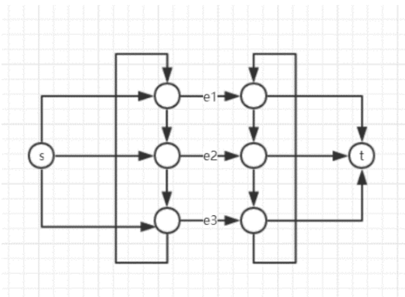
HW6

1. 解释 FF 算法在无理数情况下的不会终止的例子

    这个例子的基本想法是先构造一个满足$a_{n+2} = a_n - a_{n+1}$ 性质的数列 $\{a_n\}$，取 $a_0 = 1$, $a_1 = r$，容易求出 $a_n = r^n$，$r = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$。FF 算法可以模拟这个数列的顺序取出增广路径。可以看到这样的例子：

    e_1，e_2，e_3是连接源点 s 和汇点 t 的三条边，剩余容量分别为 a_n，a_{n+1}，0。我们可以按照e_1，e_2走正方向，e_3 走反方向的方法来构造增广路径。(因为每次新增流量少于上次新增流量，所以容量为 0 的边反向容量一定够a_{n+1})，则更新后的剩余容量就为 a_{n+2}，0，a_{n+1}。按照这种方法循环找增广路径，则可以模拟出数列 $\{a_n\}$。



在这副图中，初始情况$e_1 = 1$，$e_2 = r$，$e_3 = r^2$，为了使用上面叙述的结果，我们需要把e_1的容量更新为 0。所以首先走$p_1 = \{s, e_1, t\}$（暂时无视其他边），则此时$e_1 = 0$，$e_2 = r$，$e_3 = r^2$，开始符合我们上面的叙述。

    这样我们第二次选择路径可以获得的流量就为r^2，接着第三次第四次……为r^3，r^4 …

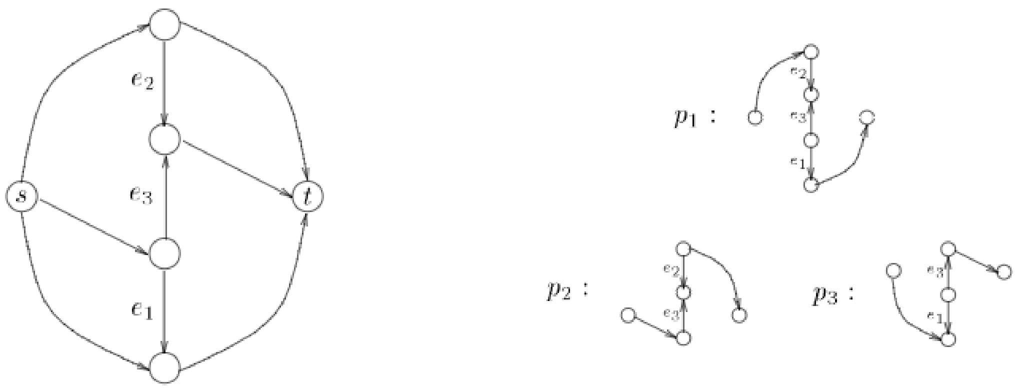
    将所有的流量求和即为$\text{man flow} = 1 + \sum_{i=2}^{\infty} r^2 = 1 + 1 = 2$。经过无限步之后才会收敛到最大流，所以算法不会终止。

2. 构造一个 FF 算法不终止的例子

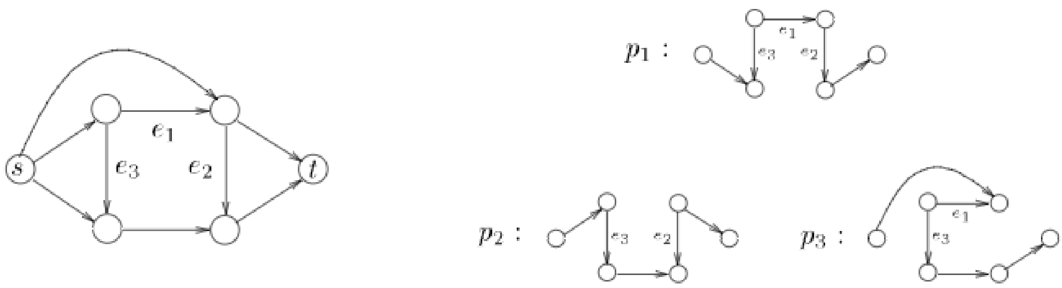
    从 1 题可以了解到，只要构造出的图每次可以取$e_1 = 0$，$e_2 = r$，$e_3 = r^2$这样的三条边就可以让 FF 算法不终止。所以例子中$e_1 = 0$，$e_2 = r$，$e_3 = r^2$这三条边的权值做一定的修改就可以再构造一个。不过这只是在原有例子上的修改，不可以称为新构造了一个例子。

    不过让我自己想例子感觉还是有点困难……

    这里有几个其他论文里的例子（下页）



$e_1=1$，$e_2=r$，$e_3=1$



$e_1=1$，$e_2=r$，$e_3=1$

3. 在第一题例子中，如果使用 SPFF 或者 WAP 算法，算法可以正确终止吗？
   SPFF 算法：使用 BFS 寻找路径，找三次之后一定会终止。
   WAP 算法：按照最宽优先原则，找三次之后也一定终止。