



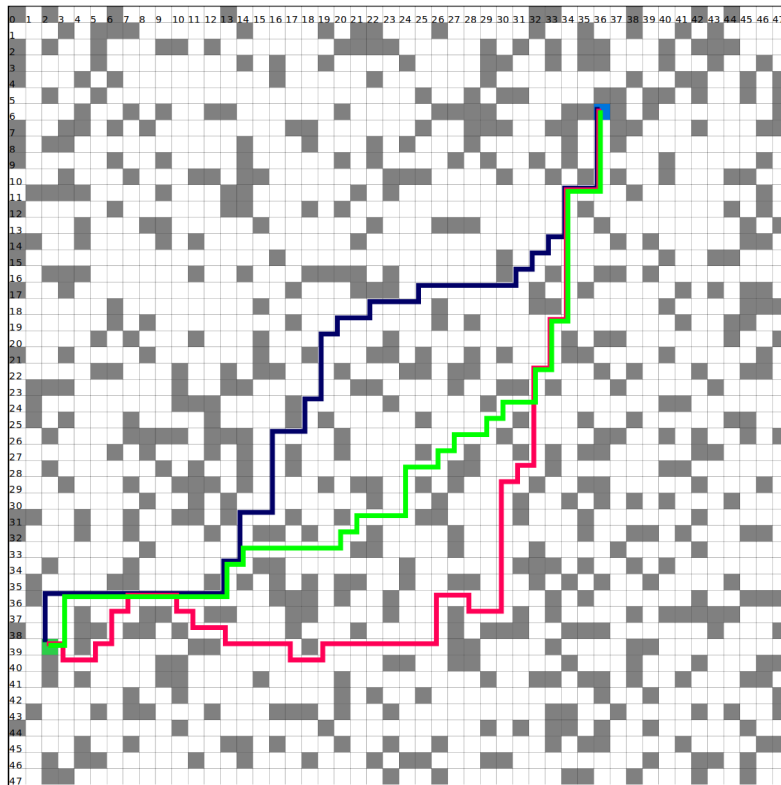
BERUFSMATURITÄTSSCHULE ZÜRICH

BERUFSMATURITÄTSARBEIT

TECHNIK, ARCHITEKTUR, LIFE SCIENCES

Pathfinding-Algorithmen: Einführung und Vergleich mittels einer Webapplikation

Oberthema: MOBILITÄT



SEVERIN FÜRBRINGER

severin@fsfe.org

EVT18a

ADRIAN STOOP

adrian-stoop@gmx.ch

EVT18a

DR. JÜRG PÖTTINGER

Begleitperson

1. Februar, 2018

Abstract

Diese Berufsmaturitätsarbeit behandelt folgende Fragestellung: Was sind die technischen Eigenschaften und Vor- und Nachteile von drei ausgewählten Pathfinding-Algorithmen und wie unterscheiden sie sich? Um diese Fragestellung zu beantworten, wird im Rahmen dieser Arbeit eine Webapplikation entwickelt, die den Benutzer in das Thema einführt und Vergleiche zwischen drei Pathfinding-Algorithmen interaktiv, parallel und mehrmals hintereinander ermöglicht. Um den Vergleich möglich zu machen, generiert die Webapplikation automatisch Raster mit zufällig platzierten Wänden. Die Bedingungen (Parameter) des Vergleichs können vom Benutzer auch angepasst werden. Die experimentartige Webapplikation liefert für statistische Zwecke Messwerte, welche dann für die Ableitung der Vor- und Nachteile der drei Pathfinding-Algorithmen miteinbezogen werden.

Die Webapplikation ist unter `bma.fuerbringer.info` zugänglich. Der dazugehörige Quellcode ist frei unter `github.com/fuerbringer/bma` erhältlich.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
1.1	Fragestellungen und Ziel der Arbeit	3
1.2	Vorgehen und Methoden	4
1.3	Aufbau der Arbeit	5
2	Theorie der Pathfinding-Algorithmen	6
2.1	Grundwissen	6
2.1.1	Was sind Algorithmen	6
2.1.2	Was ist ein Pathfinding Algorithmus	6
2.2	Einführung der Graphen	7
2.2.1	Was ist ein Graph: Graphentheorie und Pathfinder	7
2.2.2	Nicht negativ gewichtet	7
2.2.3	Pathfinding-Graphen	8
2.3	Heuristiken	8
2.4	Auswahl der Pathfinding-Algorithmen	8
2.4.1	A*	9
3	Realisierung	12
3.1	Konzept	12
3.1.1	Pathfinding.js	12
3.1.2	Programmierwerkzeuge	12
3.1.3	Konzipierung der Benutzeroberfläche	13
3.2	Implementierung des Vergleichers	16
3.2.1	Raster	17
3.2.2	Auswertung und Merkmale	21
4	Anhang	24
4.1	Screenshots der Webapplikation	24
4.1.1	Pathfinder-Vergleicher	24
4.2	Danksagung	25
4.2.1	Schriftsetzung	25

1. Einleitung

1.1 Fragestellungen und Ziel der Arbeit

Algorithmen sind überall in unserem Leben zu finden, selbst dort, wo wir sie nicht erwarten: In der Natur, im Weltraum, oder in der Biologie. Da das Autorenteam dieser Berufsmaturitätsarbeit sehr technisch interessiert ist wird in dieser Arbeit eine bedeutende Klasse der Algorithmen ausgewertet. Das vorgegebene Oberthema ist “Mobilität”. Aufgrund des gegebenen Thema haben wir uns für die Zweidimensionalen Matrix Pathfinding-Algorithmus entschieden. Einer der bekanntesten Algorithmen in diesem Themenbereich ist der Dijkstra A* (“A-Star”) Algorithmus. Es ist allgemein bekannt, dass er der effizienteste ist.

Die Merkmale von Algorithmen sind in unserer Zeit extrem wichtig, sie definiert die Vor- und Nachteile von Algorithmen bei ihrer Ausführung. Die Merkmale definiert Aufwand der Rechenleistung, Zeit die benötigt wird für das Ergebnis, Tiefe der Suche nach der besten oder optimalsten Lösung. Intelligente Systeme wie z.B. Künstliche Intelligenz, maschinelles Lernen oder der neuesten Deep-learning Technologie bauen auf der Algorithmentechnologie auf.

Durch Vergleiche dreier Pathfinding Algorithmen wollen wir herausfinden, welcher Algorithmus in welchen Situationen am effizientesten ist. Die Drei Algorithmen sind: A*, BestFirst und BreadthFirst. Diese drei wurden vom Autorenteam ausgewählt, da im bereits bestehenden Produkt Unterschiede in der Ausführung und Pfadsuche sichtbar war.

Falls einer der drei Algorithmen ein anderen Weg wählt, wollen wir den Grund dieser Entscheidung Herausfinden. Bei einem anderem Weg werden andere Rechenoperationen ausgeführt, es kann sein, dass der beste weg zehnmal mehr Operationen benötigt, um nur wenig effizienter zu sein. Diese Arbeit möchten herausfinden wie das Verhältnis von aufwand zu Effizienz bei den drei Algorithmen ist.

Unsere Vermutung hinsichtlich unseren Fragestellungen ist, dass die Algorithmen aus einem Uralgorithmus stammen und so technisch weiterentwickelt wurden und das der Dijkstra A* (“A-Star”) in den meisten Situationen der effizienteste Pathfinding Algorithmus ist. [1, Andrew Walker, StackOverflow, 2012]

1.2 Vorgehen und Methoden

Wir möchten erklären, was Pathfinding-Algorithmen sind, was sie definiert und wie sie ablaufen. Um dies besser zu visualisieren und die Pathfinder zu vergleichen, wird im Rahmen dieser Berufsmaturitätsarbeit ein technisches Produkt weiterentwickelt.

Das bestehende produkt ist hier zu finden: qiao.github.io/PathFinding.js/visual/

Folgende Features wurden hinzugefügt oder verbessert:

- Einführung in die Berufsmaturitätsarbeit
 - was sind Algorithmen / Pathfinding Algorithmen
 - wozu kann man Algorithmen brauchen
 - was für Arten Pathfinding Algorithmen gibt es auf der Webapplikation
 - Was ist das Ziel dieser Berufsmaturitätsarbeit
- Benutzerfreundliche einföhrung in die Webapplikation
- Visualisierung der einzelnen Pathfinder
- Messungen der einzelnen Pathfinder
- Verbesserte auswahl der Rastertypen
 - vorgegebene Raster
 - Zufallsgenerierte Rastertypen*
 - definierung der Rastergröße
- Vergleich mehreren Pathfinder im gleichen Raster¹
 - Visueller Vergleich
 - Operationen Vergleich
 - Strecken Vergleich
 - Rechenzeit Vergleich
- Glossar mit Fachwörtern und Erklärungen

Dieses Produkt ist eine Webapplikation, die für jedermann zugänglich ist und deren Quellcode frei verfügbar ist. Ausschnitte aus dem technischen Produkt werden in form von Bildern in dieser Arbeit einfließen.

¹Der Pathfinder-Vergleicher ist das Hauptfeature unserer Arbeit.

1.3 Aufbau der Arbeit

Im ersten Teil der Arbeit wird der Leser mit den Grundkenntnissen vertraut gemacht, dabei geht es um Algorithmen, Graphen und Heuristik. Danach werden die einzelnen gewählten Algorithmen erklärt durch Funktionsweises und Beispiele. Die einzelnen Vor- und Nachteile der ausgewählten Pfadfindern werden erläutert und danach wird die Realisierung des Produktes genauer beschrieben. Zum Schluss folgt ein Statistischer Vergleich der drei Pathfindern durch Messresultate aus dem erweiterten Produkt.

2. Theorie der Pathfinding-Algorithmen

2.1 Grundwissen

2.1.1 Was sind Algorithmen

Ein Algorithmus beschreibt eine abstrakte Form eines Aufgabenlösungsweg. Er besteht aus klaren Handlungsvorschriften, die in Form einer Kette oder Reihe in Einzelschritten abgearbeitet werden müssen, um ein Problem zu lösen. Ein Algorithmus kann den Satzaufbau einer Sprache vorschreiben (Subjekt, Verb, Objekt) oder die Herstellung eines Gerichts in der Küche als Kochrezept. Es wird immer eine bestimmte Eingabe in eine bestimmte Ausgabe verarbeitet und das Ergebnis ist immer das gleiche (wie eine Funktion in der Mathematik).

Es gibt sehr einfache Algorithmen, wie Verhaltensregeln oder Gesetze, in denen man nachschauen kann, wie man sich in welcher Situation verhält oder was erlaubt ist. Schwierigere Algorithmen findet man eher in der Mathematik, Datenanalyse oder auch im Bewusstsein der Menschen. [2, Wikipedia, 2018]

2.1.2 Was ist ein Pathfinding Algorithmus

Die Pathfinding Algorithmen sind eine Unterklasse der Algorithmen, sie spezialisieren sich auf die Suche des optimalen Weges von einem Punkt A zu einem Punkt B in einem Raum. Der Raum oder die Matrix kann hierbei zweidimensional oder dreidimensional sein, in dieser Arbeit befassen wir uns nur um die zweidimensionalen Pathfinding Algorithmen.

Bei Computerspielen kann der Raum das Spielfeld sein, wo unter anderem eine Computergesteuerte Person (Künstliche Intelligenz = KI) immer auf den Spieler zu läuft und ihn in einem definierten Abstand umkreist.

Bei unserer heutigen Internet Infrastruktur helfen Pathfinding Algorithmen unsere Daten über Routenplanung effizient von unserem Computer zum Server der aufgerufenen Homepage zu leiten und wieder zurück.

Die Pathfinding-Algorithmen suchen sich generell den kostengünstigsten oder kürzesten Weg mit wenig Hindernissen aus. Ein Vogel kann mühelos über einen Berg fliegen und legt bloss die direkte Luftlinie als Wegstrecke zurück, wir Menschen müssen meistens um den Berg herum reisen oder ihn in Schlangenlinien förmigen Wanderwege überwinden.

Ob dieser Wanderweg der Optimalste ist, hängt von verschiedenen Faktoren ab, eventuell gibt es sinnvollere Wege zum Ziel.

Einer dieser Faktoren kann sein:

- Man möchte am schnellsten am Ziel sein, vorzugsweise sucht man sich eine Öffentliche Fortbewegung wie ein Bus.(Zeit-Optimierung)
- Man hat nicht unbegrenzt Geld und sucht sich den billigsten Weg heraus(Kosten-Optimierung).
- Man möchte auf der Wanderung von gewissen Orten Bilder mit der Kamera festhalten(Weg-Optimierung)

Man beachte, dass egal welcher Weg ausgewählt wurde, dieser immer Vor- und Nachteile hat. Dies kann man unter einem Kuchendiagramm vorstellen, es gibt drei Parteien: Zeitoptimierung, Kostenoptimierung und Wegoptimierung. Egal für welche Partei man bevorzugt den Kuchen unterteilt, die anderen werden darunter leiden. [3, Wikipedia, 2018]

2.2 Einführung der Graphen

Pathfinding-Algorithmus “sehen” keine Wände oder Start- und Zielpunkte. Sie verarbeiten lediglich eingegebene Daten in ausgehende Daten. In unserer Webapplikation vereinfachen die Pathfinding-Algorithmen die Darstellung des Raumes in nicht-negative (siehe Kapitel Nicht Negativ gewichtet) Graphen. Daraus kann abgeleitet werden, dass die Pathfinding Algorithmen komplett unabhängig von der visuellen Darstellung des Raumes arbeiten. [4, Andreas Hofmann, 2013]

2.2.1 Was ist ein Graph: Graphentheorie und Pathfinder

Ein Graph ist eine mathematische Struktur zur Darstellung abstrakter Beziehungsstrukturen und besteht aus zwei Elementen: Ecken/Knoten (engl. vertices) und Kanten (englisch edges). Jede Kante verbindet exakt zwei Ecken, es können aber mehrere Kanten auf eine Ecke verweisen. Jeder angeschaute Knoten vom Algorithmus muss über mindesten eine Verbindung erreichbar sein.

Die Knoten stellen bei unserer Anwendung die x - und y -Koordinaten des Raums dar und die Kanten die Verbindungen der einzelnen Felder. Somit hat ein Knoten bei Ausführung des bestimmten Algorithmus 4 Kanten. Wenn dem Pathfinder die Diagonale zugelassen werden, gelten für die Knoten 8 Kanten. [5, Franz Embacher, 2003]

2.2.2 Nicht negativ gewichtet

In der allgemeinen Graphentheorie sind negativ gewichtete Graphen erlaubt. Bei den Pathfindern jedoch nicht, da es keine negativen Distanzen gibt. Von Punkt A nach B ist eine positive

Gewichtung der Strecke und der Rückweg von B nach A legt auch ein Positive Gewichtung der Strecke in den Knoten. [6, Krumke; Noltemeier; Schwarz; Wirth, 2000, S. 76]

2.2.3 Pathfinding-Graphen

In unserem Raster kann man die Graphenstruktur wie ein Schachbrett vorstellen, es beginnt am start und sucht Graph um Graph nach dem Ziel. In jedem Graph wird gespeichert von wo wessen Nachbar Graph man kam und wie weit man vom Startpunkt entfernt ist. Findet man den gleichen Graph ein zweites mal, durch einen anderen Weg, wird der schnellere Weg zum start in den Graph geschrieben. Findet die Struktur das Ziel, so verweist jeder Vorgehender Graph auf den Graph davor. Diese Graphen Kette zeigt dann vom Ziel zum Start. [7, Vinther, Vinther, 2015, S. 22]

2.3 Heuristiken

Im Allgemeinen können Algorithmen auf eine Heuristik zugreifen um Optimierter nach einem Weg zu suchen. Der begriff “Heuristik” bedeutet mit begrenztem Wissen oder unvollständiger Informationen die Optimale Lösung zu schätzen im Vorhinein. Anderst gesagt teilt die heuristik dem Algorithmus mit, welcher Graph am Wahrscheinlichstem zum Zielpunkt Führt.

Bei den Ausgewählten Algorithmen beim Vergleichen benutzt der A* und BestFirstFinder die Manhattan Heuristik und der BreadthFirstFinder keine. Der BreadthFirstFinder benutzt in seinem Standard code nie eine Heuristik. Die Manhattan Heuristik, auch Cityblock-metrix, wurde Ausgewählt, da das Raster dieser Berufsmaturitätsarbeit an einem Schachbrett ähnelt mit immer dem gleichen Abstand zwischen den Feldern. Die Manhattan Heuristik ist definiert durch:

$$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \quad (2.1)$$

für alle Punkte im Raster. Die Distanz d ist gleich der länge aller Wege, die P_1 und P_2 entlang der Horizontaler und Vertikaler Linie Verbindet. P_2 ist bei dieser Arbeit immer der Zielpunkt und P_1 der Aktuelle Standpunkt im Raster. [8, Patel, 2019]

2.4 Auswahl der Pathfinding-Algorithmen

Das Autorenteam hat sich für folgende Pathfinding-Algorithmen entschieden, weil diese im Vorfeld schon ersichtliche unterschiedliche Wege ausgewählt haben im gleichen vorgegebenen Raster.

2.4.1 A*

Der A*-Algorithmus, gesprochen “A Star”, untersucht mithilfe einer Heuristik immer den wahrscheinlich nächsten Knoten im Raster der zum Ziel führt. Jedem Nachbarknoten wird zuerst einen Wert d zugeordnet, der angibt, wie lange der Weg geschätzt von diesem Knoten zum Ziel führt. Der Wert d wird mit der Manhattan heuristik ausgerechnet. Jeder Graph mit einem d -Wert wird in eine liste eingetragen. Der A-Star rechnet immer die neuen Nachbarn aus des Graphen mit dem kleinsten d -Wert. Dadurch kann vorkommen, das nach langer Suche, der A-Star plötzlich wieder einige Graphen zurückspringen muss, da die neu berechneten d -Werte grösser als ein früherer gefundener d -Wert ist. [9, Schmidt, Fuchs]

Funktionsweise

Alle Graphen werden in drei Listen eingetragen:

- unbekannte Knoten

Bei Starten der Suche sind alle Knoten im Raster in dieser Liste.

- bekannte Knoten

Wurde einem Knoten den d Wert der Heuristik zugeteilt, wird er in diese Liste mit dem d Wert eingetragen. Aus dieser Liste wird immer der Knoten mit kleinstem d Wert ausgewählt, der als nächstes angeschaut wird.

- untersuchte Knoten

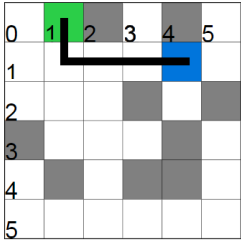
Zu diesem Knoten wurde der kleinste Weg herausgefunden, d.h. alle Nachbarknoten sind in der Liste mit bekannten Knoten.

Jeder der Gefundenen Knoten besitzt einen Verweis auf den Vorgängerknoten. Wird das Ziel erreicht, kann mit hilfe dieses Zeigers der Pfad bis zum Start ausgegeben werden. [9, Schmidt, Fuchs]

Beispiel

Blau ist Startpunkt und Grün Zielpunkt, Diagonale Verbindungen sind nicht verfügbar.

Bild	Ausführung	Bekannte Knoten	Untersuchte Knoten
	Schreibt Startpunkt in Bekannte Liste mit Distanz Wert.	(4/1) d = 4	–
	Berechne Distanz Wert aller Nachbarn(Rot markiert) und schreibe diese in die bekannte Knoten-Liste. Verweise auf den Vorgängigen Knoten(Schwarzer Balken).Da (4/1) Alle bekannte Nachbarn hat, wird dieser Knoten in die untersuchten Knoten-Liste verschoben. Der Knopf mit den tiefsten d Wert wird Angeschaut und der Prozess wird wiederholt.	(3/1) d = 3 (5/1) d = 5 (4/2) d = 5	(4/1) d = 4
	Da der Graph(3/1) Alle bekannten Nachbarn hat, wird dieser Knoten in der untersuchten Knoten-Liste verschoben.	(3/0) d = 2 (2/1) d = 2 (5/1) d = 5 (4/2) d = 5	(3/1) d = 3 (4/1) d = 4
	Falls Graph(3/0) vor Graph(2/1) angeschaut wird(gleiche d Werte), wird dieser, da er keine gültigen Nachbarn hat, in die untersuchten Knoten-Liste geschrieben.	(2/1) d = 2 (5/1) d = 5 (4/2) d = 5	(3/0) d = 2 (3/1) d = 3 (4/1) d = 4
	Der Prozess wird weitergeführt. Die Listen werden kontinuierlich aktualisiert.	(1/1) d = 1 (2/2) d = 2 (3/1) d = 3 (5/1) d = 5 (4/2) d = 5	(3/0) d = 2 (2/1) d = 2 (4/1) d = 4
	Der A-Star hat das Ziel erreicht und muss noch den einzelnen Graphen zurück folgen bis zum Start und kennt somit den Weg.	(1/0) d = 0 (0/1) d = 2 (1/2) d = 2 (2/2) d = 2 (3/1) d = 3 (5/1) d = 5 (4/2) d = 5	(1/1) d = 1 (3/0) d = 2 (2/1) d = 2 (4/1) d = 4

Bild	Ausführung	Bekannte Knoten	Untersuchte Knoten
	Die Suche ist Beendet	–	–

3. Realisierung

Dieser Abschnitt soll dazu verhelfen, die technischen Entscheidungen und Schritte zu erläutern und es möglich zu machen, die Kernfunktionen des Projekts zu reproduzieren. Leser, die diese Applikation, oder Teile davon, anderweitig einsetzen möchten, beziehen sich zusätzlich auf den frei verfügbaren Quellcode[12] des gesamten Projekts.

3.1 Konzept

Die Konzipierung dieser Webapplikation verlangte einige technische und gestalterische Entscheidungen. Einerseits musste die Programmiersprache und Struktur der Applikation geplant werden und andererseits auch das eigentliche Aussehen der Benutzeroberfläche der Webapplikation. Auf diese zwei wesentlichen Aspekte wird in diesem Abschnitt eingegangen.

3.1.1 Pathfinding.js

Eine korrekte Implementation der ausgewählten Pathfinder sind Voraussetzung für das Projekt. Daher wurde, um diese Voraussetzung zu erfüllen, die frei verfügbare Implementation PathFinding.js [10] verschiedener Pathfinder ausgewählt.

3.1.2 Programmierwerkzeuge

Die vorhandenen Fachkenntnisse und Erfahrungen schlugen für die Implementierung entweder PHP oder JavaScript als mögliche Programmiersprachen vor. Zum Entscheid massgebend war, dass die Programmbibliothek PathFinding.js [10], welche in unserer Arbeit eine wichtige Rolle spielt, in JavaScript implementiert wurde. Durch den Einsatz von JavaScript im Front-End und im Back-End, wäre es möglich die Pathfinder Berechnungen beliebig auf dem Rechner des Nutzers und auch auf dem Rechner des Servers auszuführen. Aus diesen Gründen wurde für das Front- und Back-End JavaScript ausgewählt. Folgend werden die wichtigsten Technologien unserer Webapplikation aufgelistet¹.

Programmiersprache JavaScript mit Einbindung von PathFinding.js [10]

¹Eine komplette Auflistung inklusive der abhängenden Programmbibliotheken macht wenig Sinn, vor allem da unser Quellcode frei ersichtlich ist.

Webserver-Software Express² übernimmt die Ausführung von JavaScript im Back-End.

Quellcode-Hosting GitHub³. Der Quellcode unser Webapplikation ist frei unter <https://github.com/fuerbringer/bma> zugänglich.

Webhosting Die Vultr⁴-Cloud dient als Hosting-Provider. Prinzipiell kann die Webapplikation jedoch auf beliebigen Unix und GNU/Linux Servern gehostet werden.

3.1.3 Konzipierung der Benutzeroberfläche

Als Webapplikation muss unsere Arbeit deren Nutzen dem Benutzer ausreichend klar machen. Umsomehr ist dies von Bedeutung, da die Webapplikation frei zugänglich ist und daher auch Besucher die Idee der Webapplikation verstehen sollten. Aus diesem Grund wurde unsere Webapplikation für den Nutzer einführend gestaltet. Das heisst, dass der Benutzer beim Aufruf der Webapplikation zunächst auf einer Willkommenseite landet, die ihn wiederum zu einer Einführung in das Thema und Ziel der Arbeit führt. Nach der Einführung kann der Benutzer in der Visualisierung mit einzelnen Pathfindern erste Erfahrungen machen. Im Abschluss kommt der Benutzer zum Hauptteil der Arbeit, dem Pathfinding-Vergleicher. Ziel dieser Struktur ist, dass jede Person wenigstens einen Einblick in die Welt der Pathfinding-Algorithmen erhält und über das nötige Wissen verfügt, das Ziel des Pathfinding-Vergleichers zu verstehen.

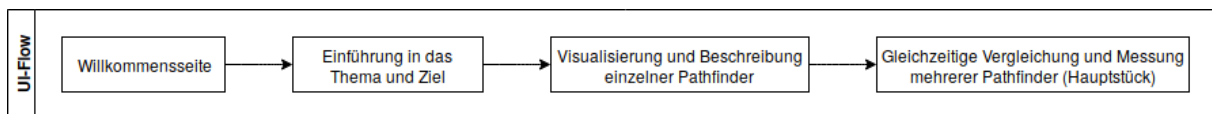


Abbildung 3.1: Webapplikationsstruktur. Quelle: Eigenleistung

²Express Webserver für Node Webapplikationen, <https://expressjs.com/>, Stand: 29. Januar 2019

³GitHub, <https://github.com/>, Stand: 29. Januar 2019

⁴Vultr - The Infrastructure Cloud™, <https://vultr.com/>, Stand: 29. Januar 2019

Einführungs- und Willkommensseite

Die Einführungsseite erklärt dem Benutzer was Algorithmen sind und führt ihn anschliessend mit einfachen Beispielen in das Thema der Pathfinder ein. Zuletzt werden die Ziele der Arbeit aufgelistet.

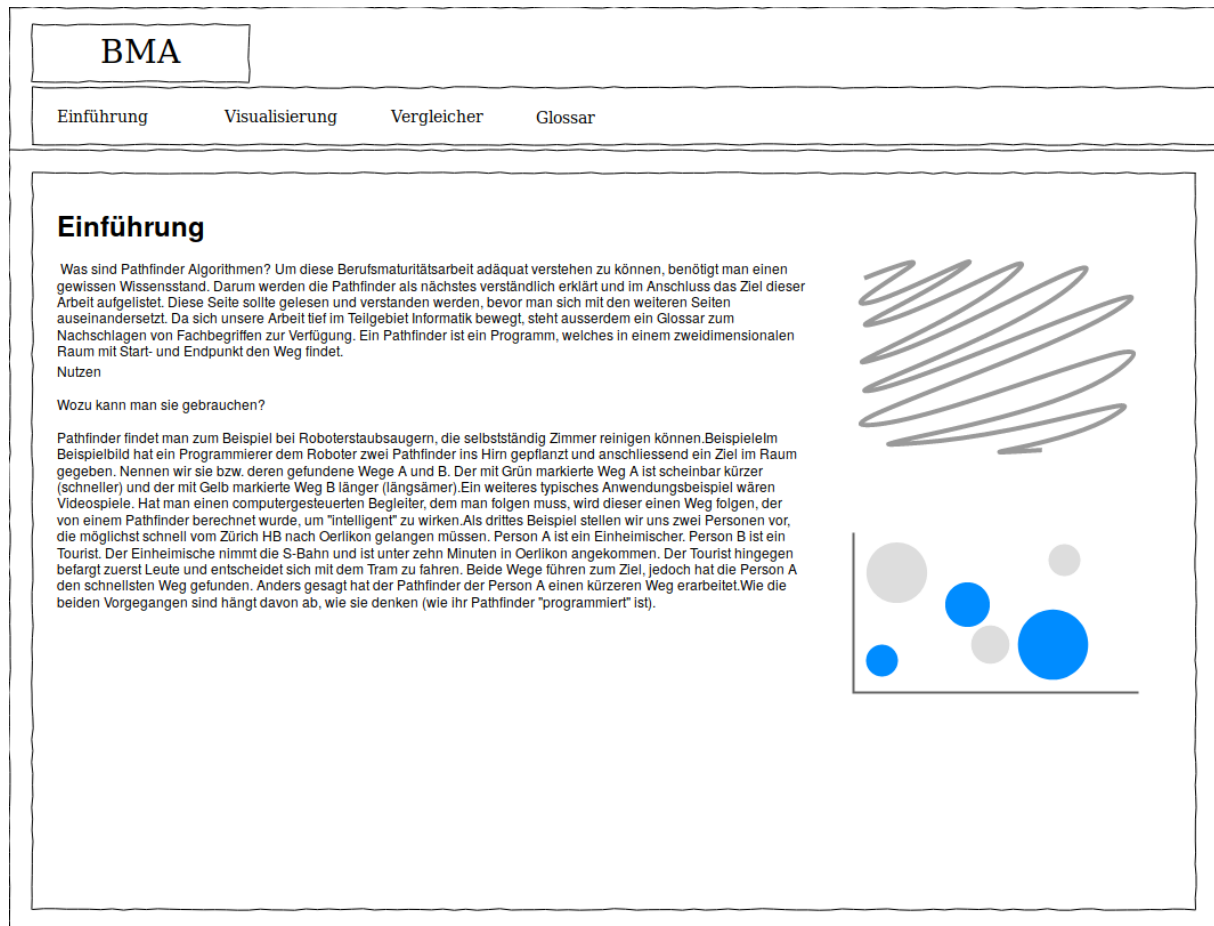


Abbildung 3.2: Einführungsseite. Quelle: Eigenleistung

Visualisierung der Pathfinder

Nach der Einführung erhält der Benutzer die Möglichkeit mit einzelnen Pathfindern zu experimentieren. Dazu kann er auch verschiedene Parameter anpassen. Dies ist die Vorstufe zum Pathfinder-Vergleich, da hier nochmals die einzelnen Pathfinder auf ihre Eigenschaften beschrieben werden.

BMA

EinführungVisualisierungVergleichGlossar

Visualisierung der Pathfinder

Auf der rechten Seite sieht man die in der Einführung erwähnten Pathfinder «in action». Der grüne Block repräsentiert jeweils den Endpunkt und der blaue den Startpunkt. Der ausgewählte Pathfinder findet zwischen diesen zwei Punkten dann den passenden Weg.

Diese Seite soll zur kurzen visuellen Einführung in die Pathfinder dienen. Parameter lassen sich vom Nutzer unter «Steuerung» anpassen.

A*-Pathfinder Beschreibung

...

BestFirstFinder Beschreibung

...

BreadthFirstFinder Beschreibung

...

Nächster Schritt

Im nächsten Schritt wird's interessant. Wir vergleichen die Pathfinder nebeneinander auf ihre Eigenschaften.

Raster

Messungen

Zurückgelegter Weg: A
Operationen: B
Rechenzeit: C

Parameter

Pathfinder-Art	<input type="text" value="A*"/>	
Heuristik	<input type="text" value="Manhattan"/>	
Rastertyp	<input type="text" value="Zufallsraster"/>	
Rastergrösse	<input type="text" value="Länge = 10"/>	<input type="text" value="Höhe = 8"/>
Diagonale	<input type="text" value="Nein"/>	

Vergleiche Ausführen

Abbildung 3.3: Benutzeroberflächenkonzept Visualisierer. Quelle: Eigenleistung

Vergleich der Pathfinder

Als Herzstück der Arbeit ermöglicht der Pathfinder-Vergleicher dem Nutzer die in unserer Arbeit ausgewählten Pathfinder zu vergleichen. Hier werden, gleich wie beim Visualisierer, zuerst vom Benutzer die Parameter gewählt. Die parallel ausgeführten Resultate mit Informationen über die Rechenzeit, zurückgelegten Weg und Operationen, sind dann interaktiv anwählbar. Gleichzeitig wird auch unter “Resultate” unten links das Total aller Vergleiche akkumuliert, damit ein Gesamteindruck verschaffen werden kann. Die Resultate dieser Seite dienen im Statistikteil als Datenquelle.

BMA

Einführung Visualisierung Vergleicher Glossar

Vergleich der Pathfinder

Pathfinding-Algorithmen werden hier verglichen (Side-by-side).

In der Einführung haben wir bereits die drei ausgewählten Pathfinder (A*, BestFirst und BreadthFirst) genannt. Diese Pathfinder werden auf dieser Seite parallel und mehrmals hintereinander verglichen. Als Resultat ersichtlich sind dann folgende Eigenschaften:

- Anzahl Operationen
- Zurückgelegter Weg
- Rechenzeit

Visuell ersichtlich sind die Durchläufe. Die Wege der jeweiligen Pathfinder sind verschieden gefärbt. Vom Nutzer anpassbar sind als Parameter die Anzahl Durchläufe, Rasterart und Rastergröße.

Raster

Resultate der Messungen: ...

Resultate

Anzahl Operationen: ...

Zurückgelegter Weg: ...

Vergangene Rechenzeit: ...

Parameter

Anzahl Durchläufe

Rasterart

Rastergröße

Vergleiche Ausführen

Abbildung 3.4: Benutzeroberflächenkonzept Vergleich. Quelle: Eigenleistung

3.2 Implementierung des Vergleichers

Vor allem für die statistischen Auswertungen ist es von Bedeutung zu wissen, wie der Vergleich zu den Resultaten kommt und die Berechnungen durchführt. Um an die statistischen Merkmale zu gelangen, musste je nach Merkmal die Webapplikation oder PathFinding.js erweitert werden.

3.2.1 Raster

Pathfinder benötigen einen Raum, um ihre Arbeit zu verrichten. Folglich wird erläutert, wie diese Räume im Quellcode der Arbeit implementiert wurden. Die Implementation der Pathfinding-Algorithmen von PathFinding.js erwartet als Raum eine Liste mit beispielsweise 8×8 Zellen:

```
[(0,0),(1,0),(2,0),(3,0),(4,0),(5,0),(6,0),(7,0)]  
[(0,1),(1,1),(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(6,1),(7,1)]  
[(0,2),(1,2),(2,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(7,2)]  
[(0,3),(1,3),(2,3),(3,3),(4,3),(5,3),(6,3),(7,3)]  
[(0,4),(1,4),(2,4),(3,4),(4,4),(5,4),(6,4),(7,4)]  
[(0,5),(1,5),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(6,5),(7,5)]  
[(0,6),(1,6),(2,6),(3,6),(4,6),(5,6),(6,6),(7,6)]  
[(0,7),(1,7),(2,7),(3,7),(4,7),(5,7),(6,7),(7,7)]
```

Zu beachten ist, dass die obige Liste pro Element (Zelle) lediglich die Koordinate (x,y) als Eigenschaft aufweist. Weitere Eigenschaften pro Zelle, wie die Wandeigenschaft, werden in späteren Abschnitten erwähnt. Diese Art von Raster ist bei der Darstellung von Pixelmatrizen und sonstigen computergrafikorientierten Anwendungen üblich. Man kann sich diese Anordnung auch als den vierten Quadranten eines kartesischen Koordinatensystems vorstellen, dessen y -Koordinate ihren Absolutwert annimmt. Des Weiteren gilt $x \in \mathbb{N}$ und $y \in \mathbb{N}$. Daraus folgt, dass Zwischenschritte nicht möglich sind, beispielsweise das Ziel nicht die Koordinate $(\frac{1}{2}, \frac{42}{11})$ annehmen kann. Ein weiteres Beispiel dafür wären die Pixel eines gewöhnlichen Monitors, denn einen Bruchteil eines Pixels anzusteuern ist ebenfalls nicht möglich. Benötigt man eine derartige Präzision, erhöht man dazu am besten die Auflösung des Raums. Es folgt eine Abbildung eines zweidimensionalen leeren Raumes der oben gegebenen Liste.

0	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

Abbildung 3.5: Ein von unserer Webapplikation generiertes 8×8 Raster. Quelle: Eigenleistung

Generierung der Wände und Gänge

Damit die Eigenschaften der Pathfinder besser zum Vorschein kommen, sie also nicht nur im leeren Raum ausgeführt werden, wurde im nächsten Schritt für den Rastergenerator die Logik zum Verstreu von Wänden implementiert. Die Rastermatrix erhält dann pro Zelle die Eigenschaft, ob sie vom Pathfinder passierbar ist oder nicht. Die Programmbibliothek PathFinding.js versteht diese Logik genauso, indem man zu einer gegebenen Koordinate definiert, ob sie eine Wand ist. Der folgende prozedurale Pseudocode definiert die in unserer Webapplikation benutzte Routine⁵, um Raster mit Wänden zu füllen.

```

1: procedure WANDGENERATOR(raster, freq)
2:   for  $y \leftarrow 0$  to count(Zeilen von raster) do
3:     for  $x \leftarrow 0$  to count(Zellen von raster in der Zeile y) do
4:        $rand \leftarrow \text{random}(0, 100)$  ▷ Zufallszahl  $[0, 100]$ 
5:        $x \leftarrow \lfloor rand \bmod freq \rfloor$  ▷ Rest von  $\frac{rand}{freq}$ 
6:       if  $x = 0$  then
7:         Zelle in raster bei x und y wird zu einer Wand
8:   return raster

```

Vom Frequenzparameter *freq* hängt schlussendlich ab, wie oft Wände im Raster vorkommen. Er kann frei gewählt werden. Nähert sich der Wert *freq* jedoch 1 mit $freq > 1$, erhöht sich auch die Anzahl unlösbarer Raster, da immer weniger mögliche Wege zwischen den verbliebenen Zellen besteht. Wendet man den Wandgenerator in unserem Raster der Abbildung 3.5 an, so erhält man ein Raster mit Wänden.

⁵Die genaue Codestelle in der Webapplikation ist hier ersichtlich: <https://github.com/fuerbringer/bma/blob/master/src/maze.js#L8>

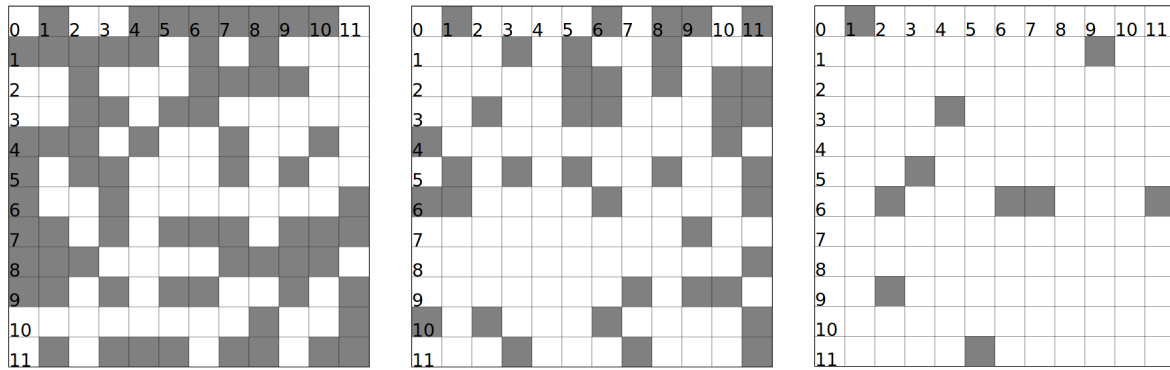


Abbildung 3.6: Raster mit Frequenzparametern $freq = 2$, $freq = 4$ und $freq = 16$ im Wandgenerator. Quelle: Eigenleistung

Wir sehen also, dass mit dem Frequenzparameter $freq$ die Häufigkeit der unpassierbaren Wände geändert werden kann. In unserer Webapplikation haben wir für den Frequenzparameter $freq = 4$ ausgewählt, da dieser Wert ein gutes Gleichgewicht zwischen nicht zu viel unlösbaren Rastern und genügend Wänden ergibt.

Generierung des Start- und Endpunkts

Wählt man zwei zufällige passierbare Zellen als Start- und Endpunkt aus, erhält man ein Raster, mit dem man Pathfinding-Algorithmen anwenden kann. In unserer Webapplikation werden diese zwei Zellen farblich differenziert. Programmatikalisch handelt es sich um Zellen, die Wände sind und in Ziel- resp. Endpunkte umgewandelt werden. Die folgenden zwei Routinen⁶ wählen in einem gegebenen Raster einen Start- und einen Endpunkt aus.

```

1: procedure STARTUNDENDPUNKTGENERATOR(raster)
2:   frei ist eine leere Liste                                ▷ mögliche Zellen für den Start- und Endpunkt
3:   for y ← 0 to count(Zeilen von raster) do
4:     for x ← 0 to count(Zellen von raster in der Zeile y) do
5:       zelle ← Zelle mit (x,y) in raster
6:       if zelle ist keine Wand then
7:         zelle der Liste frei hinzufügen
8:   raster ← PUNKTEMARKIEREN(raster, frei)
9:   return raster

10: procedure PUNKTEMARKIEREN(raster, frei)                  ▷ Start- und Endpunkte markieren
11:   startIndex ← ⌊random(0, count(frei))⌋                 ▷ Zufallsindex für die Liste frei
12:   Let
13:     sx ← x-Koordinate von frei am Index startIndex
14:     sy ← y-Koordinate von frei am Index startIndex
15:   In Zelle in raster bei sx und sy wird zum Startpunkt

```

⁶Die genaue Codestelle in der Webapplikation ist hier ersichtlich: <https://github.com/fuerbringer/bma/blob/master/src/maze.js#L27>

```

16:   Element in frei am Index startIndex entfernen
17:   endIndex  $\leftarrow \lfloor \text{random}(0, \text{count}(\text{frei})) \rfloor$  ▷ Zufallsindex für die Liste frei
18:   Let
19:     ex  $\leftarrow$  x-Koordinate von frei am Index endIndex
20:     ey  $\leftarrow$  y-Koordinate von frei am Index endIndex
21:   In Zelle in raster bei ex und ey wird zum Endpunkt
22:   Element in frei am Index endIndex entfernen
23:   return raster

```

Wendet man nun den Start- und Endpunktgenerator⁷ an Rastern mit Wänden (siehe Abbildung 3.6) an, so erhält man folgendes, ein für den PathFinder brauchbares, Raster mit Wänden und Start- und Endpunkt:



Abbildung 3.7: Ein von unserer Webapplikation generiertes 8×8 Raster mit Wänden und markierten Start- und Endpunkten. Quelle: Eigenleistung

Im letzten Schritt lässt man die PathFinder den Weg zwischen den markierten Start- und Endpunkten finden. Die Parameter, die man PathFinding.js dafür übergeben muss, sind grundsätzlich das Raster und die darin markierten Punkte, die als Start- und Ende dienen. Die markierten Punkte speichert man entweder im Start- und Endpunktgenerator zwischen oder man benutzt eine weitere Routine⁸, die die Start- und Endpunkte aus einem Raster extrahiert:

```

1: procedure STARTUNDENDPUNKTFINDEN(raster)
2:   startPunkt  $\leftarrow$  leeres Element
3:   endPunkt  $\leftarrow$  leeres Element

```

⁷Die genaue Codestelle in der Webapplikation ist hier ersichtlich: <https://github.com/fuerbringer/bma/blob/master/src/maze.js#L27>

⁸Die genaue Codestelle in der Webapplikation ist hier ersichtlich: <https://github.com/fuerbringer/bma/blob/master/src/helper.js#L15>

```

4:   for all zeile ∈ raster do                                ▷ y-Achse
5:       for all zelle ∈ zeile do                            ▷ x-Achse
6:           if Ist zelle ein Startpunkt then
7:               startPunkt ← zelle                        ▷ startPunkt entspricht der aktuellen Zelle
8:           else if Ist zelle ein Endpunkt then
9:               endPunkt ← zelle                            ▷ endPunkt entspricht der aktuellen Zelle
10:  return startPunkt und endPunkt

```

Übergibt man PathFinding.js nun die nötigen Parameter des Rasters und dessen Start- und Endpunkte, so erhält man den Weg von Start bis Ende. Wiederholt man dies mehrere Male mit verschiedenen Pathfindern, so ermöglicht man den direkten Vergleich der Pathfinding-Algorithmen. Dies ist eine wichtige Kernfunktion dieser Berufsmaturitätsarbeit.

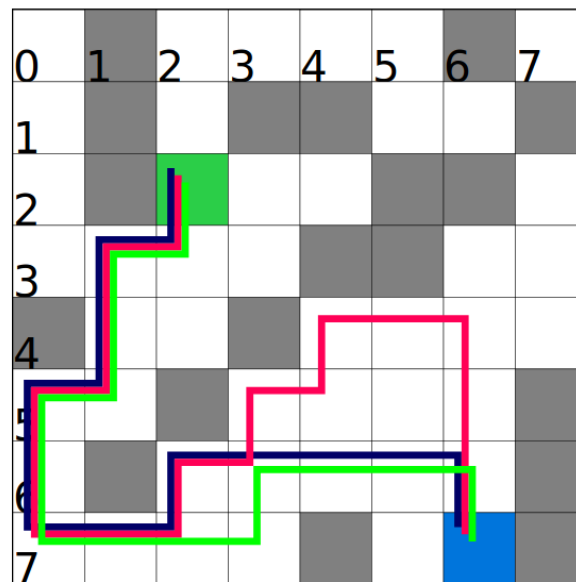


Abbildung 3.8: Ein von unserer Webapplikation generiertes 8×8 Raster mit Wänden und gelöstem Weg. Quelle: Eigenleistung

3.2.2 Auswertung und Merkmale

Zur Auswertung werden Merkmale definiert, welche bei der Statistik relevant sind. Es folgen die drei wichtigsten Merkmale beim Vergleich der Pathfinder in der Webapplikation.

Zurückgelegter Weg

Der zurückgelegte Weg ist aus praktischer Sicht gesehen ein bedeutendes Merkmal, da man natürlich möchte, dass der resultierende Weg möglichst kurz ausfällt. Die Programmbibliothek PathFinding.js liefert den Weg in einer Liste mit einer Koordinate pro Element. Daraus folgt, dass der Weg s der Anzahl der Elemente der Liste entsprechen muss, wenn man nach Path-

Finding.js Sprünge oder Luftlinien ausschliesst⁹. Es gibt demnach keine Geraden, ausser zwischen zwei Benachbarten Punkten. Diagonalen würden nach dieser Logik bei einem diagonalen Sprung als eine Weeinheit gelten.

$$s = n \begin{cases} P_1(0,0), \\ P_2(1,0), \\ \dots \\ P_n(x,y) \end{cases}$$

Operationen

Ein Algorithmus, der für das gleiche Resultat weniger Schritte (Operationen) tätigen muss, ist grundsätzlich besser als ein anderer. Zur Erfassung der Anzahl Operationen mussten die internen Routinen der Programmbibliothek PathFinding.js angepasst werden, da sie solche Messungsmerkmale nicht standardmässig liefert. Dazu wurde der Quellcode von PathFinding.js kopiert¹⁰ und in die Routinen der drei ausgewählten Pathfinder im äusseren und inneren Loop eingefügt. Folgende Dateien¹¹ wurden dafür angepasst:

- src/finders/AStarFinder.js
- src/finders/BreadthFirstFinder.js

Zu beachten ist, dass die Datei des BestFirstFinders nicht angepasst werden musste, da dieser auf dem A*-Finder basiert und somit alle Änderungen vom A*-Finder vererbt.

Rechenzeit

Ein bedeutendes Merkmal ist die Rechenzeit, also die Zeit, in der der Pathfinder seine Arbeit verrichtet hat. Um diese zu berechnen, wird unmittelbar vor der Ausführung der Wegfindungsroutine des Pathfinders der Zeitstempel t_0 der jetzigen Zeit zwischengespeichert und danach vom Pathfinder die Arbeit verrichtet. Direkt nach dem Beenden der Wegfindung wird ein zweites Mal ein Zeitstempel t_1 zwischengespeichert. Die Differenz ergibt die Zeit t in Millisekunden¹², die für die Berechnung benötigt wurde.

$$t = t_1 - t_0 \tag{3.1}$$

⁹Ein von PathFinding.js berechneter Weg: <https://pathfindingjs.readthedocs.io/en/latest/user-guide/getting-started/>

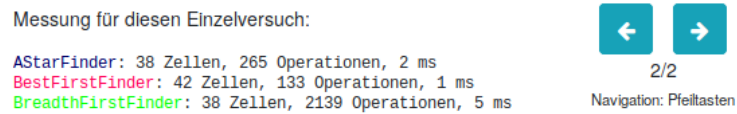
¹⁰Diesen Prozess nennt man bei freier Software "Forking".

¹¹Die genauen Anpassungen sind unter dem folgenden Link verfügbar: <https://github.com/fuerbringer/PathFinding.js/commit/51034158638ad7aaa9c5142a827bd4d3de2b8786#diff-22360b18a43ac33ae398e44b998101c7>

¹²Die Einheit Millisekunden ergibt sich aus der Schnittstelle `Performance.now()` von JavaScript

Die Werte t sind pro Pathfinder in der Webapplikation unter “Messung für diesen Einzelversuch:” unter dem Raster ersichtlich. Diese Berechnung demnach pro Durchlauf dreimal getätigt.

Aus diesen drei Merkmalen folgen zusammengefasst die in unserer Webapplikation vermessenen Werte der Pathfinding-Algorithmen.



Messung für diesen Einzelversuch:

Algorithmus	Zellen	Operationen	Zeit
AStarFinder	38	265	2 ms
BestFirstFinder	42	133	1 ms
BreadthFirstFinder	38	2139	5 ms

Navigation: Pfeiltasten

2/2

Abbildung 3.9: Vergleicherausschnitt. Quelle: Eigenleistung

4. Anhang

4.1 Screenshots der Webapplikation

4.1.1 Pathfinder-Vergleicher

BMA1. Einführung in das Thema2. Visualisierung der Pathfinder3. Vergleich der Pathfinder4. Glossar5. Autoren

Vergleich der Pathfinder

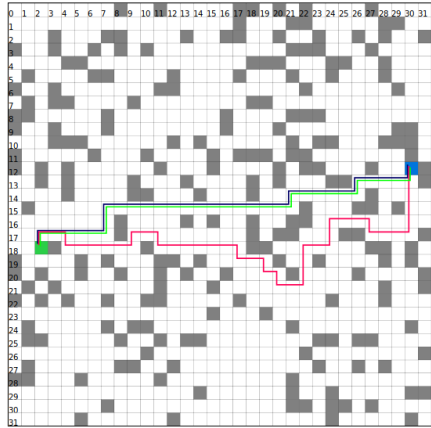
Pathfinding-Algorithmen werden hier verglichen (Side-by-side).

In der [Einführung](#) haben wir bereits die drei ausgewählten Pathfinder (A*, BestFirst und BreadthFirst) genannt. Diese Pathfinder werden auf dieser Seite parallel und mehrmals hintereinander verglichen. Als Resultat ersichtlich sind dann folgende Eigenschaften:

- Anzahl Operationen
- Zurückgelegter Weg
- Rechenzeit

Visuell ersichtlich sind die Durchläufe. Die Wege der jeweiligen Pathfinder sind verschieden gefärbt. Vom Nutzer anpassbar sind als Parameter die Anzahl Durchläufe, Rasterart und Rastergrösse.

Raster



Messung für diesen Einzelversuch:

AStarFinder: 35 Zellen, 352 Operationen, 0 ms
BestFirstFinder: 47 Zellen, 174 Operationen, 0 ms
BreadthFirstFinder: 35 Zellen, 1931 Operationen, 0 ms

Navigation: Pfeiltasten

Status

Pathfinder: AStarFinder
BestFirstFinder
BreadthFirstFinder

Anzahl Durchläufe: 69

Raster/Labyrinth Art: random

Messungen

Für die Auswertung relevante Daten. Die Werte beziehen sich auf alle der 69 Durchläufe.

Anzahl Operationen:	AStarFinder: 17268 Operationen BestFirstFinder: 6836 Operationen BreadthFirstFinder: 74269 Operationen
Zurückgelegter Weg:	AStarFinder: 1661 Zellen BestFirstFinder: 1825 Zellen BreadthFirstFinder: 1661 Zellen
Vergangene Rechenzeit:	AStarFinder: 27 ms BestFirstFinder: 8 ms BreadthFirstFinder: 30 ms

* Bei Rechenzeiten unter 1 ms rundet Javascript den Wert auf 0 ab.

Parameter

Anzahl Durchläufe: 69

Rasterart: Zufallsraster (Wände "verstreut")

Rastergrösse: 32 32

Diagonale zulassen: Nein

Pathfinder vergleichen

© 2018 Severin Fürbringer, Adrian Stoop

BMS Zürich, Berufsmaturitätsarbeit

[Source Code](#) unter AGPL-3.0

Abbildung 4.1: Pathfinder-Vergleicher-Page. Quelle: Eigenleistung

4.2 Danksagung

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Etiam lobortis facilisis sem. Nullam nec mi et neque pharetra sollicitudin. Praesent imperdiet mi nec ante. Donec ullamcorper, felis non sodales commodo, lectus velit ultrices augue, a dignissim nibh lectus placerat pede. Vivamus nunc nunc, molestie ut, ultricies vel, semper in, velit. Ut porttitor. Praesent in sapien. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Duis fringilla tristique neque. Sed interdum libero ut metus. Pellentesque placerat. Nam rutrum augue a leo. Morbi sed elit sit amet ante lobortis sollicitudin. Praesent blandit blandit mauris. Praesent lectus tellus, aliquet aliquam, luctus a, egestas a, turpis. Mauris lacinia lorem sit amet ipsum. Nunc quis urna dictum turpis accumsan semper.

4.2.1 Schriftsetzung

Die Schriftsetzung wurde durch die freie Software \LaTeX und deren Autoren Leslie Lamport et. al. ermöglicht.

5. Glossar

Fachwörter- und Begriffsverzeichnis

In diesem Kapitel werden wichtige Wörter aus der Fachsprache erklärt, die in unserer Arbeit oftmals vorkommen.

A* Sprich “A Star”. Ein Pathfinding Algorithmus (siehe Fachbegriff Algorithmus). Dieser nutzt zusätzlich heuristische Mittel, um den Weg zu berechnen (siehe Heuristik).

Algorithmus Ein Ablauf, Prozess oder Programm, der eine Liste mit Anweisungen schrittweise befolgt, um Daten umzuwandeln.

Back-End Der Server—mit guten Systemtechnikern rund um die Uhr stellt das Back-End die Website unter einer URL, wie `bma.fuerbringer.info`, zur Verfügung.

BestFirstFinder Ein Pathfinding-Algorithmus. Nicht zu verwechseln mit dem BreadthFirst-Finder.

BreadthFirstFinder Ein Pathfinding-Algorithmus. Nicht zu verwechseln mit dem BestFirst-Finder.

Dijkstra Ein Pathfinding Algorithmus (siehe Fachbegriff Algorithmus). Dieser nutzt keine heuristische Mittel und kommt in unserer Arbeit nicht direkt vor.

Front-End Der Browser—der Teil einer Website oder Webapplikation, den der Benutzer sieht und mit dem er interagiert. In unserem Fall werden die wichtigsten Berechnungen im Front-End verrichtet.

Heuristik Hilfsalgorithmus, unter anderem für Pathfinder, der zusätzlich hilft zwischen einzelnen Schritten die Kosten für eine mögliche Operation einzuschätzen.

Matrix Anordnung von Elementen. In unserem Fall ein zweidimensionales Raster, in dem Wände, Korridore und Wege platziert sind.

Operationen Eine “Operation” beschreibt in unserem Fall einen Zyklus eines Pathfinders. Je mehr Zyklen ein Pathfinder in Relation zu einem anderen benötigt, desto weniger effizient ist er.

Parameter Die Randbedingungen für einen Durchlauf bzw. ein Experiment.

PathFinding.js Die Zentrale Programmbibliothek, deren Pathfinder Implementationen wir in unserer Webapplikation nutzen.

Pathfinder Eine Art Algorithmus, der in einem gegebenen Raum mit eingezeichnetem Start- und Endpunkt den schnellsten weg Findet.

recbacktracker “Recursive Backtracker, ein Labyrinthalgorithmus, den wir in unserer Webapplikation zur Generierung von perfekten (immer lösbaren) Labyrinthen verwenden. Dieser Algorithmus kommt im Vergleich nicht zum Zug.

Pseudocode Definiert einen Algorithmus schriftlich in einer allgemein verständlichen Sprache, damit dieser in beliebigen Programmiersprachen umgesetzt werden kann.

PHP Eine freie serverseitige Programmiersprache, die seit über zwei Jahrzehnten einen hohen Marktanteil hat.

JavaScript Nicht zu verwechseln mit Java. Eine clientseitige Programmiersprache, die in jedem Browser integriert ist. Sie wird hauptsächlich zwecks der Interaktivität benutzt.

Implementieren/Implementation Im Kontext der Software wird damit die Planung und Entwicklung des Quellcodes bezeichnet.

Pixelmatrizen Eine Liste mit Pixeldaten, die zum Beispiel bei Computergrafikapplikationen gebraucht wird. Der “Inhalt” des Bildschirm kann ganzheitlich in einer Pixelmatrix abgelegt werden.

Prozedural Beschreibt programme, die schrittartig ablaufen.

Routine Unter diesem Begriff kann man im Rahmen dieser Arbeit einen Teil eines Algorithmus, einer Funktion oder einer Prozedur verstehen.

Unix und GNU/Linux Betriebssysteme abstammend vom AT&T UNIX.

Literaturverzeichnis

- [1] Andrew Walker; StackOverflow, *Is A* the best pathfinding algorithm?*, <https://stackoverflow.com/a/9515734>, [Abrufdatum: 28.01.2019]
- [2] Wikipedia, *Algorithmen*, <https://de.wikipedia.org/wiki/Algorithmus>, [Abrufdatum: 28.01.2019]
- [3] Wikipedia, *Pathfinding*, <https://de.wikipedia.org/wiki/Pathfinding>, [Abrufdatum: 28.01.2019]
- [4] Andreas Hofmann, Fachhochschule Technikum Wien, *Pathfindingthfinding-Algorithmen in verschiedenen Spielegenres*, <http://devblog.viking-studios.net/wp-content/uploads/2013/04/Pathfinding-Algorithmen-in-verschiedenen-Spielegenres.pdf>, [Abrufdatum: 28.01.2019]
- [5] Franz Embacher, Institut für Theoretische Physik der Universität Wien, *Von Graphen, Genen und dem WWW*, <https://homepage.univie.ac.at/franz.embacher/Lehre/aussermathAnw/Graphen.html>, [Abrufdatum: 27.01.2019]
- [6] Sven Oliver Krumke, Hartmut Noltemeier, Stefan Schwarz, Hans-Christoph Wirth, Bayerischen Julius-Maximilians-Universität Würzburg, *Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen*, <http://www.matheraetsel.de/texte/graphentheorie.pdf>, Seite 76, [Abrufdatum: 27.01.2019]
- [7] Anders Strand-Holm Vinther, Magnus Strand-Holm Vinther, Aarhus University - Computer Science, Juni 2015, *Pathfinding in Two-dimensional Worlds*, http://tildeweb.au.dk/au121/advising/thesis/anders-strand-holm-vinther_magnus-strand-holm-vinther.pdf, Seite 22, [Abrufdatum: 28.01.2019]
- [8] Amit Patel, *A*'s Use of the Heuristic*, <http://theory.stanford.edu/~amitp/GameProgramming/Heuristics.html#manhattan-distance>, Abs. *Manhattan distance*, 2019, [Abrufdatum: 28.01.2019]
- [9] Thorsten Schmidt, David Fuchs, Universität Tübingen, *A-Stern Algorithmus*, http://www.geosimulation.de/methoden/a_stern_algorithmus.htm, [Abrufdatum: 26.01.2019]

- [10] Xueqiao Xu et al., *PathFinding.js*, <https://github.com/qiao/PathFinding.js>, Quellcode auf GitHub, Letzter Aufruf: 29. Januar 2019
- [11] Cui Xiao; Shi Hao, *A*-based Pathfinding in Modern Computer Games*, IJCSNS International Journal of Computer Science and Network Security, VOL.11 No.1, Januar 2011.
- [12] Severin Fürbringer; Adrian Stoop, *BMA Quellcode*, <https://github.com/fuerbringer/bma>, 29. Januar 2019
- [13] Severin Fürbringer; Adrian Stoop, *BMA-Webapplikation*, <https://bma.fuerbringer.info>, 29. Januar 2019

Abbildungsverzeichnis

3.1	Struktur der Webapplikation.	13
3.2	Konzept der Einführungsseite.	14
3.3	Benutzeroberflächenkonzept des Pathfinding-Visualisierers.	15
3.4	Benutzeroberflächenkonzept des Pathfinder-Vergleichers.	16
3.5	Ein von unserer Webapplikation generiertes 8×8 Raster.	18
3.6	Raster mit Frequenzparametern $freq = 2$, $freq = 4$ und $freq = 16$ im Wandge- nerator.	19
3.7	Ein von unserer Webapplikation generiertes 8×8 Raster mit Wänden und mar- kierten Start- und Endpunkten.	20
3.8	Ein von unserer Webapplikation generiertes 8×8 Raster mit Wänden und gelöstem Weg.	21
3.9	Ausschnitt aus dem Pathfinding-Vergleicher für einzelne Vergleiche.	23
4.1	Ein vollständiger Screenshot des Pathfinder-Vergleichers.	24