

HW5

1. 当 n 为一较小整数时显然成立。

假设当 $n < x$ 时该式子成立，则有对于任意 k 小于 x , $T(k) < ak$ 成立，其中 a 是足够大的整数。

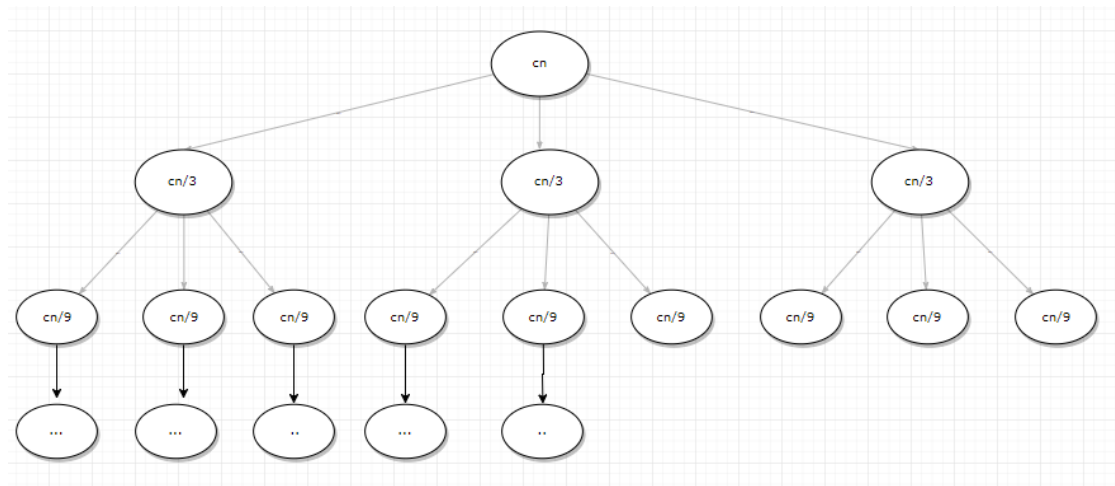
当 $x < n < 4x/3$ 时， $T(n) = T\left(\frac{3n}{4}\right) + T\left(\frac{n}{5}\right) + cn < \frac{3an}{4} + \frac{an}{5} + cn = \left(\frac{3a}{4} + \frac{a}{5} + c\right)n$

而当 a 取大于 $20 * c$ 的数字时， $\left(\frac{3a}{4} + \frac{a}{5} + c\right)n < an$, $T(n) < an = O(n)$

所以成立。

2. $T(n) = 3 * T\left(\frac{n}{3}\right) + cn$

构造递归树：



简单求和即可，树高为 $\log_3 n$ ，每层求和为 n ，所以为 $O(n \lg n)$ 。