

近似的メッセージ伝搬法に基づくパイロット汚染の軽減

豊橋技術科学大学電気・電子情報工学課程

藤塚 拓実

指導教員 竹内啓悟

2016 年 12 月 13 日

概要

2020 年東京オリンピック・パラリンピック大会に向けて、日本国内の情報通信基盤 (ICT) を飛躍的に向上させる戦略が、総務省を中心として活発になっている。その戦略の一つとして、第 5 世代移動通信システム (5G) の実現がある。スマートフォンや IoT の拡大により、現行の無線通信規格である 4G/LTE よりもさらに超高速・大容量のモバイル通信ネットワークとして、5G の実現が求められる。

5G の中心的役割を担う技術が、大規模 MIMO (multiple-input multiple-output) である。大規模 MIMO は、同一の基地局を利用する数十人のユーザを 100 本以上の受信アンテナを持つ基地局でサポートすることで、多入力多出力のシステムを実現し、データレートの増加やダイバーシチによる性能改善を図ることができる。しかし、大規模 MIMO では通信路推定の際、基地局間干渉によりパイロット汚染が発生する。パイロット汚染とは、直交パイロット系列の総数に関する制約のために、パイロット信号系列が短い場合に隣接する基地局間で同じ系列を利用せざるを得ず、ユーザの通信路を推定することができなくなってしまう現象である。

本研究では、ユーザから基地局へ情報伝送を行う大規模 MIMO アップリンクを想定する。パイロット汚染の軽減を目的として、送信側でパイロット信号の送信タイミングを基地局ごとにずらす方法を検討する。

通信路と送信データを基地局側で同時推定するためのアルゴリズムとして、近似的メッセージ伝播法 (AMP) を採用する。AMP は、人口知能分野で提案された確率伝播法を基礎として発展した反復推定法である。大規模 MIMO の受信信号を通信路行列と送信データ行列との積に白色雑音を足した信号としてモデル化し、AMP アルゴリズムを使って受信信号より通信路と送信データを同時推定する。反復の手順として、パイロット信号に基づいて初期の通信路を推定し、その推定結果をもとに送信データを推定する。さらにデータの推定結果を通信路推定器にフィードバックすることで、初期の通信路推定を改善するという反復を繰り返す。

基地局数 2、基地局のアンテナ数 128 本、基地局当たりのユーザ数 8 人、送信フレーム長 1000、パイロット信号の長さ 300、通信路/データ推定器内における反復回数 30 回、両者の間の反復回数 3 回の場合を想定して、数値シミュレーションを行った結果、信号対雑音比 (SNR) が 10 dB において約 10^{-3} のビット誤り率を達成できることを確認した。

謝辞

本研究を進めるにあたり，お忙しい中，終始熱心なご指導をいただいた竹内啓悟先生に深謝いたします．また，竹内研究室の皆様には日頃から数々の助言をいただきました．ここに，協力していただいた皆様へ心から感謝の気持ちと御礼を申し上げたく，謝辞にかえさせていただきます．

目次

第 1 章	はじめに	4
1.1	研究背景	4
1.2	大規模 MIMO(Massive MIMO)	4
1.3	パイロット汚染 (Pilot Contamination)	5
1.4	研究目的	6
1.5	研究内容	6
1.6	論文構成	6
第 2 章	提案手法	7
2.1	アップリンクマルチユーザ MIMO	7
2.2	通信路推定とデータ推定	7
第 3 章	APM アルゴリズムの導出	10
3.1	近似的確率伝搬法 (Approximate Belief Propagation BP)	10
3.2	近似的メッセージ伝播法 (Approximate Message Passing AMP)	12
参考文献		14

第 1 章

はじめに

1.1 研究背景

2020 年東京オリンピック・パラリンピック大会に向けて、日本国内の情報通信基盤 (ICT) を飛躍的に向上させる戦略が、総務省を中心として活発になっている。その戦略の一つとして、第 5 世代移動通信システム (以下「5G」) の実現がある。[1]

近年スマートフォンのような高機能端末が一般層へ広く普及したことを起爆剤として、M2M や IoT が拡大していくことが予想されている。そのため、現行の 4G/LTE よりもさらに、超高速・大容量のモバイル通信ネットワークとして、5G の実現が求められる [2]。

1.2 大規模 MIMO(Massive MIMO)

5G の中心的役割を担う技術が、大規模 MIMO(massive MIMO) である。MIMO(Multiple Input Multiple Output) とは、送受信側が複数のアンテナを持ち合わせ持つことにより、データレート増加、ダイバーシチによる特性改善を図ることができるものである [3]。4G/LTE で既に使用されている MIMO では、基地局 (受信側) のアンテナは 2,4,8 本程度しか持ち合わせていないが、大規模 MIMO は、同一の基地局を利用するユーザ数十人を、100 以上の受信アンテナでカバーすることで、多入力、多出力のシステムを実現する。図 1.1 に概念図を示す。

大規模 MIMO では、ユーザと受信側がともに複数のアンテナを持ち合わせるポイント・ツー・ポイント (point-to-point)MIMO ではなく、単一のアンテナを持つ複数人のユーザが多数のアンテナを持つ受信機にアクセスするマルチユーザ MIMO を想定する。なぜならば、ユーザが複数アンテナを保持すると、端末が高価になり、かつ端末の中の距離が近いアンテナ同士が干渉を起こし、重複による利得が減衰する可能性があるためである [4]。

大規模 MIMO の時分割複信 (TDD) システムでは、アップリンク (ユーザから基地局への通信) で得られた通信路状態情報 (CSI) をもとに、ダウンリンク (基地局からユーザへの通信) では、プリコーディングを行うことで、ダウンリンクの通信を容易にする。よって、アップリンクの CSI 推定が非常に重要な処理となる。CSI を推定する際、アンテナ数を無限大に考えた場合、無相関のノイズや高速フェージングの影響は無視できるが、パイロット汚染 (Pilot Contamination)[4] と呼ばれる問題が現象が発生する。

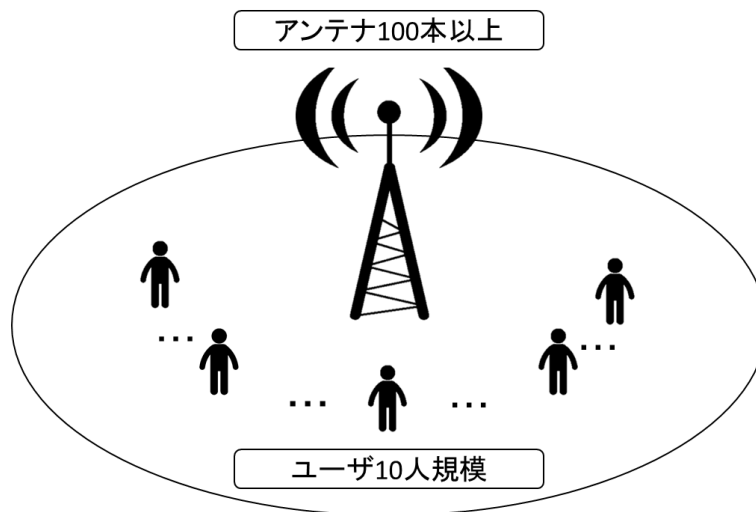


図 1.1 大規模 MIMO の概念図

1.3 パイロット汚染 (Pilot Contamination)

データを送信する際、ユーザはパイロット信号と呼ばれる基地局側にも既知のデータを送ることで、基地局側は CSI を推定するが、あるユーザ同士が同じパイロットを送信してしまうと、基地局が通信路を学習する過程で、誤って別のユーザの通信路を学習してしまう現象がパイロット汚染である。パイロット信号を送信する時間が短いと、パイロット信号が等しくなる可能性が高くなるため、パイロット汚染が発生しやすい。つまり、パイロット信号に必要な時間は基地局のアンテナ数には依存せず、ユーザの数に依存して増大してしまう。

パイロット汚染を抑制する方法として、基地局ごとにパイロットの送信を時間シフトさせて送信する [5] 方法がある (図 1.2 を参照)。隣接する基地局は、お互いのユーザの信号を受け取ってしまうが、パイロット信号を送信する時間をずらすことで、パイロット汚染を防ぎ、基地局間干渉を抑制することができる。本研究では、パイロット信号を時間シフトさせてシミュレーションを行った。

基地局1:

Pilots	Data
--------	------

基地局2:

Data	Pilots	Data
------	--------	------

基地局3:

Data	Pilots	Data
------	--------	------

図 1.2 パイロット行列を時間シフトしたデータ構造 出典：[5]Fig.1 を修正

1.4 研究目的

本研究では、アップリンクにおいて、基地局側が通信路と送信データを同時に推定するシミュレーションを行う。その際、1.3 にて説明した基地局間干渉を考慮したうえで、基地局側が信号を復調する際、別の基地局の信号と自身の基地局の信号を分離できるように、基地局ごとにパイロットの送信を時間シフトさせて送信することで、パイロット汚染を抑制することを目的とする。

1.5 研究内容

大規模 MIMO の復調の計算方法として、近似的メッセージ伝搬法 (Approximate Message Passing 以下「AMP」) を用いる。AMP は、人口知能分野で提案された確率伝播法 (Belief Propagation BP) を基礎として発展した統計学的手法であり、もともとは、圧縮センシングの分野で提案された手法である [6]。

AMP アルゴリズムを用いて、二つの行列の積の情報より、元の二つの行列を推定する体系的な理論は、参考文献 [7] の著者である樺島祥介氏らによって考案された。参考文献 [7] では、行列分解のための AMP アルゴリズムの導出と理論的な数値特性の評価を行っている。本研究では、AMP アルゴリズムを使い、大規模 MIMO システムで通信路とデータを推定する数値シミュレーションを行った。具体的には、図 1.3 に示すように、推定する二つの行列を通信路と送信データとして、送信データにはパイロット信号を付加する。さらに、二つの行列の積の結果に白色雑音を足したものを大規模 MIMO のアンテナが受け取る受信信号として、受信信号より通信路と送信データを推定する。

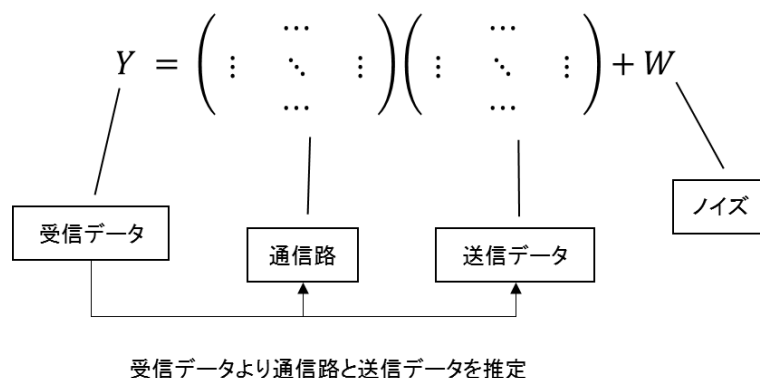


図 1.3 想定しているシステムの行列

1.6 論文構成

第 2 章

提案手法

2.1 アップリンクマルチユーザ MIMO

本研究は、複数ユーザが基地局に情報を送るアップリンクを想定して研究を行った。ユーザ数を K 、受信アンテナ数を N とし、ユーザは単一の送信アンテナを持つことを想定する。また、簡単のため、フェージング係数が観測時間 T の間一定であるブロックフェージング通信路を仮定する。受信信号 $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{N \times T}$ は式 (2.1) にて与えられる。

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{H} \mathbf{X} + \mathbf{W}. \quad (2.1)$$

$\mathbf{X} \in \mathbb{C}^{K \times T}$ は全ユーザの送信信号であり、 $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times K}$ はすべてのユーザとアンテナ間のフェージング係数である。ここで、 \mathbf{H} に関して、すべての行列成分は、互いに独立で同一の分布 (independent and identically distribution : i.i.d) のレイリーフェージングに従うと仮定する。具体的には、それぞれが独立した円対称複素ガウス雑音 (circularly symmetric complex Gaussian : CSCG) であり、分散は 1 とした。また、 $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N \times T}$ は受信時に生じる雑音のことであり、それぞれが独立した円対称複素ガウス雑音で、分散は N_0 とした。

ここで、基地局間干渉のため、ユーザーを二つのグループに分ける。一方のグループは自分の基地局のエリアに存在するユーザで、 $K/2$ 人で構成され、残る $K/2$ 人のユーザは別の基地局のエリアのユーザであり、自分の基地局の信号に干渉してくる。これを踏まえ、 \mathbf{X} を式 (2.2) のように定義する。

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{11} & \mathbf{X}_{12} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P} & \mathbf{X}_{21} & \mathbf{X}_{22} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

\mathbf{P} は $K/2 \times T_p$ のパイロット行列であり、基地局側にとってこの信号は既知である。 \mathbf{X} の行方向は観測時間 T であるので、 \mathbf{P} の送信時間の違いによって、行列 (2.2) は上半分と下半分で基地局を分けている。また、 \mathbf{X} 信号はそれぞれ、式 (2.3) のような電力 1 の QPSK 信号である。電力 1 というのは、ユーザの長期的な平均電力とする。

$$x_{kt} = \{u + jv : u, v = \pm \sqrt{1/2}\}. \quad (2.3)$$

2.2 通信路推定とデータ推定

受信側で推定するデータを $\hat{\mathbf{X}}$ として、ここでは、推定するデータは事後平均推定

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbb{E}[\mathbf{X} | \mathbf{Y}, \mathbf{P}] \quad (2.4)$$

を目標とする．しかし，大規模 MIMO システムでは，式 (2.4) を現実的な時間で解くことは，不可能である．そこで，AMP アルゴリズムを用いる．詳しい式の導出は，3 にて説明する．AMP アルゴリズムを使う条件として， N, K, T, T_p が無限大に近く， $\alpha = K/N$ ， $\beta = T/N$ ， $\tau = T_p/T$ が一定で保たれる必要がある．AMP アルゴリズムでは，表 2.1 で示される 8 つのメッセージをそれぞれ交換することで推定を行っていく．初期値として，パイロット信号が入っている $(k, t) \in \{1, \dots, K/2\} \times \{T - T_p + 1, \dots, T\}$ もしくは $(k, t) \in \{K/2 + 1, \dots, K\} \times \{1, \dots, T_p\}$ のとき， $\hat{x}_{kt} = x_{kt}$ ， $\xi_{kt} = 0$ となり，パイロット信号が入っていない，それ以外の成分は $\hat{x}_{kt} = 0$ ， $\xi_{kt} = 1$ とした．また， (n, t) の要素は， $\hat{h}_{nt} = 0$ ， $\eta_{nt} = 1$ とした．

表 2.1 AMP アルゴリズムで使用されるメッセージ

\hat{x}_{kt}	x_{kt} の事後平均
ξ_{kt}	x_{kt} の事後分散
\bar{x}_{kt}	x_{kt} の外部平均
$\bar{\xi}_{kt}$	x_{kt} の外部分散
\hat{h}_{nk}	h_{nk} の事後平均
η_{nk}	h_{nk} の事後分散
\bar{I}_{nt}	y_{nt} の干渉の平均
ζ_{nt}	y_{nt} の干渉の分散

ここで，各メッセージを計算するための定義式を記す．まず，干渉を差し引いた出力 $z \in \mathbb{C}$ は

$$z_{nt} = \frac{y_{nt} - \bar{I}_{nt}}{N_0 + \zeta_{nt}} \quad (2.5)$$

と定義する．さらに， $\Re[x_{kt}]$ の軟判定関数として，以下のような関数を定義する．

$$f_k(u; v) = \frac{e^{2u/v} - e^{-2u/v}}{e^{2u/v} + e^{-2u/v}}. \quad (2.6)$$

さらに，複素関数 $A_{kt}(z)$ として，以下のような関数を定義する．

$$A_{kt}(z) = \Re[z] \frac{\partial f_k}{\partial u}(\Re[\bar{x}_{kt}]; \bar{\xi}_{kt}) + j \Im[z] \frac{\partial f_k}{\partial u}(\Im[\bar{x}_{kt}]; \bar{\xi}_{kt}). \quad (2.7)$$

次に，データ推定に関わるメッセージの式を以下に示す．

$$\hat{x}_{kt} = f_k(\Re[\bar{x}_{kt}], \bar{\xi}_{kt}) + j f_k(\Im[\bar{x}_{kt}], \bar{\xi}_{kt}), \quad (2.8)$$

$$\xi_{kt} = 1 - |\hat{x}_{kt}|^2, \quad (2.9)$$

$$\bar{x}_{kt} = \frac{\bar{\xi}_{kt}}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \hat{h}_{nk}^* z_{nt} + \left(1 - \frac{\bar{\xi}_{kt}}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \eta_{nk} |z_{nt}|^2\right) \hat{x}_{kt}, \quad (2.10)$$

$$\bar{\xi}_{kt} = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|\hat{h}_{nk}|^2}{N_0 + \zeta_{nt}} \right)^{-1}. \quad (2.11)$$

次に，通信路推定に関するメッセージの式を示す．

$$\hat{h}_{nk} = \frac{\eta_{nk}}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^T \hat{x}_{kt}^* z_{nt} + (1 - \eta_{nk}) \hat{h}_{nk} - \frac{\eta_{nk}}{N} \sum_{t=1}^T \bar{\xi}_{kt} A_{kt}^* \left(\hat{h}_{nk}^* z_{nt} \right) z_{nt}, \quad (2.12)$$

$$\eta_{mk} = \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^T \frac{|\hat{x}_{kt}|^2}{N_0 + \zeta_{nt}} \right)^{-1}. \quad (2.13)$$

最後に，干渉に関するメッセージの式を示す．

$$\bar{I}_{nt} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^K \hat{h}_{nk} \hat{x}_{kt} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K \bar{\xi}_{kt} A_{kt} \left(\hat{h}_{nk}^* z_{nt} \right) \hat{h}_{nk} - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^K \eta_{nk} |\hat{x}_{kt}|^2 z_{nt}, \quad (2.14)$$

$$\zeta_{nt} = \sum_{k=1}^K \left(\eta_{nk} \xi_{kt} + \eta_{nk} |\hat{x}_{kt}|^2 + |\hat{h}_{nk}|^2 \xi_{kt} \right) \quad (2.15)$$

AMP アルゴリズムでは，式 (2.8)-(2.15) を解くことで，通信路とデータを同時推定する．

第3章

APM アルゴリズムの導出

3.1 近似的確率伝搬法 (Approximate Belief Propagation BP)

通信路推定とデータ推定のための確率伝搬法 (Belief Propagation BP) から説明を開始する．因子ノード y_{nt} から変数ノード x_{kt} および h_{nk} に渡されるメッセージをそれぞれ $m_{nt \rightarrow kt}(x_{kt})$ と $m_{nt \rightarrow nk}(h_{nk})$ とする．また，反対方向に渡されるメッセージをそれぞれ $q_{kt \rightarrow nt}(x_{kt})$, $q_{nk \rightarrow nt}(h_{nk})$ とする．(図 (3.1) 参照)

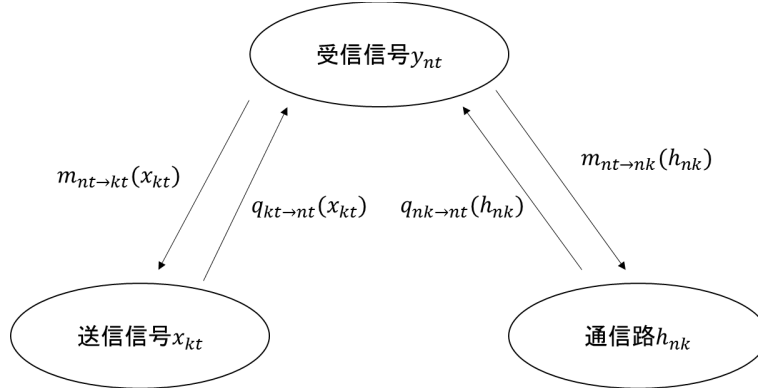


図 3.1 メッセージの交換

それぞれのメッセージは次のように更新される．

$$m_{nt \rightarrow kt}(x_{kt}) = \int \frac{1}{\pi N_0} e^{-\frac{|y_{nt} - h_{nk'} x_{k't} - I_{n,k,u}|^2}{N_0}} \prod_{k' \neq k} q_{k't \rightarrow nt}(x_{k't}) dx_{k't} \prod_{k'=k+1}^K q_{nk' \rightarrow nt}(h_{nk'}) dh_{nk'}, \quad (3.1)$$

$$q_{kt \rightarrow nt}(x_{kt}) \propto p(x_{kt}) \prod_{n' \neq n} m_{n't \rightarrow kt}(x_{kt}), \quad (3.2)$$

$$m_{nt \rightarrow nk}(h_{nk}) = \int \frac{1}{\pi N_0} e^{-\frac{|y_{nt} - h_{nk'} x_{k't} - I_{n,k,u}|^2}{N_0}} \prod_{k' \neq k} q_{nk' \rightarrow nt}(h_{nk'}) dh_{nk'} \prod_{k'=k+1}^K q_{k't \rightarrow nt}(x_{k't}) dx_{k't}, \quad (3.3)$$

$$q_{nk \rightarrow nt}(h_{nk}) \propto p(h_{nk}) \prod_{t' \neq t} m_{nt' \rightarrow nk}(h_{nk}), \quad (3.4)$$

ここで, $I_{n,k,t}$ は y_{nt} 中の x_{kt} 干渉であり, 次のように定義される.

$$I_{n,k,t} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k' \neq k} h_{nk'} x_{k't}. \quad (3.5)$$

なお, ここではまだ反復のスケジューリングについては指定していない.

複雑さを軽減するため, 大きなシステムを考え中心極限定理に従い, 干渉のガウス近似を行うと, 以下のような式が導出できる.

$$\hat{x}_{kt \rightarrow nt} = \int x q_{kt \rightarrow nt}(x) dx, \quad (3.6)$$

$$\xi_{kt \rightarrow nt} = \int |x - \hat{x}_{kt \rightarrow nt}|^2 q_{kt \rightarrow nt}(x) dx, \quad (3.7)$$

$$\hat{h}_{nk \rightarrow nt} = \int h q_{nk \rightarrow nt}(h) dh, \quad (3.8)$$

$$\eta_{nk \rightarrow nt} = \int |h - \hat{h}_{nk \rightarrow nt}|^2 q_{nk \rightarrow nt}(h) dh. \quad (3.9)$$

目標は, (3.6) ~ (3.9) の閉形式を導出することである. データ推定に関連するメッセージは以下のように示される.

$$\hat{x}_{kt \rightarrow nt} = f_k(\Re[\bar{x}_{kt \rightarrow nt}]; \bar{\xi}_{kt \rightarrow nt}) + j f_k(\Im[\bar{x}_{kt \rightarrow nt}]; \bar{\xi}_{kt \rightarrow nt}), \quad (3.10)$$

$$\xi_{kt \rightarrow nt} = 1 - |\hat{x}_{kt \rightarrow nt}|^2, \quad (3.11)$$

$$\bar{x}_{kt \rightarrow nt} = \frac{\bar{\xi}_{kt \rightarrow nt}}{\sqrt{N}} \sum_{n' \neq n} \frac{\hat{h}_{n'k \rightarrow n't}^* (y_{n't} - \bar{I}_{n',k,t})}{N_0 + \zeta_{n',k,t}}, \quad (3.12)$$

$$\bar{\xi}_{kt \rightarrow nt} = \left(\frac{1}{N} \sum_{n' \neq n} \frac{|\hat{h}_{n'k \rightarrow n't}|^2}{N_0 + \zeta_{n',k,t}} \right)^{-1}, \quad (3.13)$$

ここで, f_k は式 (2.6) にて示される軟判定関数である. 通信路推定に関連するメッセージは以下のように示される.

$$\hat{h}_{nk \rightarrow nt} = \frac{\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}}{\sqrt{N}} \sum_{t' \neq t} \frac{\hat{x}_{kt' \rightarrow n't}^* (y_{nt'} - \bar{I}_{n,k,t'})}{N_0 + \zeta_{n,k,t'}}, \quad (3.14)$$

$$\eta_{nk \rightarrow nt} = \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{t' \neq t} \frac{|\hat{x}_{kt' \rightarrow n't}|^2}{N_0 + \zeta_{n,k,t'}} \right)^{-1}. \quad (3.15)$$

次に, 干渉に関するメッセージの式を示す.

$$\bar{I}_{n,k,t} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k' \neq k} \hat{h}_{nk' \rightarrow nt} \hat{x}_{k't \rightarrow nt}, \quad (3.16)$$

$$\zeta_{n,k,t} = \sum_{k' \neq k} \left(\eta_{nk' \rightarrow nt} \xi_{k't \rightarrow nt} + \eta_{nk' \rightarrow nt} |\hat{x}_{k't \rightarrow nt}|^2 + |\hat{h}_{nk' \rightarrow nt}|^2 \xi_{k't \rightarrow nt} \right) \quad (3.17)$$

まず, データ推定に関連するメッセージを評価する. 式 (3.1) は, BP アルゴリズムにおいて, $\{x_{k't}\}$ および, $\{h_{nk'}\}$ は独立した確率変数として扱われることを意味しており, 中心極限定理より, 式 (3.5) の干渉 $I_{n,k,t}$

は、大規模なシステムにおいて、平均が式 (3.16) 分散が式 (3.17) の複素ガウス分布の確立変数に収束する．このガウス近似により、式 (3.1) は以下のように削減される．

$$m_{nt \rightarrow kt}(x_{kt}) \propto \frac{1}{\pi(N_0 + \zeta_{n,k,t})} \exp \left\{ -\frac{|y_{nt} - N^{-1/2} h_{nk'} x_{k't} - I_{n,k,t}|^2}{N_0 + \zeta_{n,k,t}} \right\} \quad (3.18)$$

推定誤差、 $N^{-1/2}(h_{nk} - \hat{h}_{nk})$ を無視した形となる．式 (3.2) にも式 (3.12) , (3.13) とともに適用すると、

$$q_{kt \rightarrow nt}(x_{kt}) \propto p(x_{kt}) \frac{1}{\pi \bar{\xi}_{kt \rightarrow nt}} \exp \left(-\frac{|x_{kt} - \bar{x}_{kt \rightarrow nt}|^2}{\bar{\xi}_{kt \rightarrow nt}} \right) \quad (3.19)$$

となる．式 (3.6) , (3.7) をそれぞれ計算すると、式 (3.10) , (3.11) が導出できる．

同様に、通信路推定に関連するメッセージを評価する．式 (3.3)(3.4) より、

$$q_{nk \rightarrow nt}(h_{nk}) \propto p(h_{nk}) \frac{1}{\pi \bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}} \exp \left(-\frac{|h_{nk} - \bar{h}_{nk \rightarrow nt}|^2}{\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}} \right) \quad (3.20)$$

が得られる．ここで、 $\bar{h}_{nk \rightarrow nt}$ と $\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}$ はそれぞれ、

$$\bar{h}_{nk \rightarrow nt} = \frac{\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}}{\sqrt{N}} \sum_{t' \neq t} \frac{\hat{x}_{kt' \rightarrow nt'}^* (y_{nt'} - \bar{I}_{n,k,t'})}{N_0 + \zeta_{n,k,t'}}, \quad (3.21)$$

$$\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt} = \left(\frac{1}{N} \sum_{t' \neq t} \frac{|\hat{x}_{kt' \rightarrow nt'}|^2}{N_0 + \zeta_{n,k,t'}} \right)^{-1}. \quad (3.22)$$

となる．さらに、 $h_{nk} \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ より、

$$\hat{h}_{nk \rightarrow nt} = \frac{\bar{h}_{nk \rightarrow nt}}{1 + \bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}}, \quad (3.23)$$

$$\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt} = \frac{\bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}}{1 + \bar{\eta}_{nk \rightarrow nt}}. \quad (3.24)$$

を得る．

3.2 近似的メッセージ伝播法 (Approximate Message Passing AMP)

大規模システムによって消滅する誤差を無視することによって、BP で導出したインデックスを減らすことを考える．式 (3.13)(3.15)(3.17) より、 $\zeta_{nt} = \zeta_{n,t,k} + O(N^{-1})$, $\bar{\xi}_{kt} = \bar{\xi}_{kt \rightarrow nt} + O(N^{-1})$, $\eta_{nk} = \eta_{nk \rightarrow nt} + O(N^{-1})$ と考えると、 N が十分大きい場合、次の式を得る．

$$\zeta_{n,t} = \sum_{k=1}^K \left(\eta_{nk' \rightarrow nt} \xi_{k't \rightarrow nt} + \eta_{nk' \rightarrow nt} |\hat{x}_{k't \rightarrow nt}|^2 + |\hat{h}_{nk' \rightarrow nt}|^2 \xi_{k't \rightarrow nt} \right), \quad (3.25)$$

$$\bar{\xi}_{kt} = \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|\hat{h}_{n'k \rightarrow nt}|^2}{N_0 + \zeta_{n',k,t}} \right)^{-1}, \quad (3.26)$$

$$\eta_{nk} = \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{t=1}^T \frac{|\hat{x}_{kt' \rightarrow nt'}|^2}{N_0 + \zeta_{n,k,t'}} \right)^{-1}. \quad (3.27)$$

このように、分散に関連するインデックスを減らすことができる．

次に，平均に関するインデックスを減らす． $\bar{h}_{nk \rightarrow nt}$ はすでにされているので， $\bar{x}_{kt \rightarrow nt}$ は，

$$\bar{x}_{kt} = \frac{\bar{\xi}_{kt}}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \frac{\hat{h}_{nk \rightarrow nt}^* (y_{nt} - \bar{I}_{n,k,t})}{N_0 + \zeta_{nk}}. \quad (3.28)$$

式 (3.28) と (3.12) の違いを比較すると以下のような式が得られる．

$$\bar{x}_{kt \rightarrow nt} = \bar{x}_{kt} - \frac{\bar{\xi}_{kt}}{\sqrt{N}} \frac{\hat{h}_{nk \rightarrow nt}^* (y_{nt} - \bar{I}_{n,k,t})}{N_0 + \zeta_{nk}}. \quad (3.29)$$

$\hat{x}_{kt \rightarrow nt}$ に依存しない式を得るために，式 (3.10) で与えられる式を展開する．

$$\hat{x}_{kt \rightarrow nt} = f_k(\Re[\bar{x}_{kt}], \bar{\xi}_{kt}) + j f_k(\Im[\bar{x}_{kt}], \bar{\xi}_{kt}) + O(N^{-1}) \quad (3.30)$$

$$= \hat{x}_{kt} - \frac{\bar{\xi}_{kt}}{\sqrt{N}} A_{kt} \left(\frac{\hat{h}_{nk \rightarrow nt}^* (y_{nt} - \bar{I}_{n,k,t})}{N_0 + \zeta_{nt}} \right) + O(N^{-1}), \quad (3.31)$$

$A_{kt}(z)$ は，式 (2.7) にて与えられる．

次に， \hat{h}_{nk} と \bar{I}_{nt} は次のように定義される．

$$\hat{h}_{nk} = \frac{\eta_{nk}}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^T \frac{\hat{x}_{kt \rightarrow nt}^* (y_{nt} - \bar{I}_{n,k,t})}{N_0 + \zeta_{n,t}}, \quad (3.32)$$

$$\bar{I}_{n,t} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^K \hat{h}_{nk \rightarrow nt} \hat{x}_{kt \rightarrow nt}. \quad (3.33)$$

式 (3.14)(3.16) と組み合わせて考えると以下の式を得る．

$$\hat{h}_{nk \rightarrow nt} = \hat{h}_{nk} - \frac{\eta_{nk}}{\sqrt{N}} \frac{\hat{x}_{kt \rightarrow nt}^* (y_{nt} - \bar{I}_{n,k,t})}{N_0 + \zeta_{nt}} + O(N^{-1}), \quad (3.34)$$

$$\bar{I}_{n,k,t} = \bar{I}_{nt} - \frac{1}{\sqrt{N}} \hat{h}_{nk \rightarrow nt} \hat{x}_{kt \rightarrow nt}. \quad (3.35)$$

式 (3.31)(3.34)(3.35) を組み合わせて以下の式を得る．

$$\hat{x}_{kt \rightarrow nt} = \hat{x}_{kt} - \frac{\bar{\xi}_{kt}}{\sqrt{N}} A_{kt} \left(\frac{\hat{h}_{nk}^* (y_{nt} - \bar{I}_{nt})}{N_0 + \zeta_{nt}} \right) + O(N^{-1}), \quad (3.36)$$

$$\hat{h}_{nk \rightarrow nt} = \hat{h}_{nk} - \frac{\eta_{nk}}{\sqrt{N}} \frac{\hat{x}_{kt}^* (y_{nt} - \bar{I}_{nt})}{N_0 + \zeta_{nt}} + O(N^{-1}), \quad (3.37)$$

$$\bar{I}_{n,k,t} = \bar{I}_{nt} - \frac{1}{\sqrt{N}} \hat{h}_{nk} \hat{x}_{kt} + O(N^{-1}). \quad (3.38)$$

AMP アルゴリズムを導出する準備が整った．大規模システムにおいて，式 (3.37)(3.38) を (3.28) に代入すると，(2.10) が得られる．同様に，式 (3.32)(3.33) も式 (2.12)(2.14) と導出できる．式 (3.26)(3.27) は大規模システムにおいて，式 (2.11)(2.13) と近似できる．式 (3.11)(3.25) より，式 (2.15) と近似できる．

参考文献

- [1] 鈴木 茂樹, “2020 年代に向けた情報通信政策の在り方 - 世界最高レベルの情報通信基盤の更なる普及・発展に向けて -,” 総務省,
<https://www.nic.ad.jp/ja/materials/iw/2014/proceedings/d2/d2-suzuki.pdf>, Oct. 2014.
- [2] 須山 聡, シン キュン, 小原 辰徳, 角 誠, 中島 光雅, 奥村 幸彦, “高周波数帯を用いた超高速 MassiveMIMO 伝送の基本特性,” 信学技報, Mar. 2014.
- [3] Abdera Goldsmith, “Wireless Communication,” *Cambridge University Press*, 2005, (訳) 小林 岳彦, 岩切 直彦, 大坐島 智, 幸谷 智, 高橋 賢, 森 香津夫, 山崎 彰一郎, “ゴールドスミス ワイヤレス通信工学 基礎理論から MIMO, OFDM, アドホックネットワークまで,” 丸善株式会社, p.297, 2007.
- [4] T. L. Marzetta, “Noncooperative Cellular Wireless with Unlimited Numbers of Base Station Antennas,” *IEEE Commun.*, Vol. 9, No. 11, pp-3590-3600, Nov. 2010.
- [5] Kumar Appaiah, Alexei Ashikhmin, Thomas L. Marzetta, “Pilot Contamination Reduction in Multi-user TDD Systems,” *IEEE International Conference on Communications*, Vol. 9, No. 11, Nov. 2010.
- [6] D. L. Donoho, “Message-passing algorithms for compressed sensing,” *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, Jul. 2009.
- [7] Yoshiyuki Kabashima, Florent Krzakala, Marc Mzard, Ayaka Sakata, and Lenka Zdeborov, “Phase Transitions and Sample Complexity in Bayes-Optimal Matrix Factorization,” *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 62, No. 7, Jul. 2016.