2024

EDS-Laborversuch 3

PRAKTIKUM EREIGNISDISKRETE SYSTEME

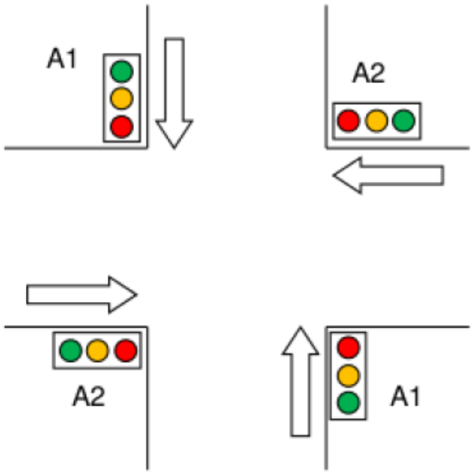
FABIAN BRZESINA

Aufgabe 1

Thema: Petri-Netze: Modellierung einer einfachen Ampelanlage

Die folgende Skizze stellt eine einfache Ampelanlage ohne Linksabbieger dar. Die Steuerung der Ampeln A1 und A2 soll als Petri-Netz entworfen und simuliert werden.

Bild:Ampelanlage



Die zu modellierende Ampelanlage weist folgende Eigenschaften auf:

- A1 sowie A2 sollen zyklisch nacheinander aktiv werden.
- A1 und A2 haben die **Zustandsfolgen**

  rot-gelb → grün → gelb → rot → . . . .

- Eine Ampel muss rot sein während die andere ihre Rotgelbphase, Grünphase oder Gelbphase hat.
- Es gibt die **Stellen**

  S1 (A1 rot-gelb), S2 (A1 grün), S3 (A1 gelb), S4 (A1 rot), S5 (A2 rot), S6 (A2 rot-gelb), S7 (A2 grün), S8 (A2 gelb)

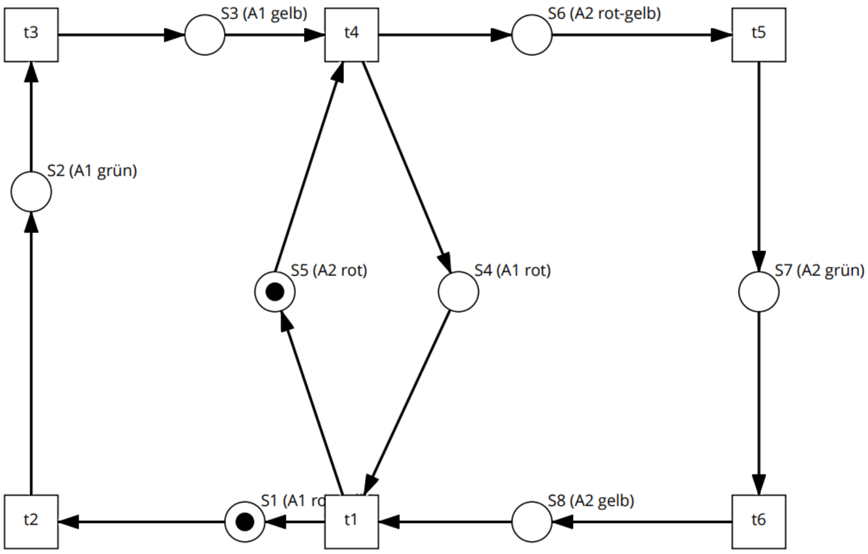
- Weiter gibt es die **Transitionen**

  t1, t2, t3, t4, t5, t6 .

- Mit Transition t1 soll S1 und S5 aktiviert werden.
- Mit den Transitionen t2 bis t6 werden die weiteren Schritte eingeleitet.

Bestimmen Sie:

a) **das Petri-Netz,**



b) **eine Anfangsmarkierung M0,**
M0 = (1 0 0 0 1 0 0 0)

c) **die Inzidenzmatrix N,**

$$O: \begin{pmatrix} 1&0&0&0&0&0\\ 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1 \end{pmatrix} - I: \begin{pmatrix} 0&1&0&0&0&0\\ 0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 1&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&1\\ 1&0&0&0&0&0 \end{pmatrix} = N: \begin{pmatrix} 1&-1&0&0&0&0\\ 0&1&-1&0&0&0\\ 0&0&1&-1&0&0\\ -1&0&0&1&0&0\\ 1&0&0&-1&0&0\\ 0&0&0&1&-1&0\\ 0&0&0&0&1&-1\\ -1&0&0&0&0&1 \end{pmatrix}$$

d) **den Erreichbarkeitsgraph,**

$$\begin{tikzcd}
m_0 = (1000\,1000) \arrow[d, "t_2"] \\
m_1 = (0100\,1000) \arrow[d, "t_3"] \\
m_2 = (0010\,1000) \arrow[d, "t_4"] \\
m_3 = (0001\,0100) \arrow[d, "t_5"] \\
m_4 = (0001\,0010) \arrow[d, "t_6"] \\
m_5 = (0001\,0001) \arrow[uuuuu, bend right=60, "t_1"']
\end{tikzcd}$$

e) **die Netzeigenschaften,**
Erreichbarkeit:
Das Netz ist Erreichbar, da von der Anfangsmarkierung M0 jede andere Markierung Mn erreicht werden kann.
Lebendig:
Das Netz ist lebendig, da jede einzelne Transition mindestens 1x schalten kann.

Deadlockfreiheit:
Das Netz ist Deadlockfrei, da es keine toten Markierungen gibt.
Umkehrbarkeit:
Das Netz ist Umkehrbar, da die Anfangsmarkierung M0 von jeder Markierung Mn aus erreicht werden kann.
Konfliktfreiheit:
Das Netz ist konfliktfrei, da keine Aktivierung einer Transition die Möglichkeit zur Schaltung einer anderen Markierung verhindert.
Begrenztheit:
Das Netz ist 1 begrenzt, da jede Stelle max. ein Token halten kann.

f) **den Schaltvektor vr mit N * vr = 0,**

$$v_R = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix} \qquad N \cdot v_R = 0$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - v_2 = 0 \\ v_2 - v_3 = 0 \\ v_3 - v_4 = 0 \\ -v_1 + v_4 = 0 \\ v_1 - v_4 = 0 \\ v_4 - v_5 = 0 \\ v_5 - v_6 = 0 \\ -v_1 \quad v_6 = 0 \end{pmatrix} \left.\begin{matrix} \Rightarrow v_1 = v_2 \\ \Rightarrow v_2 = v_3 \\ \Rightarrow v_3 = v_4 \\ \Rightarrow v_1 = v_4 \\ \Rightarrow v_1 = v_4 \\ \Rightarrow v_4 = v_5 \\ \Rightarrow v_5 = v_6 \\ \Rightarrow v_1 = v_6 \end{matrix}\right\} \text{für jedes } v_k = 1$$

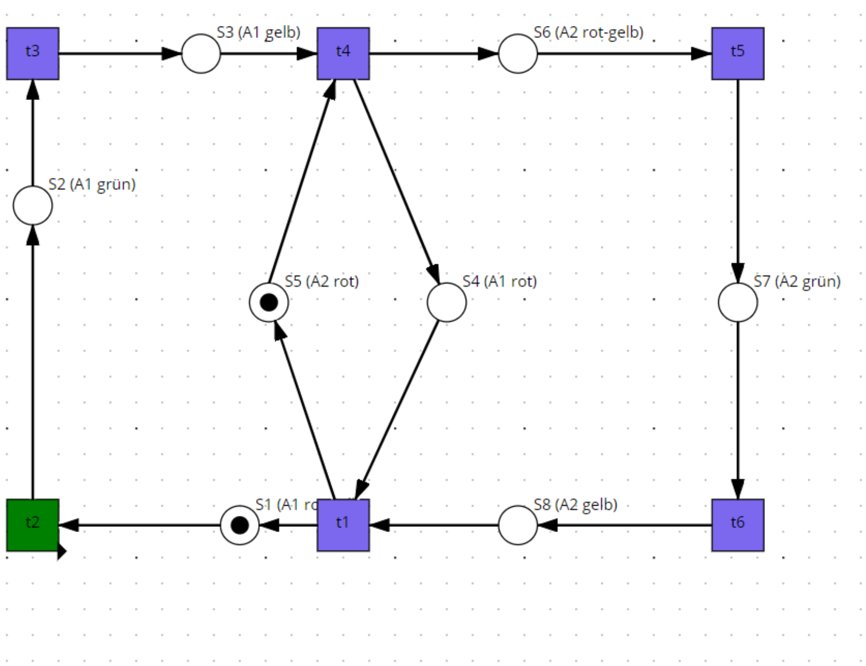
$$\Rightarrow v_R = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

g) **den Nachweis für f) über N * vr = 0 und die entsprechende Schaltsequenz σr im Erreichbarkeitsgraph dafür,**

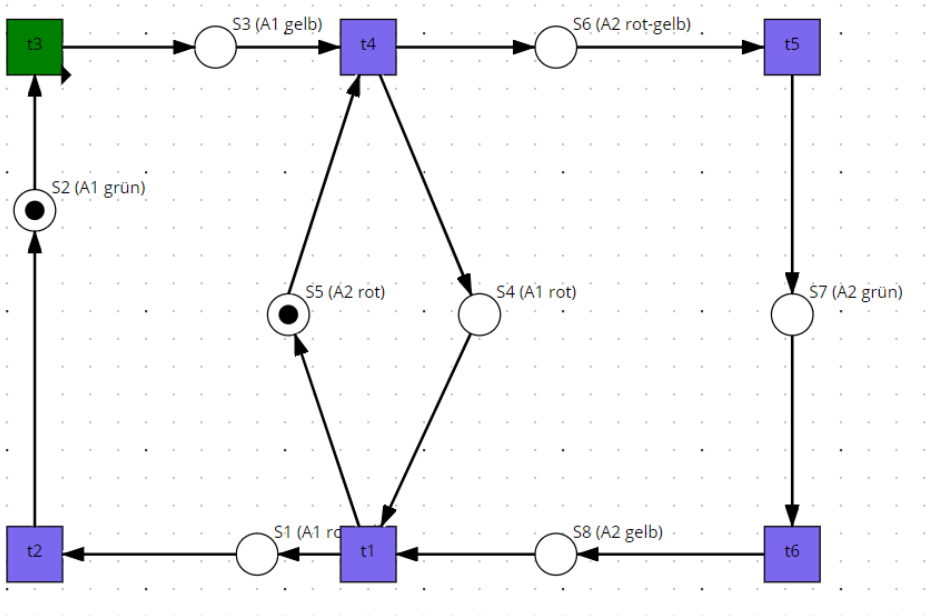
Die Reihenfolge für die Schaltsequenz ist wie folgend:

t2 → t3 → t4 → t5 → t6 → t1

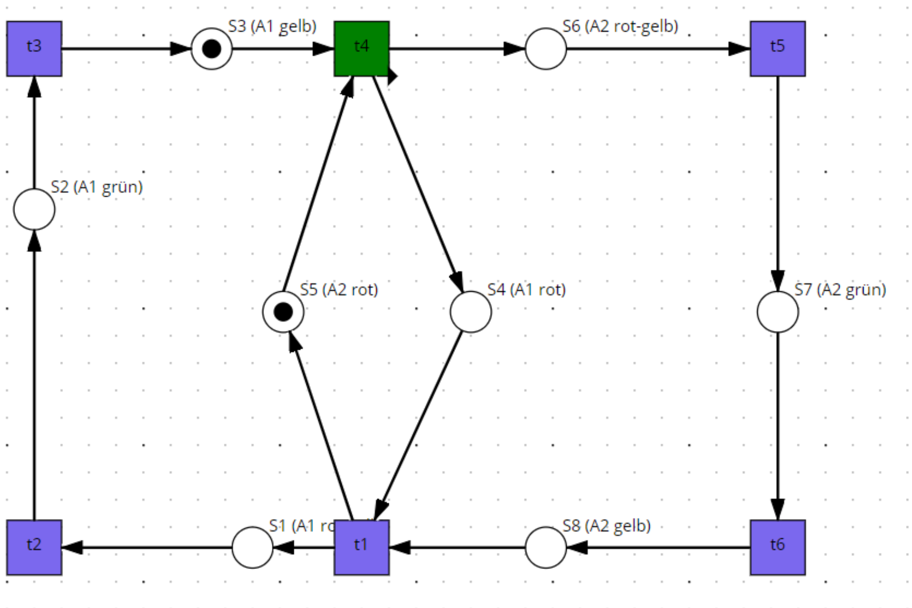
t2:



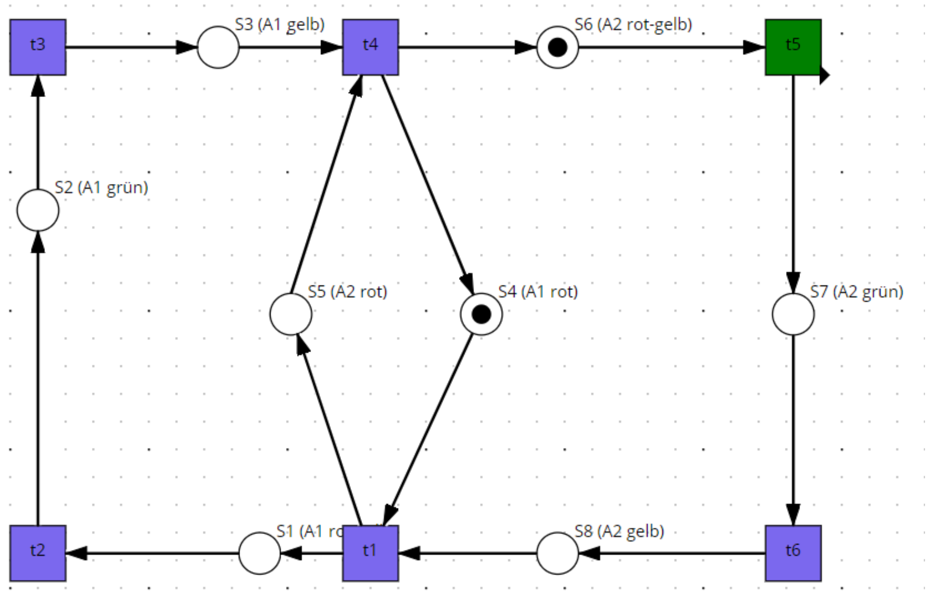
t3:


t3
S3 (A1 gelb)
t4
S6 (A2 rot-gelb)
t5
S2 (A1 grün)
S5 (A2 rot)
S4 (A1 rot)
S7 (A2 grün)
S1 (A1 ro
S8 (A2 gelb)
t2
t1
t6

t4:

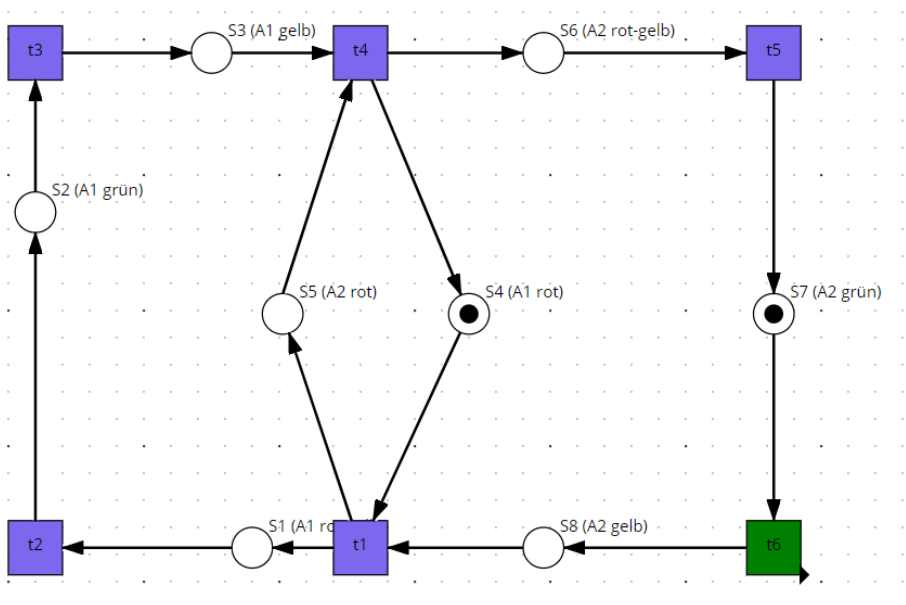

t3
S3 (A1 gelb)
t4
S6 (A2 rot-gelb)
t5
S2 (A1 grün)
S5 (A2 rot)
S4 (A1 rot)
S7 (A2 grün)
S1 (A1 ro
S8 (A2 gelb)
t2
t1
t6

t5:



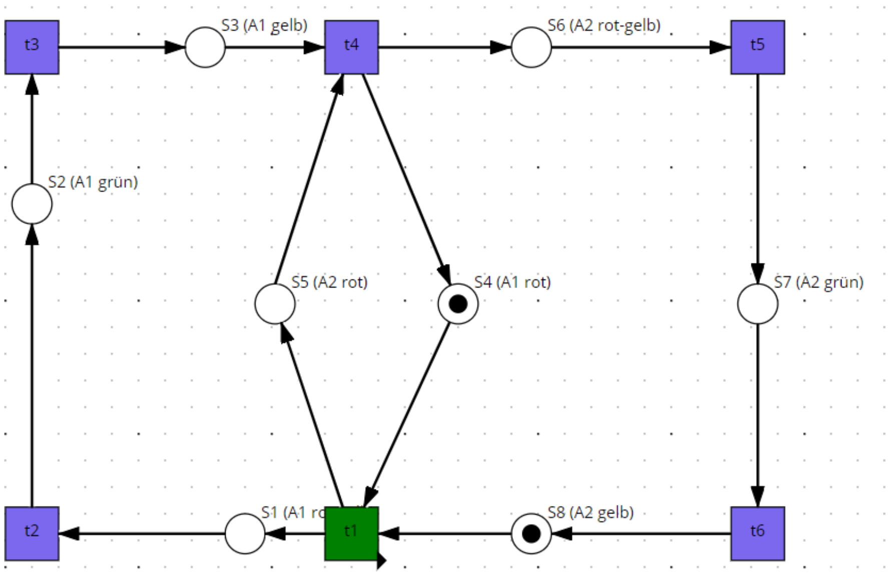
t3
S3 (A1 gelb)
t4
S6 (A2 rot-gelb)
t5
S2 (A1 grün)
S5 (A2 rot)
S4 (A1 rot)
S7 (A2 grün)
S1 (A1 ro
t1
S8 (A2 gelb)
t2
t6

t6:



t3
S3 (A1 gelb)
t4
S6 (A2 rot-gelb)
t5
S2 (A1 grün)
S5 (A2 rot)
S4 (A1 rot)
S7 (A2 grün)
S1 (A1 ro
t1
S8 (A2 gelb)
t2
t6

t1:


t3
S3 (A1 gelb)
t4
S6 (A2 rot-gelb)
t5
S2 (A1 grün)
S5 (A2 rot)
S4 (A1 rot)
S7 (A2 grün)
t2
S1 (A1 ro
t1
S8 (A2 gelb)
t6