Tarea 1

lunes, 30 de agosto de 2021 10:28

ID = 59 colab = 0

Horas = 3

Tarea #01

Entrega digital: Miércoles, 1 de septiembre de 2021 a las 23:00 horas en Gradescope. Se aceptarán tareas atrasadas hasta 24 horas después del plazo con una penalización de un punto.

Instrucciones: Indicar claramente en la parte superior de la tarea el ID del estudiante (por favor, no incluir el nombre), número de horas usadas en resolver la tarea y personas con las que se colaboró. No seguir estas instrucciones tendran una penalización en la nota de la tarea. Fundamentar todas sus respuestas. Ejercicios enumerados con un círculo son individuales y deben ser resueltos sin colaboración alguna (definición en el programa del curso).

1. (20 pts) *Sistemas LTI:*

   Identificar si los siguientes sistemas cumplen con cada una de las siguientes propiedades: Lineal, Invariante en el tiempo, LTI, Causalidad. Considerar la función $u(t)$ como la entrada y $y(t)$ la salida del sistema.

   (I) $y(t) = (t+1) - u(t)$
   (II) $y(t) = \frac{d}{dt}u(t)$

   Fundamentar (demostrar) su respuesta paso por paso. Aunque se permite colaboración se espera que cada uno pueda resolver el ejercicio claramente en forma individual.

2. (20 pts) *Linealización:*
   Linealizar los siguientes sistemas no lineales en torno a sus respectivos puntos de operación y obtener la función de transferencia en cada caso:

   a) $\ddot{y}(t) + y(t) + 1 = u(t)$ en torno a $(u_0 = 1{,}0; y_0 = 0{,}0)$
   b) $\ddot{y}^2(t) + y(t)\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t)cos(u(t))$ en torno a $(u_0 = 1{,}0; y_0 = 0{,}0)$

3. (20 pts) *Polos/ceros y ganancia estática de un sistema:*
   Identificar todos los polos y ceros (finitos) de las siguientes funciones de transferencia. En cada caso calcular la ganancia estática de los siguientes sistemas:

   a) $H(s) = \frac{1}{(s+a)^2+b^2}$, $a, b > 0$.
   b) $H(s) = \frac{s^2+2s+1}{s^2+1}$

4. (30 pts) *Python: Simulación de un péndulo invertido*

   Modele la salida del sistema del péndulo de masa puntual m y despreciando la masa de la barra (Fig. 1) linealizado, donde la entrada es el torque $\tau(t)$ y la salida es el angulo $\theta(t)$. Linealizar el sistema en torno a $\theta = 0°$ y $\theta = 30°$.

Simule (sin usar la libreria de control) y grafique la salida del sistema del péndulo (Fig. 1) linealizado ($\theta = 0°$ y $\theta = 30°$), para dos tipos de entrada: (i) una entrada de impulso unitario y (ii) para el caso de un escalón unitario. En este caso $m = 1\,kg$ y $l = 0{,}5\,m$. Los gráficos deben incluir un título, además de identificar cada eje con el nombre de la variable y las unidades utilizadas. Entregar código ordenado y con comentarios, además del gráfico impreso. ¿Se obtiene la respuesta que esperaba en cada caso? Explicar solución obtenida fundamentando su respuesta.

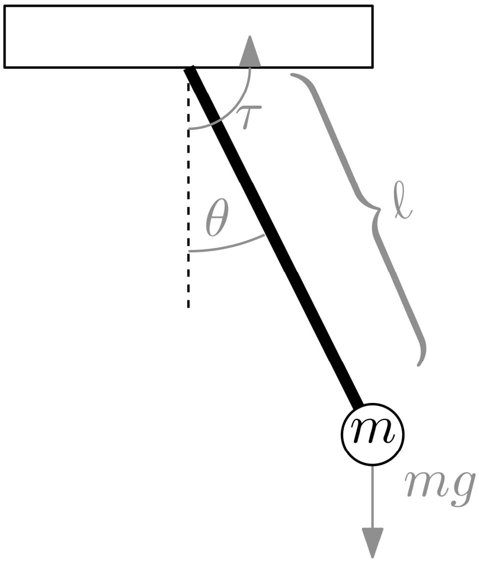


Figura 1: Péndulo

Pregunta 1

jueves, 2 de septiembre de 2021 18:00

1. (20 pts) *Sistemas LTI:*

   Identificar si los siguientes sistemas cumplen con cada una de las siguientes propiedades: Lineal, Invariante en el tiempo, LTI, Causalidad. Considerar la función $u(t)$ como la entrada y $y(t)$ la salida del sistema.

   (I) $y(t) = (t+1) - u(t)$

   (II) $y(t) = \frac{d}{dt}u(t)$

   Fundamentar (demostrar) su respuesta paso por paso. Aunque se permite colaboración se espera que cada uno pueda resolver el ejercicio claramente en forma individual.

I) $y(t) = (t+1) - u(t)$

L: a) $u_1 = (t+1) - y_1$ $\qquad \hat{u} = u_1 + u_2$

$+ u_2 = (t+1) - y_2$ $\qquad \hat{y} = y_1 + y_2$

$\hat{u} = 2(t+1) - \hat{y}$ X

b) $\alpha u = \alpha\left((t+1) - y\right)$ ✗ no es Lineal

$u(\alpha t) = (\alpha t + 1) - y(\alpha t)$

TI: $u(t+t_0) = (t+1) - y(t+t_0)$ no es TI

$\neq t+t_0$

C: Es causal, ya que no hay funciones evaluadas en $t+$--, $(t+1)$ puede ser una cond. inicial

II) $y(t) = \frac{du(t)}{dt} = \dot{u}(t)$

L: a) $y_1 = \dot{u}_1$ $\qquad \hat{y} = y_1 + y_2$

$+ y_2 = \dot{u}_2$ $\qquad \hat{u} = \dot{u}_1 + \dot{u}_2$

$y_1 + y_2 = \dot{u}_1 + \dot{u}_2$

$\hat{y} = \dot{u}$ ✓

b) $\cancel{\alpha} y = \cancel{\alpha} \dot{u}$ ✓ es Lineal

TI: $y(t) = \dot{u}(t)$

$y(t+t_0) \overset{?}{=} \dot{u}(t+t_0)$ ✓ es TI

C: Hay causalidad ya que no hay funciones evaluadas en $t+$--

Pregunta 2

jueves, 2 de septiembre de 2021 18:00

② (20 pts) *Linealización:*
Linealizar los siguientes sistemas no lineales en torno a sus respectivos puntos de operación y obtener la función de transferencia en cada caso:

a) $\ddot{y}(t) + y(t) + 1 = u(t)$ en torno a $(u_0 = 1{,}0; y_0 = 0{,}0)$

b) $\ddot{y}^2(t) + y(t)\dot{y}(t) + y(t) = \dot{u}(t)cos(u(t))$ en torno a $(u_0 = 1{,}0; y_0 = 0{,}0)$

I) $\ddot{y}(t) + y(t) + 1 = u(t)$ $\quad U_0 = 1{,}0 \; ; \; y_0 = 0{,}0$

$$f(\ddot{y}, y, u) = f(\ddot{y}_0, y_0, u_0) + \sum_{k=\ddot{y},y,u} \frac{\partial f}{\partial k}(\ddot{y}_0, y_0, u_0)\,\Delta k$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{y}} = 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 1 \qquad \Delta\ddot{y} = (\ddot{y} - \ddot{y}_0)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = -1 \qquad \Delta y = (y - y_0)$$

$$f(\ddot{y}, \cancel{y}, u)^{0} = f(\ddot{y}_0, \cancel{y_0}, u_0)^{0} + \Delta\ddot{y}\cdot 1 + \Delta y \cdot 1 - \Delta u$$

$$\tilde{\ddot{y}} + \tilde{y} - \tilde{u} = 0$$

FT: $\quad s^2 Y(s) + Y(s) - U(s) = 0$

$$(s^2+1)\,Y(s) - U(s) = 0$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2+1} \;//$$

II. $\ddot{y}^2(t) + y(t)\dot{y}(t) + y(t) = u(t)\cos(u(t))$

$$\ddot{y}^2 + y\cdot\dot{y} + y - u\cos(u) = 0 \Rightarrow f$$

$$\frac{\partial f}{\partial \ddot{y}} = 2\ddot{y} \;/. \Rightarrow 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial \dot{y}} = y \;/. \Rightarrow 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \dot{y} + 1 \;/. \Rightarrow 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} = -1\cos(u) + u\,\mathrm{sen}(u) \;/. \Rightarrow -1\cos(1) + 1\sin(1)$$

$$0 = 0 + 0\Delta\ddot{y} + 0\Delta\dot{y} + 1\Delta y + (\sin(1) - \cos(1))\,\Delta u$$

$$0 = \tilde{y} + (\sin 1 - \cos 1)\,\tilde{u}$$

FT: $\quad Y(s) + (\sin 1 - \cos 1)\,U(s) = 0$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = (\cos 1 - \sin 1) \;//$$

Pregunta 3

jueves, 2 de septiembre de 2021 18:01

③ (20 pts) *Polos/ceros y ganancia estática de un sistema:*
Identificar todos los polos y ceros (finitos) de las siguientes funciones de transferencia. En cada caso calcular la ganancia estática de los siguientes sistemas:

a) $H(s) = \frac{1}{(s+a)^2+b^2}$, $a, b > 0$.

b) $H(s) = \frac{s^2+2s+1}{s^2+1}$

a) $H(s) = \frac{1}{(s+a)^2+b^2}$ $a,b>0$

$H(s) = \frac{1}{s^2+2sa+a^2+b^2}$ ceros $= \{\emptyset\}$

polos: $s^2+2sa+a^2+b^2=0$

$$\frac{-\cancel{2}a \mp \sqrt{\cancel{4}a^2-\cancel{4}(a^2+b^2)}}{\cancel{2}} = -a \pm \sqrt{\cancel{a^2}-\cancel{a^2}-b^2}$$

$$= -a \pm bi$$

polo 1 $= -a+bi$

polo 2 $= -a-bi$

G.E. $\lim_{s \to 0} H(s) = \frac{1}{a^2+b^2}$

b) $H(s) = \frac{s^2+2s+1}{s^2+1}$

Ceros: $s^2+2s+1=0$

$(s+1)^2=0$ ceros $= \{-1\}$

Polos: $s^2+1=0$

$s^2=-1$ $/\sqrt{}$

$s = \pm\sqrt{-1} = \pm i$ polo 1 $= i$

polo 2 $= -i$

No existe G.E.

Pregunta 4

jueves, 2 de septiembre de 2021 18:01

4. (30 pts) *Python: Simulación de un péndulo invertido*

Modele la salida del sistema del péndulo de masa puntual m y despreciando la masa de la barra (Fig. 1) linealizado, donde la entrada es el torque $\tau(t)$ y la salida es el angulo $\theta(t)$. Linealizar el sistema en torno a $\theta = 0°$ y $\theta = 30°$.

Simule (sin usar la libreria de control) y grafique la salida del sistema del péndulo (Fig. 1) linealizado ($\theta = 0°$ y $\theta = 30°$), para dos tipos de entrada: (i) una entrada de impulso unitario y (ii) para el caso de un escalón unitario. En este caso $m = 1\,kg$ y $l = 0{,}5\,m$. Los gráficos deben incluir un título, además de identificar cada eje con el nombre de la variable y las unidades utilizadas. Entregar código ordenado y con comentarios, además del gráfico impreso. ¿Se obtiene la respuesta que esperaba en cada caso? Explicar solución obtenida fundamentando su respuesta.

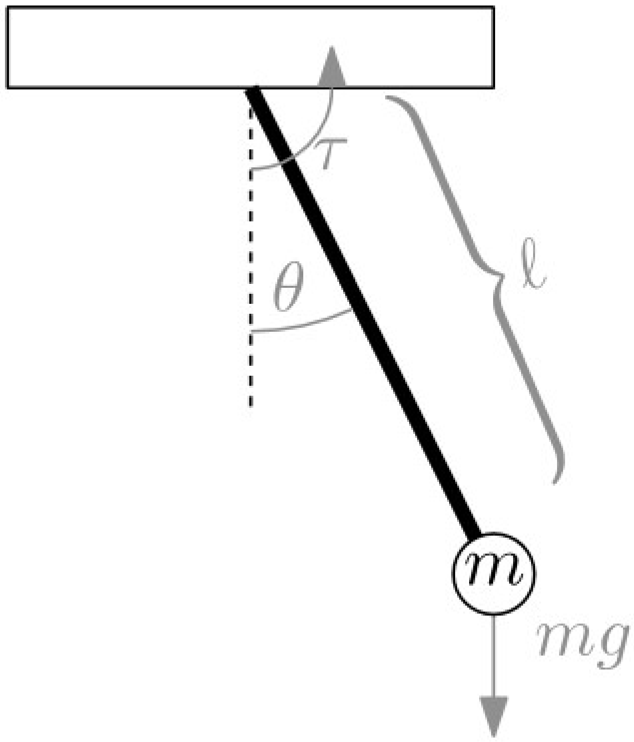
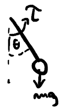


Figura 1: Péndulo



a) $\tau(t) = m \cdot g \cdot L \cdot \sin(\theta(t))$

$f = \tau - mgL\sin(\theta(t)) = 0$

$\frac{\partial f}{\partial \tau} = 1$

$$\frac{df}{d\theta} = -mgL\cos(\theta t)$$

$\mathrm{I}^{\theta=0} \Rightarrow -mgL$

$\mathrm{I}^{\theta=30} \Rightarrow -mgL \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\mathrm{I} \Rightarrow 0 = 0 + \Delta\tau - mg \cdot L \cdot \Delta\theta$

$$\tilde{\tau} = mgL\,\tilde{\theta}$$ Para $\theta = 0°$

$\mathrm{II} \Rightarrow 0 = 0 + \Delta\tau - mgL\frac{\sqrt{3}}{2}\Delta\theta$

$$\tilde{\tau} = \frac{\sqrt{3}\,mgL}{2} \cdot \tilde{\theta}$$ para $\theta = 30°$