

盛最多水的容器（双指针，清晰图解）

<https://leetcode.cn/problems/container-with-most-water/solutions/11491/container-with-most-water-shuang-zhi-zhen-fa-yi-do>

设两指针 i, j ，指向的水槽板高度分别为 $h[i], h[j]$ ，此状态下水槽面积为 $S(i, j)$ 。由于可容纳水的高度由两板中的短板决定，因此可得如下面积公式：

$$S(i, j) = \min(h[i], h[j]) \times (j - i)$$

在每个状态下，无论长板或短板向中间收窄一格，都会导致水槽底边宽度 -1 变短：

若向内移动短板，水槽的短板 $\min(h[i], h[j])$ 可能变大，因此下个水槽的面积可能增大。

若向内移动长板，水槽的短板 $\min(h[i], h[j])$ 不变或变小，因此下个水槽的面积一定变小。

因此，初始化双指针分列水槽左右两端，循环每轮将短板向内移动一格，并更新面积最大值，直到两指针相遇时跳出；即可获得最大面积。

算法流程：

初始化：双指针 i, j 分列水槽左右两端；

循环收窄：直至双指针相遇时跳出；

更新面积最大值 res ；

选定两板高度中的短板，向中间收窄一格；

返回值：返回面积最大值 res 即可；

正确性证明：

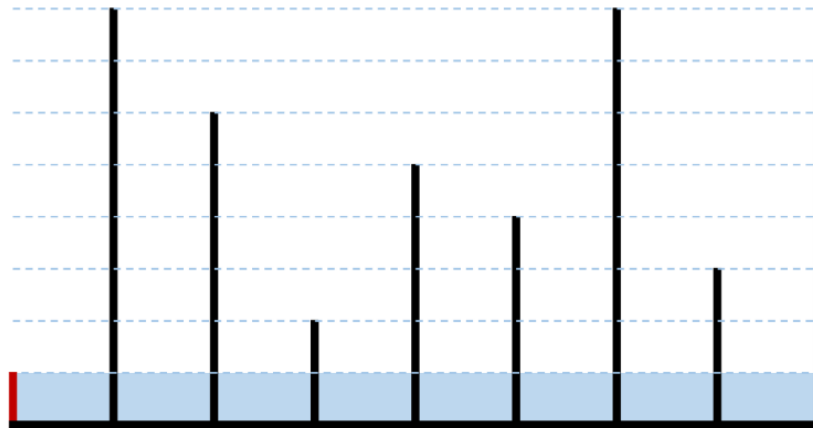
若暴力枚举，水槽两板围成面积 $S(i, j)$ 的状态总数为 $C(n, 2)$ 。

假设状态 $S(i, j)$ 下 $h[i] < h[j]$ ，在向内移动短板至 $S(i+1, j)$ ，则相当于消去了 $S(i, j-1), S(i, j-2), \dots, S(i, i+1)$ 状态集合。而所有消去状态的面积一定都小于当前面积（即 $< S(i, j)$ ），因为这些状态：

短板高度：相比 $S(i, j)$ 相同或更短（即 $\leq h[i]$ ）；

底边宽度：相比 $S(i, j)$ 更短；

因此，每轮向内移动短板，所有消去的状态都不会导致面积最大值丢失，证毕。



i = 0

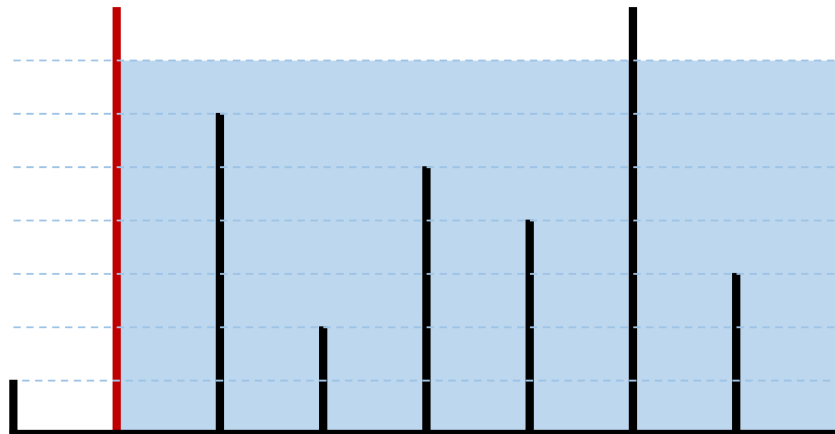
j = 8

$$S(0, 8) = \min(1, 7) \times (8 - 0) = 8$$

$$\text{res} = \max(\text{res}, S(0, 8)) = 8$$



1 / 8

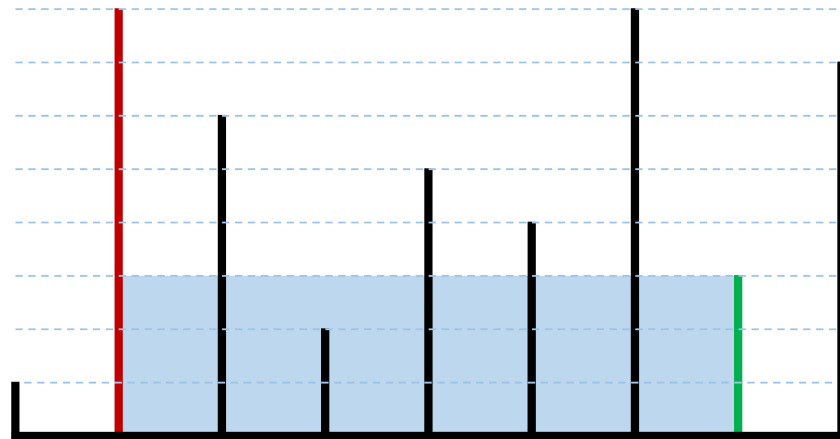


i = 1

j = 8

$$S(1, 8) = \min(8, 7) \times (8 - 1) = 49$$

$$\text{res} = \max(\text{res}, S(1, 8)) = 49$$

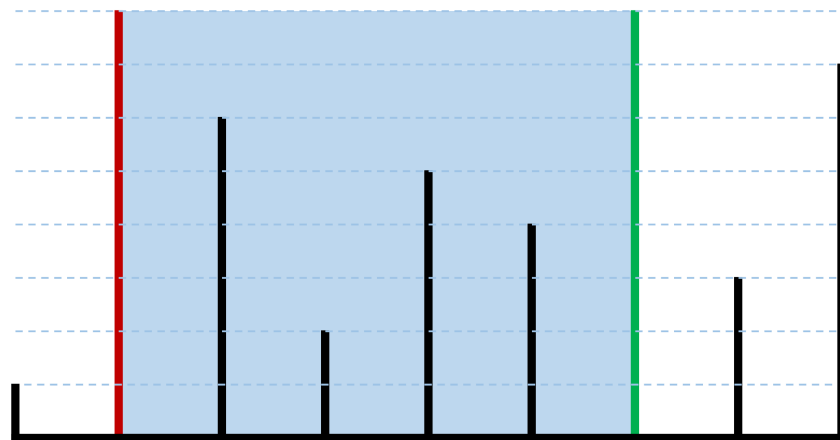


i = 1

j = 7

$$S(1, 7) = \min(8, 3) \times (7 - 1) = 18$$

$$\text{res} = \max(\text{res}, S(1, 7)) = 49$$

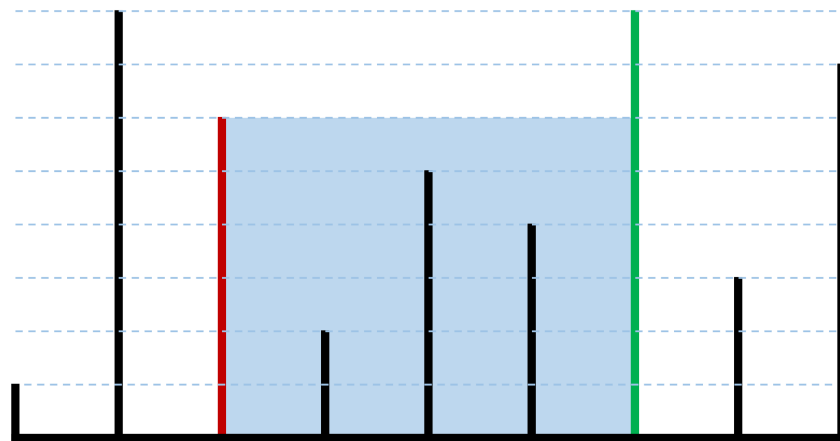


i = 1

j = 6

$$S(1, 6) = \min(8, 8) \times (6 - 1) = 40$$

$$\text{res} = \max(\text{res}, S(1, 6)) = 49$$

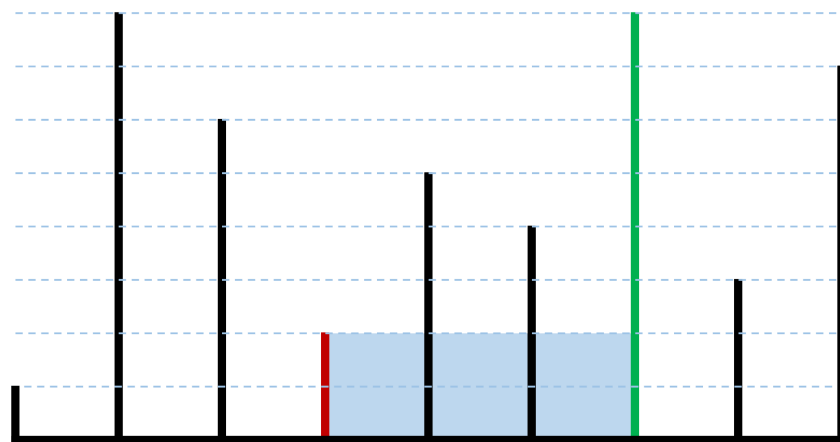


i = 2

j = 6

$$\mathbf{S(2, 6)} = \min(6, 8) \times (6 - 2) = \mathbf{24}$$

$$\mathbf{res} = \max(\text{res}, S(2, 6)) = \mathbf{49}$$

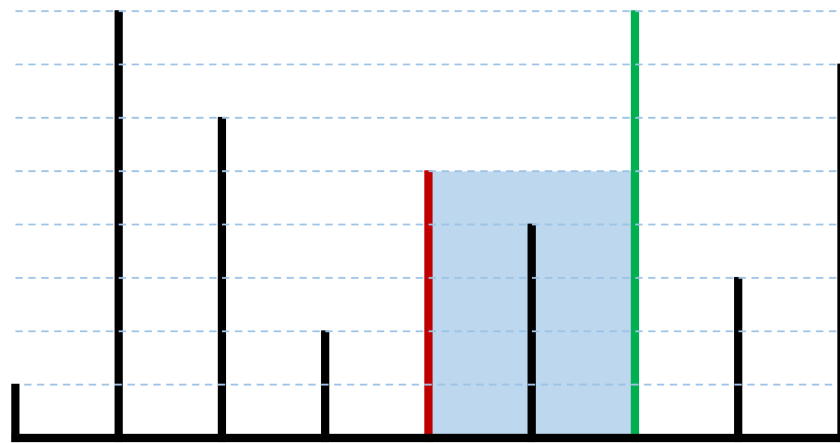


i = 3

j = 6

$$\mathbf{S(3, 6)} = \min(2, 8) \times (6 - 3) = \mathbf{6}$$

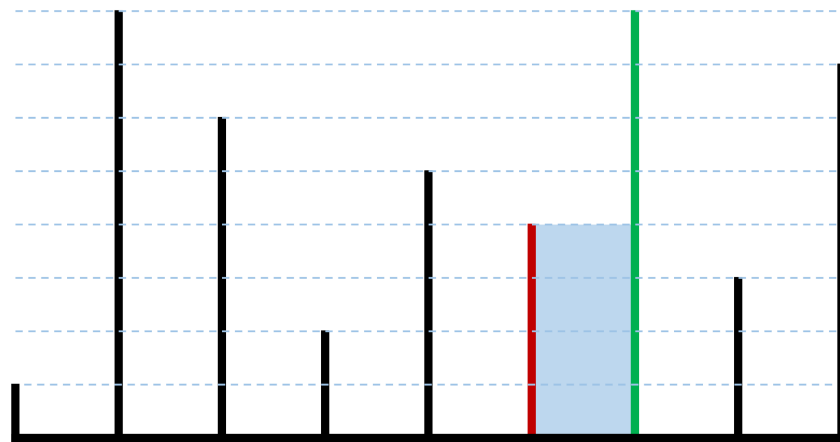
$$\mathbf{res} = \max(\text{res}, S(3, 6)) = \mathbf{49}$$



$$i = 4 \quad j = 6$$

$$S(4, 6) = \min(5, 8) \times (6 - 4) = 10$$

$$res = \max(res, S(4, 6)) = 49$$



$$i = 5 \quad j = 6$$

$$S(5, 6) = \min(4, 8) \times (6 - 5) = 4$$

$$res = \max(res, S(5, 6)) = 49$$

复杂度分析：

时间复杂度 $O(N)$ ：双指针遍历一次底边宽度 N 。

空间复杂度 $O(1)$ ：变量 i, j, res 使用常数额外空间。

代码：

```
class Solution {
    public int maxArea(int[] height) {
        int i = 0, j = height.length - 1, res = 0;
        while(i < j) {
            res = height[i] < height[j] ?
                Math.max(res, (j - i) * height[i++]):
                Math.max(res, (j - i) * height[j--]);
        }
        return res;
    }
}
```