

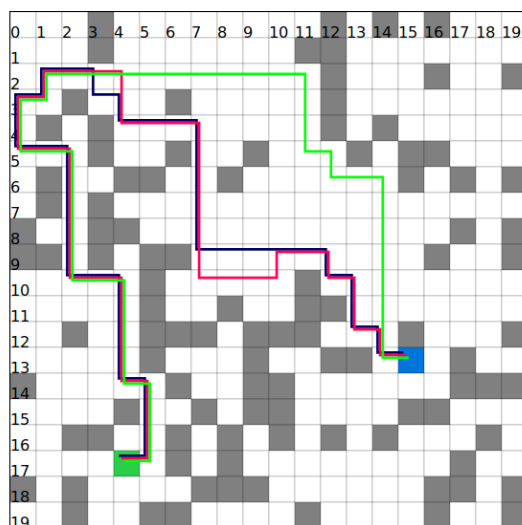


BERUFSMATURITÄTSSCHULE ZÜRICH

BERUFSMATURITÄTSARBEIT
TECHNIK, ARCHITEKTUR, LIFE SCIENCES

Pathfinding-Algorithmen: Einführung und Vergleich mittels einer Webapplikation

Oberthema: MOBILITÄT



Severin Fürbringer

severin@fsfe.org

EVT18a

Adrian Stoop

adrian-stoop@gmx.ch

EVT18a

Begleitperson

Dr. Jürg Pöttinger

1. Februar, 2018

Abstract

Pathfinding-Algorithmen sind Programmabläufe, welche in der Wirtschaft in vielen Anwendungen vorkommen, wie zum Beispiel Video Spielen, Simulationen oder der Automobilindustrie. Diese Berufsmaturitätsarbeit implementiert mehrere solcher Pathfinding-Algorithmen in einer interaktiven JavaScript-Webapplikation und vergleicht sie auf mehrere Eigenschaften miteinander. Der Vergleich ist visuell dargestellt und vom Nutzer durch Parameter in der Benutzeroberfläche anpassbar. Ausgewählt wurden dafür die drei Pathfinder: A*, BestFirstFinder und BreadthFirstFinder.

Die Webapplikation ist freie Software und unter <https://bma.fuerbringer.info> zugänglich.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Realisierung	3
2.1	Konzept	3
2.1.1	Pathfinding.js	3
2.1.2	Programmierwerkzeuge	3
2.1.3	Konzipierung der Benutzeroberfläche	4
2.2	Implementierung des Vergleichers	7
2.2.1	Raster	8
2.2.2	Zurückgelegter Weg	9
2.2.3	Operationen	9
2.2.4	Rechenzeit	10
3	Schluss	11
4	Anhang	12
4.1	Screenshots der Webapplikation	12
4.1.1	Pathfinder-Vergleicher	12
4.2	Danksagung	13
4.2.1	Schriftsetzung	13
5	Glossar	14

1. Einleitung

2. Realisierung

Dieser Abschnitt soll dazu verhelfen, die technischen Entscheidungen und Schritte zu erläutern und es möglich zu machen, die Kernfunktionen des Projekts zu reproduzieren. Programmierer, die diese Applikation, oder Teile davon, anderweitig einsetzen möchten, beziehen sich zusätzlich auf den frei verfügbaren Quellcode[3] des gesamten Projekts.

2.1 Konzept

Die Konzipierung dieser Webapplikation verlangte einige technische und gestalterische Entscheidungen. Einerseits musste die Programmiersprache und Struktur der Applikation geplant werden und andererseits auch das eigentliche Aussehen der Benutzeroberfläche der Webapplikation. Auf diese zwei wesentlichen Aspekte wird in diesem Abschnitt eingegangen.

2.1.1 Pathfinding.js

Eine korrekte Implementation der ausgewählten Pathfinder sind Voraussetzung für das Projekt. Daher wurde, um diese Voraussetzung zu erfüllen, eine frei verfügbare Implementation PathFinding.js [1] verschiedener Pathfinder ausgewählt.

2.1.2 Programmierwerkzeuge

Die vorhandenen Fachkenntnisse und Erfahrungen schlugen für die Implementierung entweder PHP oder JavaScript als mögliche Programmiersprachen vor. Zum Entscheid massgebend war, dass die Programmbibliothek PathFinding.js [1], welche in unserer Arbeit eine wichtige Rolle spielt, in JavaScript implementiert wurde. Durch den Einsatz von JavaScript im Front-End und im Back-End, wäre es möglich die Pathfinder Berechnungen beliebig auf dem Rechner des Nutzers und auch auf dem Rechner des Servers auszuführen. Folgend werden die wichtigsten Technologien unserer Webapplikation aufgelistet¹.

Programmiersprache JavaScript mit Einbindung von PathFinding.js [1]

¹Eine komplette Auflistung inklusive der abhängenden Programmbibliotheken macht wenig Sinn, vor allem da unser Quellcode frei ersichtlich ist.

Webserver-Software Express²

Quellcode-Hosting GitHub³. Der Quellcode unser Webapplikation ist frei unter <https://github.com/fuerbringer/bma> zugänglich.

Webhosting Vultr⁴

2.1.3 Konzipierung der Benutzeroberfläche

Als Webapplikation muss unsere Arbeit deren Nutzen dem Benutzer ausreichend klar machen. Umsomehr ist dies von Bedeutung, da die Webapplikation frei zugänglich ist und daher auch Besucher den Sinn verstehen sollten. Aus diesem Grund wurde unsere Webapplikation für den Nutzer einführungsgestaltet. Das heisst, dass der Benutzer beim Aufruf der Webapplikation zunächst auf einer Willkommenseite landet, die ihn wiederum zu einer Einführung in das Thema und Ziel der Arbeit führt. Nach der Einführung kann der Benutzer in der Visualisierung mit einzelnen Pathfindern erste Erfahrungen machen. Im Abschluss kommt der Benutzer zum Hauptteil der Arbeit, dem Pathfinding-Vergleichen. Ziel dieser Struktur ist, dass jede Person wenigstens einen Einblick in die Welt der Pathfinding-Algorithmen erhält.

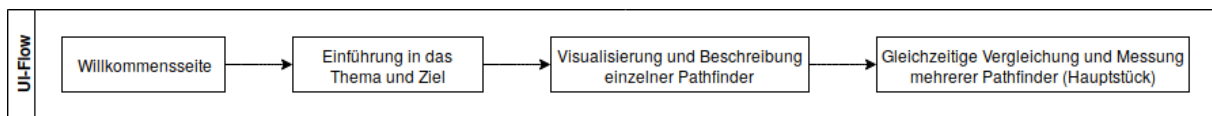


Abbildung 2.1: Webapplikationsstruktur. Quelle: Eigenleistung

²Express Webserver für Node Webapplikationen, <https://expressjs.com/>, Stand: 22. Januar 2019

³GitHub, <https://github.com/>, Stand: 22. Januar 2019

⁴Vultr - The Infrastructure Cloud™, <https://vultr.com/>, Stand: 22. Januar 2019

Einführungs- und Willkommenseite

Die Einführungsseite erklärt dem Benutzer was Algorithmen sind und führt ihn anschliessend mit einfachen Beispielen in das Thema Pathfinder ein. Zuletzt werden die Ziele der Arbeit aufgelistet.

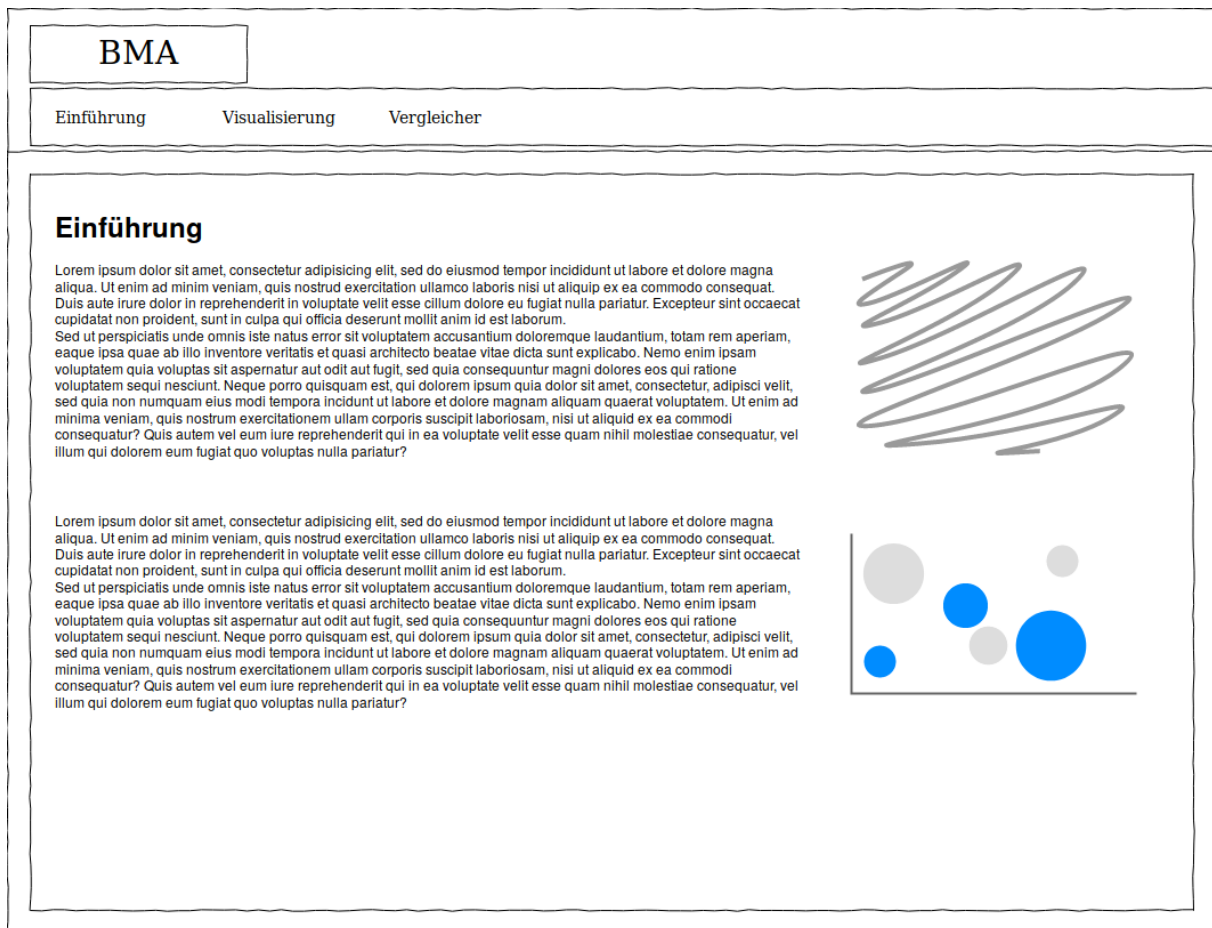


Abbildung 2.2: Einführungsseite. Quelle: Eigenleistung

Visualisierung der Pathfinder

Nach der Einführung erhält der Benutzer die Möglichkeit mit einzelnen Pathfindern zu experimentieren. Dazu kann er auch verschiedene Parameter anpassen. Dies ist die Vorstufe zum Pathfinder-Vergleich, da hier nochmals die einzelnen Pathfinder auf ihre Eigenschaften beschrieben werden.

BMA

EinführungVisualisierungVergleicher

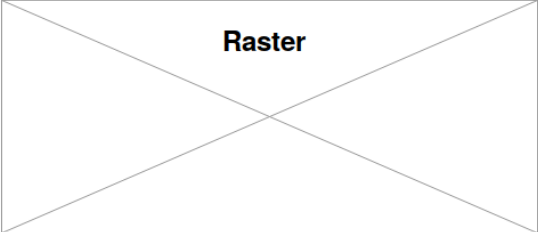
Visualisierung der Pathfinder

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet. Lorem ipsum dolor sit amet, consetetur sadipscing elitr, sed diam nonumy eirmod tempor invidunt ut labore et dolore magna aliquyam erat, sed diam voluptua. At vero eos et accusam et justo duo dolores et ea rebum. Stet clita kasd gubergren, no sea takimata sanctus est Lorem ipsum dolor sit amet.

Raster



Messungen

Zurückgelegter Weg: A
Operationen: B
Rechenzeit: C

Parameter

Pathfinder-Art	<input type="text" value="A*"/>	
Heuristik	<input type="text" value="Manhattan"/>	
Rastertyp	<input type="text" value="Zufallsraster"/>	
Rastergrösse	<input type="text" value="Länge = 10"/>	<input type="text" value="Höhe = 8"/>
Diagonale	<input type="text" value="Nein"/>	

Vergleiche Ausführen

Abbildung 2.3: Benutzeroberflächenkonzept Visualisierer. Quelle: Eigenleistung

Vergleich der Pathfinder

Als Herzstück der Arbeit ermöglicht der Pathfinder-Vergleicher dem Nutzer die ausgewählten Pathfinder zu vergleichen. Hier werden, gleich wie beim Visualisierer, zuerst vom Benutzer die Parameter gewählt. Die parallel ausgeführten Resultate mit Informationen über die Rechenzeit, zurückgelegten Weg und Operationen, sind dann interaktiv anwählbar. Gleichzeitig wird auch unter “Resultate” unten links das Total aller Vergleiche akkumuliert, damit ein Gesamteindruck verschaffen werden kann.

BMA

EinführungVisualisierungVergleicher

Vergleich der Pathfinder

Pathfinding-Algorithmen werden hier verglichen (Side-by-side).

In der Einführung haben wir bereits die drei ausgewählten Pathfinder (A*, BestFirst und BreadthFirst) genannt. Diese Pathfinder werden auf dieser Seite parallel und mehrmals hintereinander verglichen. Als Resultat ersichtlich sind dann folgende Eigenschaften:

- Anzahl Operationen
- Zurückgelegter Weg
- Rechenzeit

Visuell ersichtlich sind die Durchläufe. Die Wege der jeweiligen Pathfinder sind verschieden gefärbt. Vom Nutzer anpassbar sind als Parameter die Anzahl Durchläufe, Rasterart und Rastergrösse.

Raster



Resultate der Messungen: ...

Resultate

Anzahl Operationen: ...

Zurückgelegter Weg: ...

Vergangene Rechenzeit: ...

Parameter

Anzahl Durchläufe

Rasterart

Rastergrösse

[Vergleiche Ausführen](#)

Abbildung 2.4: Benutzeroberflächenkonzept Vergleicher. Quelle: Eigenleistung

2.2 Implementierung des Vergleichers

Vor allem für die statistischen Auswertungen ist es von Bedeutung zu wissen, wie der Vergleicher zu den Resultaten kommt und die Berechnungen durchführt. Um an die statistischen Merkmale zu gelangen, musste je nach Merkmal die Webapplikation oder PathFinding.js erweitert werden.

2.2.1 Raster

Pathfinder benötigen einen Raum, um ihre Arbeit zu verrichten. Die Implementation der Pathfinding-Algorithmen von PathFinding.js erwartet als Raum eine zweidimensionale Liste:

```
[(0,0),(1,0),(2,0),(3,0)]
[(0,1),(1,1),(2,1),(3,1)]
[(0,2),(1,2),(2,2),(3,2)]
[(0,3),(1,3),(2,3),(3,3)]
```

Diese Art von Raster ist bei der Darstellung von Pixelmatrizen und sonstigen computerorientierten Anwendungen üblich. Man kann sich diese Anordnung auch als den vierten Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems vorstellen, dessen y-Koordinate dessen Absolutwert annimmt. Des Weiteren gilt $x \in \mathbb{N}$ und $y \in \mathbb{N}$. Daraus folgt, dass es auch keine Zwischenschritte geben kann, beispielsweise das Ziel nicht die Koordinate $(\frac{1}{2}, \frac{42}{7})$ annehmen kann. Benötigt man diese Präzision, erhöht man am besten die Auflösung des Raums.

0	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

Abbildung 2.5: Ein von unserer Webapplikation generiertes 8x8 Raster ohne Wände. Quelle: Eigenleistung

Generierung der Wände und Gänge

Damit die Eigenschaften der Pathfinder besser zum Vorschein kommen, wurde im nächsten Schritt für den Rastergenerator die Logik zum Verstreuen von Wänden implementiert. Die Rastermatrix erhält dann pro Zelle die Eigenschaft, ob sie passierbar ist. Analog dazu versteht

die Programmbibliothek PathFinding.js dies genau gleich, indem man zu einer gegebenen Koordinate definiert, ob sie eine Wand ist. Der folgende prozedurale Pseudocode definiert die in unserer Webapplikation benutzte Routine⁵, um Raster mit Korridoren zu versehen.

```

1: procedure WANDGENERATOR(raster)
2:   freq  $\leftarrow$  4                                ▷ Frequenzparameter
3:   for all zeile  $\in$  raster do
4:     for all zelle  $\in$  zeile do
5:       r  $\leftarrow$  rand(0,100)                      ▷ Zufallszahl [0,100]
6:       b  $\leftarrow$  r mod freq                      ▷ Rest der Division  $\frac{r}{freq}$ 
7:       if b = 0 then wand(zelle)                 ▷ Die Zelle ist eine Wand
8:       else if b > 0 then gang(zelle)             ▷ Die Zelle ist passierbar

```

2.2.2 Zurückgelegter Weg

Der zurückgelegte Weg ist aus praktischer Sicht gesehen ein bedeutendes Merkmal, da man möchte, dass der resultierende Weg möglichst kurz ausfällt. Die Programmbibliothek PathFinding.js liefert den Weg in einer Liste mit einer Koordinate pro Element. Daraus folgt, dass der Weg *s* der Anzahl der Elemente der Liste entsprechen muss, wenn man nach PathFinding.js Sprünge oder Luftlinien ausschließt⁶. Es gibt demnach keine Geraden, ausser zwischen zwei Benachbarten Punkten. Diagonalen würden nach dieser Logik bei einem diagonalen Sprung als eine Wegeinheit gelten.

$$s = n \left\{ \begin{array}{l} P_1(0,0), \\ P_2(1,0), \\ \dots, \\ P_n(11,4) \end{array} \right.$$

2.2.3 Operationen

Ein Algorithmus, der für das gleiche Resultat weniger Schritte (Operationen) tätigen muss, ist grundsätzlich besser als ein anderer, solange die Rechenzeit ebenfalls kleiner ausfällt. Für das wichtige Nebenmerkmal zur Rechenzeit mussten die internen Routinen der Programmbibliothek PathFinding.js angepasst werden, da sie solche Messungsmerkmale nicht standardmässig liefert. Dazu wurde das PathFinding.js kopiert und in die Routinen der drei ausgewählten Pathfinder im äusseren und inneren Loop eingefügt. Folgende Dateien⁷ wurden dafür angepasst:

⁵Die genaue Codestelle ist hier ersichtlich: <https://github.com/fuerbringer/bma/blob/master/src/maze.js#L8>

⁶Ein von PathFinding.js berechneter Weg: <https://pathfindingjs.readthedocs.io/en/latest/user-guide/getting-started/>

⁷Die genauen Anpassungen sind unter dem folgenden Link verfügbar: <https://github.com/fuerbringer/PathFinding.js/commit/51034158638ad7aaa9c5142a827bd4d3de2b8786#>

- src/finders/AStarFinder.js
- src/finders/BreadthFirstFinder.js

Zu beachten ist, dass die Datei des BestFirstFinders nicht angepasst werden musste, da dieser auf dem A*-Finder basiert und somit alle Änderungen vom A*-Finder vererbt.

2.2.4 Rechenzeit

Ein bedeutendes Merkmal ist die Rechenzeit, also die Zeit, in der der Pathfinder seine Arbeit verrichtet hat. Um diese zu berechnen, wird unmittelbar vor der Ausführung der Wegfindungsroutine des Pathfinders der Zeitstempel t_0 der jetzigen Zeit zwischengespeichert und danach vom Pathfinder die Arbeit verrichtet. Direkt nach dem Beenden der Wegfindung wird ein zweites Mal ein Zeitstempel t_1 zwischengespeichert. Die Differenz ergibt die Zeit t in Millisekunden⁸, die für die Berechnung benötigt wurde.

$$t = t_1 - t_0 \quad (2.1)$$

Die Werte t sind pro Pathfinder in der Webapplikation unter “Messung für diesen Einzelversuch:” unter dem Raster ersichtlich. Diese Berechnung demnach pro Durchlauf dreimal getätigt.

Aus diesen drei Merkmalen folgen zusammengefasst die in unserer Webapplikation vermessenen Werte der Pathfinding-Algorithmen.

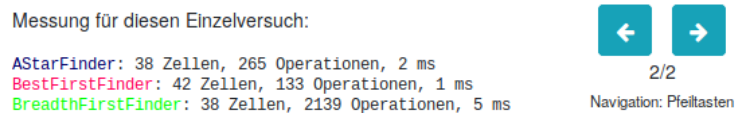


Abbildung 2.6: Vergleicherausschnitt. Quelle: Eigenleistung

diff-22360b18a43ac33ae398e44b998101c7

⁸Die Einheit Millisekunden ergibt sich aus der Schnittstelle `Performance.now()` von JavaScript

3. Schluss

4. Anhang

4.1 Screenshots der Webapplikation

4.1.1 Pathfinder-Vergleicher

BMA1. Einführung in das Thema2. Visualisierung der Pathfinder3. Vergleich der Pathfinder4. Glossar5. Autoren

Vergleich der Pathfinder

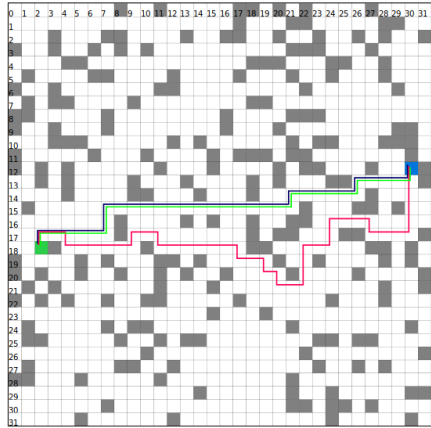
Pathfinding-Algorithmen werden hier verglichen (Side-by-side).

In der [Einführung](#) haben wir bereits die drei ausgewählten Pathfinder (A*, BestFirst und BreadthFirst) genannt. Diese Pathfinder werden auf dieser Seite parallel und mehrmals hintereinander verglichen. Als Resultat ersichtlich sind dann folgende Eigenschaften:

- Anzahl Operationen
- Zurückgelegter Weg
- Rechenzeit

Visuell ersichtlich sind die Durchläufe. Die Wege der jeweiligen Pathfinder sind verschieden gefärbt. Vom Nutzer anpassbar sind als Parameter die Anzahl Durchläufe, Rasterart und Rastergrösse.

Raster



Messung für diesen Einzelversuch:

AStarFinder: 35 Zellen, 352 Operationen, 0 ms
BestFirstFinder: 47 Zellen, 174 Operationen, 0 ms
BreadthFirstFinder: 35 Zellen, 1931 Operationen, 0 ms

44/69
Navigation: Pfeiltasten

Status

Pathfinder: AStarFinder
BestFirstFinder
BreadthFirstFinder

Anzahl Durchläufe: 69

Raster/Labyrinth Art: random

Messungen

Für die Auswertung relevante Daten. Die Werte beziehen sich auf alle der 69 Durchläufe.

Anzahl Operationen:	AStarFinder: 17268 Operationen BestFirstFinder: 6836 Operationen BreadthFirstFinder: 74269 Operationen
Zurückgelegter Weg:	AStarFinder: 1661 Zellen BestFirstFinder: 1825 Zellen BreadthFirstFinder: 1661 Zellen
Vergangene Rechenzeit*:	AStarFinder: 27 ms BestFirstFinder: 8 ms BreadthFirstFinder: 30 ms

* Bei Rechenzeiten unter 1 ms rundet Javascript den Wert auf 0 ab.

Parameter

Anzahl Durchläufe: 69

Rasterart: Zufallsraster (Wände "verstreut")

Rastergrösse: 32 32

Diagonale zulassen: Nein

Pathfinder vergleichen

© 2018 Severin Fürbringer, Adrian Stoop

BMS Zürich, Berufsmaturitätsarbeit

[Source Code](#) unter AGPL-3.0

Abbildung 4.1: Pathfinder-Vergleicher-Page. Quelle: Eigenleistung

4.2 Danksagung

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

4.2.1 Schriftsetzung

Die Schriftsetzung wurde durch die freie Software \LaTeX und deren Autoren Leslie Lamport et. al. ermöglicht.

5. Glossar

Fachwörter- und Begriffsverzeichnis

In diesem Kapitel werden wichtige Wörter aus der Fachsprache erklärt, die in unserer Arbeit oftmals vorkommen.

A* Sprich “A Star”. Ein Pathfinding Algorithmus (siehe Fachbegriff Algorithmus). Dieser nutzt zusätzlich heuristische Mittel, um den Weg zu berechnen (siehe Heuristik).

Algorithmus Ein Ablauf, Prozess oder Programm, der eine Liste mit Anweisungen schrittweise befolgt, um Daten umzuwandeln.

Back-End Der Server—mit guten Systemtechnikern rund um die Uhr stellt das Back-End die Website unter einer URL, wie `bma.fuerbringer.info`, zur Verfügung.

BestFirstFinder Ein Pathfinding-Algorithmus. Nicht zu verwechseln mit dem BreadthFirstFinder.

BreadthFirstFinder Ein Pathfinding-Algorithmus. Nicht zu verwechseln mit dem BreadthFirstFinder.

Dijkstra Ein Pathfinding Algorithmus (siehe Fachbegriff Algorithmus). Dieser nutzt keine heuristische Mittel und kommt in unserer Arbeit nicht direkt vor.

Front-End Der Browser—der Teil einer Website oder Webapplikation, den der Benutzer sieht und mit dem er interagiert. In unserem Fall werden die wichtigsten Berechnungen im Front-End verrichtet.

Heuristik Hilfsalgorithmus, unter Anderem für Pathfinder, der zusätzlich hilft zwischen einzelnen Schritten die Kosten für eine mögliche Operation einzuschätzen.

Matrix Anordnung von Elementen. In unserem Fall ein zweidimensionales Raster, in dem Wände, Korridore und Wege platziert sind.

Operationen Eine “Operation” beschreibt in unserem Fall einen Zyklus eines Pathfinders. Je mehr Zyklen ein Pathfinder in Relation zu einem anderen benötigt, desto weniger effizient ist er.

Parameter Die Randbedingungen für einen Durchlauf bzw. ein Experiment.

PathFinding.js Die Zentrale Programmbibliothek, deren Pathfinder Implementationen wir in unserer Webapplikation nutzen.

Pathfinder Eine Art Algorithmus, der in einem gegebenen Raum mit eingezeichnetem Start- und Endpunkt den schnellsten weg Findet.

rebacktracker “Recursive Backtracker, ein Labyrinthalgorithmus, den wir in unserer Webapplikation zur Generierung von perfekten (immer lösbaren) Labyrinth verwenden. Dieser Algorithmus kommt im Vergleich nicht zum Zug.

Pseudocode Definiert einen Algorithmus schriftlich in einer allgemein verständlichen Sprache, damit dieser in beliebigen Programmiersprachen umgesetzt werden kann.

Literaturverzeichnis

- [1] Xueqiao Xu et al., *PathFinding.js*, <https://github.com/qiao/PathFinding.js>, Quellcode auf GitHub, Letzter Aufruf: 22. Januar 2019
- [2] Xiao, Cui; Hao Shi, *A*-based Pathfinding in Modern Computer Games*, IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.11 No.1, Januar 2011.
- [3] Fürbringer, Severin; Stoop, Adrian, *BMA Quellcode*, <https://github.com/fuerbringer/bma>, 22. Januar 2019
- [4] Fürbringer, Severin; Stoop, Adrian, *BMA-Webapplikation*, <https://bma.fuerbringer.info>, 22. Januar 2019

Abbildungsverzeichnis

2.1	Struktur der Webapplikation.	4
2.2	Konzept der Einführungsseite.	5
2.3	Benutzeroberflächenkonzept des Pathfinding-Visualisierers.	6
2.4	Benutzeroberflächenkonzept des Pathfinder-Vergleichers.	7
2.5	Ein von unserer Webapplikation generiertes 8x8 Raster ohne Wände.	8
2.6	Ausschnitt aus dem Pathfinding-Vergleicher für einzelne Vergleiche.	10
4.1	Ein vollständiger Screenshot des Pathfinder-Vergleichers.	12