051	0,611	12,008	0,557
4 anos	12,263	0,622	11,969	0,335	12,043	0,399
5 anos	12,280	0,599	11,986	0,301	12,079	0,393
6 anos	12,319	0,565	12,301	0,501	12,162	0,386
10 anos	12,368	0,498	13,054	1,076	12,270	0,338

2010-2012

1 mês	7,643	0,273	8,522	0,647	7,870	0,079
2 meses	7,347	0,471	8,387	0,633	7,724	0,178
3 meses	7,209	0,485	8,315	0,728	7,712	0,228
4 meses	7,186	0,430	8,286	0,811	7,790	0,367
5 meses	7,241	0,332	8,286	0,882	7,926	0,542
6 meses	7,349	0,232	8,305	0,942	8,095	0,735
1 ano	8,315	0,902	8,538	1,174	9,173	1,790
1,5 anos	9,038	1,295	8,779	1,063	9,845	2,112
2 anos	9,429	1,406	9,020	1,006	10,166	2,141
2,5 anos	9,648	1,367	9,276	0,994	10,306	2,015
3 anos	9,803	1,263	9,535	0,981	10,366	1,805
4 anos	10,089	1,189	10,003	1,073	10,409	1,471
5 anos	10,383	1,240	10,358	1,187	10,425	1,241
6 anos	10,901	1,443	10,754	1,282	10,444	0,952
10 anos	11,370	1,531	10,940	1,103	10,460	0,598

Nota: Acima foram apresentados os resultados da previsão de um mês a frente para fora da amostra para três modelos, e para cinco períodos distintos, conforme descrito em detalhes no texto. Foram estimados todos os modelos recursivamente respeitando o período dentro da amostra de 4 anos com término em data imediatamente anterior a data prevista.

TABELA 5

Resultados da Previsão Fora da Amostra - 1 Mês à Frente – 4 anos de Amostra

Maturidade	N-S-Svensson Macro(1)		N-S-Svensson Macro(2)		N-S-Svensson	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	6,972	0,656	7,201	0,880	8,246	1,875
2 meses	7,236	0,823	7,559	1,126	8,300	1,890
3 meses	7,476	0,983	7,845	1,335	8,426	1,953
4 meses	7,691	1,095	8,070	1,465	8,589	2,012
5 meses	7,882	1,168	8,245	1,534	8,766	2,067
6 meses	8,048	1,217	8,379	1,563	8,942	2,119
1 ano	8,657	1,061	8,696	1,169	9,700	2,109
1,5 anos	8,904	0,708	8,755	0,674	9,982	1,802
2 anos	9,060	0,369	8,856	0,360	10,071	1,394
2,5 anos	9,222	0,212	9,039	0,325	10,118	1,012
3 anos	9,410	0,348	9,276	0,445	10,169	0,698
4 anos	9,817	0,622	9,789	0,606	10,303	0,502

5 anos	10,192	0,712	10,242	0,608	10,451	0,652
6 anos	10,721	0,760	10,843	0,581	10,698	0,907
10 anos	11,068	0,819	11,209	0,628	10,901	1,105

2014-2016

1 mês	14,188	0,209	14,140	0,554	13,374	0,766
2 meses	14,120	0,186	14,005	0,551	13,556	0,582
3 meses	13,982	0,184	13,832	0,530	13,647	0,464
4 meses	13,806	0,261	13,643	0,539	13,675	0,375
5 meses	13,616	0,348	13,452	0,568	13,659	0,294
6 meses	13,427	0,458	13,269	0,651	13,615	0,261
1 ano	12,623	0,589	12,522	0,883	13,182	0,361
1,5 anos	12,407	0,375	12,328	0,794	12,865	0,507
2 anos	12,488	0,258	12,404	0,675	12,724	0,595
2,5 anos	12,665	0,519	12,563	0,720	12,697	0,700
3 anos	12,850	0,770	12,726	0,844	12,737	0,774
4 anos	13,142	1,107	12,979	1,048	12,911	0,937
5 anos	13,319	1,336	13,136	1,203	13,121	1,163
6 anos	13,466	1,434	13,292	1,258	13,489	1,454
10 anos	13,510	1,404	13,373	1,241	13,813	1,697

2012-2014

1 mês	10,894	0,090	10,942	0,139	10,551	0,272
2 meses	10,862	0,078	10,897	0,109	10,564	0,246
3 meses	10,901	0,118	10,928	0,152	10,615	0,195
4 meses	10,984	0,201	11,004	0,237	10,690	0,120
5 meses	11,091	0,307	11,106	0,341	10,780	0,066
6 meses	11,208	0,409	11,220	0,438	10,877	0,103
1 ano	11,818	0,846	11,808	0,839	11,414	0,454
1,5 anos	12,102	0,922	12,071	0,888	11,728	0,562
2 anos	12,190	0,842	12,146	0,793	11,871	0,538
2,5 anos	12,207	0,769	12,157	0,715	11,931	0,506
3 anos	12,208	0,682	12,161	0,631	11,960	0,447
4 anos	12,224	0,536	12,201	0,508	11,999	0,323
5 anos	12,269	0,544	12,282	0,553	12,046	0,334
6 anos	12,395	0,611	12,487	0,696	12,155	0,367
10 anos	12,570	0,684	12,751	0,839	12,290	0,358

2010-2012

1 mês	8,174	0,617	8,622	0,875	7,904	0,234
2 meses	7,954	0,599	8,468	0,874	7,824	0,343
3 meses	7,858	0,672	8,389	0,934	7,870	0,479
4 meses	7,849	0,730	8,360	0,991	7,993	0,666
5 meses	7,897	0,792	8,365	1,045	8,159	0,867
6 meses	7,983	0,861	8,391	1,095	8,347	1,069
1 ano	8,672	1,313	8,660	1,266	9,360	1,959

1,5 anos	9,121	1,321	8,857	1,071	9,892	2,081
2 anos	9,325	1,214	9,000	0,928	10,114	2,005
2,5 anos	9,425	1,093	9,149	0,888	10,200	1,857
3 anos	9,506	0,957	9,320	0,880	10,231	1,643
4 anos	9,706	0,851	9,706	0,972	10,242	1,295
5 anos	9,960	0,898	10,086	1,094	10,236	1,063
6 anos	10,470	1,095	10,685	1,299	10,224	0,771
10 anos	11,009	1,242	11,195	1,425	10,213	0,465

Nota: Acima foram apresentados os resultados da previsão de dois meses a frente para fora da amostra para três modelos, e para cinco períodos distintos, conforme descrito em detalhes no texto. Foram estimados todos os modelos recursivamente respeitando o período dentro da amostra de 4 anos com término em data imediatamente anterior a data prevista.

TABELA 6

Resultados da previsão fora da amostra para 3 meses à frente

Maturidades	N-S-Svensson Macro (1)		N-S-Svensson Macro (2)		N-S-Svensson	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	6,707	0,508	6,908	0,680	8,505	2,126
2 meses	7,044	0,628	7,350	0,914	8,574	2,138
3 meses	7,349	0,783	7,707	1,136	8,683	2,139
4 meses	7,621	0,926	7,993	1,300	8,811	2,135
5 meses	7,861	1,028	8,219	1,395	8,942	2,113
6 meses	8,071	1,118	8,396	1,454	9,069	2,101
1 ano	8,824	1,145	8,845	1,206	9,582	1,846
1,5 anos	9,103	0,887	8,916	0,786	9,757	1,472
2 anos	9,244	0,649	8,982	0,588	9,814	1,098
2,5 anos	9,375	0,602	9,113	0,657	9,857	0,855
3 anos	9,527	0,722	9,298	0,826	9,912	0,804
4 anos	9,876	0,964	9,726	1,044	10,054	1,031
5 anos	10,216	1,084	10,128	1,116	10,203	1,287
6 anos	10,726	1,145	10,697	1,128	10,443	1,574
10 anos	11,095	1,220	11,082	1,182	10,629	1,802
<i>2014-2016</i>						
1 mês	14,317	0,323	14,309	0,544	13,286	0,842
2 meses	14,249	0,285	14,197	0,521	13,459	0,648
3 meses	14,109	0,210	14,041	0,463	13,562	0,503
4 meses	13,932	0,173	13,866	0,402	13,615	0,375
5 meses	13,745	0,194	13,687	0,370	13,631	0,270
6 meses	13,561	0,267	13,515	0,390	13,623	0,238
1 ano	12,820	0,302	12,818	0,565	13,380	0,628
1,5 anos	12,640	0,257	12,632	0,618	13,153	0,899

2 anos	12,719	0,502	12,683	0,712	13,035	1,041
2,5 anos	12,875	0,830	12,804	0,905	13,004	1,152
3 anos	13,036	1,046	12,931	1,040	13,028	1,192
4 anos	13,288	1,311	13,133	1,203	13,168	1,278
5 anos	13,443	1,493	13,268	1,331	13,355	1,445
6 anos	13,576	1,555	13,417	1,377	13,706	1,689
10 anos	13,621	1,503	13,510	1,364	14,046	1,917

2012-2014

1 mês	10,908	0,103	10,970	0,180	10,504	0,322
2 meses	10,848	0,063	10,873	0,123	10,522	0,298
3 meses	10,877	0,094	10,881	0,155	10,577	0,247
4 meses	10,962	0,165	10,952	0,221	10,656	0,192
5 meses	11,077	0,254	11,060	0,295	10,750	0,157
6 meses	11,206	0,352	11,187	0,376	10,851	0,140
1 ano	11,879	0,783	11,858	0,772	11,398	0,370
1,5 anos	12,175	0,879	12,142	0,847	11,708	0,470
2 anos	12,250	0,840	12,197	0,787	11,845	0,478
2,5 anos	12,250	0,798	12,179	0,726	11,901	0,481
3 anos	12,236	0,734	12,153	0,649	11,927	0,455
4 anos	12,235	0,649	12,146	0,552	11,970	0,410
5 anos	12,276	0,700	12,200	0,611	12,026	0,474
6 anos	12,420	0,860	12,395	0,807	12,154	0,606
10 anos	12,647	1,050	12,709	1,063	12,310	0,698

2010-2012

1 mês	8,677	1,222	8,663	1,086	7,932	0,443
2 meses	8,514	1,231	8,499	1,033	7,885	0,504
3 meses	8,452	1,307	8,419	1,045	7,957	0,630
4 meses	8,456	1,386	8,395	1,083	8,098	0,809
5 meses	8,504	1,461	8,411	1,130	8,274	1,001
6 meses	8,578	1,530	8,450	1,184	8,464	1,196
1 ano	9,099	1,779	8,811	1,408	9,407	1,969
1,5 anos	9,382	1,585	9,053	1,269	9,854	2,001
2 anos	9,477	1,351	9,189	1,124	10,025	1,872
2,5 anos	9,510	1,137	9,303	1,005	10,084	1,698
3 anos	9,544	0,945	9,435	0,916	10,100	1,484
4 anos	9,678	0,764	9,765	0,921	10,091	1,138
5 anos	9,884	0,762	10,133	1,037	10,069	0,904
6 anos	10,340	0,910	10,791	1,342	10,031	0,620
10 anos	10,867	1,056	11,429	1,641	10,000	0,405

Nota: Acima foram apresentados os resultados da previsão de três meses a frente para fora da amostra para três modelos, e para cinco períodos distintos, conforme descrito em detalhes no texto. Foram estimados todos os modelos recursivamente respeitando o período dentro da amostra de 4 anos com término em data imediatamente anterior a data prevista.

TABELA 7

Resultados da previsão fora da amostra para 6 meses à frente						
Maturidades	N-S-Svensson Macro(1)		N-S-Svensson Macro(2)		N-S-Svensson	
	Média	RMSE	Média	RMSE	Média	RMSE
<i>2016-2018</i>						
1 mês	7,026	0,860	7,081	0,838	8,805	2,423
2 meses	7,299	0,949	7,415	1,011	8,891	2,473
3 meses	7,552	1,072	7,695	1,195	8,976	2,488
4 meses	7,780	1,193	7,927	1,347	9,054	2,483
5 meses	7,984	1,294	8,118	1,453	9,124	2,454
6 meses	8,164	1,383	8,276	1,530	9,185	2,420
1 ano	8,835	1,500	8,768	1,474	9,379	2,024
1,5 anos	9,091	1,262	8,928	1,138	9,424	1,563
2 anos	9,207	0,941	9,033	0,832	9,449	1,130
2,5 anos	9,301	0,773	9,156	0,727	9,493	0,837
3 anos	9,409	0,796	9,306	0,790	9,557	0,709
4 anos	9,668	1,039	9,643	1,018	9,714	0,791
5 anos	9,938	1,227	9,964	1,183	9,869	0,966
6 anos	10,376	1,380	10,443	1,321	10,099	1,180
10 anos	10,733	1,429	10,792	1,389	10,261	1,368
<i>2014-2016</i>						
1 mês	14,356	0,563	14,243	0,603	13,262	0,703
2 meses	14,351	0,636	14,225	0,635	13,423	0,510
3 meses	14,307	0,667	14,175	0,634	13,537	0,413
4 meses	14,244	0,693	14,112	0,628	13,616	0,424
5 meses	14,174	0,730	14,048	0,649	13,667	0,511
6 meses	14,106	0,781	13,989	0,697	13,698	0,642
1 ano	13,866	1,480	13,823	1,459	13,675	1,379
1,5 anos	13,877	2,066	13,887	2,086	13,564	1,720
2 anos	13,987	2,443	14,023	2,482	13,485	1,859
2,5 anos	14,119	2,708	14,159	2,756	13,455	1,916
3 anos	14,245	2,842	14,276	2,888	13,465	1,915
4 anos	14,458	2,987	14,453	3,013	13,568	1,935
5 anos	14,621	3,118	14,574	3,112	13,725	2,041
6 anos	14,837	3,237	14,726	3,164	14,054	2,246
10 anos	15,013	3,354	14,843	3,203	14,408	2,496

2012-2014

1 mês	11,009	0,217	10,926	0,345	10,433	0,720
2 meses	10,963	0,269	10,862	0,409	10,453	0,778
3 meses	11,009	0,332	10,902	0,466	10,512	0,833
4 meses	11,109	0,378	11,003	0,501	10,596	0,876
5 meses	11,236	0,401	11,136	0,507	10,694	0,890
6 meses	11,373	0,417	11,280	0,500	10,798	0,877
1 ano	12,032	0,618	11,961	0,628	11,356	0,786
1,5 anos	12,275	0,682	12,182	0,675	11,664	0,699
2 anos	12,307	0,661	12,176	0,651	11,796	0,637
2,5 anos	12,279	0,639	12,112	0,632	11,848	0,600
3 anos	12,248	0,601	12,053	0,610	11,873	0,571
4 anos	12,231	0,546	12,005	0,581	11,920	0,519
5 anos	12,271	0,572	12,040	0,562	11,984	0,479
6 anos	12,435	0,728	12,241	0,637	12,134	0,525
10 anos	12,710	0,944	12,614	0,860	12,316	0,604
2010-2012						
1 mês	9,713	2,554	9,323	2,064	7,911	0,647
2 meses	9,559	2,486	9,094	1,898	7,891	0,671
3 meses	9,494	2,486	8,967	1,828	7,980	0,781
4 meses	9,489	2,516	8,915	1,811	8,129	0,947
5 meses	9,525	2,561	8,914	1,826	8,306	1,130
6 meses	9,586	2,618	8,950	1,863	8,489	1,314
1 ano	10,061	2,896	9,414	2,175	9,333	2,002
1,5 anos	10,365	2,857	9,804	2,244	9,691	2,025
2 anos	10,501	2,733	10,034	2,209	9,814	1,849
2,5 anos	10,562	2,587	10,179	2,130	9,849	1,638
3 anos	10,600	2,421	10,292	2,019	9,849	1,413
4 anos	10,677	2,162	10,504	1,853	9,818	1,042
5 anos	10,773	1,997	10,713	1,788	9,776	0,797
6 anos	10,968	1,782	11,075	1,776	9,707	0,481
10 anos	11,179	1,549	11,418	1,791	9,652	0,333

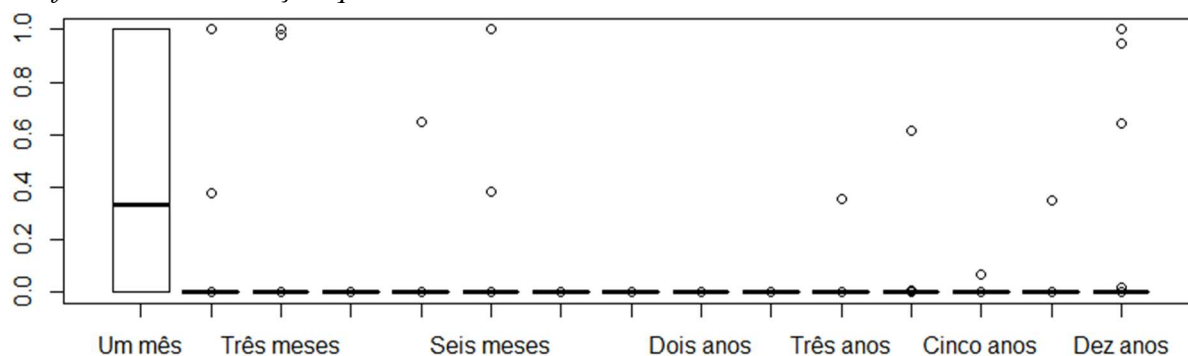
Nota: Acima foram apresentados os resultados da previsão de seis meses a frente para fora da amostra para três modelos, e para cinco períodos distintos, conforme descrito em detalhes no texto. Foram estimamos todos os modelos recursivamente respeitando o período dentro da amostra de 2 anos com término em data imediatamente anterior a data prevista.

APÊNDICE 2

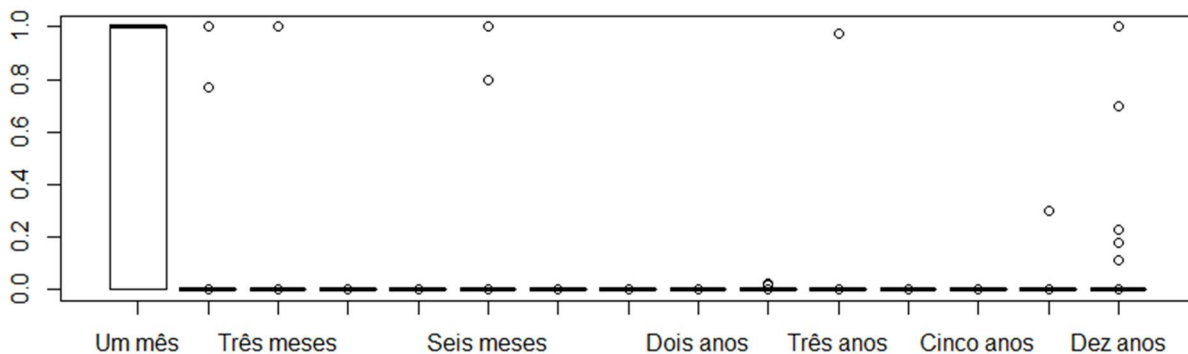
FIGURA 1

Pesos Entre as Maturidades – Portfólios Variados

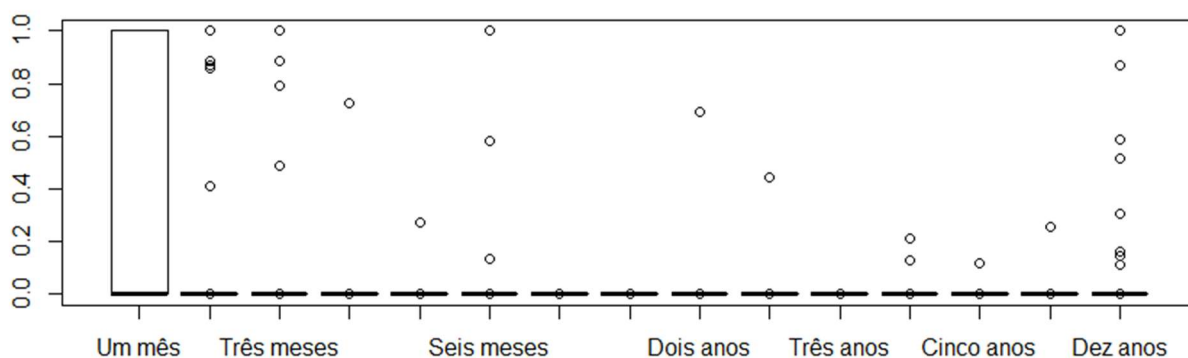
Portfólio com otimização quadrática e nível de aversão a risco de 0,1



Portfólio com otimização quadrática e nível de aversão a risco de 0,5



Portfólio com otimização quadrática e nível de aversão a risco de 1



Nota: Acima foram apresentados os pesos entre as maturidades disponíveis para três portfólios distintos. Todos os portfólios apresentam uma otimização quadrática, variando o nível de aversão a risco, respectivamente, de 0,1, 0,5 e 1. Ambas as carteiras apresentam restrição quanto a não apresentarem pesos inferiores a zeros e/ou superiores a 1 e são 100% investidos. Os objetos da otimização são minimização de risco e maximização do retorno.