

Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота № 3

з дисципліни «Методи оптимізації та планування експерименту»
з теми «Проведення трьохфакторного експерименту з використанням лінійного
рівняння регресії»

Виконав:
студент II курсу ФІОТ
групи ІВ-92
Залога Андрій
Варіант: 208

Перевірив:
Регіда П. Г.

Мета: провести дробовий трьохфакторний експеримент. Скласти матрицю планування, знайти коефіцієнти рівняння регресії, провести 3 статистичні перевірки.

Варіант

№ _{варіанта}	X ₁		X ₂		X ₃	
	min	max	min	max	min	max
208	-30	0	10	60	10	35

Програмний код

```
import numpy as np
import random
from prettytable import PrettyTable
import pandas as pd
import sys

# 1 пункт
print("1.Запишемо лінійне рівняння регресії: \n y^ = b0 + b1 * x1 + b2 * x2 + b3 * x3")
print()

# 2 пункт
plan_matrix = [[1, -1, -1, -1],
               [1, -1, 1, 1],
               [1, 1, -1, 1],
               [1, 1, 1, -1]]

print("2.Матриця планування експерименту:")
table1 = PrettyTable()
table1.field_names = ["№", "-x0", "-x1", "-x2", "-x3"]
table1.add_rows([
    ["1", plan_matrix[0][0], plan_matrix[0][1], plan_matrix[0][2], plan_matrix[0][3]],
    ["2", plan_matrix[1][0], plan_matrix[1][1], plan_matrix[1][2], plan_matrix[1][3]],
    ["3", plan_matrix[2][0], plan_matrix[2][1], plan_matrix[2][2], plan_matrix[2][3]],
    ["4", plan_matrix[3][0], plan_matrix[3][1], plan_matrix[3][2], plan_matrix[3][3]]
])
print(table1)

# 3 пункт
x1_min = -30
x1_max = 0
x2_min = 10
x2_max = 60
x3_min = 10
x3_max = 35
y_min, y_max = int(200 + (x1_min + x2_min + x3_min) / 3), int(200 + (x1_max + x2_max +
x3_max) / 3)
```

```

def random_numbers(x1, x2):
    array = []
    for i in range(4):
        array.append(random.randint(x1, x2 + 1))
    return array

x0 = [1, 1, 1, 1]
x1 = random_numbers(x1_min, x1_max)
x2 = random_numbers(x2_min, x2_max)
x3 = random_numbers(x3_min, x3_max)
y1 = random_numbers(y_min, y_max)
y2 = random_numbers(y_min, y_max)
y3 = random_numbers(y_min, y_max)

print("3.Матриця планування з відповідними натуралізованими значеннями факторів:")
table2 = PrettyTable()
table2.field_names = ["X1", "X2", "X3", "Y1", "Y2", "Y3"]
for i in range(len(x1)):
    table2.add_row([x1[i], x2[i], x3[i], y1[i], y2[i], y3[i]])
print(table2)

# 4 пункт
print("4.Знайдемо середні значення функції відгуку за рядками:")

y_average = []
for i in range(len(y1)):
    y_average.append(round((y1[i] + y2[i] + y3[i]) / 3, 4))
print("Y1 average: ", y_average[0])
print("Y2 average: ", y_average[1])
print("Y3 average: ", y_average[2])
print("Y4 average: ", y_average[3])
print()

mx_array = [round(sum(x1) / 4, 1), round(sum(x2) / 4, 1), round(sum(x3) / 4, 4)]
print("mx1: ", mx_array[0])
print("mx2: ", mx_array[1])
print("mx3: ", mx_array[2])
print()

my = round(np.average(y_average), 4)
print("my: ", my)
print()

a_array = []
for i in range(3):
    a = 0
    for j in range(4):
        a += globals()["x" + str(i + 1)][j] * y_average[j]
    a_array.append(round(a / 4, 4))
print("a1: ", a_array[0])
print("a2: ", a_array[1])
print("a3: ", a_array[2])
print()

aa_array = []
for i in range(3):

```

```

a = 0
for j in range(4):
    a += globals()["x" + str(i + 1)][j] ** 2
aa_array.append(round(a / 4, 4))

a12 = 0
a13 = 0
a23 = 0
for j in range(4):
    a12 += x1[j] * x2[j]
for j in range(4):
    a13 += x1[j] * x3[j]
for j in range(4):
    a23 += x2[j] * x3[j]

a12 = a21 = round(a12 / 4, 4)
a13 = a31 = round(a13 / 4, 4)
a23 = a32 = round(a23 / 4, 4)

a_matrix = [[aa_array[0], a12, a13],
             [a21, aa_array[1], a23],
             [a31, a32, aa_array[2]]]

print("a_matrix: ")
print(pd.DataFrame(a_matrix, columns=list('123'), index=list('123')))
print()

b0 = round(np.linalg.det([[my, mx_array[0], mx_array[1], mx_array[2]],
                          [a_array[0], aa_array[0], a12, a13],
                          [a_array[1], a12, aa_array[1], a32],
                          [a_array[2], a13, a23, aa_array[2]]]) / np.linalg.det(
    [[1, mx_array[0], mx_array[1], mx_array[2]],
     [mx_array[0], aa_array[0], a12, a13],
     [mx_array[1], a12, aa_array[1], a32],
     [mx_array[2], a13, a23, aa_array[2]]]), 4)

b1 = round(np.linalg.det([[1, my, mx_array[1], mx_array[2]],
                          [mx_array[0], a_array[0], a12, a13],
                          [mx_array[1], a_array[1], aa_array[1], a32],
                          [mx_array[2], a_array[2], a23, aa_array[2]]]) / np.linalg.det(
    [[1, mx_array[0], mx_array[1], mx_array[2]],
     [mx_array[0], aa_array[0], a12, a13],
     [mx_array[1], a12, aa_array[1], a32],
     [mx_array[2], a13, a23, aa_array[2]]]), 4)

b2 = round(np.linalg.det([[1, mx_array[0], my, mx_array[2]],
                          [mx_array[0], aa_array[0], a_array[0], a13],
                          [mx_array[1], a12, a_array[1], a32],
                          [mx_array[2], a13, a_array[2], aa_array[2]]]) / np.linalg.det(
    [[1, mx_array[0], mx_array[1], mx_array[2]],
     [mx_array[0], aa_array[0], a12, a13],
     [mx_array[1], a12, aa_array[1], a32],
     [mx_array[2], a13, a23, aa_array[2]]]), 4)

b3 = round(np.linalg.det([[1, mx_array[0], mx_array[1], my],
                          [mx_array[0], aa_array[0], a12, a_array[0]],
                          [mx_array[1], a12, aa_array[1], a_array[1]],

```

```

[mx_array[2], a13, a23, a_array[2]]]) / np.linalg.det(
[[1, mx_array[0], mx_array[1], mx_array[2]],
[mx_array[0], aa_array[0], a12, a13],
[mx_array[1], a12, aa_array[1], a32],
[mx_array[2], a13, a23, aa_array[2]]]), 4)
print("Запишемо отримане рівняння регресії:")
print("y = ", b0, "+ (", b1, ") * x1 + (", b2, ") * x2 + (", b3, ") * x3")

```

```

def regression(x1, x2, x3):
    global b0, b1, b2, b3
    y = b0 + b1 * x1 + b2 * x2 + b3 * x3
    return round(y, 4)

```

```

print("Зробимо перевірку:")
for i in range(len(y_average)):
    print(regression(x1[i], x2[i], x3[i]), "=", y_average[i])
print("Значення збігаються. Існують невеличку розбіжності через округлення")
print()

```

5 пункт

```

print("5.Проведення статистичних перевірок")
s_array = []
for i in range(4):
    s = 0
    for j in range(3):
        s += (globals()["y" + str(j + 1)][i] - y_average[i]) ** 2
    s_array.append(round(s / 3, 4))
print("Дисперсія: ", s_array)
print()

```

```

gp = round(max(s_array) / sum(s_array), 4)
print("Gp: ", gp)

```

```

if gp < 0.7679:
    print("Дисперсія однорідна, можна продовжити експеримент.")
else:
    print("Неоднорідна дисперсія, повторіть експеримент.")
    sys.exit()
print()

```

```

print("Оцінимо значимість коефіцієнтів регресії згідно критерію Стюдента")
s_b = round(sum(s_array) / 4, 4)
s_bs = round(s_b / 12, 4)
sqrt_sbs = round(np.sqrt(s_bs), 4)
print("S^2b: ", s_b)
print("S^2bs: ", s_bs)
print("Sqrt(S^2bs): ", sqrt_sbs)

```

```

beta = []
teta = []

```

```

for i in range(4):
    b = 0
    for j in range(4):
        b += y_average[j] * plan_matrix[j][i]

```

```

        beta.append(round(b / 4, 4))

for i in range(4):
    teta.append(round(abs(beta[i]) / sqrt_sbs, 4))

for i in range(len(teta)):
    if teta[i] > 2.306:
        print(teta[i], "Входить в рівняння")
    else:
        print(teta[i], "Виключається з рівняння")

koef_t = []
new_t = []
for i in range(len(teta)):
    if teta[i] > 2.306:
        koef_t.append(i)

for i in range(4):
    t = 0
    for j in koef_t:
        t += globals()["b" + str(j)] * globals()["x" + str(j)][i]
    new_t.append(t)
print("Рівняння:")

for i in koef_t:
    print("b" + str(i), "*", "x" + str(i), end=" ")
    print("+", end=" ")
print(0)
print("y1^, y2^, y3^, y4^: ", new_t)
print()

print("Критерій Фішера")
sad = 0
for i in range(4):
    sad += (new_t[i] - y_average[i]) ** 2
s_ad = round(sad * 1.5, 4)
fp = round(s_ad / s_bs, 4)
ft = 4.5
print("Sad: ", s_ad)
print("Ft: ", ft)
print("Fp: ", fp)
if fp > ft:
    print("Fp > Ft. \nОтже, рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05")

```

Результати

1.Запишемо лінійне рівняння регресії:

$$y^{\wedge} = b_0 + b_1 * x_1 + b_2 * x_2 + b_3 * x_3$$

2.Матриця планування експерименту:

```
+-----+-----+-----+-----+
| № | -x0 | -x1 | -x2 | -x3 |
+-----+-----+-----+-----+
| 1 |  1 |  1 | -1 | -1 | -1 |
| 2 |  1 |  1 | -1 |  1 |  1 |
| 3 |  1 |  1 |  1 | -1 |  1 |
| 4 |  1 |  1 |  1 |  1 | -1 |
+-----+-----+-----+-----+
```

3.Матриця планування з відповідними натуралізованими значеннями факторів:

```
+-----+-----+-----+-----+
|  X1 | X2 | X3 |  Y1 |  Y2 |  Y3 |
+-----+-----+-----+-----+
|  -1 | 35 | 34 | 223 | 230 | 212 |
|  -4 | 61 | 25 | 196 | 219 | 202 |
| -19 | 47 | 11 | 204 | 202 | 216 |
| -26 | 57 | 11 | 215 | 197 | 196 |
+-----+-----+-----+-----+
```

4.Знайдемо середні значення функції відгуку за рядками:

Y1 average: 221.6667

Y2 average: 205.6667

Y3 average: 207.3333

Y4 average: 202.6667

mx1: -12.5

mx2: 50.0

mx3: 20.25

my: 209.3334

a1: -2563.2501
a2: 10400.1675
a3: 4297.0838

a_matrix:

	1	2	3
1	263.50	-663.50	-157.25
2	-663.50	2601.00	964.75
3	-157.25	964.75	505.75

Запишемо отримане рівняння регресії:

$y = 225.3209 + (-0.0235) * x_1 + (-0.4833) * x_2 + (0.3894) * x_3$

Зробимо перевірку:

221.6685 = 221.6667

205.6686 = 205.6667

207.3357 = 207.3333

202.6672 = 202.6667

Значення збігаються. Існують невеличку розбіжності через округлення

5.Проведення статистичних перевірок

Дисперсія: [54.8889, 94.8889, 38.2222, 76.2222]

Gp: 0.3591

Дисперсія однорідна, можна продовжити експеримент.

Оцінимо значимість коефіцієнтів регресії згідно критерію Стюдента

S^{2b} : 66.0555

S^{2bs} : 5.5046

$\text{Sqrt}(S^{2bs})$: 2.3462

89.2223 Входить в рівняння

1.8469 Виключається з рівняння

2.2022 Виключається з рівняння

1.2076 Виключається з рівняння

Рівняння:

$b_0 * x_0 + 0$

$y_1^{\wedge}, y_2^{\wedge}, y_3^{\wedge}, y_4^{\wedge}$: [225.3209, 225.3209, 225.3209, 225.3209]

Критерій Фішера

Sad: 1854.6109

Ft: 4.5

Fp: 336.9202

Fp > Ft.

Отже, рівняння регресії неадекватно оригіналу при рівні значимості 0.05

Відповіді на контрольні запитання

1. Що називається дробовим факторним експериментом?

Дробовий факторний експеримент – це частина ПФЕ, який мінімізує число дослідів, за рахунок тієї інформації, яка не дуже істотна для побудови лінійної моделі.

2. Для чого потрібно розрахункове значення Кохрена? Розрахункове значення Кохрена показує, яку частку в загальній сумі дисперсій у рядках має максимальна з них.

3. Для чого перевіряється критерій Стюдента?

Критерій Стюдента використовується для перевірки значущості коефіцієнтів.

4. Чим визначається критерій Фішера і як його застосовувати?

Критерій Фішера використовується для перевірки адекватності рівняння регресії.

Висновки

Проведено дробовий трьохфакторний експеримент. Складено матрицю планування, знайдені коефіцієнти рівняння регресії, проведені 3 статистичні перевірки. Застосовані критерій Фішера, критерій Стюдента, розрахункове значення Кохрена.