

方法精讲-数量 3

(笔记)

主讲教师：牟立志

授课时间：2022.03.24



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量3（笔记）

一、基础经济

【知识点】经济利润问题：

1. 基础经济→方法破题，考查重点，类似中小学应用题。
2. 分段计费→套路题，按照步骤做题即可。
3. 函数最值→送分题。
4. 基础经济的公式：如一双鞋官网是 500 元，双十一打 5 折，花费 250 元购得，老板告知鞋的进价是 100 元，这双鞋赚了 150 元。此处 500 元是定价，250 元是实际售价，100 元是老板成本，150 元是利润。
 - (1) 利润=售价-成本=赚-亏→列方程常用。
 - (2) 利润率=利润/成本→与资料分析中的区分开。
 - (3) 售价=成本*(1+利润率)→题干日常表述。如 100 元商品，利润率为 20%，则售价定为 120 元。再如花费 110 元卖出商品，利润率为 10%，则求得成本为 100 元。
 - (4) 总利润=单个利润*数量→涉及到数量。
 - (5) 打折：打几折就是按照原价的百分之几十出售。
5. 基础经济的方法：
 - (1) 给具体价格（售价、成本、利润），求具体价格→列方程（相对简单）。
设未知数→找等量关系（利润=售价-成本）→列方程、解方程。
 - (2) 给比例（折扣、利润率），求比例→赋值法（相对较难）。常赋值成本为 10、100 好算的数。涉及数量，赋值总成本=单个成本（10）*数量（10）。

【例 1】(2021 浙江) 超市采购一批食用油, 其中玉米油每桶进价比花生油低 20%, 若花生油利润定为进价的 24%, 玉米油利润定为进价的 30%, 则花生油比玉米油每桶售价高 10 元。问玉米油每桶比花生油进价低多少元?

- A. 10
B. 15
C. 24
D. 25

【解析】例 1. 方法一：基础经济利润问题，选择方法破题，给具体价格问

具体价格，用方程法做题。涉及到进价、利润、售价，用列表法， $\text{售价}-\text{进价}=\text{利润}$ ，设花生油进价为 $100x$ ，玉米油为 $80x$ ，花生油利润为 $100x*24\%=24x$ ，玉米油利润为 $80x*30\%=24x$ ，则花生油售价为 $124x$ ，玉米油售价为 $104x$ 。根据“花生油比玉米油油售价高 10 元钱”，列式： $124x-104x=10$ ， $20x=10$ ， $x=0.5$ ，代入数据得花生油进价为 50，玉米油进价为 40，则玉米油比花生油油进价低 $50-40=10$ 元，对应 A 项。

	售价	- 进价	= 利润
花生	124x	100x	100x × 24% = 24x
玉米	104x	80x	80x × 30% = 24x

$$124x - 104x = 10$$

$$2x = 10$$

$\lambda = 0.5$

方法二：根据“玉米油每桶进价比花生油低 20%”，说明玉米油/花生油进价=4/5，设花生油进价为 5x，玉米油进价为 4x，花生油利润为 $5x \times 24\% = 1.2x$ ，玉米油利润为 $4x \times 30\% = 1.2x$ 。题目利润相同，售价多了 10 元，说明进价也应该相差 10 元，选择 A 项。【选 A】

【例 2】(2021 广东) 某帮扶项目以每公斤 9 元的价格从农民手中收购了一批苹果, 并以每公斤 12 元 (包邮) 的价格在网上销售。售出总量的 80% 后, 价格下调为每公斤 10 元 (包邮)。运费成本为每公斤 0.1 元。全部售完后, 扣除收购成本和运费的总收益为 2.5 万元, 问这批苹果为多少吨?

- A. 5
B. 10
C. 15
D. 20

【解析】例 2. 方法一：经济利润问题，给具体数求具体数，用方程法。设苹果为 x 吨，利润=售价-成本。售价为 $12*0.8x+10*0.2x$ ，成本为 $9x+0.1x$ ，列式： $2.5 \text{ 万}=12*0.8x+10*0.2x-(9x+0.1x)=9.6x+2x-9.1x$ ， $2.5 \text{ 万}=2.5x$ ， $x=1$ 万公斤，所求单位为吨，公斤到吨有效数字没有改变，因此选择 B 项。

方法二：利润=赚-亏，1 吨=1000 公斤=2000 市斤，已知每斤赚 3 元，则赚的钱为 $3 \times 0.8x + 1 \times 0.2x$ ，亏的钱为 $0.1x$ ，列式： $2.5 = (3 \times 0.8x + 1 \times 0.2x) - 0.1x$ ， $2.5 \text{ 万} = 2.5x$ ， $x = 1 \text{ 万公斤} = 10 \text{ 吨}$ 。【选 B】

【注意】 1000 公斤=1 吨，1 万公斤=10 吨。

【例 3】(2022 北京) 商店销售某种商品, 先按定价卖了 300 件, 打七五折卖了 200 件, 后在此基础上再打八折卖完了剩下的 100 件, 总利润为总成本的 $\frac{2}{3}$ 。单件成本相当于单件定价的:

- A. 57% B. 54%
- C. 51% D. 48%

【解析】例 3. 给比例求比例，题目中可能出现很多量，还分了几个阶段，建议列表分析。经济利润中三量关系比较简单， $(\text{售价}-\text{成本}) \times \text{数量} = \text{总利润}$ 。赋值定价为 100，设进价为 x ，第一个阶段按照原价卖：售价为 100 元，数量为 300，总利润为 $(100-x) \times 300$ ；第二个阶段为 75 折：售价为 75 元，数量为 200，总利润为 $(75-x) \times 200$ ；第三个阶段为 $0.75 \times 0.8 = 0.6$ （6 折）：售价为 60，数量为 100，总利润为 $(60-x) \times 100$ 。根据“总利润为总成本的 $\frac{2}{3}$ ”，列式： $(100-x) \times 300 + (75-x) \times 200 + (60-x) \times 100 = 600x \times \frac{2}{3}$ ， $300-3x+150-2x+60-x=4x$ ， $10x=510$ ， $x=51$ ，选择 C 项。【选 C】

	售价	进价	数量	总利润
原价	$(100 - x)$	x	$\times 300$	
75折	$(75 - x)$	x	$\times 200$	
75折后再8折 64元	$(60 - x)$	x	$\times 100$	

$$800 - 3x + 150 - 2x + 60 - x = 4x$$

$$100 = 510$$

$$n = 51$$

二、分段计费

【知识点】分段计费：

1. 识别：生活中水电费、出租车计费，不同标准，收费不同，给出总用量，求总花费。

2. 方法：

(1) 找分段点。

(2) 按标准分开。

(3) 加和汇总。

3. 示例：某地出租车收费标准为：3 公里起步价 8 元；超出 3 公里的部分，每公里 2 元。志哥打车坐了 12 公里，共花费多少钱？

答：设 3 公里以内为 8 元，3 公里以外每公里为 2 元，列式： $8+9\times 2=8+18=26$ 元。

【例 1】（2021 河北）假设个人出版著作所得稿费纳税方法如下：（1）稿费不超过 800 元不纳税；（2）超过 800 元但不超过 4000 元的部分纳税 10%；（3）超过 4000 元的部分纳税 15%。已知张教授出版一部著作，纳税 620 元，则张教授的这笔稿费是多少元？

A. 9000

B. 8000

C. 7000

D. 6000

【解析】例 1. 分段点为 800、4000，0~800 不纳税，800~4000 纳税 10%，4000 以上纳税 15%。800~4000 元纳税 $3200\times 10\%=320$ ，纳税 620 说明稿费超过 4000。4000 以上纳税 $620-320=300$ 元，列式： $300=?\times 15\%$ ， $?=2000$ ，稿费为 $4000+2000=6000$ 元，选择 D 项。【选 D】

【例 2】（2021 成都事业单位）某城市天然气实行阶梯收费，第一阶梯气量为 0~500 立方米/户表（每年），气价为 1.89 元/立方米；第二阶梯气量为 501~700 立方米/户表（每年），气价为 2.27 元/立方米；第三阶梯气量为 701 立方米/户表（每年），气价为 2.84 元/立方米。如果某用户两年共缴天然气费 3082 元，问该用户两年最多用了多少立方米天然气？

A. 1400

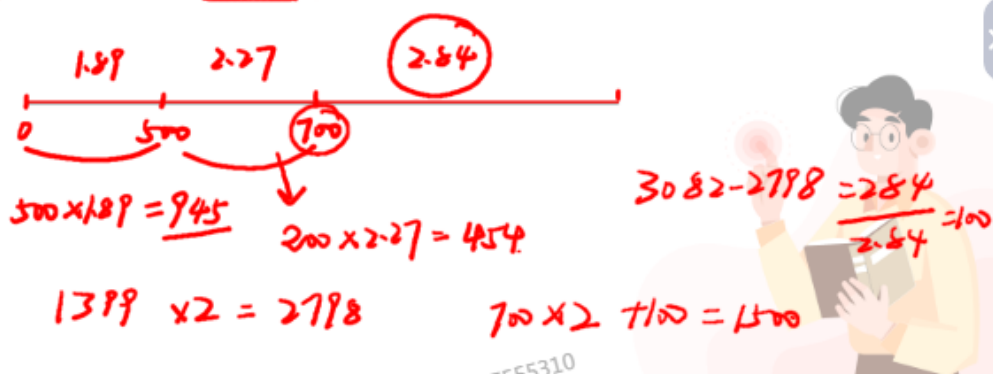
B. 1500

C. 1600

D. 1700

【解析】例 2. 已知 0~500 立方米收费 1.89, 500~700 立方米收费 2.27, 700 立方米以上收费 2.84。钱固定要想用得最多, 应该用便宜的, 即尽量用 1.89 的部分, $500 \times 1.89 = 945$, 两年都用 1.89 部分不够 3082 元。再用 2.27 部分, $200 \times 2.27 = 454$, $(454 + 945) \times 2 = 1399 \times 2 = 2798$, $2798 < 3082$, 说明一定会用到 2.84 部分, $3082 - 2798 = 284$, $284 / 2.84 = 100$, 说明 700 以后又用了 100, 两年一共用 $700 \times 2 + 100 = 1500$, 选择 B 项。【选 B】

某用户两年共缴天然气费 3082 元, 则该用户两年中最多用了多少立方米天然气?



【注意】二次函数最值:

1. 例: 志哥卖地瓜, 如果 4 元一个, 可卖 200 个。若单价每提高 0.5 元, 就会少卖 10 个, 问: 定价多少, 志哥收入最大?

答: 价钱和数量此消彼长, 价格高则卖出数量少, 价格低则卖出数量多。

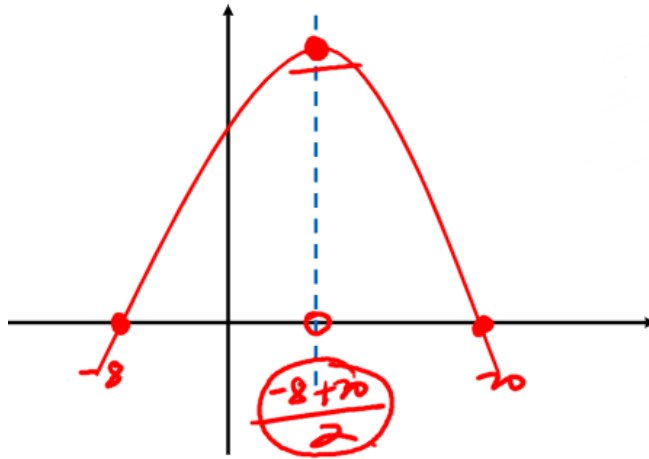
2. 方法:

(1) 第一步, 设提/降价次数为 x 。问收入最大列收入的式子, 问利润最大列利润的式子, 收入 = 单价 * 数量, 单价每次提高 0.5 元, 提价 x 次提高 $0.5x$ 元, 数量每次少卖 10 个, 提价 x 次少卖 $10x$ 个, 列式 $\rightarrow (4 + 0.5x) * (200 - 10x)$ 。

(2) 第二步, 两括号 = 0, 求 \rightarrow 解得 $x_1 = -8$, $x_2 = 20$ 。

(3) 第三步, 平均数时, 为最值 $\rightarrow (-8 + 20) / 2 = 6$, 即提价 6 次, 所求 = $4 + 0.5 * 6$ 。

3. 原理: 收入 = $(4 + 0.5x) * (200 - 10x) = -ax^2 + bx + c$, 一元二次函数, 图形是开口向下的抛物线, 存在最大值, 根据两点式, 对称轴对应最大值, $y = 0$ 时, 解得 $x_1 = -8$, $x_2 = 20$, 对称轴 = $(-8 + 20) / 2$ 。



【例 1】(2018 联考) 某苗木公司准备出售一批苗木，如果每株以 4 元出售，可卖出 20 万株，若苗木单价每提高 0.4 元，就会少卖 10000 株。问在最佳定价的情况下，该公司最大收入是多少万元？

- A. 60
- B. 80
- C. 90
- D. 100

【解析】例 1. 价格和数量此消彼长，原本每株以 4 元出售，可卖出 20 万株，若苗木单价每提高 0.4 元，就会少卖 10000 (1 万) 株，收入 = $(4 + 0.4x) * (20 - x)$ ，令两括号 = 0， $x_1 = -10$ ， $x_2 = 20$ ，平均数 = $(-10 + 20) / 2 = 5$ ，所求 = $6 * 15 = 90$ 。【选 C】

【例 2】(2020 天津事业单位) 某电脑商城出售 10 种价格档位的电脑。最低价格档位的电脑每月可售出 120 台，每台可获利 160 元。每提升一个价格档位，则月销量就会减少 10 台，但单台利润可增加 40 元。若某月该电脑商城只出售某一价格档位的电脑，则当月可获得的最大利润是多少元？

- A. 24000
- B. 25600
- C. 27040
- D. 28000

【解析】例 2. 价格和数量此消彼长，问利润最大，利润 = $(160 + 40x) * (120 - 10x)$ ，令两括号 = 0， $x_1 = -4$ ， $x_2 = 12$ ，平均数 = $(-4 + 12) / 2 = 4$ ，所求 = $320 * 80$ ，末两位为 00，尾数 2 * 尾数 8 = 尾数 6，末三位为 600。【选 B】

【练习】(2019 青海) 某企业设计了一款工艺品，每件的成本是 70 元，为

【注意】经济利润：

1. 基础经济：

（1）公式：

①利润=售价-成本=赚-亏。

②利润率=利润/成本。

③售价=成本*（1+利润率）。

④总利润=单个利润*数量。

（2）方法：

①给具体，求具体→方程。

②给比例，求比例→赋值。

2. 分段计价：

（1）识别：不同标准，收费不同，给总用量，求总花费。

（2）方法：

①找分段点。

②按标准分开。

③加和汇总。

3. 函数最值：

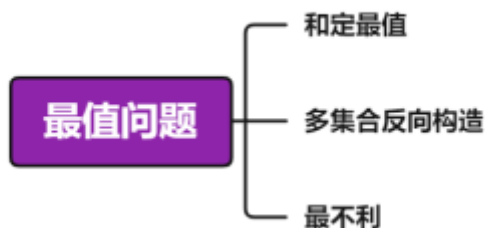
（1）识别：单价和销量此消彼长，问何时总价/总利润最高。

（2）方法：

①设提/降价次数为 x ，列式。

②两括号=0，求 x_1 、 x_2 。

③平均数时，为最值。



【注意】最值问题：考查思维。

1. 和定最值：考查多。
2. 多集合反向构造：考查少。
3. 最不利：考查少。

【注意】最不利构造（想想最倒霉）：

1. 识别：至少……才能保证……。
2. 方法：保证数=最不利数+1（最不利的理解：不够，全给你；够，少给一个气死你）。
3. 例：有 4 个红球，5 个蓝球，8 个黄球。
 - （1）问 1：至少拿几个，才能保证拿到红球？
答：先拿出 5 个蓝球，8 个黄球，最倒霉的情况=最不利数=5+8，再拿出 1 个球一定能拿出红球，保证数=最不利数+1=5+8+1。
 - （2）问 2：至少拿几个，才能保证拿到 6 个相同颜色的球？
答：先拿出 4 个红球，无法满足条件；再拿出 5 个蓝球，无法满足条件，最倒霉的情况是还拿出 5 个黄球，保证数=最不利数+1=4+5+5+1。红球不够 6 个，4 个全给你；蓝球不够 6 个，5 个全给你；黄球够 6 个，少给一个气死你，保证数=最不利数+1=4+5+5+1。
 - （3）问 3：至少拿几个，才能保证拿到 3 个相同颜色的球？
答：够，少给一个气死你，红球最多拿 2 个，蓝球最多拿 2 个，黄球最多拿 2 个，保证数=最不利数+1=2+2+2+1。

【例 1】（2020 联考）某会展中心布置会场，从花卉市场购买郁金香、月季花、牡丹花三种花卉各 20 盆，每盆均用纸箱打包好装车运送至会展中心，再由工人搬运至布展区。问至少要搬出多少盆花卉才能保证搬出的鲜花中一定有郁金香？

- | | |
|---------|---------|
| A. 20 盆 | B. 21 盆 |
| C. 40 盆 | D. 41 盆 |

【解析】例 1. 至少……才能保证……，最不利构造，最倒霉的情况是 20 盆月季花、牡丹花均拿出，保证数=最不利数+1=20+20+1=41。【选 D】

【例 2】(2017 辽宁公安) 某高校举办一次读书会共有 37 位同学报名参加, 其中中文、历史、哲学专业各有 10 位同学报名参加此次读书会, 另外还有 4 位化学专业学生和 3 位物理专业学生也报名参加此次读书会, 那么一次至少选出多少位学生, 将能保证选出的学生中至少有 5 位学生是同一专业的?

- A. 17
B. 20
C. 19
D. 39

【解析】例 2. 至少……才能保证……, 最不利构造, 最倒霉的情况是中文够 5 个只给 4 个, 历史够 5 个只给 4 个, 哲学够 5 个只给 4 个, 化学不够 5 个 4 个全给, 物理不够 5 个 3 个全给, 保证数=最不利数+1=4+4+4+4+3+1=20。【选 B】

【练习】一个纸箱中装有 43 本同样大小的教辅资料, 其中物理教辅资料 4 本, 化学教辅资料 3 本, 语数英三种教辅资料各 12 本, 那么一次至少拿出多少本教辅资料, 才能保证取的教辅资料中至少有 7 本是同一种教辅资料?

- A. 7
B. 26
C. 28
D. 29

【解析】练习. 至少……才能保证……, 最不利构造, 最倒霉的情况是物理不够 4 个全取, 化学不够 3 个全取, 语、数、英够只给 6 个, 保证数=最不利数+1=4+3+6+6+6+1=26。【选 B】

【练习】在 2011 年世界产权组织公布的公司全球专利申请排名中, 中国中兴公司提交了 2826 项专利申请, 日本松下公司申请了 2463 项, 中国华为公司申请了 1831 项, 分别排名前 3 位, 从这三个公司申请的专利中至少拿出多少项专利, 才能保证拿出的专利一定有 2110 项是同一公司申请的专利:

- A. 6049
B. 6050
C. 6327
D. 6328

【解析】练习. 至少……才能保证……, 最不利构造, 最倒霉的情况是中国华为公司不够 1831 全取, 中国中兴公司够只给 2109, 日本松下公司够只给 2109, 保证数=最不利数+1=2109+2109+1831+1, 尾数 9+尾数 9+尾数 1+尾数 1=尾数 0。

【选 B】

【注意】构造数列（和定最值）：考查多。

1. 识别：和一定，求某个主体的最大值、最小值，此消彼长。志+照=100，和一定，要使志最多，则照最少，志=100，照=0；和一定，要使志最少，则照最多，志=0，照=100。

2. 方法：

（1）定位→确定求谁的什么值。

（2）反向→若求最大，其他尽可能小，从最小的开始构造，根据名次分为 1、2、3、4，求第 1 名的最大值，其他尽可能小，从最小的开始构造，第 4 名最小是 1，第 3 名最小是 2，第 2 名最小是 3；若求最小，其他尽可能大，从最大的开始构造，根据名次分为 1、2、3、4，求第 4 名的最小值，其他尽可能大，从最大的开始构造，第 1 名最大是 100，第 2 名最大是 99，第 3 名最大是 98；注意：看题干是否有“各不相同”，没说，可以默认相同。

（3）求解→若结果不为整数，反向取整，最大为 7.2，向下取整取 7；最小为 7.2，向上取整取 8。

3. 例：

（1）要把 19 个苹果分给 4 个人，每人分的数量都不一样。则分得最多的人最少分几个？

答：和一定（19 个苹果），求某个主体的最大值、最小值，和定最值问题。

①定位：根据名次分为 1、2、3、4，求分得最多的人的最小值，设第 1 名最小为 x 。②反向：和一定，此消彼长，求第 1 名的最小值，其他尽可能大，从最大的开始构造，每人分的数量都不一样，且不能比第 1 名 x 大，第 2 名最大是 $x-1$ ，第 3 名最大是 $x-2$ ，第 4 名最大是 $x-3$ 。③求解： $x+x-1+x-2+x-3=19$ ， $4x=25$ ， $x=6^+$ ，苹果无法分半个，最小值是 6^+ ，向上取整取 7。

1	2	3	4
x	$x-1$	$x-2$	$x-3$

$= 19$

(2) 要把 19 个苹果分给 4 个人，则分得最多的人最少分几个？

答：①定位：问分得最多的人最少分几个，设第 1 名最小为 x 。②反向：未提及互不相同，默认可以相同，求第 1 名最小，其他尽可能大，从最大的开始构造，第 2 名最大是 x ，第 3 名最大是 x ，第 4 名最大是 x 。③求解： $x+x+x+x=19$ ， $4x=19$ ， $x=4^+$ ，问最少向上取整取 5。

1	2	3	4
x	$+x$	$+x$	$+x = 19$

(3) 要把 19 个苹果分给 4 个人，每人分的数量都不一样。则分得最少的人最多分几个？

答：①定位：问分得最少的人最多分几个，设第 4 名最大为 x 。②反向：求第 4 名最大，其他尽可能小，从最小的开始构造，第 3 名最小是 $x+1$ ，第 2 名最小是 $x+2$ ，第 1 名最小是 $x+3$ 。③求解： $x+x+1+x+2+x+3=19$ ， $4x+6=19$ ， $4x=13$ ， $x=3^+$ ，问最多向下取整取 3。

1	2	3	4
$x+3$	$x+2$	$x+1$	x

(4) 要把 19 个苹果分给 4 个人，志哥分得比其他人都多。则志哥最少分几个？

答：志哥分得比其他人都多是唯一值，求第 1 名最小，其他尽可能大，从最大的开始构造，未提及互不相同，默认可以相同，第 2 名、第 3 名、第 4 名最大均是 $x-1$ ， $x+x-1+x-1+x-1=19$ ， $4x-3=19$ ， $4x=22$ ， $x=5^+$ ，问最少向上取整取 6。

1	2	3	4
x	$x-1$	$x-1$	$x-1 = 19$

【例 1】(2022 上海) 某单位进行了一次绩效考评打分，满分为 100 分。有 5 位员工的平均分为 90，而且他们的分数各不相同，其中分数最低的员工得分为

77 分，那么排第二名的员工至少得多少分（员工分数取整数）

- A. 90
B. 92
C. 94
D. 96

【解析】例 1.5 位员工的平均分为 90，总分是 $5 \times 90 = 450$ 分，和一定，求某个数值的最大值、最小值。（1）定位：求排第二名的员工至少得多少分，设第 2 名最小是 x ，第 5 名是 77，求第 2 名最小，其他尽可能大，从最大的开始构造。

(2) 构造：第 1 名最大是 100，第 3 名最大是 $x-1$ ，第 4 名是 $x-2$ 。(3) 求解：
 $100+x+x-1+x-2+77=450$ ， $3x=276$ ，解得 $x=92$ 。【选 B】

1	2	3	4	5
100	+ x	+ x-1	+ x-2	+ 77

【例 2】(2020 联考) 从某物流园区开出 6 辆货车, 这 6 辆货车的平均装货量为 62 吨。已知每辆货车载重量各不相同且均为整数, 最重的装载了 71 吨, 最轻的装载了 54 吨。问这 6 辆货车中装货第三重的卡车最少要装多少吨?

- A. 59
B. 60
C. 61
D. 62

【解析】例 2. 分析题意可知，6 辆车载货总量为 $6 \times 62 = 372$ 吨，和一定，求某个数值的最大值或最小值，(1) 定位：要求装货第三重的卡车最少要装多少吨，设为 x 。(2) 反向：要使装货第三重的卡车载重尽量小，则其他货车装载量应尽量多，已知最重的装载了 71 吨，最轻的装载了 54 吨，由于每辆货车载重量各不相同，排名第二的要尽量大，不能大于 71，则比 71 少 1，为 70；排名第四的不能超过 x ，则比 x 少 1，为 $x-1$ ；同理，排名第五的为 $x-2$ ；(3) 加和： $71+70+x+(x-1)+(x-2)+54=372 \rightarrow 3x=180 \rightarrow x=60$ ，对应 B 项。【选 B】

1	2	3	4	5	6
71	70	7	7 -1	7 -2	54

【注意】

1. 排名第五的载重量应该尽可能大，若只比排名第六的载重量多 1 吨，则不是“尽可能大”。

2. 反向构造：要构造最大的，则从最大的往小了找；要构造最小的，则从最小的往大了找。

3. 要构造最大的，则从最大的往小了找，比 71 小 1 的为 70，比 x 小 1 的为 $x-1$ ，比 $x-1$ 小 1 的为 $x-2$ 。

【例 3】（2021 广东）某街道服务中心的 80 名职工通过相互投票选出 6 名年度优秀职工，每人都只投一票，最终 A、B、C、D、E、F 这 6 人当选。已知 A 票数最多，共获得 20 张选票；B、C 两人的票数相同，并列第 2；D、E 两人票数也相同，并列第 3；F 获得 10 张选票，排在第 4。那么 B、C 获得的选票最多为多少张？

A. 11

B. 12

C. 13

D. 14

【解析】例 3. 分析题意可知，一共有 80 张选票，A 获得 20 张选票，B、C 票数相同且均排名第 2，D、E 并列第 3，F 排名第 6 且有 10 张票，要求 B、C 获得的选票最多，则其余人获得的选票应尽可能小，故从最小的往大了想，D、E 获得的票数最少为 $10+1=11$ 张，设 B、C 票数为 x ，列式： $20+x+x+11+11+10=80 \rightarrow 2x+52=80 \rightarrow 2x=28 \rightarrow x=14$ ，对应 D 项。**【选 D】**

多少张？

A	B	C	D	E	F
20	x	x	11	11	10

$2x + 52 = 80$
 $2x = 28$
 $x = 14$

id:57096555

【注意】 首先需要满足排名第 4 的有 10 张票。

【例 4】（2019 江西法检）某高校计划招聘 81 名博士，拟分配到 13 个不同的院系，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名？

- A. 6
B. 7
C. 8
D. 9

【解析】例 4. 和定，求某个主体的最大值或最小值，为构造数列问题，要求院系 A 分得的博士人数尽量少，则其他院系分得的博士人数应尽量多，故从大往小看，设院系 A 分得的博士人数为 x ，则排名第二的分得博士人数为 $(x-1)$ ，由于没有“各不相等”的要求，则可以都相等，不需要将格子都画出来（老师上课画出来是为了让大家看起来更直观），列式： $x+12*(x-1)=81 \rightarrow 13x=93 \rightarrow x=7$ 。几，问至少，反向取整，为 8 名，C 项当选。【选 C】

[illegible]

$$x + 12(x-1) = 81$$

【注意】

1. 和一定，此消彼长，要求所求量最大，则其他量应尽量小，如一共有 100 元，A 想多拿则 B 少拿，A 想少拿则 B 多拿。
2. 反向：要想其他量尽可能小，则从小往大构造；要想其他量尽可能大，则从大往小开始构造。注意题干是否有“各不相同”，没说，则默认可以相同。
3. 已知第一名为 100、第四名为 10，要想第二名和第三名尽可能大，且彼此不同，则从大往小构造，分别为 99、98；要想第二名和第三名尽可能小，则从小往大构造，分别为 12、11。
4. 假设第一名为 x ，要想第二名、第三名、第四名尽可能大，彼此之间各不相同，则从最大的开始构造，分别为 $x-1$ 、 $x-2$ 、 $x-3$ ；假设第四名为 x ，要想第一名、第二名、第三名尽可能小，则从最小的开始构造，分别为 $x+3$ 、 $x+2$ 、 $x+1$ 。

【练习】(2018 四川下)企业今年从全国 6 所知名大学招聘了 500 名应届生，从其中任意 2 所大学招聘的应届生数量均不相同。其中从 A 大学招聘的应届生数量最少且正好为 B 大学的一半。从 B 大学招聘的应届生数量为 6 所大学中最多的。则该企业今年从 A 大学至少招聘了多少名应届生？

- A. 48
B. 47
C. 46
D. 45

【解析】拓展. 排名第一的为 B 大学, 要求 A 大学招聘人数最少, 则放在排名第六的位置, 故其他大学招聘人数应尽可能多, 已知 A 大学招聘人数为 B 大学的一半, 设 A 大学招聘人数为 x , 则 B 大学招聘人数为 $2x$, 抓住最大的, 往小了找, 注意彼此之间各不相同, 故排名第二、第三、第四、第五的大学招聘人数分别为 $2x-1$ 、 $2x-2$ 、 $2x-3$ 、 $2x-4$, 列式: $11x-10=500 \rightarrow 11x=510 \rightarrow x=46$. 几, 问最少, 反向取整, B 项当选。【选 B】

1	2	3	4	5	6
$2x$	$2x-1$	$2x-2$	$2x-3$	$2x-4$	x

三、多集合反向构造

【知识点】多集合反向构造（送分题，考查很少）：

1. 识别：都（同时、共同）……至少……。
2. 常规方法：反向（“喜欢”的反向是“不喜欢”）→求和→作差。
3. 例：30 名学生，其中 23 名小来，20 名喜欢小照，18 名喜欢帅志，问三人都喜欢的至少有多少人？。

答：问三个人都喜欢的最少，总数固定，列式：总数-不喜欢=30-不喜欢，总数固定，要求都喜欢的最少，则要使不喜欢的人尽可能多，不喜欢小来、小赵、帅志的分别有 $30-23=7$ 人、 $30-20=10$ 人、 $30-18=12$ 人，如果存在交集，则不喜欢的人数会变小，要使不喜欢的人数最多，则三部分没有交集，列式： $30-(7+10+12)$ 。

4. 问都喜欢的人最少，则为 0 人，但题目一般不这么考。

【例 1】(2021 广东选调) 某单位在网上办公系统传阅了 15 份文件，甲阅读了 9 份，乙阅读了 12 份，丙阅读了 10 份，则甲、乙、丙三人共同阅读过的文件至少有多少份？

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

【解析】例 1. 本题为多集合反向构造问题。

方法一：反向：甲、乙、丙没阅读的文件数分别为 $15-9=6$ 、 $15-12=3$ 、 $15-10=5$ ；所求 $=15-(5+6+3)=1$ ，对应 B 项。

方法二：三个主体，代入公式： $A+B+C-2*全部=9+12+10-2*15$ ，直接看尾数，尾 1-尾 0=尾 1，B 项当选。【选 B】

【例 2】(2022 江苏) 某机构对全运会收视情况进行调查，在 1000 名受访者中，观看过乒乓球比赛的占 87%，观看过跳水比赛的占 75%，观看过田径比赛的占 69%。这 1000 名受访者中，乒乓球、跳水和田径比赛都观看过的至少有：

- A. 310 人
B. 440 人
C. 620 人
D. 690 人

【解析】例 2. 本题为多集合反向构造问题。

方法一：观看过乒乓球比赛、跳水比赛、田径比赛的人数分别为 $1000*87\%=870$ 、 $1000*75\%=750$ 、 $1000*69\%=690$ ；反向：没观看过乒乓球比赛、跳水比赛、田径比赛的人数分别为 $1000-870=130$ 、 $1000-750=250$ 、 $1000-690=310$ ；所求 $=1000-(130+250+310)=310$ ，对应 A 项。

方法二：三个主体，代入公式： $A+B+C-2*全部=87\%+75\%+69\%-2*100\%$ ，用尾数法计算，尾 1-尾 0=尾 1，尾 1*1000，则 0 前面的数为 1，A 项当选。【选 A】

【例 3】(2021 西安事业单位) 某中学有 68% 的同学参加体育兴趣小组、有 75% 的同学参加语文兴趣小组、有 74% 的同学参加数学兴趣小组，则该校学生中同时参加这三个兴趣小组的同学所占百分比至少是：

- A. 19% B. 17%
- C. 21% D. 15%

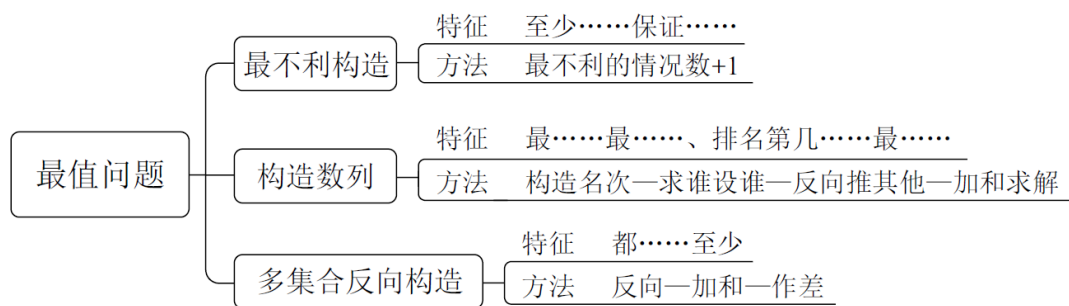
【解析】例 3. 本题为多集合反向构造问题。

方法一：总数为 100%，反向：没参加过体育兴趣小组、语文兴趣小组、数学兴趣小组的占比分别为 $100\%-68\%=32\%$ 、 $100\%-75\%=25\%$ 、 $100\%-74\%=26\%$ ；所求 $=100\%-(32\%+25\%+26\%)=17\%$ ，对应 B 项。

方法二：三个主体，代入公式： $A+B+C-2*全部=68\%+75\%+74\%-2*100\%$ ，答案尾数为7，B项当选。【选B】

【知识点】多集合反向构造（求交集最小）：“都”的本质是交集、“至少”就是最小值。

1. 识别：都……至少……。
2. 常规方法：反向→求和→作差。
3. 无脑公式：“全部”就是全部的数量、总体。
 - (1) $(A \cap B)_{\text{最小}} = A + B - \text{全部}$ 。
 - (2) $(A \cap B \cap C)_{\text{最小}} = A + B + C - 2 * \text{全部}$ 。
 - (3) $(A \cap B \cap C \cap D)_{\text{最小}} = A + B + C + D - 3 * \text{全部}$ 。
 - (4) $(A \cap B \cap C \cap D \cap E)_{\text{最小}} = A + B + C + D + E - 4 * \text{全部}$ 。



【注意】 最值问题:

1. 最不利构造：
 - (1) 特征：至少……保证……。
 - (2) 方法：最不利的情况数+1。

2. 构造数列：

- (1) 特征：最……最……、排名第几……最……。
- (2) 方法：构造名次→求谁设谁→反向推其他→加和求解。

3. 多集合反向构造：

- (1) 特征：都……至少……。
- (2) 方法：反向→加和→作差。

【练一练】(2018 广东) 某软件公司对旗下甲、乙、丙、丁四款手机软件进行使用情况调查，在接受调查的 1000 人中，有 68%的人使用过甲软件，有 87%的人使用过乙软件，有 75%的人使用过丙软件，有 82%的人使用过丁软件。那么，在这 1000 人中，使用过全部四款手机软件的至少有（ ）人。

- A. 120
- B. 250
- C. 380
- D. 430

【解析】练一练. 问交集的最小值，四个主体，代入公式： $A+B+C+D-3*全部=68\%+87\%+75\%+82\%-3*100\%$ ，尾数为 2， $2*1000$ ，则 0 前的数为 2，A 项当选。【选 A】

【注意】

- 1. 若总数为具体值，用尾数法计算会影响最终结果。
- 2. 最值问题属于思维上的套路题，一定要好好做题。
- 3. 多集合反向构造、函数最值问题属于不用动脑、直接套模板的题目。
- 4. 排列组合也并没有很难，静下心来学习。

【答案汇总】

经济利润问题：基础经济：1-3：ABC；分段计费：1-2：DB；函数最值：1-2：CB

最值问题：最不利构造：1-2：DB；构造数列：1-4：BBDC；多集合反向构造：1-3：BAB

遇见不一样的自己

Be your better self