
1 实验题目

问题描述:

给 n 个学生 $1, 2, 3, \dots, n$, m 个教授 $1, 2, 3, \dots, m$, 以及 t 个时间段 $1, 2, 3, \dots, t$ 。每个学生 u 会在某个时间点 w 想见某个教授 v , 教授 v 会根据自己在 w 时间点是否空闲决定是否见这个学生。问最多可以有多少次见面发生。

约束:

1. 一个教授不可以在相同时间内见两个或两个以上的学生
2. 一个学生不可以在同一时间见两个教授

输入可能有多组数据, 以 EOF 结尾, 每组数据格式如下:

第一行四个正整数 P 、 N 、 M 、 T 。其中 P 表示有几次会面等待安排, N 、 M 、 T 含义和题目相同。接下来 P 行, 其中第 j 行表示一次待安排的会面, 格式如下: 正整数 $u[j]$ 、 $v[j]$ 、 $w[j]$, 表示学生 $u[j]$ 在时间点 $w[j]$ 想见教授 $v[j]$ 。

输出格式如下:

对于每组数据, 输出可安排的最大会面数。

数据范围:

$1 \leq P \leq 10000$ $1 \leq N \leq 100$ $1 \leq M \leq 20$ $1 \leq T \leq 30$

2 设计思想

经过一定的转化可以将其转化为二分图匹配问题, 把每个学生的每个时间和每个教授的每个时间都看作一个节点, 若有见面需求则将其连线。所有学生的点可以在集合 A 中, 所有教授的点可以在集合 B 中, 这样集合 A 与集合 B 就构成了二分图。此时可以使用解决二分图匹配的算法解决此问题。

我们也可以使用网络流算法, 将 A 集合中的点连到源点 s 上, 将 B 集合中的点连接到汇点 t 上, 把 A 集合和 B 集合中的边改为有向边 (从 A 指向 B), 所有边的权值都设为一, 在构造出的这个图上跑最大流算法即可得到结果。

将输入转化为合理的图是解决该问题的第一步, 由于最大流算法涉及到 BFS, DFS 的搜索, 构造残差图又涉及到增删边, 所以使用邻接矩阵加邻接表 (双向数组链表实现) 的方法来实现图, 这样遍历一个点的所有邻居为 $O(\deg(v))$, 访问一条边是否存在, 增删新边均为

$O(1)$ 。效率较高。

最大流算法基于 FF 算法实现, 分别使用 Edmond-Karp 最大流算法 (即 SPFF) 和 Dinic 最大流算法跑该问题, 对比结果可以观察两个算法的效率。

3 测试结果

编译使用宏来分开编译两种算法:

使用 SPFF 最大流算法: `g++ -std=c++11 main.cpp -DXJSPFF` 使用 Dinic 最大流算法: `g++ -std=c++11 main.cpp -DXJDINIC`

输入文件为班级提供的标准测试样例, 按照 in, in-small, in-big 的问题规模分别陈述测试结果 (由于输入输出较为巨大, 无法给出具体样例, 可以在 <https://github.com/EAirPeter/2017FallAlgo/tree/master/exp1> 查看输入文件以及标准输出):

自己的输出与班级标准输出一致 (使用 diff 检查无不同), 但运行时间有所不同:

| | | |
|-----------------|------------------|------------------|
| in: | SPFF 算法: 0ms | Dinic 算法: 0ms |
| In-small: | SPFF 算法: 50ms | Dinic 算法: 55ms |
| In-big: | SPFF 算法: 18720ms | Dinic 算法: 3156ms |
| In-big: (O2 优化) | SPFF 算法: 5600ms | Dinic 算法: 2847ms |

由于 in-big 输入较大 (十万条数据), 所以开启 O2 优化。在 In-big 样例运行时, 有 2300ms 左右的时间都用来读取输入, 所以实际的最大流算法还是比较理想的。也可以很明显看出, Dinic 算法在较密集图上效率吊打 SPFF 算法 (节省了五倍的时间), 但是 SPFF 算法也是 Dinic 算法的基石, 并且在稀疏图上二者效率区别不大。

4 总结与体会

此次实验实现了两种最大流算法, 加深了对最大流算法执行过程的体会, 对比算法执行时间也加深了对渐进时间复杂度的体会. 在将输入转化为图的过程中第一次使用邻接表+邻接矩阵混合表示的方法, 感觉此方法效率不错, 但是处理双向链表十分容易出错, 需要写一个模板供以后使用.