1．次の式を因数分解せよ。

(1)　$(x^2+x-5)(x^2+x-7)+1$

(2)　$9b^2+3ab-2a-4$

(3)　$a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+2abc$

2．次の $\boxed{}$ に最も適する語句を(ア)〜(エ)から選べ。x，y は実数とする。

(1)　$x<1$ は $x \leqq 1$ であるための $\boxed{}$。

(2)　$x<y$ は $x^4<y^4$ であるための $\boxed{}$。

(3)　$xy+1=x+y$ は x，y のうち少なくとも 1 つは 1 であるための $\boxed{}$。

(4)　△ABC において，∠A＜90° は，△ABC が鋭角三角形であるための $\boxed{}$。

(ア)　必要十分条件である　(イ)　必要条件であるが十分条件ではない

(ウ)　十分条件であるが必要条件ではない　(エ)　必要条件でも十分条件でもない

3．$a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1)　a^2-a-1　　(2)　$a^4+a^3+a^2+a+1$

4．k を $k>2$ を満たす定数とする。このとき，x についての不等式 $5-x \leqq 4x<2x+k$ の解は $^{ア}\boxed{}$ である。また，不等式 $5-x \leqq 4x<2x+k$ を満たす整数 x がちょうど 5 つ存在するような定数 k の値の範囲は $^{イ}\boxed{}$ である。

5．(1)　不等式 $a(x+1)>x+a^2$ を解け。ただし，a は定数とする。

(2)　不等式 $ax<4-2x<2x$ の解が $1<x<4$ であるとき，定数 a の値を求めよ。

以下の問いでは解決過程も採点対象である。 根拠や記述が不十分な場合は減点対象となる。

6．$x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ のとき，$x+y=^{ア}\boxed{}$，$xy=^{イ}\boxed{}$ であるから，$x^2+y^2=^{ウ}\boxed{}$，$x^3+y^3=^{エ}\boxed{}$，$x^4+y^4=^{オ}\boxed{}$，$x^5+y^5=^{カ}\boxed{}$ となる。

7．不等式 $|x-1|+2|x-3| \leqq 11$ を解け。

8．(1)　a，b が有理数のとき，$a+b\sqrt{2}=0$ ならば $a=b=0$ であることを証明せよ。ただし，$\sqrt{2}$ は無理数である。

(2)　等式 $(2+3\sqrt{2})x+(1-5\sqrt{2})y=13$ を満たす有理数 x，y の値を求めよ。

内田碧　11-2 数学　問題

2 式の値

基本問題

10 $x+y=\frac{5}{6}$，$xy=\frac{1}{6}$ のとき，次の式の値を求めよ。

(1) x^2+y^2　(2) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$　(3) x^3+y^3　〔13 大阪経大〕

ポイントチェック

11 $x=\frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$，$y=\frac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ であるとき，$x^2+xy+y^2=$ア□，$x^3+x^2y+xy^2+y^3=$イ□ である。〔16 大阪経大〕

ポイント **無理数と対称式の値**　x，y の対称式は $x+y$，xy で表される。
直接代入すると計算が大変であるから，式を変形して考える。
$x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy$

***12** $\sqrt{14}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，次の問いに答えよ。

(1) a，b の値を求めよ。

(2) $\frac{1}{b}$ の整数部分を c，小数部分を d とするとき，c，d の値を求めよ。

〔15 東北学院大〕

ポイント **整数部分と小数部分**
実数 A の整数部分が x のとき，小数部分 y は　$y=A-x$

***13** $\frac{x+y}{3}=\frac{y+z}{6}=\frac{z+x}{7}$ $(\neq 0)$ のとき，$\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$ の値を求めよ。〔15 明治大〕

ポイント **比例式**　(比例式)$=k$ とおくと，式の値が計算しやすくなる。

A 問題

***14** (1) $x+\frac{1}{x}=2\sqrt{7}$ のとき，$x^2+\frac{1}{x^2}=$ア□，$x^3+\frac{1}{x^3}=$イ□，$x^4+\frac{1}{x^4}=$ウ□，$x^5+\frac{1}{x^5}=$エ□ である。〔15 駒澤大〕

(2) 実数 a，b が $a+b=-1$，$a^3+b^3=-19$ を満たすとき，$a^2+b^2=$ア□，$a^5+b^5=$イ□ である。〔14 佛教大〕

15 $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$\frac{a}{b}-\frac{b}{a+b-1}$ の値を求めよ。〔16 星薬大〕

16 相異なる実数 α，β が $\begin{cases}\alpha^2+\sqrt{3}\beta=\sqrt{6}\\ \beta^2+\sqrt{3}\alpha=\sqrt{6}\end{cases}$ を満たすとき，$\alpha+\beta=$ア□，$\alpha\beta=$イ□ であり，$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=$ウ□ である。〔16 近畿大〕

B 問題

17 a は定数とする。3 つの数 x，y，z は関係式 $xyz=2(xy+yz+zx)$，$x+y+z=a$ を満たす。

(1) $(x-2)(y-2)(z-2)$ を a の式で表せ。

(2) x，y，z のうち少なくとも 1 つが 2 であるとする。このとき，a の値を求めよ。また，$x^3+y^3+z^3$ の値を求めよ。〔11 岡山理科大〕

ヒント **14** (1) 2 次，3 次の展開の公式を利用して，$x^2+\frac{1}{x^2}$，$x^3+\frac{1}{x^3}$ を $x+\frac{1}{x}$ で表す。
16 α，β が相異なる実数であるから　$\alpha-\beta\neq 0$
17 (2) x，y，z のうち少なくとも 1 つが 2 であるとき　$(x-2)(y-2)(z-2)=0$

内田碧　11-3 数学　問題

3 1次不等式

■基本問題■■■

18 (1) 不等式 $\frac{3(x-1)}{2} \leqq 2(3x+1)$ を解け。 〔16 東邦大〕

(2) 1次不等式 $0.3x-5 \geqq 1-1.2x$ の解を求めよ。 〔15 北見工大〕

ポイントチェック

°**19** 2つの不等式 $-x<2(x+9)$, $\frac{3x-4}{6}<-2x+7$ を同時に満たす整数 x の値をすべて求めよ。 〔12 鶴見大〕

ポイント **連立不等式の整数解** 連立不等式の解は，それぞれの不等式の解の共通範囲。まず不等式を解き，その解のうち，整数であるものを考える。

*__20__ (1) 不等式 $|2x-1|<9$ を解け。 〔11 千葉工大〕

(2) 不等式 $|2x+1|>9$ を解け。 〔20 岡山理科大〕

ポイント **絶対値を含む不等式** $c>0$ のとき，
不等式 $|x|<c$ の解は $-c<x<c$，不等式 $|x|>c$ の解は $x<-c$, $c<x$

*__21__ お菓子を子どもに分けたい。お菓子は，1人に7個ずつ分けると36個余り，16個ずつ分けると最後の1人に不足が生ずるという。お菓子の個数を x 個，子どもの人数を y 人とおくと $x=7y+$ ア□, $0 \leqq x-$ イ□$(y-1)<16$ である。x, y はともに自然数であることに注意すると，$(x,\ y)=$ ウ□ である。 〔類 12 敬愛大〕

ポイント **1次不等式を利用する文章題** 求めたいものを x, y などの文字でおき，問題文の条件から不等式を作る。あとは不等式を解き，問題に適しているものを解とすればよい。

A 問題

*__22__ (1) a, b は定数で $a>0$, $b>0$ とする。不等式 $ax \leqq -2x+3 \leqq bx+2$ の解が $\frac{1}{10} \leqq x \leqq \frac{1}{5}$ であるとき，a, b の値を求めよ。 〔09 金沢工大〕

(2) a を実数の定数とする。
不等式 $5x+3 \geqq x+a$ ……①, $x-2 \geqq 3x-a$ ……② について，①を満たす x のうち，最小の整数が2である a の値の範囲は ア□$<a \leqq$ イ□ である。さらに①，②を同時に満たす x のうち，整数が2だけである a の値の範囲は ウ□$<a<$ エ□ である。 〔20 昭和女子大〕

*__23__ (1) 不等式 $|5x-41|<2x+1$ を満たす整数 x の最大値と最小値を求めよ。 〔12 明治大〕

(2) 不等式 $2|x-2|+|x-1|<3$ を解け。 〔13 甲南大〕

24 AさんとBさん合わせて52本のボールペンを持っている。いま，AさんがBさんに自分が持っているボールペンのちょうど $\frac{1}{3}$ をあげてもまだAさんの方が多く，さらに3本あげるとBさんの方が多くなる。Aさんが初めに持っていたボールペンの本数を求めよ。 〔06 国士舘大〕

B 問題

25 k を実数の定数とする。2つの不等式

$$\begin{cases} |x-1|<6 \\ |x-k|<2 \end{cases}$$

をともに満たす実数 x が存在するような k の値の範囲を求めよ。 〔12 金沢工大〕

ヒント
22 (1) $ax \leqq -2x+3$, $-2x+3 \leqq bx+2$ をそれぞれ解く。
(2) ②を満たす x のうち，最大の整数が2である場合を考える。
23 (2) 3つの場合に分けて考える。
25 まず不等式 $|x-1|<6$, $|x-k|<2$ をそれぞれ解く。
その解を数直線上に表して考えるとわかりやすい。