

方法精讲-数量 1

(笔记)

主讲教师：牟立志

授课时间：2022.03.23



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 1（笔记）

【注意】

1. 课堂纪律：听懂打 1，不懂打 0；戒骄戒躁，合作共赢；提前预习，学得轻松；做好复习，学得扎实。

2. 学习任务：

（1）课程内容（是数量关系的入门，讲解三大解题方法，相对而言比较抽象，是从方法的角度讲解数量关系应该如何做题，但并不难，都是非常简单且很好认知的方法）：代入排除法、倍数特性法（存在技巧）、方程法（列方程，比较好接受）。

（2）授课时长：3 小时，根据整体情况进行调整。

（3）对应讲义：152 页～157 页。

（4）重点内容：有同学学习数量关系是一听就会、一做就废，之所以会出现这种尴尬的情况，是因为做题的时候没有形成思维，思维其实就是一种套路——遇到什么题型应该怎么想。精讲阶段讲的都是相对比较基础、容易拿分的套路题，必须得有基础，基础就是框架，课上会总结套路题目的思维，按照思路解题即可，上课的时候重点听老师如何解题。

①掌握代入排除法的适用范围及使用方法。

②掌握倍数特性法的基础知识，以及余数型和比例型的解题思路。

③掌握设未知数的技巧，熟悉不定方程的解题思路。

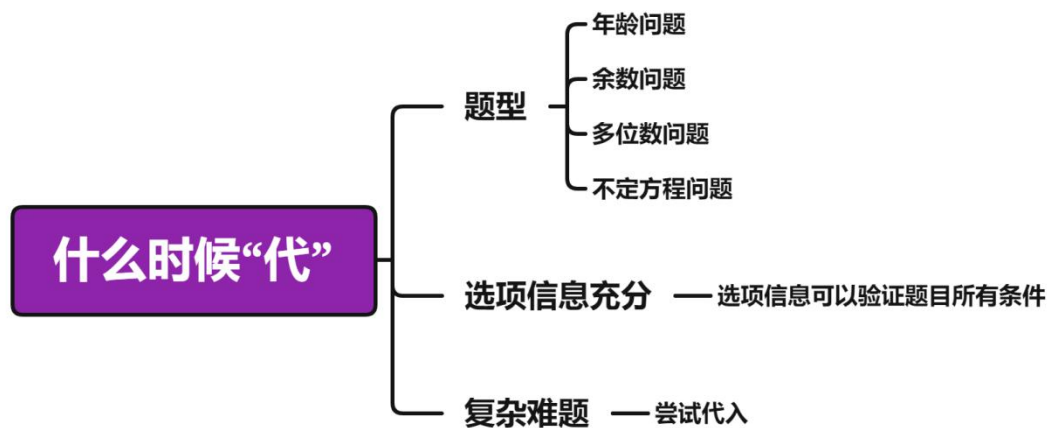
第一节 代入排除法

【注意】代入排除法（把选项代入题干，对则选，不对则排除）：并不是所有的题目都能代入求解，一套题中有 1～2 题能代出来就不错了。

1. 什么时候“代”。

2. 怎么“代”。

3. 代入排除的“逻辑”。



【知识点】什么时候“代”：分三个维度。

1. 题型：

（1）年龄问题（题干涉及年龄）：

①例：3年前张三的年龄是他女儿的17倍，3年后张三的年龄是他女儿的5倍，那么张三的女儿现在：

- | | |
|-------|-------|
| A. 2岁 | B. 3岁 |
| C. 4岁 | D. 5岁 |

答：题干都是关于年龄的表述，为年龄问题，将选项代入题干，代入的时候需要结合常识，如年龄差不变，如今年老师和A相差7岁，若干年后仍差7岁；法定婚龄必须满足客观事实，必须在满足法定婚龄之后才能结婚生子，太小或未成年则是不允许的，哪怕数据能对上也不行，因为公务员考试要符合最基本的价值观、法律和法规。问小张女儿现在的年龄，3年前女儿是存在的，故排除A、B项（3年前不能是0岁或没出生），代入C项：女儿3年前1岁，张三才17岁，这不太现实、不满足法定婚龄，排除C项，D项当选。

题干分为3年前、现在、3年后这三个时间点，代入时间点进行验证，看能否对应。考试的时候，A、B、C项明显错误，D项不需要再验证，行测题不能没有答案，验证是费劲不讨好，掉入思维的误区，若D项也验证错误，则更耽误了自己的时间。

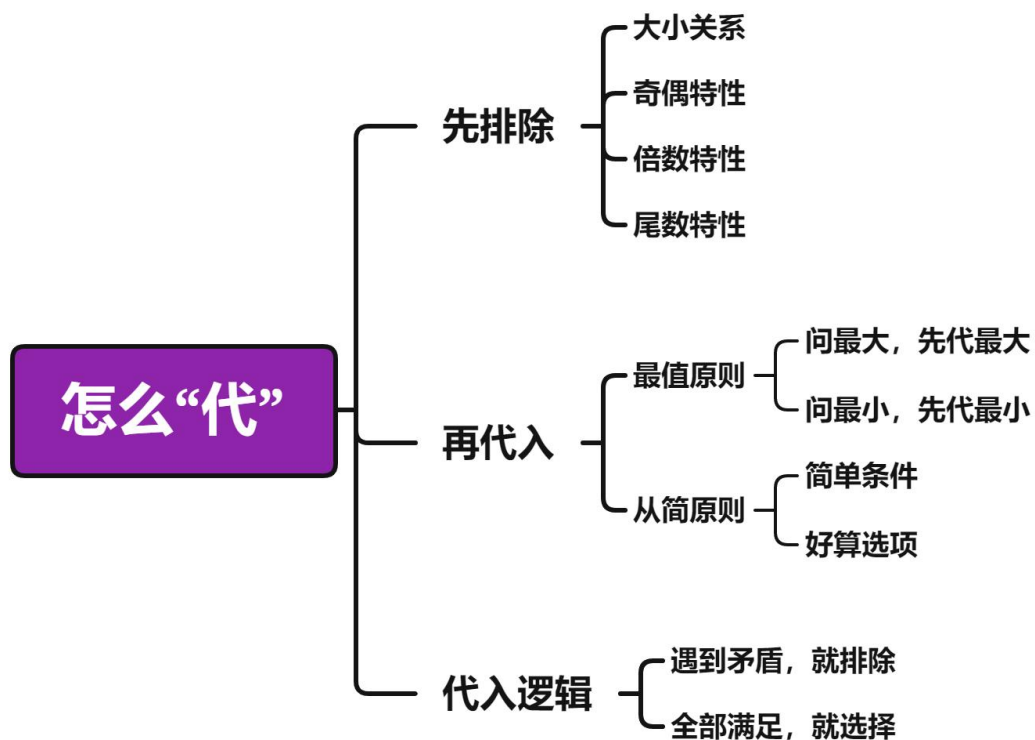
3年后指的是现在的3年后，假设小张的女儿今年5岁，则3年前为2岁，父亲为 $2 \times 17 = 34$ 岁；3年后女儿为 $5 + 3 = 8$ 岁，父亲的年龄为 $34 + 3 + 3 = 40$ 岁，40是8的5倍，满足题意。

2. 选项信息充分：选项信息可以验证题目所有条件（问法中有“分别”、“各”的字样）。

（1）选项为一组数→甲、乙两人，……，问：甲、乙分别为多少。将选项代入验证，可以将题目中所有的要求、条件都验证一遍，因为条件都是围绕这两个人展开的，故满足选项信息充分。

（2）可以转化为一组数→甲+乙=100，……，问：甲为多少。知道了甲就可以通过 100 的值反推乙，此时二者之间的条件可以验证，仍符合选项信息充分，可以代入验证。

3. 复杂难题：尝试代入，如读完题干发现数据很多、过程很复杂，想放弃，放弃之前可以尝试代入，这类题目不乏有一些“纸老虎”，尝试性代入，代不出来就放弃，如果代出来了就捡到了。



【知识点】怎么“代”：能排除先排除，不能排除再代入。

1. 先排除（先通过一些数字特性排除部分错误选项）：大小关系（如答案>10，选项为 9、10、11、12，则 9、10 可以排除）、奇偶特性（所求为偶数，可

以先排除奇数)、倍数特性、尾数特性。

2. 再代入：

(1) 最值原则：问最大，先代最大；问最小，先代最小。如老师喜欢藏私房钱，问最多藏了多少，A. 1、B. 2、C. 3、D. 4，若代入 A 项后满足题干等量关系，不敢选，因为 2、3、4 可能也满足，且均比 1 大，问最多，则从最大的开始代，若 4 满足则直接选（4 是最大的且满足题意）。

(2) 从简原则（从简单的入手）：简单条件（如题干共三个条件，条件一很难、条件二很难、条件三很简单，代入时不要优先验证条件一，建议从条件三开始代入，没有必要非得按照题干顺序代入，一定要从简单的、好验证的条件入手）、好算选项（如 A. 369、B. 400，优先代入 400 这种好算的选项）。

3. 代入逻辑：遇到矛盾，就排除；全部满足，就选择。如共有①②③三个条件，选项为 A、B、C、D 项，验证 A 项时条件①错误，就不需要再验证条件②、③，有一个矛盾就直接排除；验证 B 项时，条件①②③均正确，则 C、D 项不需要再验证，B 项一定是正确答案（答案只有一个）。

4. 总结：代入排除注意什么时候代入（从题型的维度和选项信息充分的维度出发），先根据数字特性排除，排除不了再代入（最值原则和从简原则）；遇到矛盾排除，全部满足就选。

【例 1】（2019 江苏）一只密码箱的密码是一个三位数，满足：3 个数字之和为 19，十位上的数比个位上的数大 2。若将百位上的数与个位上的数对调，得到一个新密码，且新密码数比原密码数大 99，则原密码数是：

A. 397

B. 586

C. 675

D. 964

【解析】例 1. 判定题型，本题为多位数问题，优先考虑代入排除法，“对调”条件是关键，已知将百位上的数与个位上的数对调，得到一个新密码，且新密码数比原密码数大 99，A 项：397 上的百位上的数与个位上的数对调后得到 793， $793 > 397$ ，保留；B 项：586 百位数与个位上的数对调后得到 685， $685 > 586$ ，保留；C 项：675 百位数与个位上的数对调后得到 576， $576 < 675$ ，排除；D 项：964 百位数与个位上的数对调后得到 469， $469 < 964$ ，排除。剩余 A、B 项，A 项：

则为选项信息充分。

【例 3】(2022 上海) 对于两个有序数组 (a, b) 和 (c, d) , 将 $|a-c|+|b-d|$ 称作这两个数组的距离, 那么, 在下列选项中, 与数组 $(13, 26)$ 的距离最大的是:

- A. (20, 21) B. (21, 20)
C. (22, 19) D. (23, 18)

【解析】例 3. 题干的主体为两个数组，给出二者之间的关系，考虑将选项代入题干验证所有条件，故符合选项信息充分。不要按照选项顺序一一代入，否则很麻烦，直接分析，两个距离加和，问最大，先看 D 项，23 和 13 的距离最大、18 和 26 的距离最大，则距离加和最大，当选。【选 D】

【注意】做题逻辑：选项信息充分→代入→代入前分析一下更简单，先观察，不要盲目代入。

【例 4】(2021 联考) 饲养兔子需要场地，小林准备用一段长为 28 米的篱笆围成一个三角形形状的场地，已知第一条边长为 m 米，由于条件限制第二条边长只能是第一条边长度的 $1/2$ 多 4 米，若第一条边是唯一最短边，则 m 的取值可以为：

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

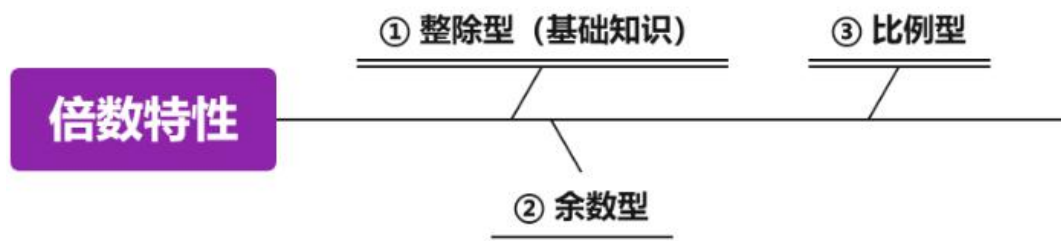
【解析】例 4. 已知第一条边长为 m 米，则第二条边长为 $(1/2*m+4)$ 米，总共有 28 米，如果知道 m 的取值，则第一条边、第二条边、第三条边的边长均可以求出，故本题选项信息充分（通过一个选项可以将所有条件验证出来），先排除再代入。已知第一条边最短，则 $m < 1/2*m+4 \rightarrow 1/2*m < 4 \rightarrow m < 8$ ，排除 C、D 项；代入 A 项， $m=6$ 时，第二条边长为 $(1/2*m+4)=1/2*6+4=7$ 米，第三条边长为 $28-6-7=15$ 米，验证能否构成三角形， $6+7 < 15$ ，即两边之和 $<$ 第三边，不满足题意，排除，B 项当选。【选 B】

【注意】

1. 做题逻辑：选项信息充分→代入→先排再代更简单。
2. 本题如果列方程求解，则比较麻烦，课后可以将做题的过程列出来，对比一下。
3. 代入排除法了解即可，考试的时候不能解决太多的问题，只能解决 1~2 道题，只是一种做题的思维，不要指望这个拿分。

第二节 倍数特性法

【注意】 倍数特性可以化繁为简，起到秒题的作用，倍数特性在 2013 年左右特别受出题老师青睐，一般设置题目都和倍数特性有关，那时候的数量关系题是有技巧的、可以直接秒、一题多解、有简单做法；随着考试不断推进，能秒杀的题目越来越少，但倍数特性也在一直考查，可能是解决某一个问题的关键，不会还不行。很早就在考查，考查比较全面。



【知识点】 倍数特性：

1. 整除型（基础知识）。

（1）记：若 $A=B \times C$ ， B 、 C 均为整数，则 A 是 B 和 C 的整数倍，如 $10=2 \times 5$ ，是 $A=B \times C$ 的形式，2 和 5 都是整数，则 10 是 2 的整数倍、也是 5 的整数倍；如 $10=2.5 \times 4$ ，2.5 不是整数，则不能说 10 是 4 的整数倍。

（2）用：平均分配→一筐苹果，平均分配给 10 个人，刚好分完，苹果个数 $=10x \rightarrow$ 总数 $=10x$ ，10 和个数都是整数，则总数是 10 的倍数。

2. 余数型。

3. 比例型。

4. 整除判定方法：

(1) 口诀（常用于 3、4、8、9）：4 和 8 考查不多。

①3/9→看各数（个位+十位+百位+千位+万位+……）加和能否被 3/9 整除，
例：12345，各位数字之和为 $1+2+3+4+5=15$ ，15 是 3 的倍数，则 12345 是 3 的倍数；15 不是 9 的倍数，则 12345 不是 9 的倍数。

②4→看数字末两位能否被 4 整除，例：12124，24 是 4 的倍数，则 12124 能被 4 整除。

③8→看数字末三位能否被 8 整除，例：12124，124 不能被 8 整除，则 12124 不能被 8 整除；10200，200 能被 8 整除，则 10200 能被 8 整除。

(2) 拆分（没口诀，常用于 7、11、13）：一个数=接近且明显能被整除±小数字，看小数字，例：427， $427=420+7$ ，420 和 7 都是 7 的倍数，则 427 是 7 的倍数； $427=440-13$ ，440 是 11 的倍数，13 不是 11 的倍数，则 427 不是 11 的倍数。

(3) 因式分解（复杂倍数，常用于 6、12、18 等）：因式分解成两个互质的数，同时满足能被这两个数整除，例：12124。

①12 拆分为 $3*4$ ，一个数如果既是 3 的倍数，又是 4 的倍数，则为 12 的倍数。

②因式分解的两个数必须互质，3 和 4 之间除了 1 之外没有其他约数，2 和 6 除了 1 之外还可以约去 2；如 18 是 2 的倍数，也是 6 的倍数，但 18 不是 12 的倍数。

③拆分和因式分解适用于所有的数字。

④18 应拆分为 $2*9$ ，不能拆分为 $3*6$ 。

一、整除型

【例 1】（2021 上海）公司购买某设备 24 套，现要登记单价，但是数据上没有标注单价，且总价第一位和最后一位模糊不清，只看到是☆579△元。则☆可能是：

- A. 3
- B. 5
- C. 7
- D. 9

【解析】例 1. 已知设备数量为 24 套，故总价一定为 24 的倍数，考虑因式

分解，24 拆分为 3×8 ，必须知道各个数位上的数字之和才可以判断 3 的倍数，故从 8 的倍数入手，8 的倍数看末三位，末三位能被 8 整除，则 $79\triangle$ 能被 8 整除，设 $79\triangle = 800 - x$ ，减去的 x 必须为 8 的倍数，则只能为 8，故 $79\triangle$ 为 792。借助 3 的倍数验证首位，后四位加和为 $5+7+9+2=23$ ， $23+\star$ 应为 3 的倍数， $23+3=26$ 不是 3 的倍数，排除 A 项； $23+5=28$ 不是 3 的倍数，排除 B 项； $23+7=30$ 是 3 的倍数，保留； $23+9=32$ 不是 3 的倍数，排除。C 项当选。【选 C】

【注意】

1. 做题逻辑：买 24 套 \rightarrow 总价为 24 的倍数。
2. 本题是正常难度，考查的是倍数判定，8 看后三位，可以确定一个未知量，然后再通过 3 进行验证。
3. 所有的数都可以拆分，8 的倍数看末三位即可，不需要拆分。

【例2】（2021北京）为响应国家“做好重点群体就业工作”的号召，某企业扩大招聘规模，计划在年内招聘高校毕业生240名，但实际招聘的高校毕业生数量多于计划招聘的数量。已知企业将招聘到的高校毕业生平均分配到7个部门培训，并在培训结束后将他们平均分配到9个分公司工作。问该企业实际招聘的高校毕业生至少比计划招聘数多多少人？

- | | |
|-------|-------|
| A. 6 | B. 12 |
| C. 14 | D. 28 |

【解析】例2. 平均分配问题，根据“将招聘到的高校毕业生平均分配到7个部门培训……将他们平均分配到9个分公司工作”，可知总人数是9和7的倍数，同时也是 $7 \times 9 = 63$ 的倍数。问实际至少比计划多多少人，要想（实际-240）最小，则实际要最小，实际是63的倍数且大于240，因此实际最小为 $63 \times 4 = 252$ 人，故所求 $= 252 - 240 = 12$ 人，对应B项。【选B】

【注意】做题逻辑：平均分配 \rightarrow 整除特性 \rightarrow 7、9的倍数 \rightarrow 63的倍数。

二、余数型

【知识点】余数型：考查转化思维，不是平均分配。

1. 记：通过“多退少补”：多几个，减掉；少几个，加上→转化为整除特性。

2. 用：平均分配，有多有少：

(1) 一筐苹果，每人分 10 个，还剩 3 个……，问：苹果个数。苹果个数-3=10 的倍数。

(2) 一筐苹果，每人分 10 个，还缺 3 个……，问：苹果个数。苹果个数+3=10 的倍数。

3. 做题核心：通过多退少补转换为整除特性。

【例1】（2021联考）不超过100名的小朋友站成一列。如果从第一人开始依次按1, 2, 3, ……，9的顺序循环报数，最后一名小朋友报的是7；如果按1, 2, 3, ……，11的顺序循环报数，最后一名小朋友报的是9，那么一共有多少名小朋友？

A. 98

B. 97

C. 96

D. 95

【解析】例1. 看到平均分配有剩余，想到多退少补，利用倍数特性做。根据“从第一人开始依次按1, 2, 3, ……，9的顺序循环报数，最后一名小朋友报的是7”，则小朋友个数-7=9的倍数，选项分别减7为91、90、89、88，只有90是9的倍数，对应B项。【选B】

【注意】

1. 做题逻辑：平均分配有剩余→多退少补，倍数特性。

2. 本题每组为9个人，根据题意也可以想到小朋友个数+2=9的倍数。

【拓展】（2016深圳）两箱同样多的蛋黄派分别分发给两队志愿者做早餐，分给甲队每人6块缺8块，分给乙队每人7块剩6块，已知甲队比乙队多6人，则一箱蛋黄派有（ ）块。

A. 120

B. 160

C. 180

D. 240

1. 记： $A/B=M/N$ ($M、N$ 最简比)，则 A 为 M 倍数， B 为 N 倍数， $A \pm B$ 为 $M \pm N$ 倍数。

2. 用：出现比例，求具体数，优先考虑倍数特性，实在不行再用方程。

(1) 例：某班男女比例为 3: 5，……，问：女生人数为多少？

A. 22

B. 23

C. 24

D. 25

答：题目出现比例，求具体人数，优先用倍数特性。①看问法，问女生，找女生有关比例；②化比例：根据题意可知，男/女=3/5；③验选项：男生是 3 的倍数，女生是 5 的倍数，则全班是 8 的倍数，女-男是 2 的倍数，只有 D 项符合题意。

(2) 怎么用：

①看问法→直接看问题的主体。

②化比例→找和其相关的比例。

③验选项→通过倍数验证选项。

3. 比例转化的“无脑方法”：

(1) 记：谁比谁，就谁除以谁，分母不动，分子：多→加、少→减。

(2) 用：

①A比B多 $\frac{3}{7}$ ， $A/B = (3+7)/7 = 10/7$ 。可以用赋值做，假设B为7，A比B多 $\frac{3}{7}$ ，则A为10。

②A比B少 $\frac{3}{7}$ ， $A/B = (7-3)/7 = 4/7$ 。

③B比A多 $\frac{3}{7}$ ， $B/A = (7+3)/7 = 10/7$ 。

④M比N少 $\frac{5}{8}$ ， $M/N = (8-5)/8 = 3/8$ 。

(3) 例：男比女少 $\frac{3}{10}$ ，则男/女=7/10。

【例1】(2019黑龙江边境) 学校买来四种教材，语文教材是其余三种的 $\frac{1}{4}$ ，数学教材是其余三种的 $\frac{3}{7}$ ，英语教材是其余三种的 $\frac{7}{13}$ ，科学教材比数学教材少30本，则数学教材有：

A. 30本

B. 60本

C. 100本

D. 200本

【解析】例1. 给比例，求具体值，优先考虑倍数特性。（1）看问法：问数学；（2）化比例：找数学有关的比例，根据题意可知，数学/其他=3/7；（3）验选项：数学是3的倍数，排除C、D项，已知“科学教材比数学教材少30本”，则数学教材不能只有30本，排除A项，选择B项。【选B】

【注意】做题逻辑：出现比例，求具体数→优先考虑倍数特性→①②③。

【例2】（2018江西法检）某高校今年共招收新生6060人，比去年增长1%，其中本科新生比去年减少5%，研究生新生比去年增加13%。那么，该高校今年本科新生有多少人？

- A. 4200
B. 4120
C. 3900
D. 3800

【解析】例2. 题目给出百分数（比例），求具体值，优先用倍数特性。（1）看问法：问今年的本科生，则只能用条件“其中本科新生比去年减少5%”， $5\% = 1/20$ ；（2）化比例：今年本科/去年本科 = $(20-1)/20 = 19/20$ ；（3）验选项：今年本科生为19的倍数，只有D项符合。【选D】

【注意】

1. 做题逻辑：出现比例，求具体数→优先考虑倍数特性→①②③。
2. 有的同学化比例为 $95/100$ ，此时还需要约分为 $19/20$ ，不如直接按照减少写成 $19/20$ 。

【例3】（2020上海）甲、乙、丙、丁四人一起去踏青，甲带的钱是另外三个人总和的一半，乙带的钱是另外三个人的 $\frac{1}{3}$ ，丙带的钱是另外三个人的 $\frac{1}{4}$ ，丁带了91元，他们一共带了多少元？

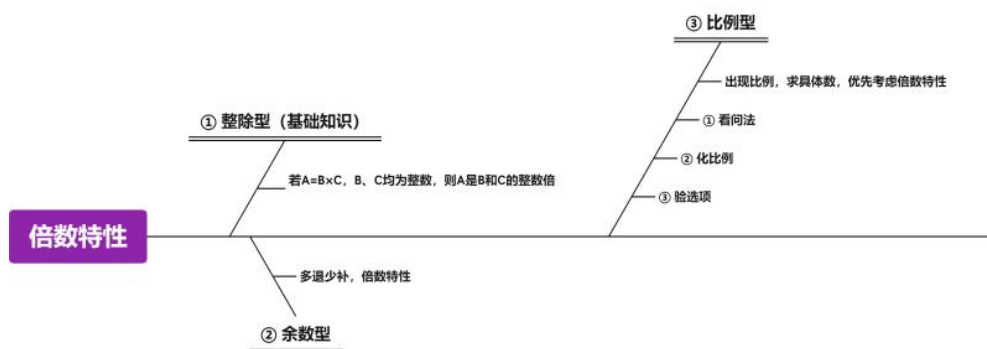
- A. 364
B. 380
C. 420
D. 495

【解析】例3. 先识别题型，给比例，求具体值，优先考虑倍数特性，三步走。
问一共带多少元，根据题意可知，甲/其他=1/2，全部=甲+其他，则全部为3的倍

数，排除A、B项；乙/其他=1/3，全部=乙+其他，全部为4的倍数，4的倍数为偶数，排除D项，选择C项。【选C】

【注意】

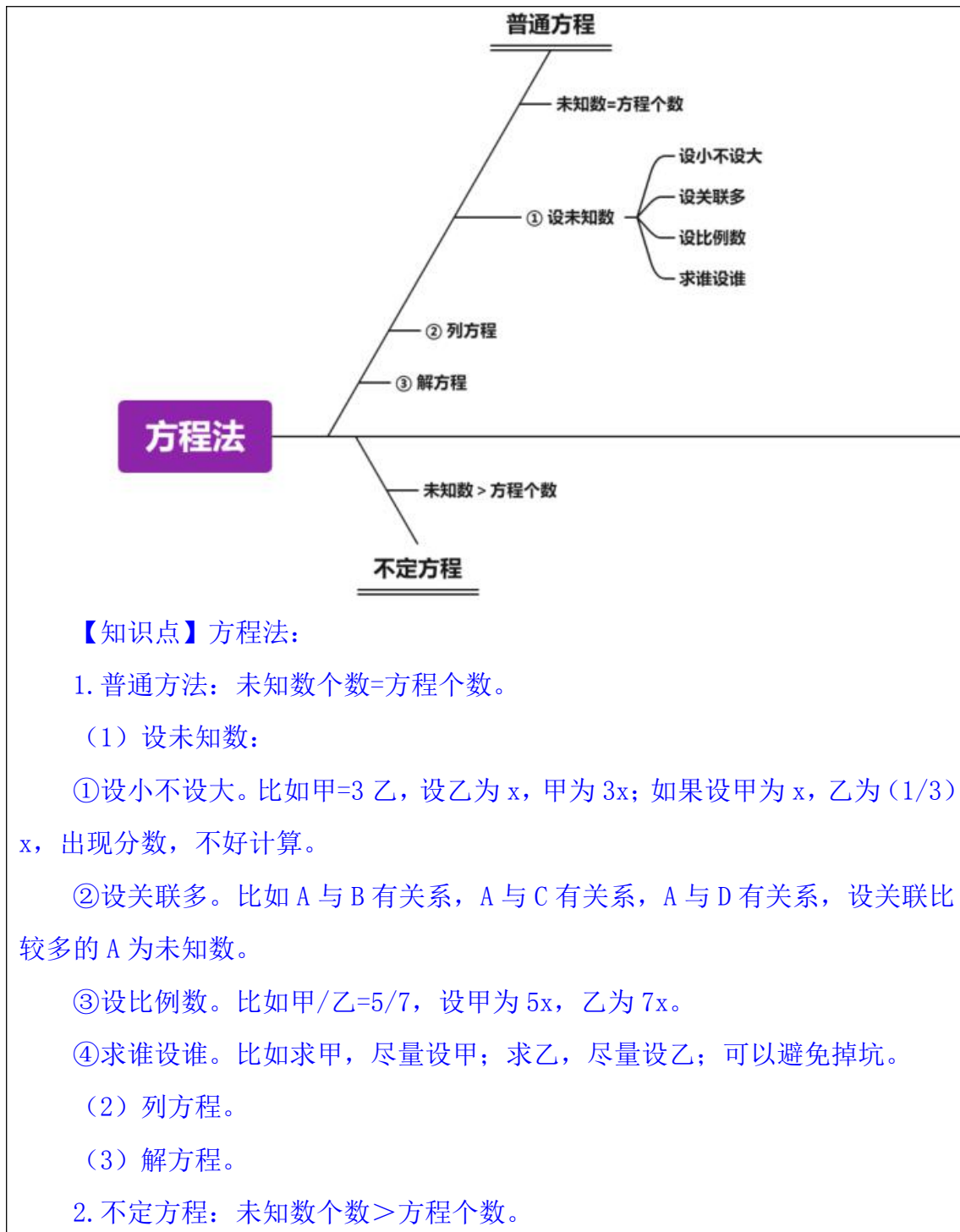
1. 做题逻辑：出现比例，求具体数→优先考虑倍数特性→①②③。
2. 钱可以不是整数，用倍数特性做不是很严谨，但是用这种方法大概率是对的，此时需要自行抉择，用数字特性做题性价比较高。



【注意】倍数特性：

1. 整除型（基础知识）：若 $A=B \times C$ ，B、C均为整数，则A是B和C的整数倍。
2. 余数型（考查不多）：多退少补，倍数特性。
3. 比例型（重点）：出现比例，求具体数，优先考虑倍数特性。
 - （1）看问法。
 - （2）化比例。
 - （3）验选项。

第三节 方程法

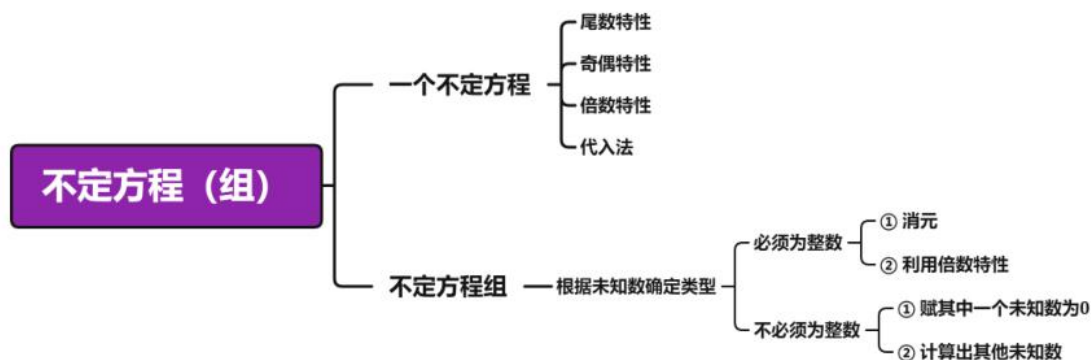


【例 1】（2021 新疆）甲、乙、丙、丁四人捐款，甲、乙、丙共捐款 240 元，甲、丙、丁共捐款 190 元，甲捐款额是丙的两倍，甲比乙少捐款 40 元。问丁捐款多少元？

- | | |
|-------|--------|
| A. 70 | B. 80 |
| C. 90 | D. 120 |

【解析】例 1. 方法一：给出很多等量关系，列方程解答。已知“甲捐款额是丙的两倍”，设丙为 x ，甲为 $2x$ ；已知“甲比乙少捐款 40 元”，则乙为 $2x+40$ ；已知“甲、乙、丙共捐款 240 元”， $2x+x+2x+40=240 \rightarrow 5x=200 \rightarrow x=40$ ，甲为 80，丙为 40，乙为 120；已知“甲、丙、丁共捐款 190 元”，丁= $190-40-80=70$ ，对应 A 项。

方法二：已知“甲捐款额是丙的两倍”，丙是 1 份，甲是 2 份，甲丙一共是 $1+2=3$ 份，甲+丙= $190-丁$ ， $190-选项$ 是 3 的倍数， $190-选项$ 分别为 120、110、100、70，只有 A 项符合。【选 A】



【知识点】不定方程（组）：

1. 一个不定方程：比如 $3x+4y=a$ ，利用数字特性。

(1) 尾数特性。

①识别： $ax+by=M$ ，当 a 或 b 尾数是 0 或 5 时，考虑尾数。

②例： $37x+20y=271$ ， $x=?$ (x 、 y 均为正整数)

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

答： y 的系数尾数为 0， $20y$ 的尾数为 0，271 的尾数为 1，则 $37x$ 的尾数为 1；排除 A、C、D 项；对应 B 项。如果改为 $37x+25y=271$ ， $x=?$ ， y 的系数尾数为 5，也可以用尾数法，需要分情况讨论， $25y$ 尾数可以为 0 (y 为偶数)、可以为 5 (y 为奇数)，可以把两边同时乘 2 为 $74x+50y=271*2$ ， $50y$ 尾数为 0， $271*2$ 尾数为 2，则 $74x$ 的尾数为 2，再代入选项验证。

(2) 奇偶特性。

①识别： $ax+by=M$ ，当 a 、 b 恰好一奇一偶时，考虑奇偶特性（从偶系数入手）。

②例： $3x+4y=25$ ， $x=?$ （ x 、 y 均为正整数）

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

答： x 、 y 的系数一奇一偶，可以利用奇偶特性。如果是 $4x+6y$ 或者 $3x+5y$ ，不可以用。从偶系数入手， $4y$ 是偶数，25 是奇数，则 $3x$ 是奇数，排除 A、C 项；剩二代一，代入 B 项， $x=3$ ， $y=4$ ，满足条件，对应 B 项。

（3）倍数特性。结论： $A+B=C$ ，如果其中两个数都有 N 因子，则另外一个一定有 N 因子。原理： $7x+3y=60 \rightarrow 7x=60-3y=3*(20-y)$ ， $7x$ 一定有 3 因子。

①识别： $ax+by=M$ ，当 a 或 b 与 M 有公因子时，考虑倍数特性。

②例： $7x+3y=60$ ， y 最大为多少？（ x 、 y 均为正整数）

A. 12

B. 13

C. 16

D. 18

答： $3y$ 、60 有 3 因子，则 $7x$ 有 3 因子，7 中没有 3 因子，则 x 是 3 的倍数， x 可能为 3、6、9、……；问 y 最大，尽量让 x 小， x 最小为 3，解得 $y=13$ ，对应 B 项。

（4）代入法。

2. 不定方程组：根据未知数确定类型。比如 $3x+4y+5z=a$ 、 $5x+3y+7z=b$ 。

（1）必须为整数：

①消元。

②利用倍数特性。

（2）不必须为整数：

①赋其中一个未知数为 0。

②计算出其他未知数。

【例 2】（2020 四川下）某人花 400 元购买了若干盒樱桃。已知甲、乙、丙三个品种的樱桃单价分别为 28 元/盒、32 元/盒和 33 元/盒，问他最多购买了多少盒丙品种的樱桃？

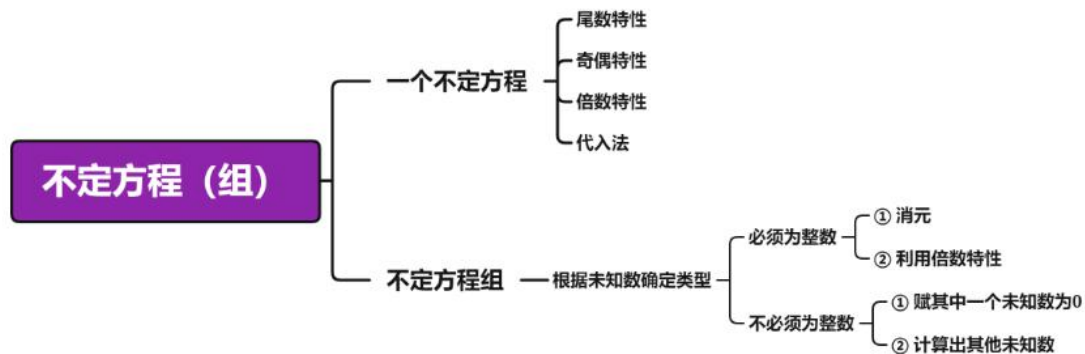
A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【解析】例 2. 给总钱数和单价，数量未知。假设甲、乙、丙数量分别为 x 、 y 、 z ， $28x+32y+33z=400$ ，三个未知数、一个方程，利用数字特性。 $28x$ 有 4 因子、 $32y$ 有 4 因子、 400 有 4 因子，则 $33z$ 有 4 因子， 33 没有 4 因子，则 z 有 4 因子， z 为 4 的倍数，只有 B 项符合。【选 B】



【知识点】不定方程组：根据未知数确定类型。

1. 必须为整数：比如人数、车的数量。

(1) 消元。比如 $3x+4y+z=38$ ①， $7x+3y+2z=89$ ②，消元的原则是求谁留谁、方便计算。假设求 y ，要把 y 留住；谁的系数小消谁（方便计算），可以消掉 z 。

(2) 利用倍数特性。

2. 不必为整数：比如时间、金钱。

(1) 赋其中一个未知数为 0。

(2) 计算出其他未知数。

【例 3】（2022 江苏）某企业年终评选了 30 名优秀员工，分三个等级，分别按每人 10 万元、5 万元、1 万元给与奖励。若共发放奖金 89 万元，则获得 1 万元奖金的员工有：

- A. 14 人
- B. 19 人
- C. 20 人
- D. 21 人

【解析】例 3. 题目给总人数和发放钱数，不知道人数分别为多少。假设三个等级人数分别为 x 、 y 、 z ， $x+y+z=30$ ①， $10x+5y+z=89$ ②，人数必须是整数，用消元法，求 z ，要留住 z 。 y 的系数小，消掉 y ，①*5 得 $5x+5y+5z=150$ ③，③-②得 $4z-5x=61 \rightarrow 8z-10x=122$ （尾数比较好看，优先看尾数，两边同乘 2）， $10x$

尾数为 0、122 尾数为 2，则 $8z$ 尾数为 2，排除 C、D 项；剩二代一，代入 A 项： $z=14$ ， $x=-1$ ，不符合，排除；对应 B 项。【选 B】

【例 4】（2019 联考）某次田径运动会中，选手参加各单项比赛计入所在团体总分的规则为：一等奖得 9 分，二等奖得 5 分，三等奖得 2 分。甲队共有 10 位选手参赛，均获奖。现知甲队最后总分为 61 分，问该队最多有几位选手获得一等奖？

- A. 3
B. 4
C. 5
D. 6

【解析】例 4. 给总人数和总分数，以及分数分配规则，不知道每种分别的人数。设一、二、三等奖的人数分别为 x 、 y 、 z ， $x+y+z=10$ ①， $9x+5y+2z=61$ ②，人数必须是整数，用消元法，求 x 要留住 x ； z 好消，消掉 z ，②-①*2 得 $7x+3y=41$ ，尾数没有 0 或 5，不能用尾数法；未知数系数均是奇数，不能用奇偶特性；没有公因子，不能用倍数特性；利用代入法。本题问最多，从最大的 D 项开始代入， $6*7=42>41$ ，排除；代入 C 项： $x=5$ ，解得 $y=2$ ， $z=3$ ，满足条件，当选。【选 C】

【拓展】（2018 上海）现有甲、乙、丙三种货物，若购买甲 1 件、乙 3 件、丙 7 件共需 200 元；若购买甲 2 件、乙 5 件、丙 11 件共需 350 元。则购买甲、乙、丙各 1 件共需（ ）元。

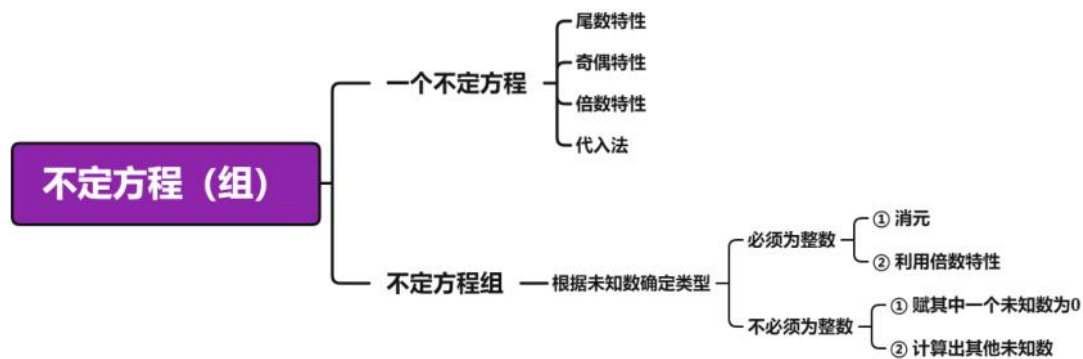
- A. 50
B. 100
C. 150
D. 200

【解析】拓展. 给件数和总钱数，不知道单价。设单价分别为 x 、 y 、 z ， $x+3y+7z=200$ ， $2x+5y+11z=350$ ，求 $x+y+z$ 。两个方程三个未知数，不定方程组问题；未知数不必须为整数，用赋 0 法。赋值系数大的未知数为 0，赋值 $z=0$ ，则 $x+3y=200$ ①， $2x+5y=350$ ②，①*2-②得 $y=50$ ， $x=50$ ， $z=0$ ， $x+y+z=50+50+0=100$ ，对应 B 项。【选 B】

【注意】

1. 有些同学利用配系数法，要求数字敏感度比较高；建议用赋 0 法。

2. 未知数没有限定，不定方程组有无数组解，但是答案是唯一的，选一组特殊的，找 z 为 0 的解。



【注意】不定方程（组）：

1. 一个不定方程：顺序为尾数→奇偶→倍数→代入。

- （1）尾数特性。
- （2）奇偶特性。
- （3）倍数特性。
- （4）代入法。

2. 不定方程组：根据未知数确定类型。

（1）必须为整数：比如人数、车的数量。

①消元：求谁留谁，消系数小的。

②利用数字特性。

（2）不必为整数：比如时间、金钱、速度。

①赋其中一个未知数为 0：尽量赋系数大的，比较好算。

②计算出其他未知数。

【答案汇总】代入排除法：1-4：BDDDB

整除型：1-2：CB

余数型：1-2：BC

比例型：1-3：BDC

方程法：1-4：ABBC

遇见不一样的自己

Be your better self