2. Klausur

Altfragen

2019

1. Zeigen Sie die Quellfreiheit des Magnetfelds $B^i(x^m)$ unter Verwendung des Amperéschen Ausdrucks, welcher $B^i(x^m)$ in Abhängigkeit von der Volumsstromdichte $J^i(x^m)$ darstellt.
2. Für zwei Flächen F_1, F_2, welche durch dieselbe Kurve γ berandet werden (d.h.$\partial F_1 = \partial F_2 = \gamma$), weise man die Gleichheit des magnetischen Flusses durch diese Flächen, unter Verwendung der magnetostatischen Maxwellgleichungen, nach.

2013

1. Zeigen Sie unter Zuhilfenahme des Biot-Savart'schen Ausdrucks für das Magnetfeld $B^i(x^m)$ in Abhängigkeit von der Volumsstromdichte $J^i(x^m)$ die Divergenzfreiheit von $B^i(x^m)$.

2. Unter Verwendung der magnetostatischen Maxwellgleichungen bestimme man die Rotation der Volumsstromdichte $J^i(x^m)$. Den so gewonnen Ausdruck löse man nach $B^i(x^m)$ unter Zuhilfenahme der Green-Funktion des Laplace-Operators auf.

2013 Ersatztest

1. Unter Verwendung des Biot-Savart'schen Ausdrucks für das Magnetfeld $B^i(x^m)$ in Abhängigkeit von der Volumsstromdichte $J^i(x^m)$ zeige man die Abwesenheit von magnetischer Ladung.

2. Zeigen Sie unter Verwendung der zweiten magnetostatischen Maxwellgleichung, dem Ampéreschen Gesetz, die Divergenzfreiheit der Stromdichte $J^i(x^m)$

2011

1. Weisen Sie die Quellfreiheit des magnetischen Feldes, unter Benutzung des Biot-Savart'schen Ausdrucks für das Magnetfeld $B^i(x^m)$ in Abhängigkeit von der Volumsstromdichte $J^i(x^m)$, nach.

2. Zeigen Sie, dass die stationäre (zeitunabhängige) Kontinuitätsgleichung eine direkte Konsequenz des Ampere'schen Gesetzes zwischen Magnetfeld $B^i(x^k)$ und Volumsstromdichte $J'(x^k)$ darstellt.

Formelsammlung

Gegenüberstellung der Maxwellgleichungen

	Magnetostatik	Elektrostatik
1.MG	$\varepsilon_{ijk}\partial_j B^k(x^m) = \mu_0 J^i(x^m)$	$\partial_i E^i(x^m) = \frac{\rho(x^m)}{\varepsilon_0}$
2.MG	$\partial_i B^i(x^m) = 0$	$\varepsilon_{ijk}\partial_j E^k(x^m) = 0$

Kraftgesetze

Ampèresches Kraftgesetz:

$$F^i_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int ds_1\, \varepsilon_{ijk}\, I^j_1(s_1) \int ds_2\, \frac{e_{klm}\, I^l_2(s_2)\,(x^m_1(s_1) - x^m_2(s_2))}{|x^p_1(s_1) - x^p_2(s_2)|^3}$$

Coulombsches Kraftgesetz:

$$F^i_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2 (x^i_1 - x^i_2)}{|x^m_1 - x^m_2|^3}$$

Magnetfeld mittels Ampèrescher Ausdruck

$$\begin{aligned} B^i(x^m) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3x'\, \frac{\varepsilon_{ijk}\, J^j(x'^m)(x^k - x'^k)}{|x^m - x'^m|^3} = \\ &= \underbrace{\varepsilon_{ijk}}_{\varepsilon_{ikj}}(-\partial_k) \underbrace{\left(\int d^3x'\, \frac{J^j(x'^m)}{|x^m - x'^m|} \frac{\mu_0}{4\pi}\right)}_{A^j(x^m)} = \varepsilon_{ikj}\partial_k A^j(x^m) \\ \Rightarrow \partial_i B^i(x^m) &= \varepsilon_{\underset{\vee}{ij}k} \partial_{\underset{\cup}{i}}\partial_j A^k(x^m) = 0 \end{aligned}$$

E-feld mittels Coulombscher Ausdruck

$$\begin{aligned} E^i(x^m) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3x'\, \frac{\rho(x'^m)(x^i - x'^i)}{|x^m - x'^m|^3} = \\ &= -\partial_i \underbrace{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int d^3x'\, \frac{\rho(x'^m)}{|x^m - x'^m|}\right)}_{:=V(x^m)} = \\ &= -\partial_i V(x^m) \\ \Rightarrow \varepsilon_{ijk}\, \partial_j E^k(x^m) &= \varepsilon_{\underset{\vee}{ij}k} \partial_{\underset{\cup}{i}}\partial_j V(x^m) = 0 \end{aligned}$$