



講義計画

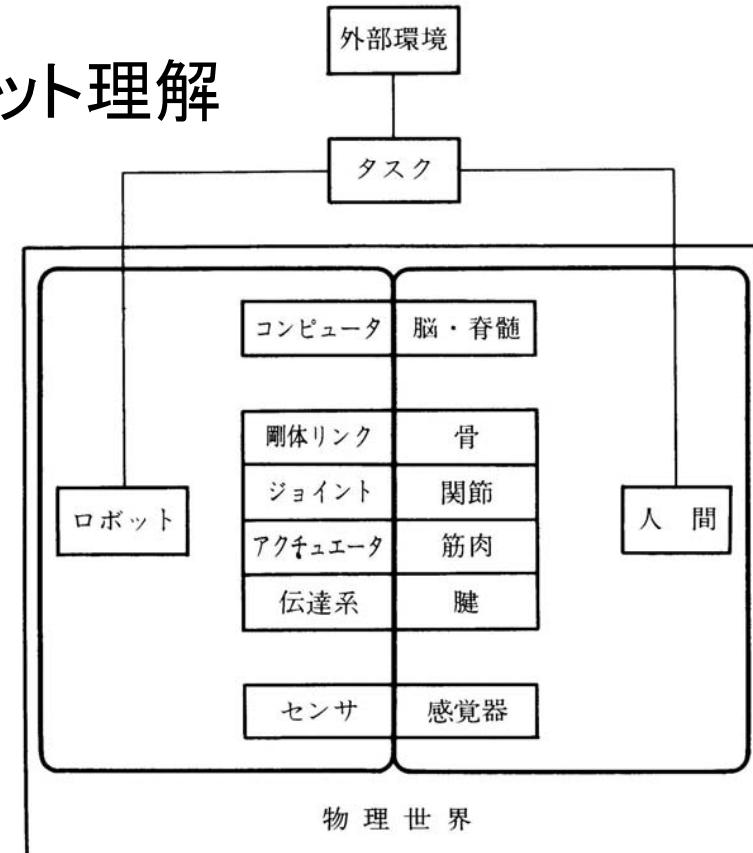
1. ロボットに夢を託して－序論－
2. ロボットのメカニズムI(ロボットアームのリンク・関節機構)
3. ロボットのメカニズムII(アクチュエータ)
4. ロボットのセンサー
5. マニピュレーションI(座標系)
6. マニピュレーションII(位置の運動学)
7. マニピュレーションIII(速度の運動学)
8. マニピュレーションIV(静力学)
9. マニピュレーションV(動力学)
10. マニピュレーションVI(位置の制御)
11. マニピュレーションVII(力の制御)
12. ロボットの移動機構
13. 最新のロボット研究動向I
14. 最新のロボット研究動向II

第4章マニピュレーション I

－位置の運動学－



タスク(作業)実行からのロボット理解



人間のタスクを代行することを目的とする**道具としてのロボット**



4.1 作業ロボット(産業用ロボットと非産業用ロボット)

産業用ロボットの定義

定義(JIS規格)

「自動制御によるマニピュレーション機能または移動機能をもち、各種の作業をプログラムにより実行でき、産業に使用される機械」

分類

1. シーケンスロボット (sequence control robot)

機械の動作状態が、設定した順序・条件に従って進み、一つの状態の終了が次の状態を生成するような制御システムをもつロボット

2. プレイロボット(playback robot)

教示プログラムに記憶されたタスクプログラム繰り返し実行するロボット

3. 数値制御ロボット(numerically controlled robot)

順序・条件・位置およびその他の情報を数値・言語などによって教示し、その情報に従って作業を行うロボット

4. 知能ロボット(intelligent robot)

人工知能によって行動決定できるロボット



5.感性制御ロボット(sensory controlled robot)

センサ情報を用いて動作の制御を行うロボット

6.適応制御ロボット(adaptive controlled robot)

適応制御機能を持つロボット

7.学習制御ロボット(learning controlled robot)

学習制御機能を持つロボット

8.遠隔操作ロボット(tele-operated robot:tele-robotics)

オペレータが遠隔地から操作して作業するロボット

ロボットシステム(robot system)の定義(JIS規格):

ロボットシステムとは、次の構成要素からなるシステム

- 1)機構構造部(移動機能を含む)
- 2)動力源および制御装置
- 3)エンドエフェクタ
- 4)作業遂行に必要な装置、機器およびセンサ
- 5)ロボット、装置、センサを運転し監視するための通信インターフェース



産業用ロボットとは…

現在、工場などで広く実用化されている産業用ロボットが、どんなものかを明らかしよう。

- ロボットへの要求は、そのロボットが**働く環境、作業**によって大きく左右される。
- 環境や作業は、産業用ロボットにとって大変恵まれたものである。むしろ、ロボットの能力が未熟なため、恵まれたものにせざるを得ないといえるかもしれない。



システム制御応用（担当：森田）



では、産業用ロボットの環境とは…

- 環境の可制御性

産業用ロボットを取り巻く環境はロボットの都合の良いようにラインは構成される。

- 定位置作業と移動性

産業用ロボットは移動する必要がなく床に固定されている。

現在のロボットは、人間のように優れたセンサを持たない

ので、大きな剛性をよりどころにして位置決め精度を確保

している。

- 可接近性

普通の工場では、作業者はロボットに自由に近づくことができる。このことは作業者がロボットに教示作業ができるることを意味している。



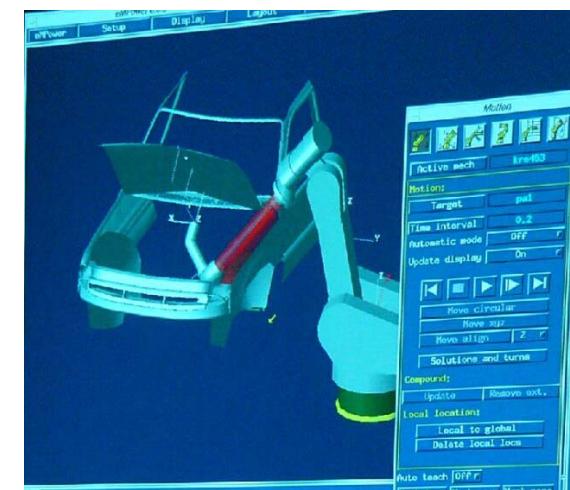
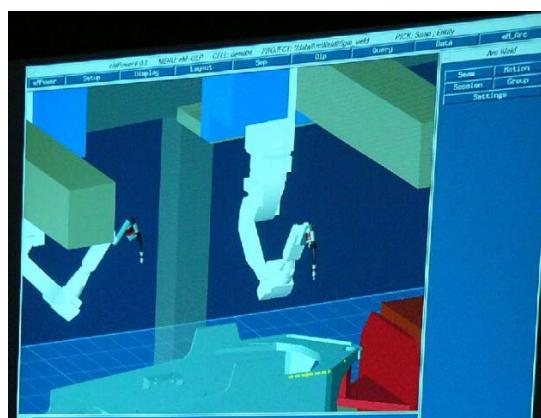
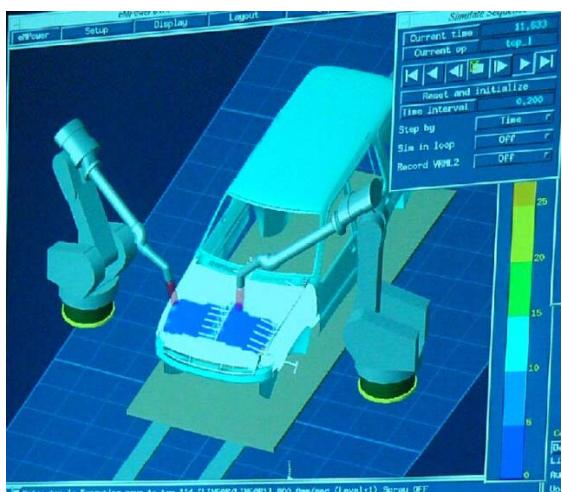


では、産業用ロボットの作業とは…

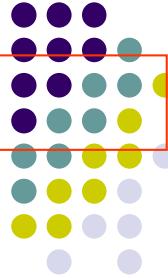
- 定形作業

ラインで働くロボットの作業は、事前に完全にその内容が分かっている。これを、定形作業と呼ぶ。

定形作業は教示することができ、また、あらかじめ作ったプログラムが役に立つ。



日本テクノマティックス「ロボットシミュレーションシステム「ROBCAD/PAINT-PC」「ROBCAD/ARC-PC」



非産業用ロボット(ラインの外で働くロボット)とは…

- 生産ライン以外でロボットを必要とする分野はいろいろある。
→ ロボットの多様化
- 人間にとて危険な作業、過酷な作業はすべてロボットを必要としている。
→ 極限作業ロボット
- ここに挙げた作業を行うことができるロボットを非産業用ロボットと呼ぶ。
→ サービスロボット、エンターテインメント
ロボット、手術ロボット
など多様な広がり



では、非産業用ロボットの作業環境とは…？

- 環境の非制御性

すでに実在する施設の保全作業をする場合、ロボットの都合の良いように環境に手を加えることは不可能。

- ロボットの耐環境性

ロボットは使われる環境において、何ら損傷を受けないものでなければならぬ。(たとえば、原子力施設で使うロボットは、放射線を浴びて壊れてはならない。)

- ロボットの信頼性

非産業用ロボットが使われる環境は、ロボットが誤動作して破壊されることを極度に嫌う場合が多い。(たとえば、原子力施設で、ロボットが誤動作したために損傷するようでは意味がない。)

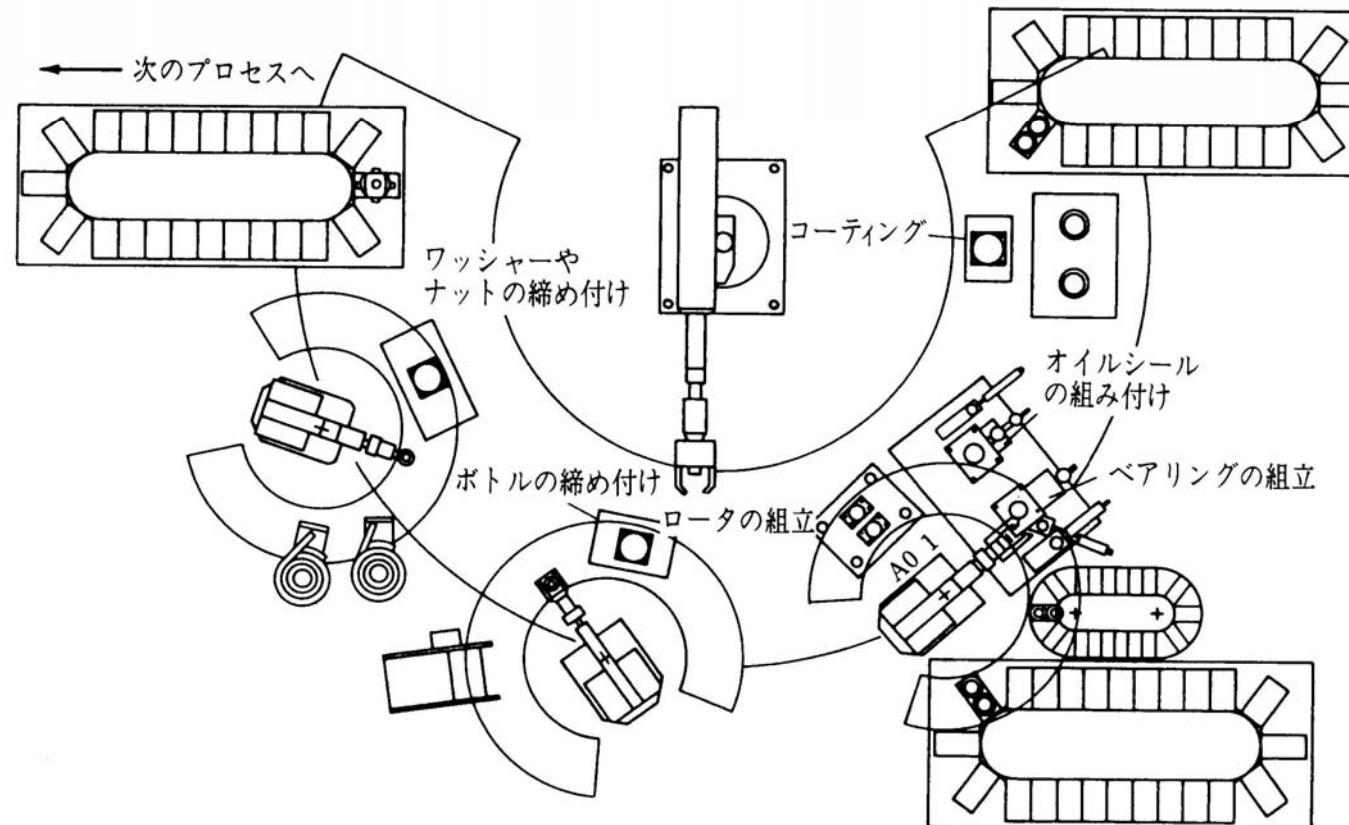


では、非産業用ロボットの作業とは…？

- 非定形作業
 - 作業内容があらかじめわからない作業を非定形作業と呼ぶ。
 - 原子力発電所の保全ロボットを考えると、プラントのどこにどのような不具合が起きるか事前に分からないので、あらかじめプログラムを作つておくわけにはいかない。
 - 対象物(人を含む)とロボットの正確な位置関係がわからない。
- 移動性
 - 原子力発電所は何百万年に1回あるかないかという地震がきても壊れないように設計するので、建設費を節約するため格納容器の体積を小さくして、内部の機器は立体的に小さく収まるようになられる。
 - 従って、ロボットは狭い通路を通過るのはもちろん、急な階段を登り降りしたり、配管をまたいだり、背を屈めて移動したりすることが要求される。
 - この要求を満たす移動機構だけでも非常に重いものになってしまう。



タスクの例



複数のロボットによる組み立て作業

1. マニピュレーション
2. 移動・搬送
3. センシング



マニピュレーションにおける4つのフェーズ

(1)位置の運動学

→物体の位置認識(作業座標と関節座標)

(2)速度の運動学

→移動する物体の運動学

(3)静力学

→物体や環境との接触・力作業

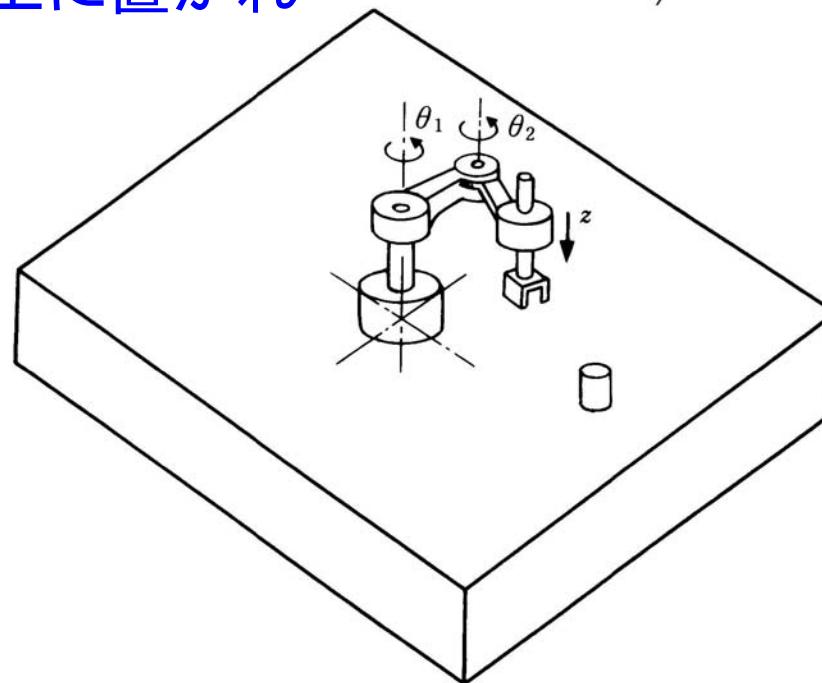
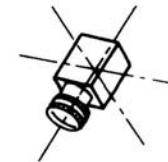
(4)動力学

→アクチュエータを介した運動制御



4. 2 座標変換と位置の運動学

タスク=「テーブルの上に置かれた物体を把持する」



- ① 視覚システムの捉えた物体位置とロボット手先位置の関係
→ 視覚座標系とロボット座標系 → 座標変換
- ② ロボット手先位置と関節角度の関係
→ ロボット座標系とリンク座標系 → 位置の運動学



4. 3 座標変換

4.3.1 2つの座標系間の関係

視覚座標系: ${}^B p = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$

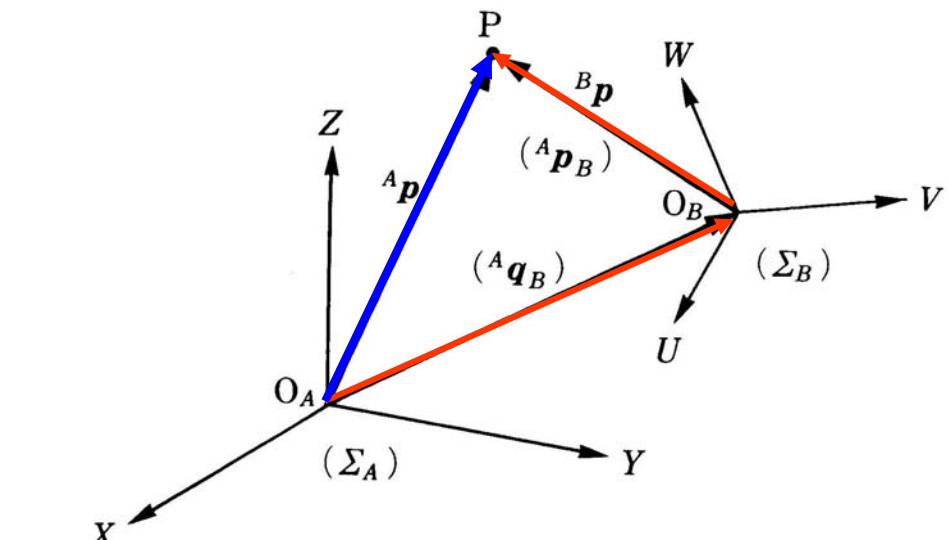
ロボット座標
系: ${}^A p = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$${}^A p = {}^A q_B + {}^A p_B,$$

$${}^A p_B = u {}^A n + v {}^A t + w {}^A b = {}^A R_B {}^B p,$$

$${}^A R_B = [{}^A n, {}^A t, {}^A b]$$

:回転行列



ΣBで表現されたベクトルをΣAのベクトルに変換
回転行列は直交行列

$$({}^A R_B)^T = ({}^A R_B)^{-1}$$

$${}^A p = {}^A q_B + {}^A R_B {}^B p$$

→ 視覚システムによる把持位置をロボットの目標手先位置で表す.

4.3.2 オイラー角とロール・ピッチ・ヨー角

オイラー角

(1)Z軸まわりの回転(ϕ)

$${}^A R_{A'}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

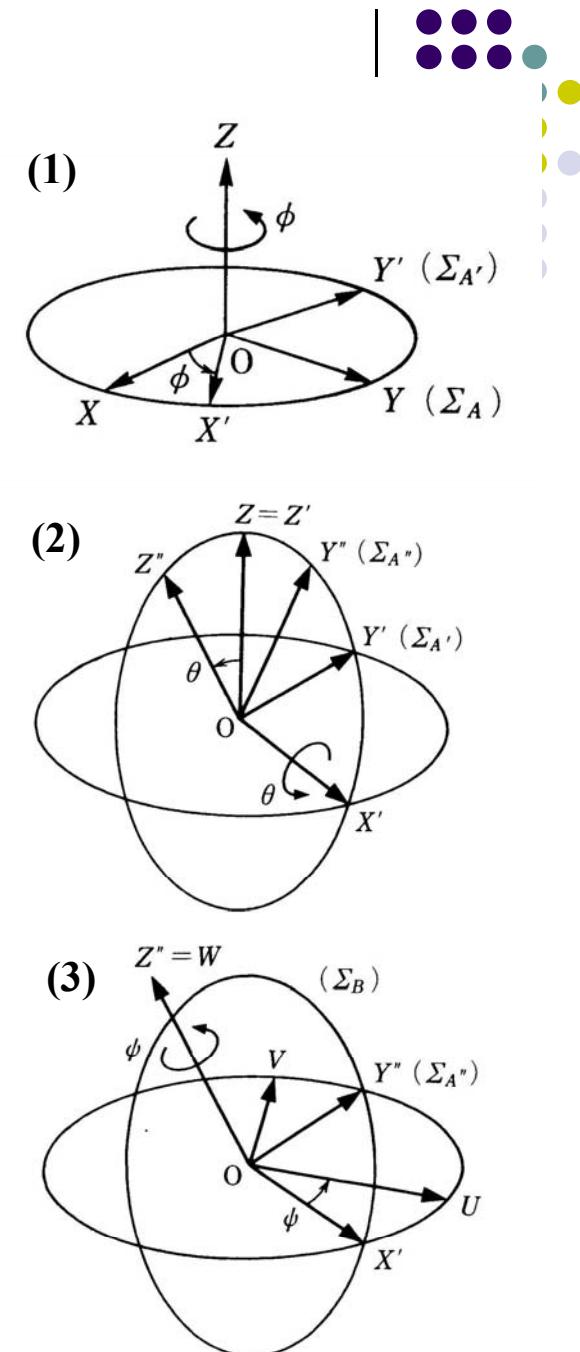
(2)X'軸まわりの回転(θ)

$${}^{A'} R_{A''}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

(3)Z''軸まわりの回転(ψ)

$${}^{A''} R_B(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^A R_B(\phi, \theta, \psi) = {}^A R_{A'}(\phi) {}^{A'} R_{A''}(\theta) {}^{A''} R_B(\psi)$$

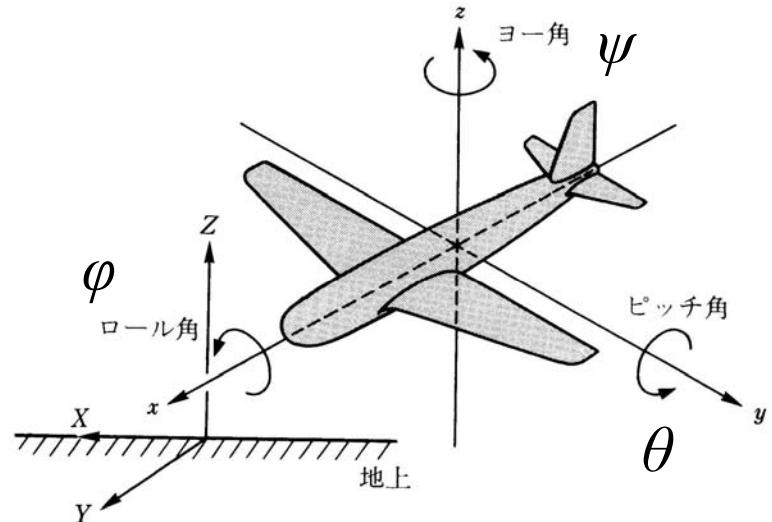




ロール・ピッチ・ヨー角

(1)ロール角

$${}^A R_{A'}(\phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



(2)ピッチ角

$${}^{A'} R_{A''}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

(3)ヨー角

$${}^{A''} R_B(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}$$

$${}^A R_B(\phi, \theta, \psi) = {}^A R_{A'}(\phi) {}^{A'} R_{A''}(\theta) {}^{A''} R_B(\psi)$$



4.3.3 同次変換

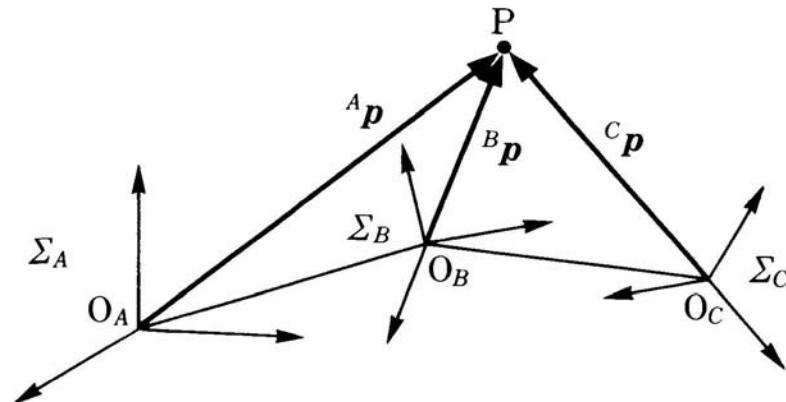
$$\begin{bmatrix} {}^A p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^A R_B & {}^A q_B \\ [0,0,0] & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^B p \\ 1 \end{bmatrix} = {}^A T_B \begin{bmatrix} {}^B p \\ 1 \end{bmatrix}$$

同次変換行列

$${}^A p = {}^A T_B {}^B p,$$

$${}^B p = {}^B T_C {}^C p,$$

$${}^A p = {}^A T_B {}^B T_C {}^C p = {}^A T_C {}^C p$$

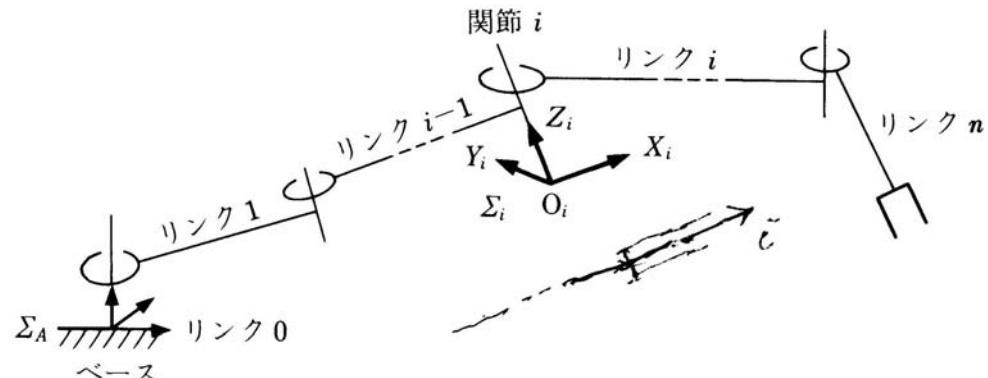
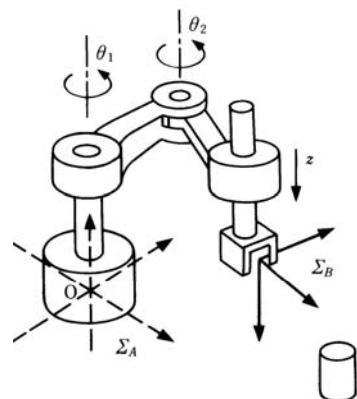




4. 4 位置に関する運動学

4.4.1 リンク座標系

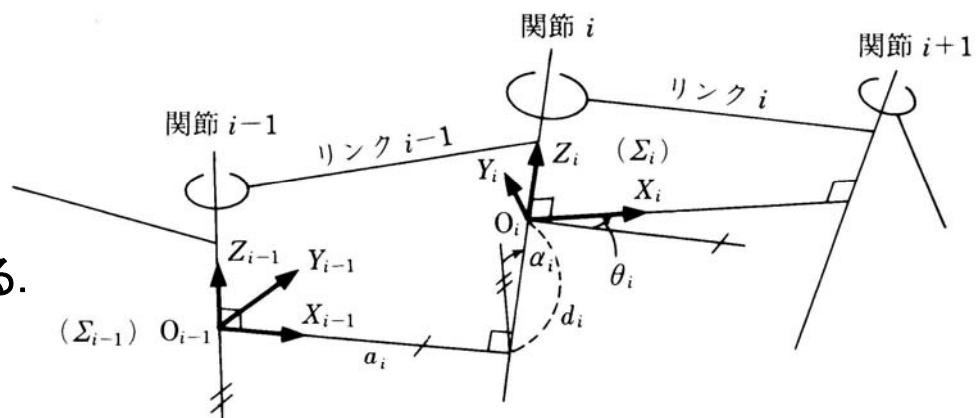
ロボット座標系と関節座標との変換 $=^A T_B$ を関節の回転・直動変位により表現



ロボット座標系と手先座標系の関係

リンク座標系 $\Sigma_i(O_i-X_i, Y_i, Z_i)$ の取り方

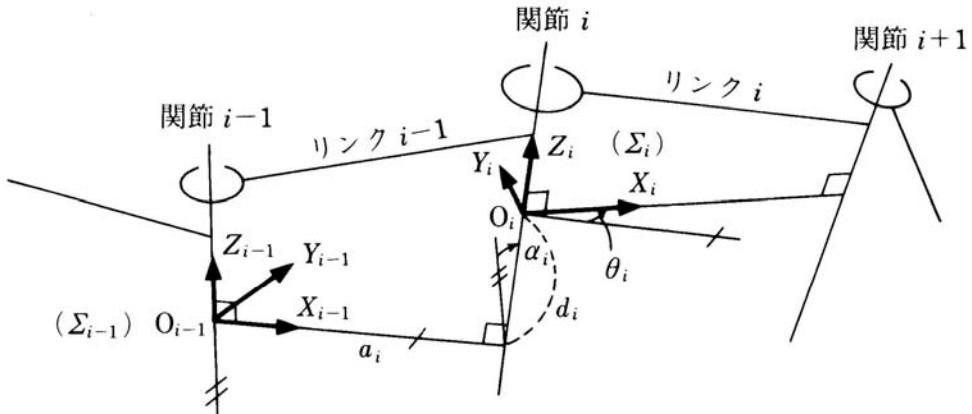
- (1) 関節軸*i*を Z_i 軸にとる
- (2) Z_i 軸と Z_{i+1} 軸の共通垂線を X_i 軸にとる
ただし、*i*から*i+1*に向かう方向を+とする。
- (3) Z_i , X_i 軸に垂直な方向(右手座標系)に
 Y_i 軸をとる。



修正Denavit-Hartenbergのリンクパラメータ記法

リンクパラメータ

- (1) X_{i-1} 軸方向に a_i の並進
- (2) X_{i-1} のまわりに α_i の回転
- (3) 回転後の Z_{i-1} 軸方向に d_i の並進
- (4) 並進後の Z_{i-1} 軸まわりに θ_i の回転



$$\Sigma_{i-1} \rightarrow \begin{matrix} (1) \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} (2) \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} (4) \\ \left[\begin{array}{cccc} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix} \leftarrow \begin{matrix} (3) \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix} \leftarrow$$

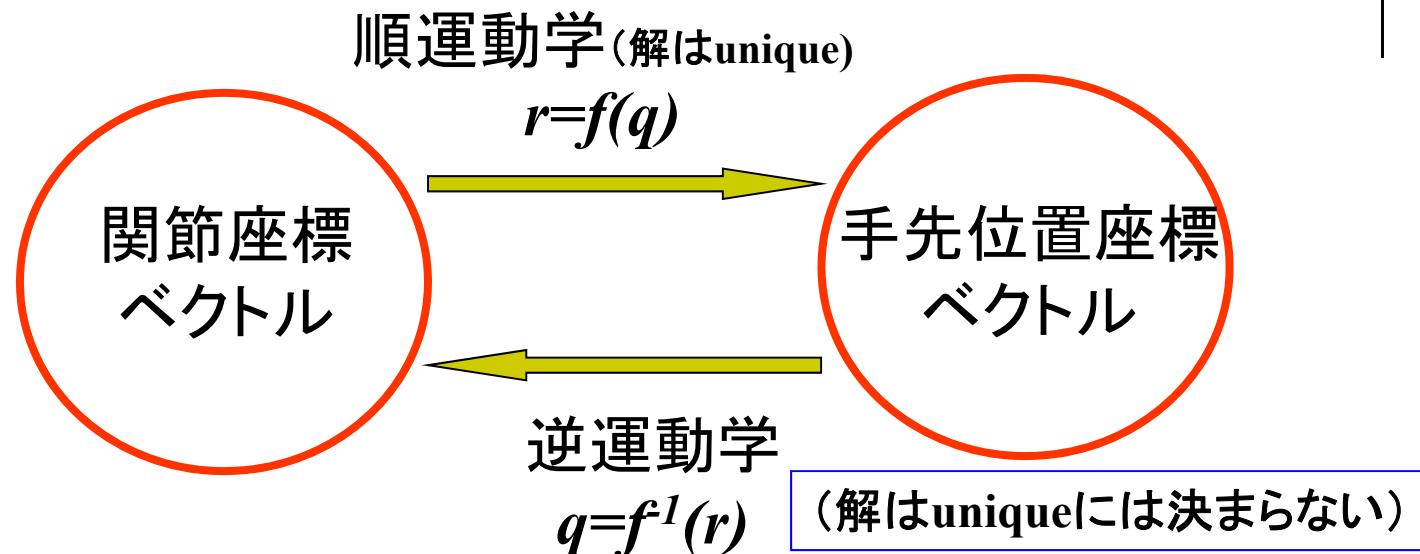
$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_i \\ \cos \alpha_i \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i & -d_i \sin \alpha_i \\ \sin \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & \cos \alpha_i & d_i \cos \alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Σ_{i-1} から Σ_i への同次変換行列

手先位置ベクトル: r
 ${}^{n-1}T_n \dots {}^0T_1 = {}^0T_n$
 から $r = {}^0p_n = f(q)$ を計算
 $q = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$



4.4.2 順運動学と逆運動学 (運動学: Kinematics)



逆運動学の数値解法(ニュートン法)

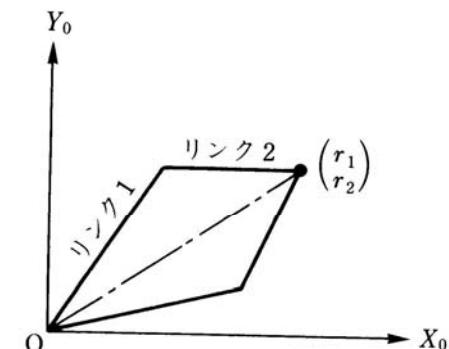
$$r = f(q)$$

$$\delta r = J(q)\delta q; \delta r, \delta q: \text{微小変分}, J = \frac{\partial r}{\partial q^T}: \text{ヤコビ行列}$$

逆運動学の解 $q = q^*$ に対する近似解 (初期解) q_0 ,

$$q_{i+1} = q_i - J(q_i)^{-1}(r_i - r^*); r^*: \text{目標手先位置ベクトル}$$

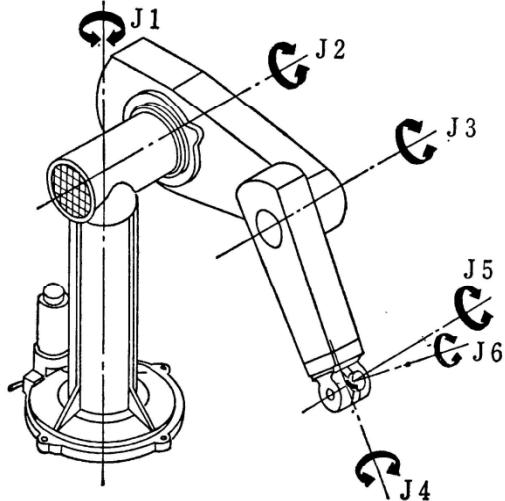
$r_i: q = q_i$ に対する順運動学の解
システム制御応用 (担当: 森田)



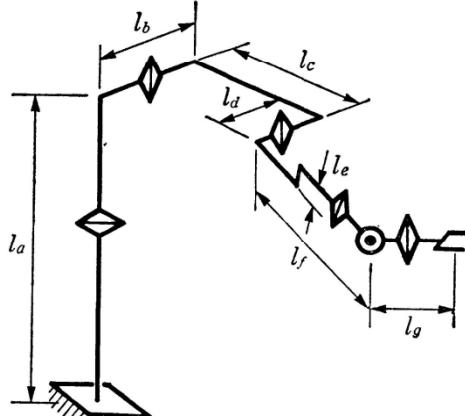


例題

PUMA型ロボットの順運動学を求める



(a) PUMA ロボット⁶⁾



(b) リンク構造

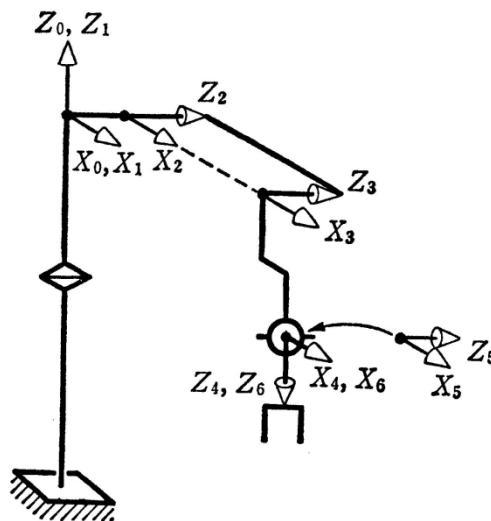


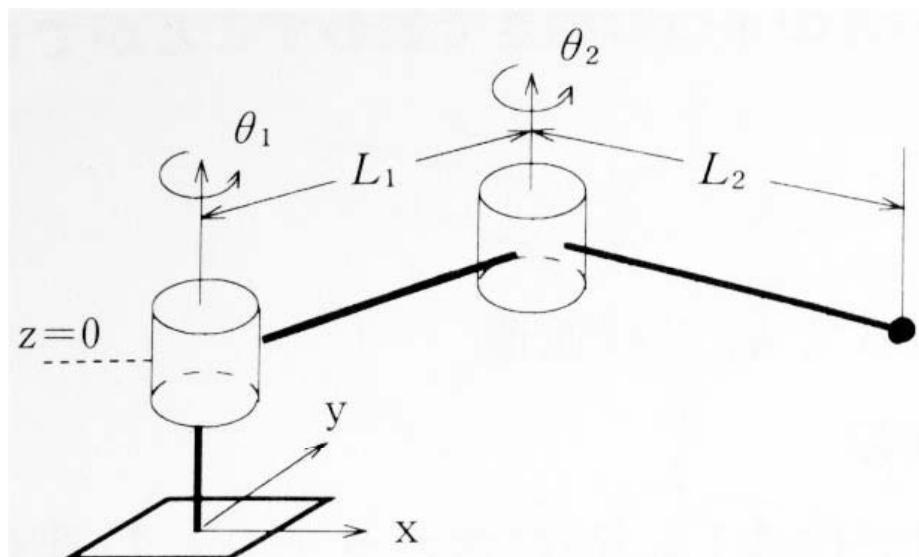
表 2・2 リンクパラメータ

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0°	0	(θ_1)
2	0	-90°	$l_b - l_d$	(θ_2)
3	l_c	0°	0	(θ_3)
4	l_e	-90°	l_f	(θ_4)
5	0	90°	0	(θ_5)
6	0	-90°	0	(θ_6)

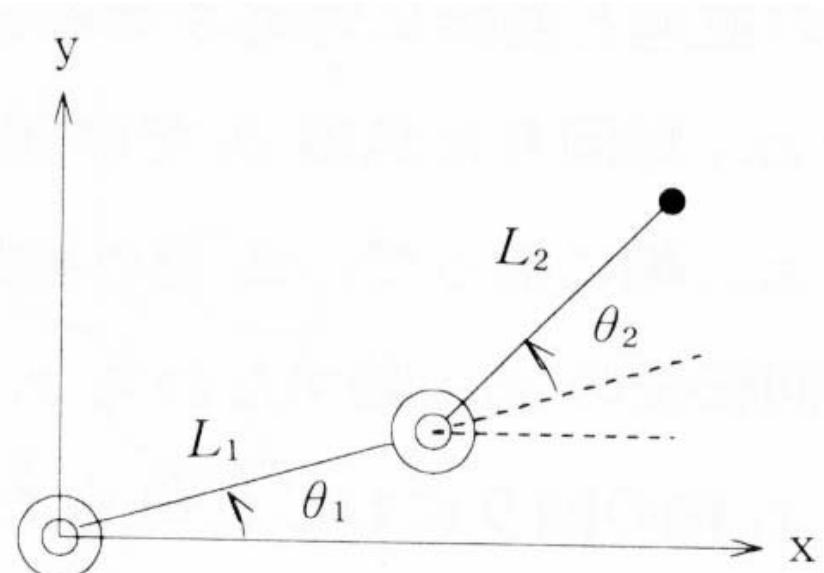


レポート演習課題（1）

- 2自由度マニピュレータの順運動学と逆運動学を求めよ。



(a) アームの構造



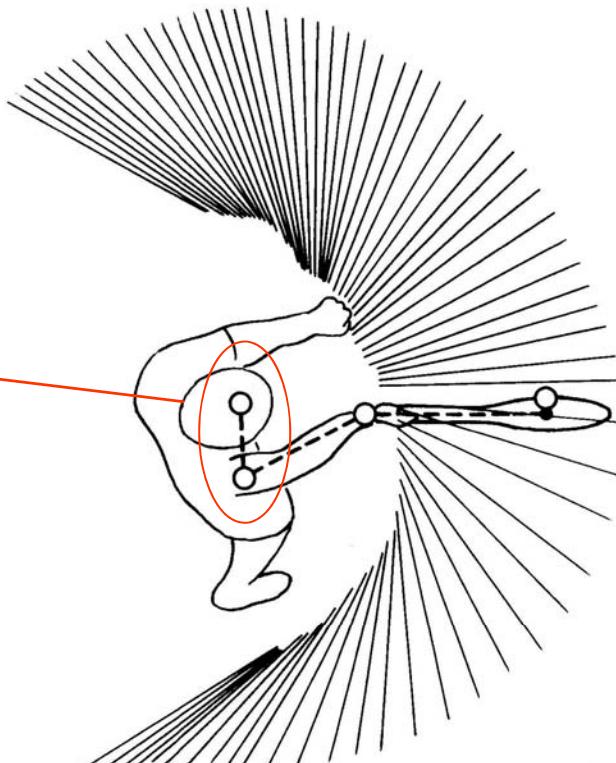
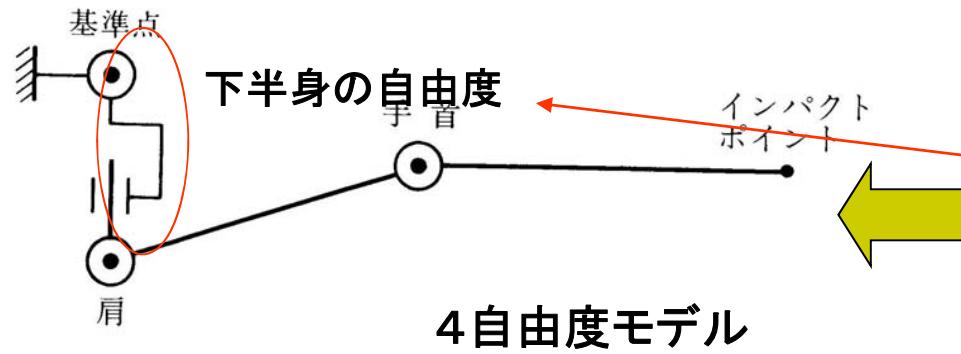
(b) アームの座標構成

第5章マニピュレーションII

—速度の運動学—



タスク=
「ラケットを上手く振る」



水平面内に投影した
(スティックは 1/200)



5.1 ヤコビ行列(Jacobian Matrix)(1)

手先位置・姿勢を表すベクトル : r

関節変位を表すベクトル : q

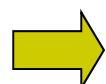
$$r = f(q) \quad \longrightarrow \quad \dot{r} = J(q)\dot{q}, J : \text{ヤコビ行列}$$

q は関節角度 θ や関節移動量 d など : **一般化座標**

$$J(q) = \frac{\partial r}{\partial q^T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial r_1}{\partial q_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial r_n}{\partial q_1} & \dots & \frac{\partial r_n}{\partial q_n} \end{bmatrix}$$

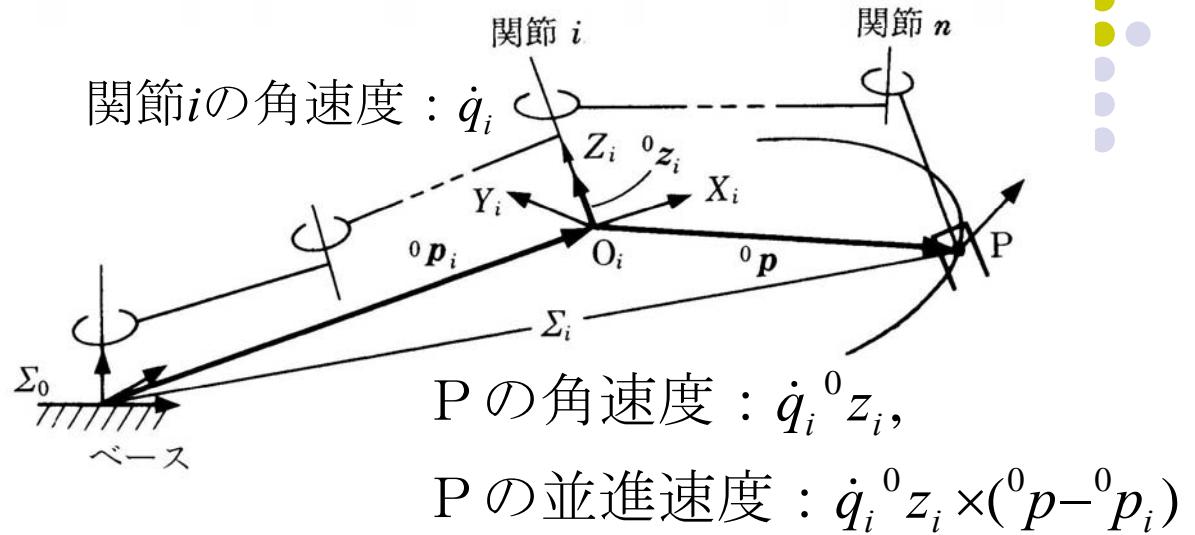
例

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 \cos \theta_1 + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_2 \sin \theta_1 + a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ (d_1 - d_2) \end{bmatrix}$$



$$J(q) = \begin{bmatrix} -a_2 \sin \theta_1 - a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) & 0 \\ a_2 \cos \theta_1 + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) & a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ヤコビ行列(2)



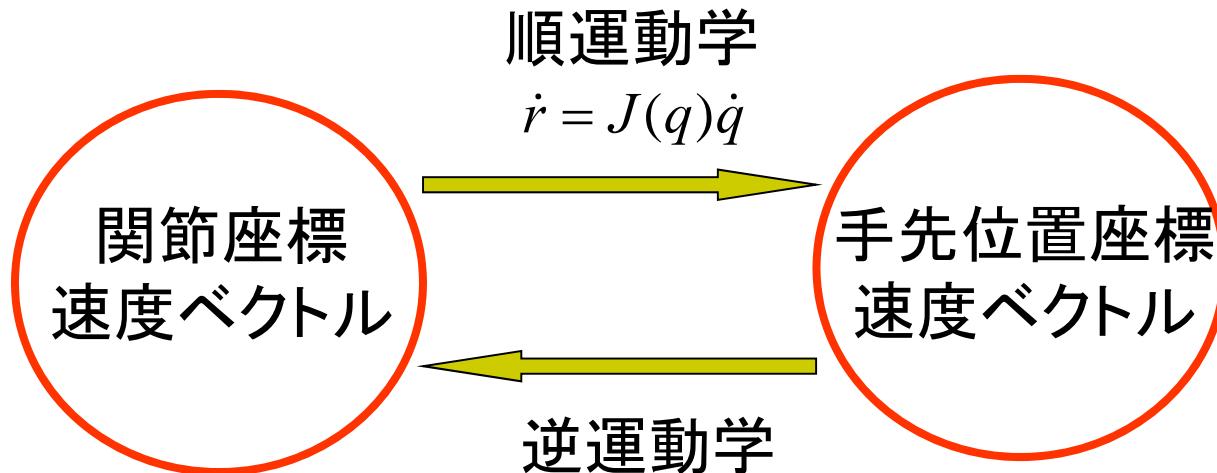
P(手先位置)での位置・姿勢ベクトル:

$$r = \begin{bmatrix} {}^0 \dot{p} \\ {}^0 \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^0 z_1 \times ({}^0 p - {}^0 p_1) & {}^0 z_2 \times ({}^0 p - {}^0 p_2) & \cdots & {}^0 z_n \times ({}^0 p - {}^0 p_n) \\ {}^0 z_1 & {}^0 z_2 & \cdots & {}^0 z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix}$$

$$J_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} {}^0 z_i \times ({}^0 p - {}^0 p_i) \\ {}^0 z_i \end{bmatrix}, & \text{(関節}i\text{が回転関節の場合)} \\ \begin{bmatrix} {}^0 z_i \\ 0 \end{bmatrix} & \text{(関節}i\text{が直動関節の場合)} \end{cases}$$

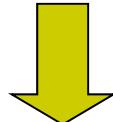


5.2 順運動学と逆運動学



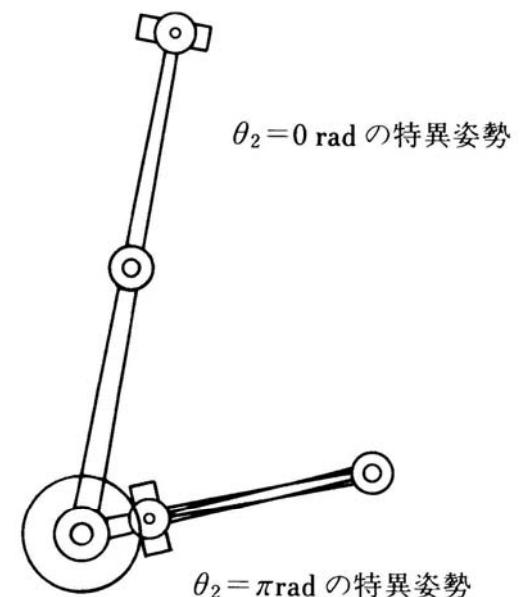
(1) $m = n$ (非冗長ロボット) の場合 : $\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{r}$

$|J(q)|=0$ の場合



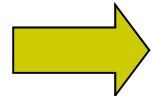
特異姿勢(Singular configuration)

関節をどのように動かしても、特定の方向には手先を動かすことができない姿勢





(2) $m \neq n$ (冗長ロボット) の場合 : $J(q)^{-1}$ が存在しない



目標の手先速度を与える関節速度は無限通り存在する。

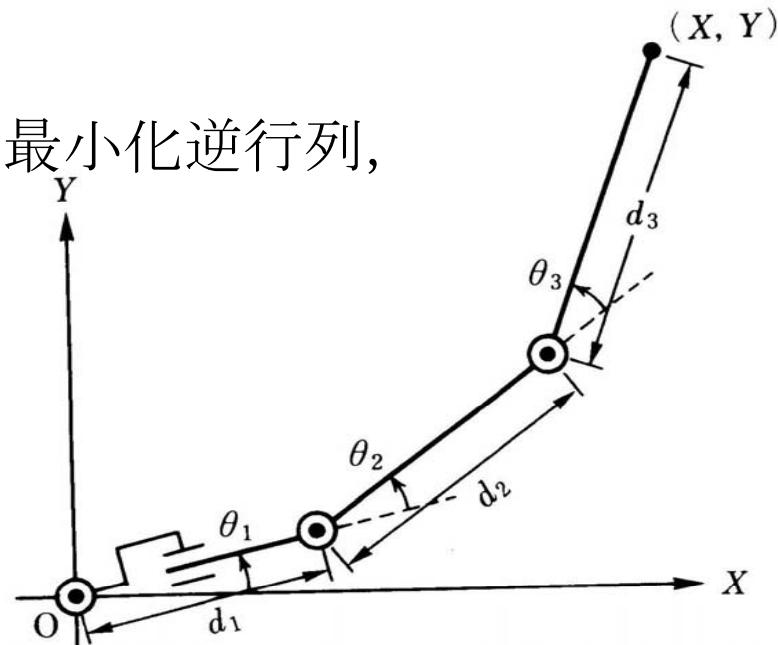


$\dot{r} - J(q)\dot{q} = 0$ のもとで $G(\dot{q}) = \dot{q}^T W \dot{q}$ ($W > 0$, 運動エネルギーと等価) を最小とする \dot{q} を求める。

$$\dot{q} = J^* \dot{r} + (I + J^* J) \dot{v},$$

$J^* = W^{-1} J^T (J W^{-1} J^T)^{-1}$: J のノルム最小化逆行列,

v : 任意の実数ベクトル



4自由度アームによるスイング動作



5.3 可操作性

手先位置・姿勢によって異なる手先の操作性

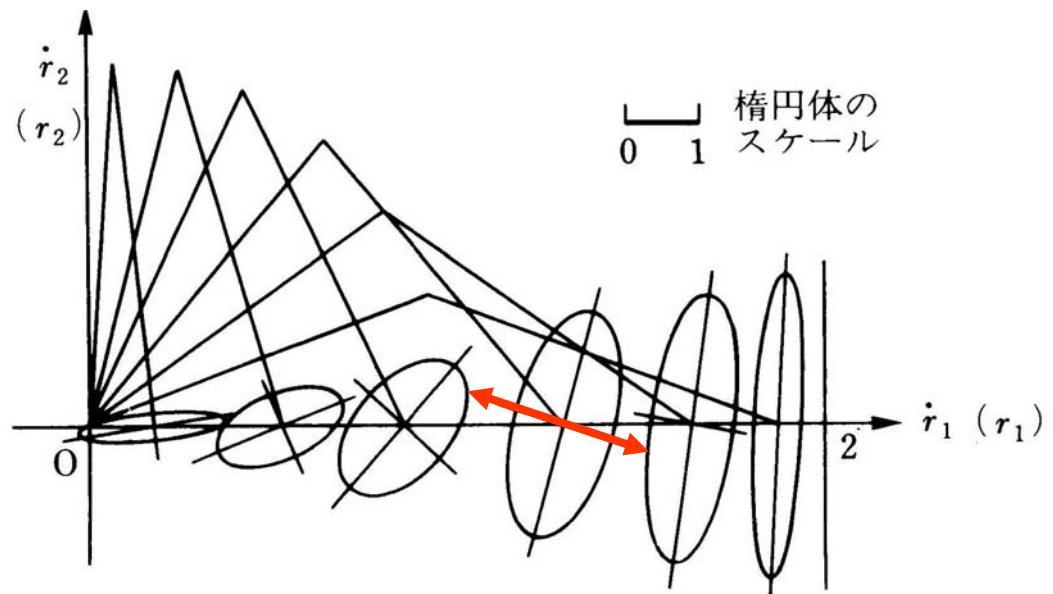
$m = n$ (非冗長ロボット) の場合 : $\dot{q} = J(q)^{-1} \dot{r}$

$$\|\dot{q}\|_2 = \dot{q}^T \dot{q} = \dot{r}^T (J(q)^{-1})^T J(q)^{-1} \dot{r} \leq 1$$

関節速度が $\|\dot{q}\| \leq 1$ を満たすときに手先速度 \dot{r} がとりうる領域を表す
: 可操作橈円体

$$w = |\det J(q)|$$

: 可操作度
(特異姿勢からの距離)

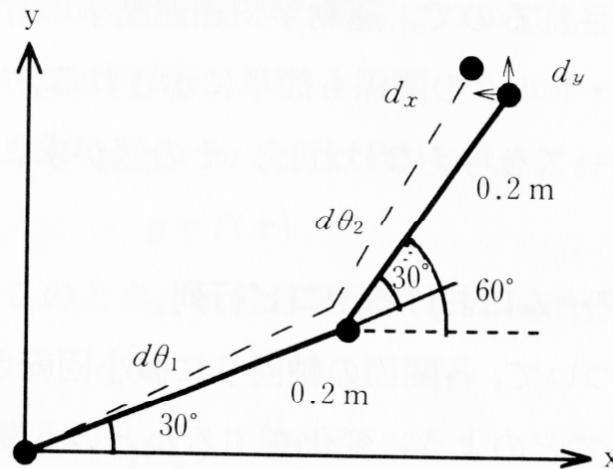




レポート演習課題（2）

- 2自由度マニピュレータのヤコビ行列を求めよ。

[例] このロボットでたとえば図 1.18 のように $\theta_1=30$ 度, $\theta_2=30$ 度のとき



関節の微小角度に対して、先端位置がどれくらい移動するかを求めたいときに使える。

図 1.18 SICE アームのある姿勢における微小変化

のヤコビ行列はつぎのようになる。ただし, $L_1=L_2=0.2$ (m) とする。

$$\mathbf{J}_s = \begin{bmatrix} -0.273, & -0.173 \\ 0.273, & 0.1 \end{bmatrix}$$

このとき, $d\theta_1=1$ 度, $d\theta_2=2$ 度動かしたときの先端の位置の移動はつぎのように求められる。

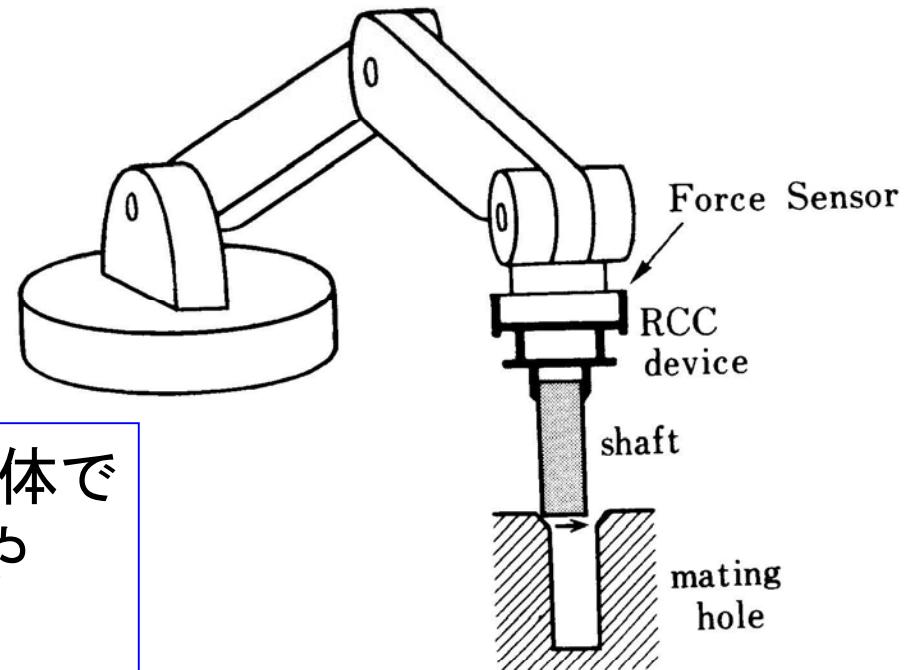
$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = [\mathbf{J}_s] \begin{bmatrix} 1 \times \pi/180 \\ 2 \times \pi/180 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.013 \\ 0.009 \end{bmatrix} \text{ (m)}$$



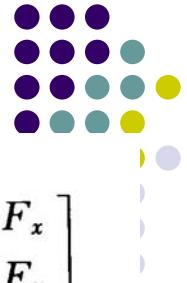
第6章マニピュレーションIII

—静力学—

タスク=「部品のはめ合い(peg in hole)」



手先や手先に持った物体で
外部環境と接触し、力や
モーメントを加える動作



6.1 力とモーメント

一般化力: F

仮想仕事: δW

仮想変位: δx

$$\delta W = F^T \delta r (\Leftrightarrow \delta W = \sum_{i=1}^m f_i \delta x_i)$$

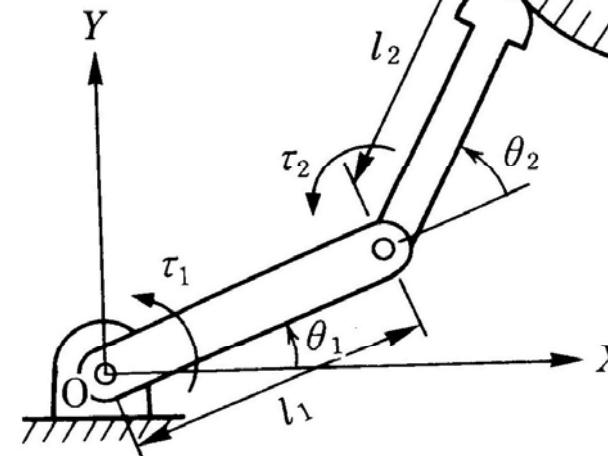
+

$$\delta r = J(q) \delta q \quad \leftarrow \quad r = f(q)$$

$$\delta W = F^T J(q) \delta q \quad : \text{外力と仮想仕事}$$

$$\leftarrow \quad \delta W = \tau^T \delta q \quad : \text{関節トルクと仮想仕事}$$

$$\tau = J(q)^T F \quad : \text{外力と関節トルクの釣り合い} \quad \rightarrow \quad \text{関節トルクを調整して外力を得る}$$



特異姿勢では $|J(q)|=0$ より $F \neq 0$ でも $\tau = 0$ となる。



6.2 コンプライアンス

剛性=「かたさ」



コンプライアンス=「やわからさ」

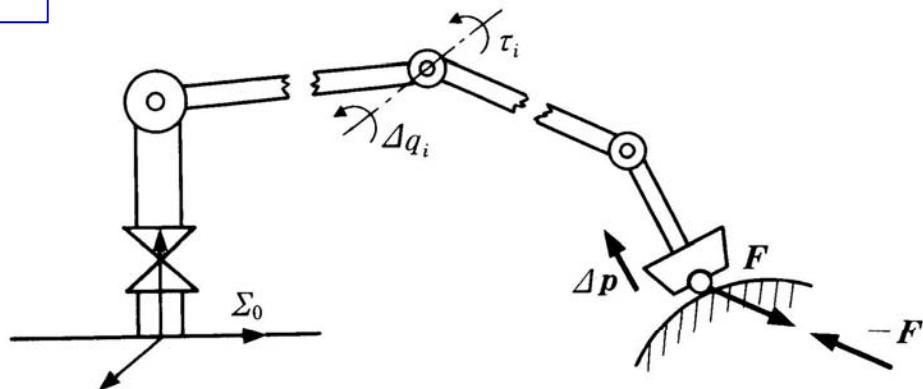
腕を伸ばした状態で、手先に物体を載せると手先位置が変化する。物体の重さが思い程変化量が増える。



関節の変化をともなう



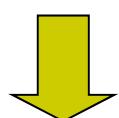
F と Δp と Δq の関係は？



$$\Delta p \text{ と } \Delta q \text{ の関係} \rightarrow \Delta p = J(q) \Delta q$$

+

$$\text{関節トルク } \tau \text{ と } \Delta q \text{ の関係} \rightarrow \tau_i = -K \Delta q \quad (K = \text{diag.}(k_i), \Delta q = [\Delta q_1, \dots, \Delta q_n]^T)$$



K : サーボ剛性

= アクチュエータの制御特性
伝達系の機械的剛性による

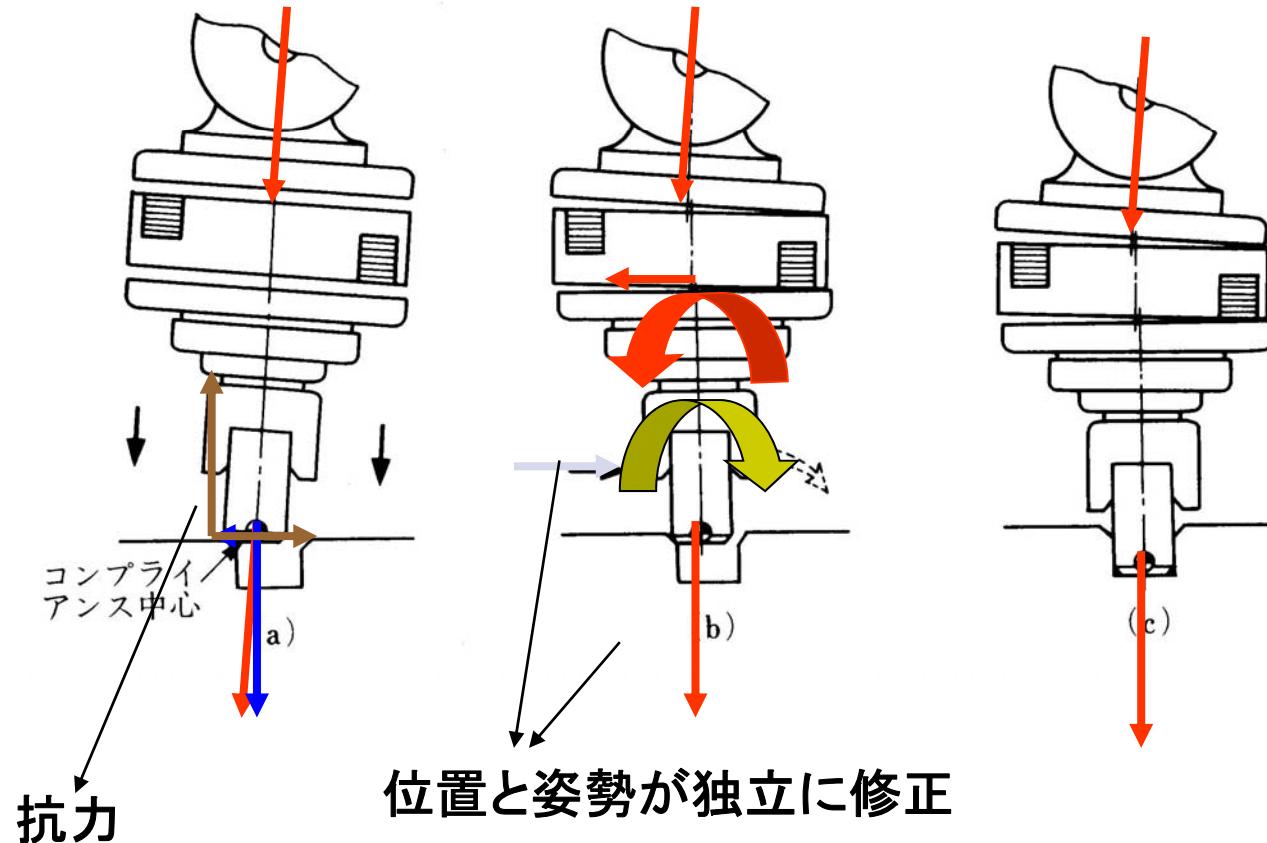
$$\underline{\Delta p = -CF = CF^*, \quad C = JK^{-1}J^T}$$

C : コンプライアンス行列

= 力やトルクを受けたとき、弾性的に変形するメカニズム・構造の性質



6.3 Remote Center Compliance (RCC) Device





レポート演習課題（3）

- 拘束を受ける2自由度マニピュレータの先端が拘束面から受ける力と関節トルクの関係を調べよ。



この一般化力 \mathbf{w} とそれぞれの関節の駆動トルクベクトル $\boldsymbol{\tau}$ の間には以下の関係がある。一般化座標 \mathbf{q} に対する一般化力 \mathbf{w} のように、座標 $\boldsymbol{\theta}$ に關節の駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ が対応するとする。仮想仕事の原理により、

$$\delta W = \mathbf{w}^T \delta \mathbf{q} = \boldsymbol{\tau}^T \delta \boldsymbol{\theta} \quad (2.43)$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$ の関係が成り立つとすると、

$$\delta \boldsymbol{\theta} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \delta \mathbf{q} \quad (2.44)$$

$$\mathbf{w}^T \delta \mathbf{q} = \boldsymbol{\tau}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \delta \mathbf{q} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{w}^T = \boldsymbol{\tau}^T \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{w} = \left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T \boldsymbol{\tau} \quad (2.47)$$

と \mathbf{w} と $\boldsymbol{\tau}$ の関係が求まる。この例では(2.31), (2.32)式より

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

の関係があり、

$$\left(\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} \right)^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

と計算でき、(2.47)式から \mathbf{w} は

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 - \tau_2 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

と求めることができる。



第7章マニピュレーションIII －動力学と運動制御－

タスク実行時における運動方程式とアクチュエータの制御

7.1 ロボットアームの動力学

リンク*i*の位置ベクトル: ${}^i p$

ロボット座標系から見た ${}^i p$: ${}^0 p = {}^0 T_i {}^i p$

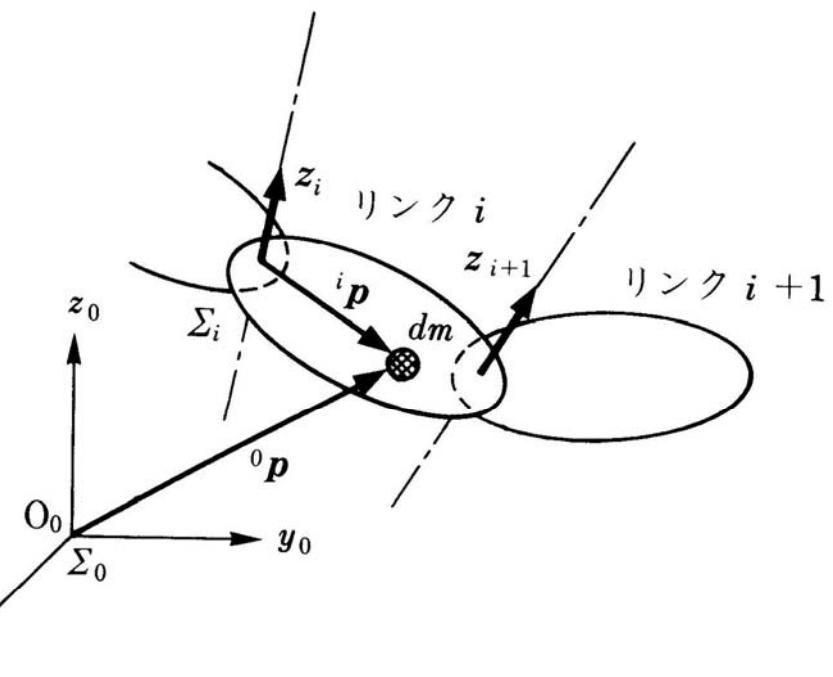
微小質量 dm の運動エネルギー:

$$dK_i = \frac{1}{2} {}^0 \dot{p}^T {}^0 \dot{p} dm$$

$$= \frac{1}{2} \text{tr}[{}^0 \dot{p} {}^0 \dot{p}^T] dm,$$

$${}^0 \dot{p} = \left(\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0 T_i}{\partial q_j} q_j \right) {}^i p$$

システム制御応用（担当：森田）





リンク*i*全体の運動エネルギー:

$$K_i = \int_{link(i)} \frac{1}{2} tr[{}^0\dot{p} {}^0\dot{p}^T] dm \\ = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i tr\left[\frac{\partial {}^0T_i}{\partial q_i} \left(\int_{link(i)} \frac{1}{2} tr[{}^i p {}^i p^T] dm \right) \frac{\partial {}^0T_i^T}{\partial q_k}\right] \dot{q}_i \dot{q}_k,$$

$$H_i = \int_{link(i)} \frac{1}{2} tr[{}^i p {}^i p^T] dm$$

$$= \begin{bmatrix} -I_{ixx} + I_{iyy} + I_{izz} & H_{ixy} & H_{ixz} & m_i {}^i S_{ix} \\ H_{ixy} & \frac{I_{ixx} - I_{iyy} + I_{izz}}{2} & H_{ixy} & m_i {}^i S_{iy} \\ H_{ixy} & H_{ixy} & \frac{I_{ixx} + I_{iyy} - I_{izz}}{2} & m_i {}^i S_{iz} \\ m_i {}^i S_{ix} & m_i {}^i S_{iy} & m_i {}^i S_{iz} & m_i \end{bmatrix},$$



$$I_{ixx} = \int_{link(i)} (^i p_y^2 + ^i p_z^2) dm : \text{慣性モーメント},$$

$$H_{ixy} = \int_{link(i)} [^i p_y \, ^i p_y^T] dm : \text{慣性乗積},$$

$$m_i = \int_{link(i)} dm : \text{リンク } i \text{ の質量},$$

$$^i s_{ix} = \int_{link(i)} ^i p_x dm / m_i : \text{リンク } i \text{ の質量中心位置}$$

ロボット全体の運動エネルギー $K = \sum_i^n K_i$

ラグランジュの運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_i} = Q_i, (i=1,2,\dots,n),$$

$$Q_i = -\frac{\partial V}{\partial q_i} + \tau_i, V_i = -m_i g^T T_i^0 s,^i$$

V_i :リンク i のポテンシャルエネルギー, s :リンク i の質量中心



運動方程式

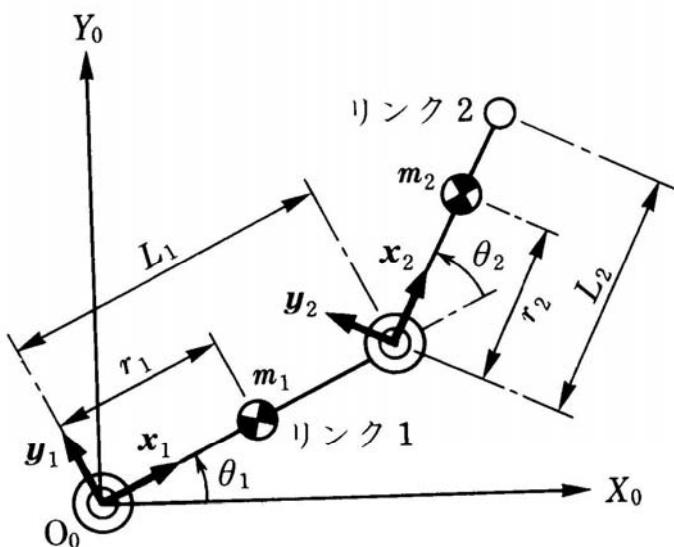
$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + g(q) = \tau$$

$$M_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \operatorname{tr} \left[\frac{\partial^0 T_k}{\partial q_i} H_k \frac{\partial^0 T_k^T}{\partial q_j} \right], \quad (K = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}) \quad : \text{慣性行列}$$

$$h(q, \dot{q}) = \dot{M}\dot{q} - \operatorname{col} \left[\frac{1}{2} \dot{q}^T \frac{\partial M}{\partial q_i} \dot{q} \right], \quad : \text{遠心力とコリオリ力の非線形項}$$

τ : 関節トルク

例



m_i : リンク i の質量
 L_i : リンク i の長さ
 r_i : Σ_i 原点からリンク i の
 質量中心までの距離
 I_i : z_i 軸まわりのリンク i の
 慣性モーメント
 $\tilde{g} = [0, -g, 0, 1]^T$: 重力加速度ベクトル



2.2 ラグランジュ法(Lagrange Formulation)

2.2.1 ラグランジュ法とは

マニピュレータは各リンクが剛体からなり、それらが関節を介して力の干渉を受け、互いに位置を拘束しながら運動するシステムとみなすことができる。

ここで各リンクが関節を介して干渉する力を考慮しながら運動方程式を導くのは容易ではない。このような煩雑さを避け、見通しよく運動方程式を導く方法の1つとしてラグランジュ法がよく用いられる。この方法は対象物体の運動を記述するのに適した一般化座標を考え、それを用いて記述したエネルギーを用いて運動方程式を導く方法である。



2.2.2 運動方程式の導出と物理的な意味付け

質点の運動を取り扱うニュートンの運動方程式では通常、直交座標系が用いられるが、ここではより一般的に運動を取り扱うために物体の運動を記述するのに必要十分な変数からなる一般化座標を考える。たとえば、極座標系の動径と偏角が1つの例である。

ここで、一般化座標を q_i 、運動エネルギーを T 、一般化座標に対応した力を一般化力 Q_i とすれば、ニュートンの運動方程式は以下のように記述される。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.1)$$

ここで、 Q_i がポテンシャルから導かれる場合は、ポテンシャルを U として、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial T}{\partial q_i} - \frac{\partial U}{\partial q_i} \quad (2.2)$$

となる。さらに $L = T - U$ で表わされるラグランジュ関数 L を導入すると、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (2.3)$$

と書け、これがラグランジュの運動方程式と呼ばれるものである。また、ポテンシャルで書き表わせない力を Q'_i のように書けば、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q'_i \quad (2.4)$$

と表現できる。



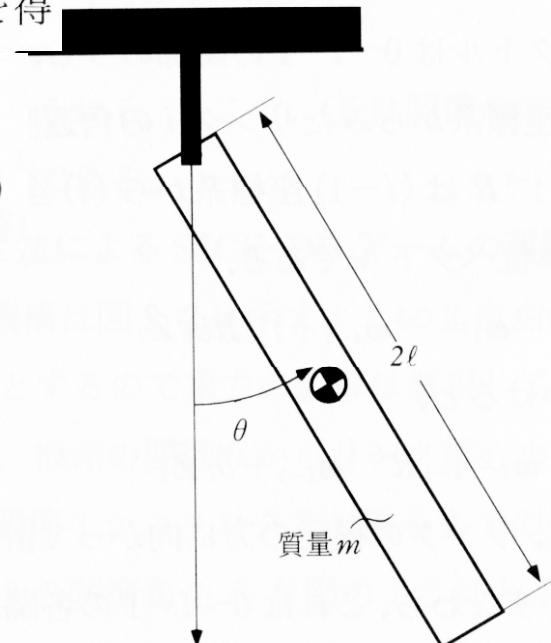
一例として、図 2.1 に示す 1 自由度の剛体振り子の運動方程式を考えよう。図のようにパラメータを与え、一般化座標として鉛直軸からのリンクの振れ角 θ をとると運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー U は次式のようになる。 T の右辺第 1 項は重心点の並進の運動エネルギー、第 2 項は重心点回りの運動エネルギーである。

$$T = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (2.5)$$

$$U = mgl(1 - \cos \theta) \quad (2.6)$$

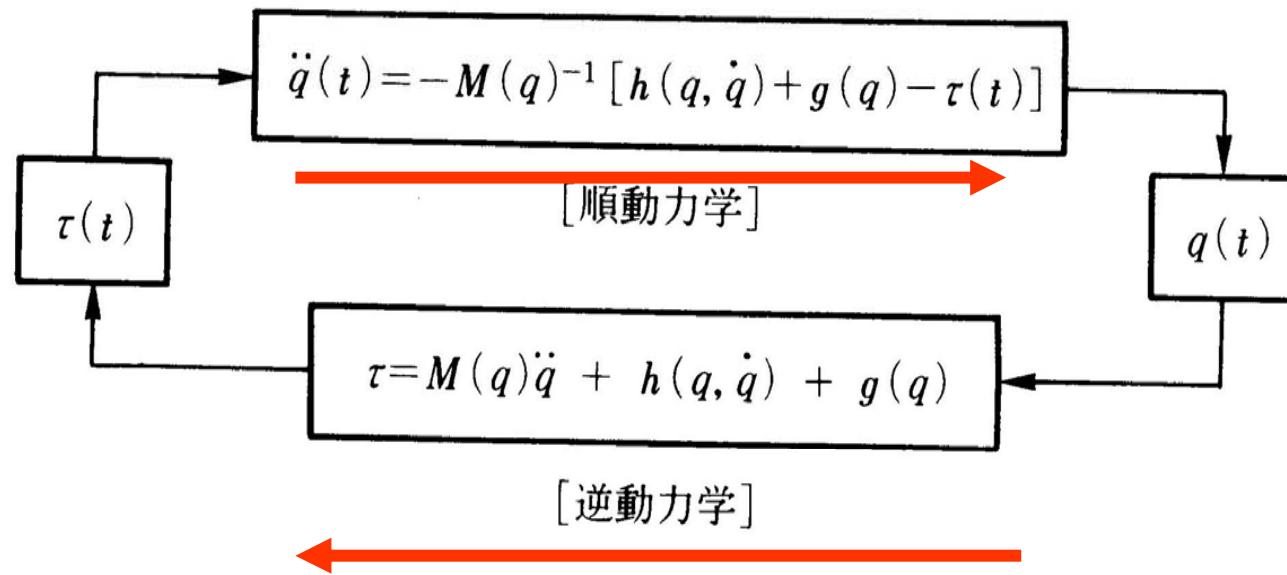
ただし、慣性モーメント I はリンクの重心周りのもので、 $I = \frac{1}{3}ml^2$ とする。これらをラグランジュの運動方程式、(2.3) 式に代入して最終的に次式を得る。

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{4} \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (2.7)$$





順動力学と逆動力学



- ・順動力学: 関節トルクから関節角, 角速度などアームの運動を計算
- ・逆動力学: アームの動きが既知である場合に, 動きを (Inverse dynamics) 生成する関節トルクを計算する



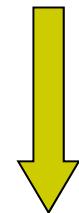
レポート演習課題（4）

- 2自由度マニピュレータの運動方程式を求めよ。重力の有無による違いを確認せよ。



7.2 位置制御－線形化とサーボ補償－

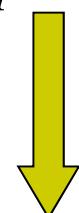
$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) + D\dot{q} + g(q) = \tau, D: damping 項$$



制御入力: u_g

$$\tau = h(q, \dot{q})\dot{q} + D\dot{q} + g(q) + M(q)u_g \quad \text{逆動力学に基づくトルク計算}$$

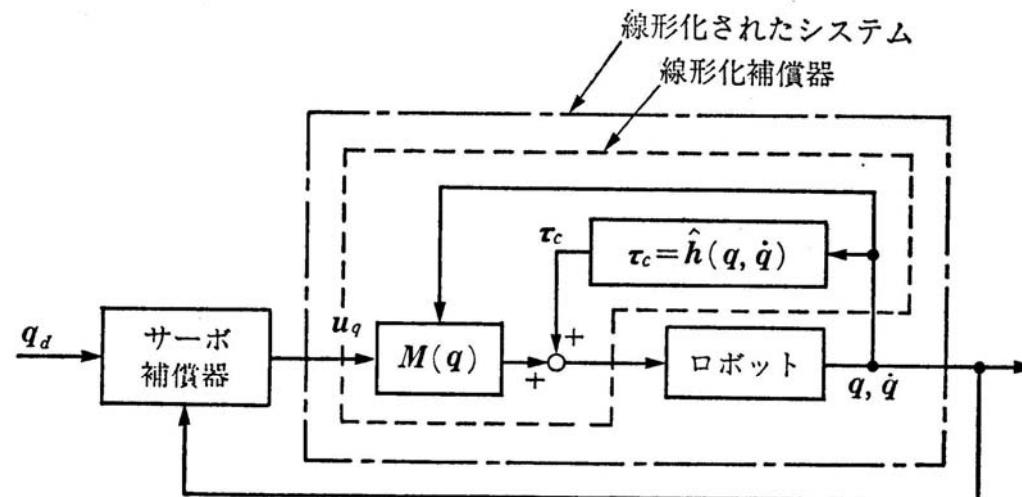
$$\ddot{q} = u_g$$



$$u_g = \ddot{q}_d + K_v(\dot{q}_d - \dot{q}) + K_p(q_d - q) \quad : \text{PD feedback}$$

$e = q_d - q, q_d$: 目標関節角軌道

$$\ddot{e} + K_v\dot{e} + K_p e = 0, \quad K_v = diag.(2\zeta\omega_n), K_p = diag.(\omega_n^2)$$



システム制御応用（担当：森田）



位置制御系

- PD制御
- フィードフォワード制御
- フィードフォワード制御 + PD制御
- 計算トルク法(CT法)
- 加速度分解制御

4.1.1 PD 制御系の構成

ロボットのサーボ系は、一般的には、位置と速度のフィードバックを行う PD 制御を施すことにより実現される。本節では、この PD 制御系の構成法について述べる。

n 自由度のロボットアームは、一般につぎのような運動方程式で記述される。

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + B\dot{\mathbf{q}} + D(\dot{\mathbf{q}}) + g(\mathbf{q}) = \tau \quad (4.1)$$

ただし、 \mathbf{q} は関節変数、 τ は駆動トルク、 $M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}$ は慣性力項、 $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ は遠心力およびコリオリ力項、 $B\dot{\mathbf{q}}$ は粘性摩擦力項、 $D(\dot{\mathbf{q}})$ は動摩擦力項、 $g(\mathbf{q})$ は重力項を表わしている。

各関節において、つぎのような重力補償した位置と速度のフィードバック則を適用する。

$$\tau = -K_p(\mathbf{q} - \mathbf{q}_r) - K_v\dot{\mathbf{q}} + g(\mathbf{q}) \quad (4.2)$$

ここで、 \mathbf{q}_r は関節変数の目標値である。また、 K_p と K_v は、それぞれ速度と位置のフィードバックゲイン行列であり、つぎのように表わされる。

$$K_p = \text{diag}(K_{p1}, K_{p2}, \dots, K_{pn}) \quad (4.3)$$

$$K_v = \text{diag}(K_{v1}, K_{v2}, \dots, K_{vn})$$

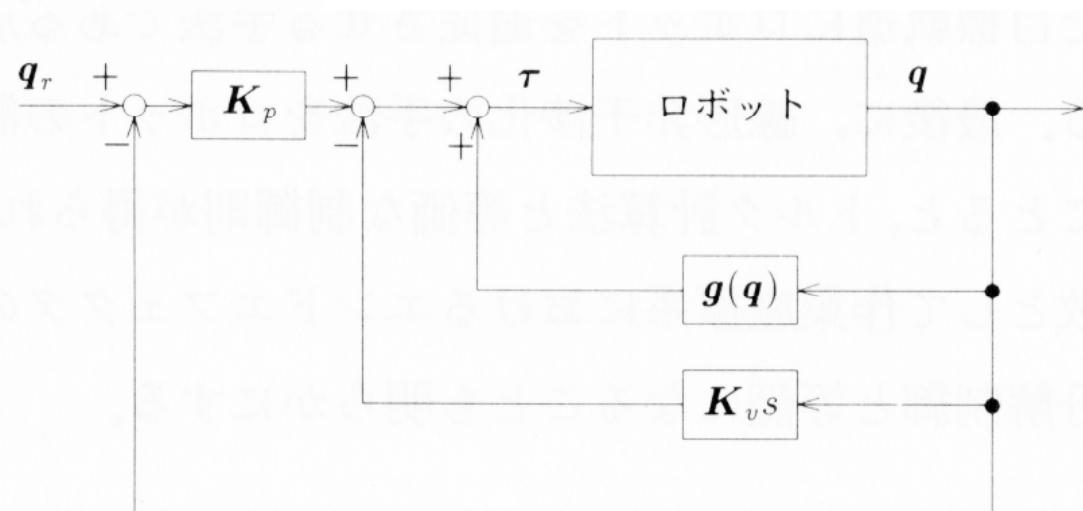


図 4.1 PD 制御系のブロック図

4.1.3 SICE-DD アームによる実験

本節では、SICE-DD アームのパラメータを用いて、実際に PD 制御系を設計し、実験結果を示す。

第 3 章で述べたように、SICE-DD アームの運動方程式における各項は、それぞれ、次式で与えられる。

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_1 + 2R \cos q_2 & M_2 + R \cos q_2 \\ M_2 + R \cos q_2 & M_2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -2R\dot{q}_1\dot{q}_2 \sin q_2 - R\dot{q}_2^2 \sin q_2 \\ R\dot{q}_1^2 \sin q_2 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{D}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} D_1 \operatorname{sgn}(\dot{q}_1) \\ D_2 \operatorname{sgn}(\dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{o} \quad (4.15)$$

$$M_1 = I_1 + I_2 + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2) \quad (4.16)$$

$$M_2 = I_2 \quad (4.17)$$

$$R = m_2 r_2 l_1 \quad (4.18)$$

ただし、 $\mathbf{q} = [q_1, q_2]^T$, $\tau = [\tau_1, \tau_2]^T$ である。SICE-DD アームでは、(4.15) 式のように重力項は 0 となるので、(4.2) 式における重力項の補償は必要ない。したがって、つぎのような位置と速度のフィードバック則を適用すればよい。

$$\tau = -\mathbf{K}_p(\mathbf{q} - \mathbf{q}_r) - \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{q}} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{K}_p = \operatorname{diag}(K_{p1}, K_{p2}) \quad (4.20)$$

$$\mathbf{K}_v = \operatorname{diag}(K_{v1}, K_{v2}) \quad (4.21)$$

上式における 4 つのフィードバックゲイン $K_{p1}, K_{p2}, K_{v1}, K_{v2}$ をいくつか与えて、実際に SICE-DD アームを制御した結果を図 4.2 と図 4.3 に示す。ここでは、サンプリング時間を 3 ms に選んでいる。

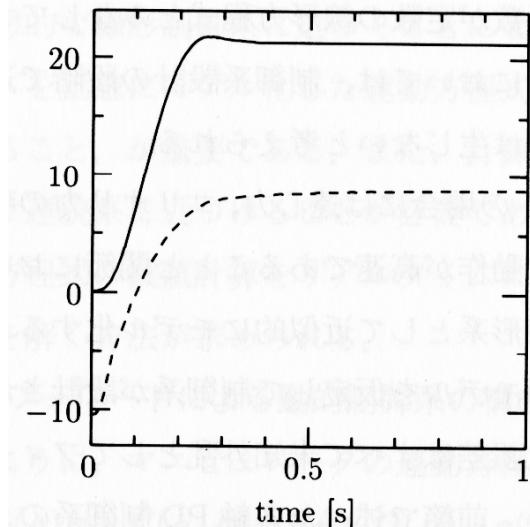


図 4.2 実験結果(目標値(20.0, 10.0))

実線：関節 1, 点線：関節 2

$$(K_{p1}, K_{p2}) = (300.0, 150.0)$$

$$(K_{d1}, K_{d2}) = (20.0, 15.0))$$

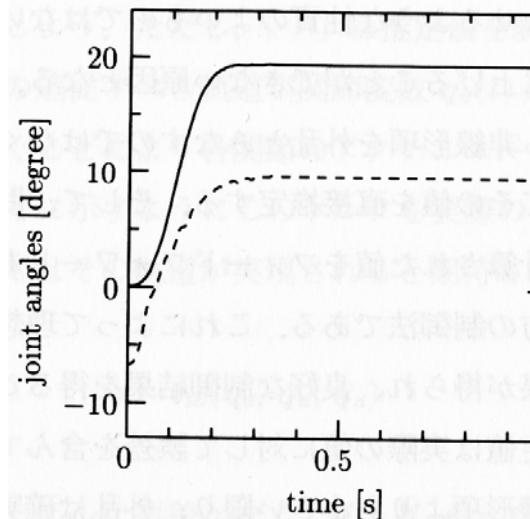


図 4.3 実験結果(目標値(20.0, 10.0))

実線：関節 1, 点線：関節 2

$$(K_{p1}, K_{p2}) = (700.0, 440.0)$$

$$(K_{d1}, K_{d2}) = (50.0, 30.0))$$

4.2.1 動的制御とは

第2章で述べたように、ロボットの運動方程式は遠心力、コリオリ力などの非線形項を含む。しかし、ロボットの動作が遅いときには、これらの項は速度の2乗に比例するため、ほかの力学的要素と比べて非常に小さい。そのため、線形系に重力項が加わったものとしてロボットの力学をモデル化してもさしつかえない。また、アクチュエータから関節角までの減速比が大きいマニピュレータにおいては、アクチュエータ軸の慣性や粘性の項が他の要素に比べて相対的に非常に大きく、運動方程式をほとんど支配してしまう。そのため、運動方程式は重力項を除けば係数が定数の線形方程式とみなしてさしつかえない。したがって、これらの場合においては、制御系設計の段階で遠心力、コリオリ力を無視しても大きな問題は生じないと考えられる。

ところが、DDロボットの場合には遠心力、コリオリ力の項は無視できない大きさになる。その理由は動作が高速であることと関節において減速がなされないことによる。これを線形系として近似的にモデル化することはもはや妥当であるとはいえない。線形モデルを仮定して制御系が設計されたとすると、これらの項からなるモデル化誤差はすべて未知外乱としてフィードバックによって取り除かれねばならない。前節で述べた各軸PD制御系のようなコントローラでは、それら外乱をすべてPD要素で補償してやる必要がある。ところが、外乱があまりにも大きい場合にはどうしても補償しきれず、軌道誤差を生じる。また、この外乱は仮定した線形モデルの状態量と密接な関係をもっており、決してホワイトノイズとみなせるような性質のよいものではない。このことは、サーボ系のゲインを充分に上げることができない原因となる。



動的制御とは、これら非線形項を外乱とみなすのではなく、運動方程式を数値計算することによってその値を直接推定する。そして、問題となる非線形項が打ち消されるように計算された値をフィードフォワードあるいはフィードバックする、という考え方の制御法である。これによって理想的には非線形項がなくなったのと同じ効果が得られ、良好な制御結果を得ることができると期待される。計算された推定値は実際の値に対して誤差を含んではいるが、誤差の大きさがもともとの非線形項よりも小さい限り、外乱は確実に減少すると期待される。

このために用いられる力学方程式の計算は逆動力学問題と呼ばれる。すなわち、あるロボットの運動が与えられたときに、その運動を実現するために必要なアクチュエータトルクを求めるという問題である。その入力はある瞬間ににおける各関節の回転角、角速度、角加速度である。計算結果は遠心力、コリオリ力、重力などだけでなく、線形項も含んだ形で得られる。この計算誤差が小さければ小さいほどロボットはフィードフォワードあるいはフィードバックによる補償によって理想的な線形制御系に近づくことになる。そのためには、なるべく実際のロボットを正確にモデル化した運動方程式を用いること、正確なパラメータの値を知ること、が重要である。また、計算のサンプリングタイムを短くしてできるだけ連続系に近づけることが必要である。制御のアルゴリズムによっては、運動方程式の数値計算をリアルタイムに行わなければならず、高速に逆動力学問題を解く方法が求められる。

4.2.2 フィードフォワードによる動的制御系の構成

第2章で述べたように、マニピュレータの運動方程式は

$$\tau = M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + B\dot{\mathbf{q}} + D(\dot{\mathbf{q}}) + g(\mathbf{q}) \quad (4.22)$$

と表わされる。逆動力学問題とは、パラメータの推定値に基づいて与えられた運動を実現するに必要なトルクを推定する、という問題である。この解を

$$\tau_{ID}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = \hat{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \hat{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \hat{B}\dot{\mathbf{q}} + \hat{D}(\dot{\mathbf{q}}) + \hat{g}(\mathbf{q}) \quad (4.23)$$

と表記することにしよう。ただし、「 $\hat{\cdot}$ 」は推定値を表わす。

マニピュレータの追従すべき軌道が関節変数 $\mathbf{q}_d(t)$ の形で与えられたとき、逆動力学問題を解くことにより各関節のアクチュエータが出力すべきトルクが計算される。図4.4に示すようにこのトルクを実際のロボットに与えれば、誤差のない理想状態ではその軌道が実現されると期待される。

この制御則は、

$$\tau = \tau_{ID}(\mathbf{q}_d, \dot{\mathbf{q}}_d, \ddot{\mathbf{q}}_d) \quad (4.24)$$

である。

ロボットの力学モデルに誤差がなく ($M = \hat{M}$, $C = \hat{C}$, $B = \hat{B}$, $D = \hat{D}$, $g = \hat{g}$)、関節角、関節角速度が目標値に完全に一致し ($\mathbf{q} = \mathbf{q}_d$, $\dot{\mathbf{q}} = \dot{\mathbf{q}}_d$)、かつ外乱がないときには、

$$\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_d \quad (4.25)$$

となり、マニピュレータの軌道は与えられた軌道と一致する。

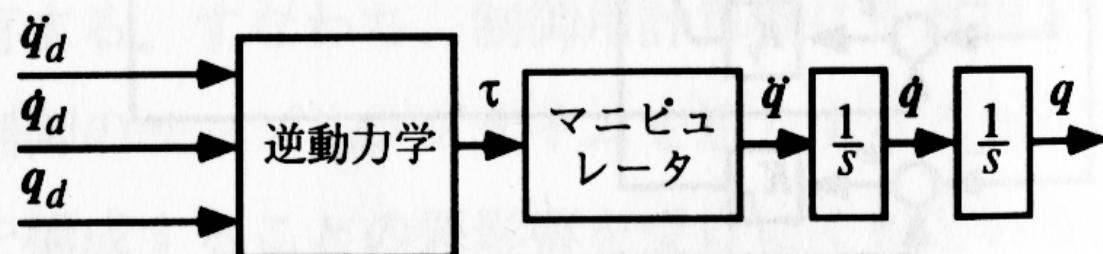


図4.4 フィードフォワードのみによる動的制御系

ところが、実際にはモデル化誤差や外乱が存在し、このような制御系ではよい結果は得られない。ロボットは外部に対して仕事を行うことがその使命であり、把持物体の質量により力学的特性は必ず変化し、外界との接触によって必ず外乱を受ける。また、いったん軌道から少しでもはずれると、計算されたトルクと実際に必要なトルクとの間に誤差が生じる。それがさらに大きな軌道誤差を生む結果となる。

軌道誤差を

$$e = q - q_d \quad (4.26)$$

とすると、得られる関節角の誤差方程式は

$$\begin{aligned} \ddot{e} + M^{-1}(q_d + e)B\dot{e} \\ = M^{-1}(q_d + e)[\{\hat{M}(q_d) - M(q_d + e)\}\dot{q}_d \\ + \{\hat{C}(q_d, \dot{q}_d) - C(q_d + e, \dot{q}_d + \dot{e})\} + \{\hat{B} - B\}\dot{q}_d \\ + \{\hat{D}(\dot{q}_d) - D(\dot{q}_d + \dot{e})\} + \{\hat{g}(q_d) - g(q_d + e)\}] \end{aligned} \quad (4.27)$$

となり、誤差は0に収束しない。以上のように、このような制御則は現実的ではない。



図4.5は上の制御系に各関節角PDフィードバックを追加した制御系である。すなわち、フィードフォワードにより擬似的に線形化された系をPDコントローラで制御するという考え方である。軌道誤差やモデル化誤差による外乱は関節角と角速度のフィードバックによって押さえられる。また、各関節の軌道誤差がそれほど大きくならないため、計算されたトルクが非線形項を有効に打ち消すことができる。この両者が相乗効果をもたらし、よい制御結果が得られると期待される。

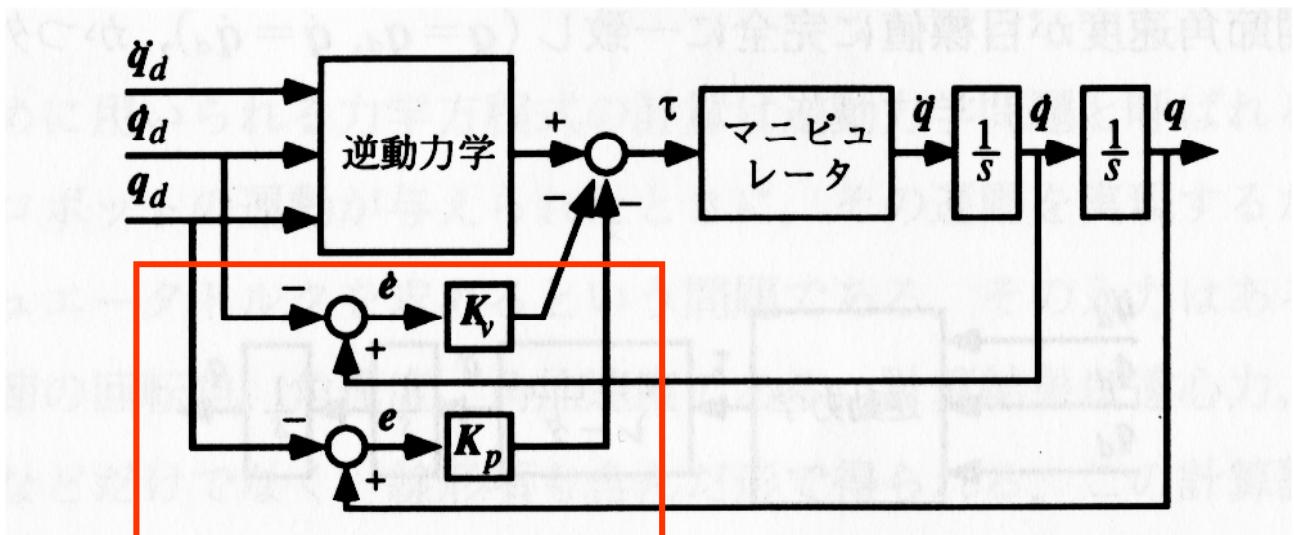


図4.5 フィードフォワードにPDフィードバックをえた動的制御系

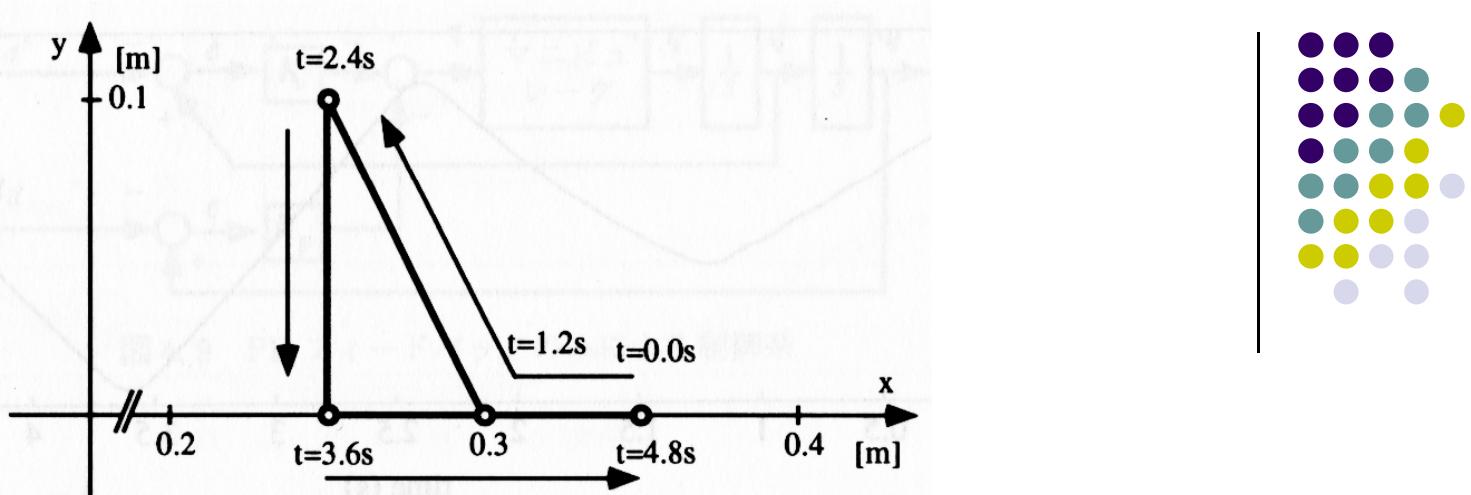


図 4.6 実験軌道 1

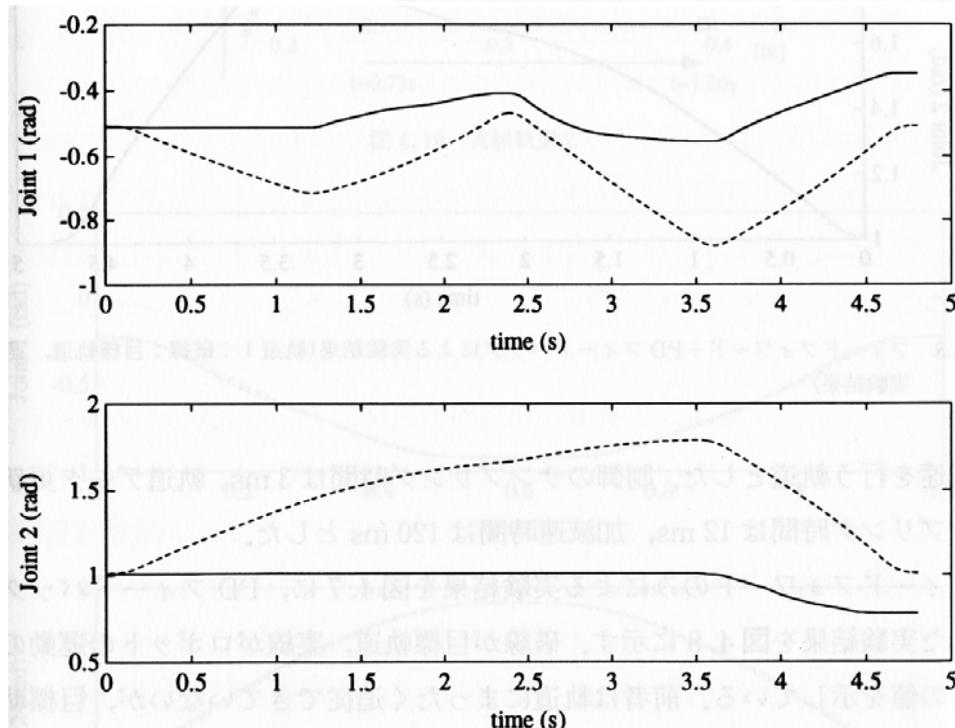


図 4.7 フィードフォワードのみによる実験結果(軌道 1; 破線: 目標軌道, 実線: 実験結果)

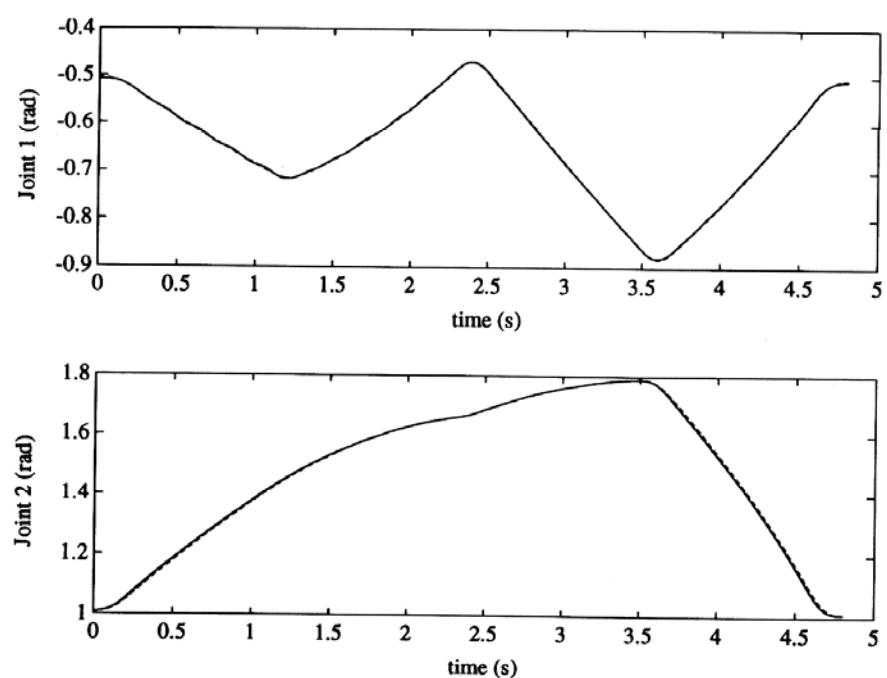


図 4.8 フィードフォワード + PD フィードバックによる実験結果(軌道 1; 破線: 目標軌道, 実線: 実験結果)

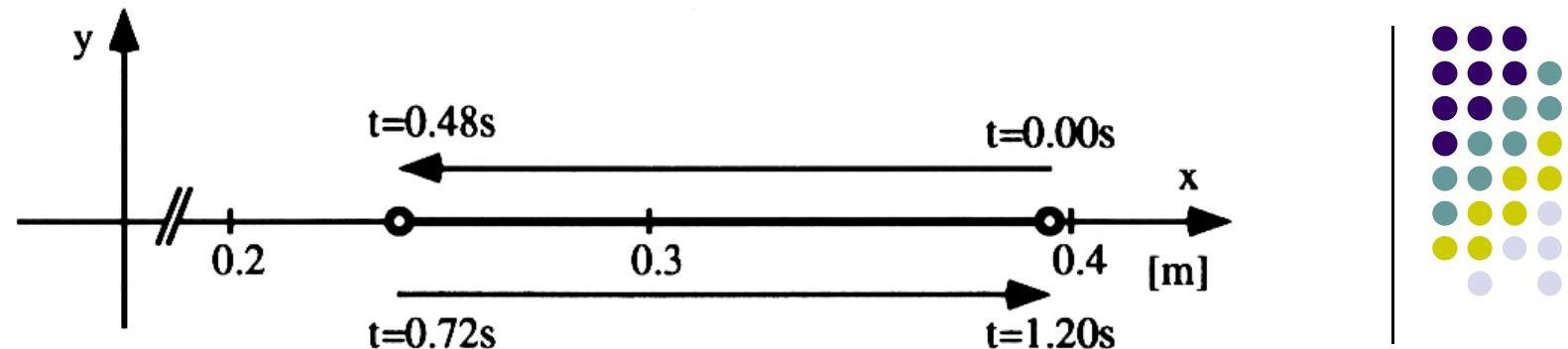


図 4.10 実験軌道 2

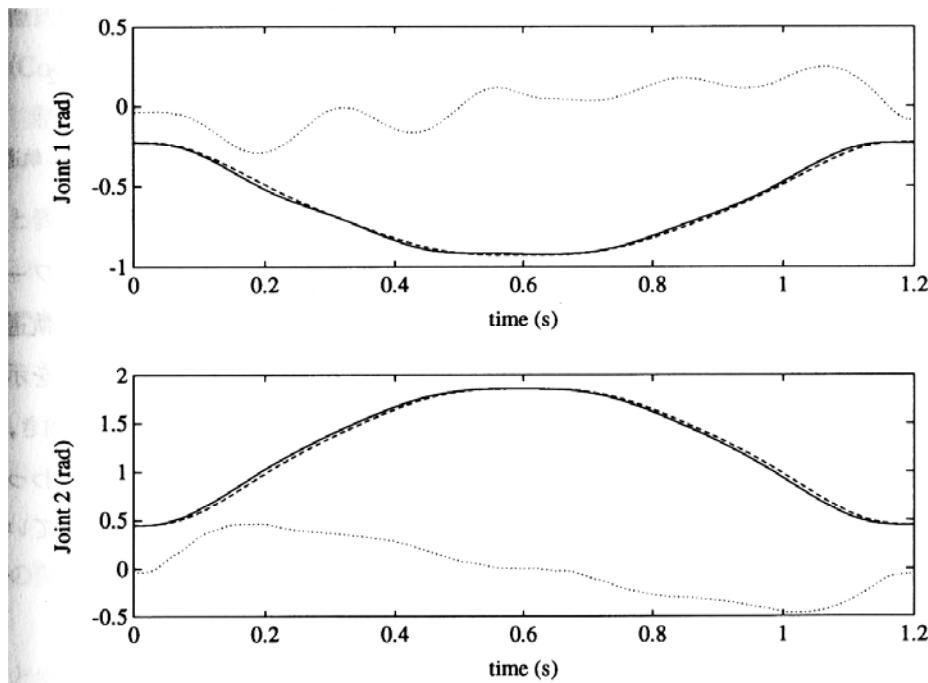
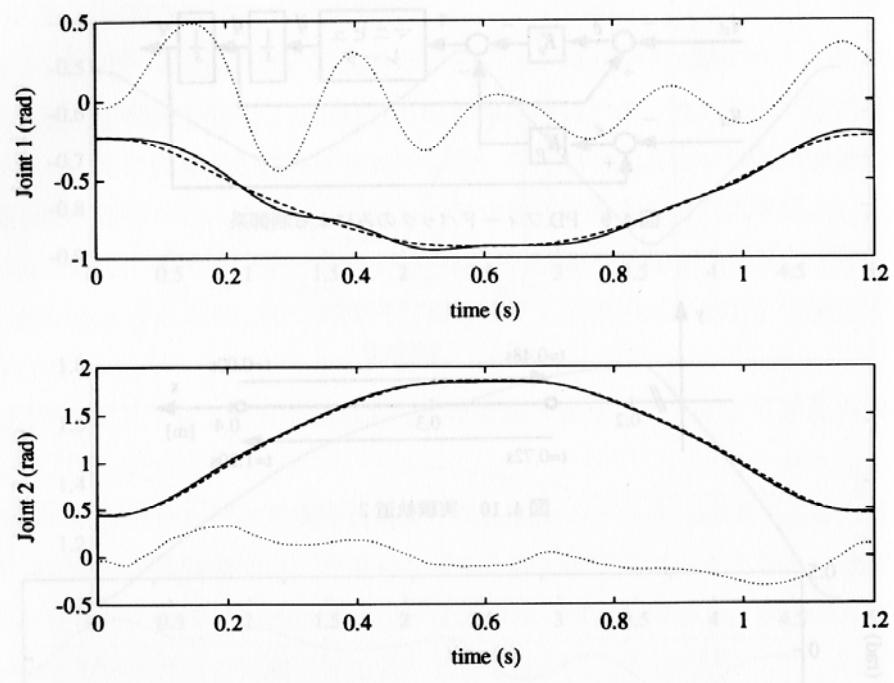


図 4.11 フィードフォワード + PD フィードバックの実験結果(軌道 2 ; 破線 : 目標軌道, 実線 : 実験 図 4.12 PD フィードバックのみの実験結果(軌道 2 ; 破線 : 目標軌道, 実線 : 実験結果, 点線 : 軌道誤差 × 10)



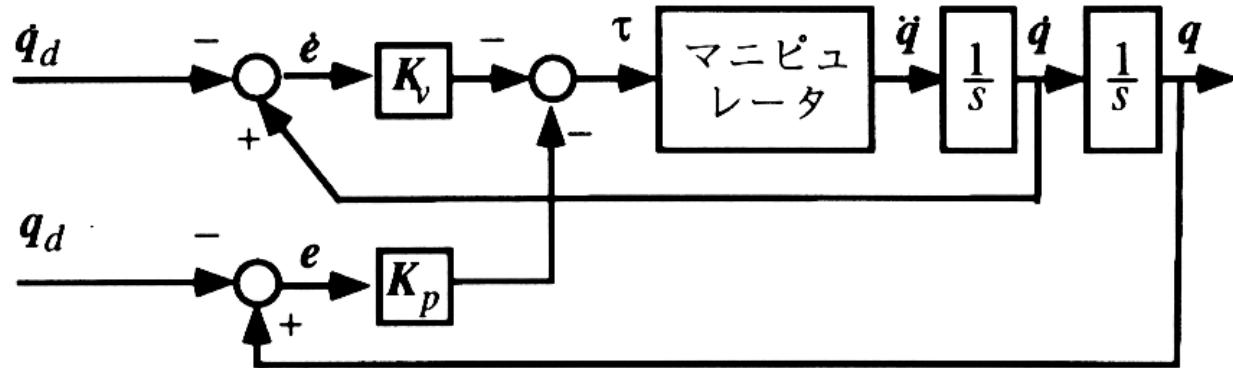


図 4.9 PD フィードバックによる制御系

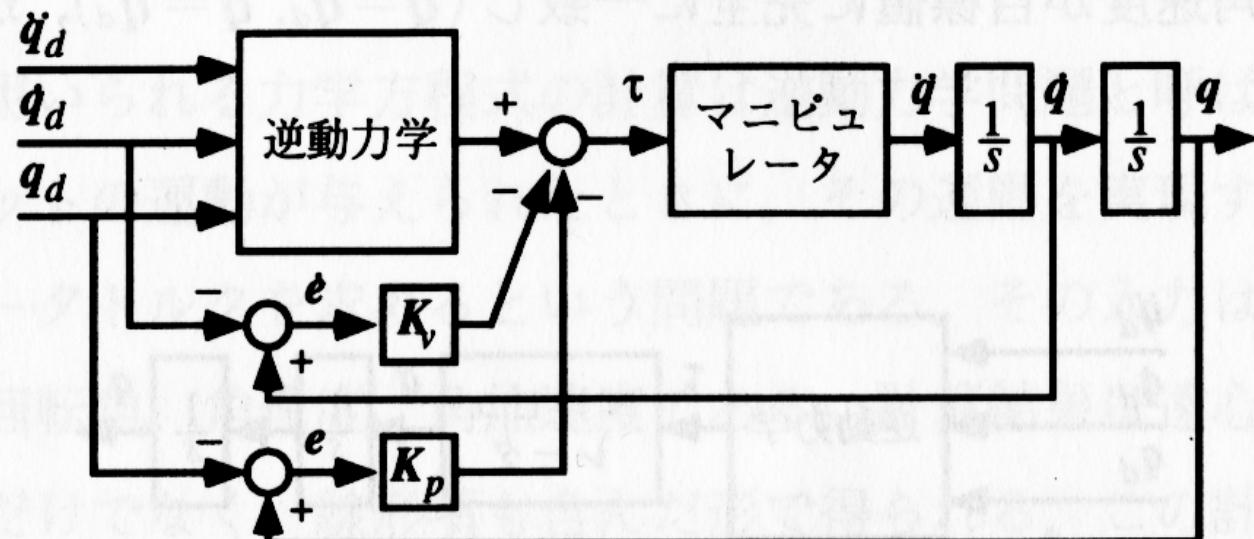


図 4.5 フィードフォワードに PD フィードバックを加えた動的制御系

4.3.1 計算トルク制御系の構成

逆動力学の計算において、目標関節角ではなく、ロボットの角度センサから得られた実際の関節変数の値を用いる、という方法が考えられる。この方法によれば、軌道誤差に起因する計算トルクの計算誤差を避けることができ、前節のフィードフォワードによる動的制御法の問題の1つが解決されると考えられる。さらに、PDによるフィードバックを関節トルクに直接行うのではなく、加速度に対して行うことにすれば、以下に述べるように理想状態における誤差方程式を線形にすることができる。このような考え方の制御法が計算トルク法(Computed Torque Method)である。図4.13にそのブロック線図を示す。

制御則は、

$$\tau = \tau_{ID}(q, \dot{q}, \ddot{q}^*) \quad (4.32)$$

と表わされる。ただし、 \ddot{q}^* は関節角加速度の観測値ではなく、

$$\ddot{q}^* = \ddot{q}_d - K_v e - K_p e \quad (4.33)$$

である。

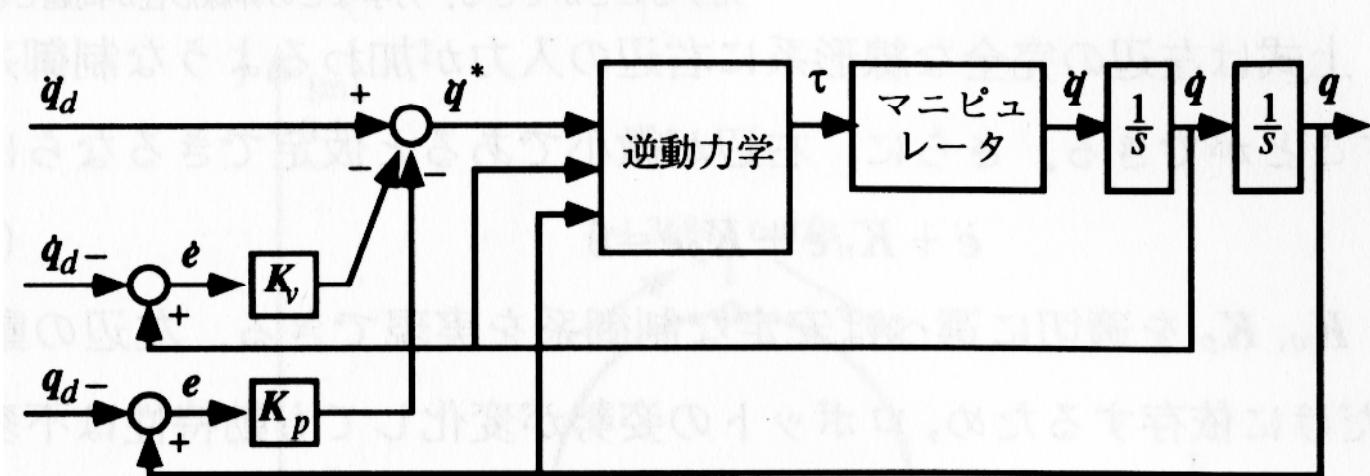


図4.13 計算トルク制御系

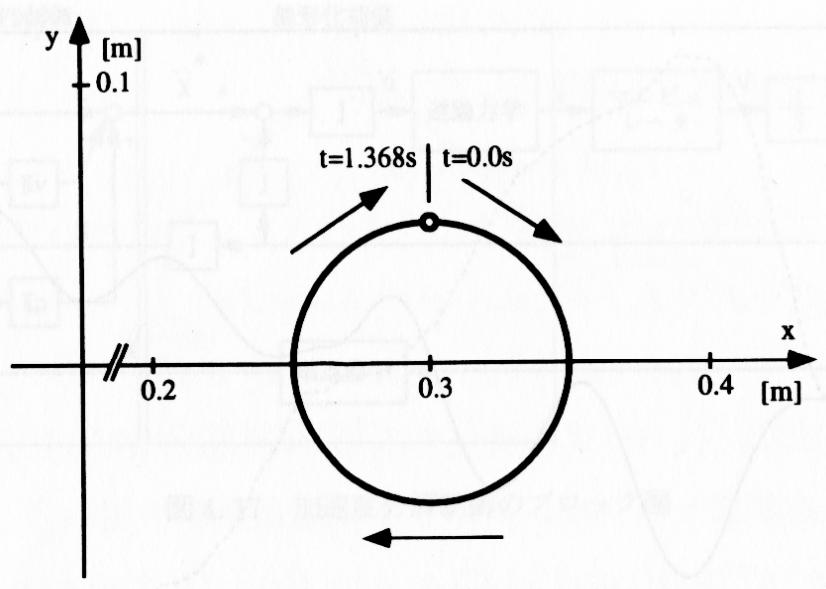


図 4.14 実験軌道 3

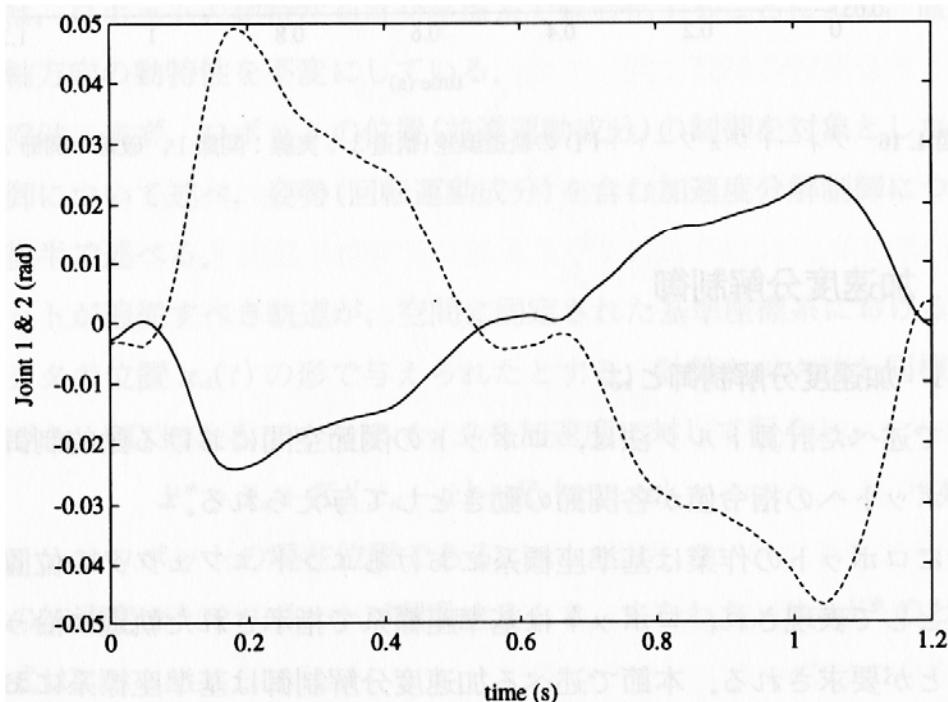


図 4.15 計算トルク制御の軌道誤差(軌道 3 : 実線：関節 1, 破線：関節 2)

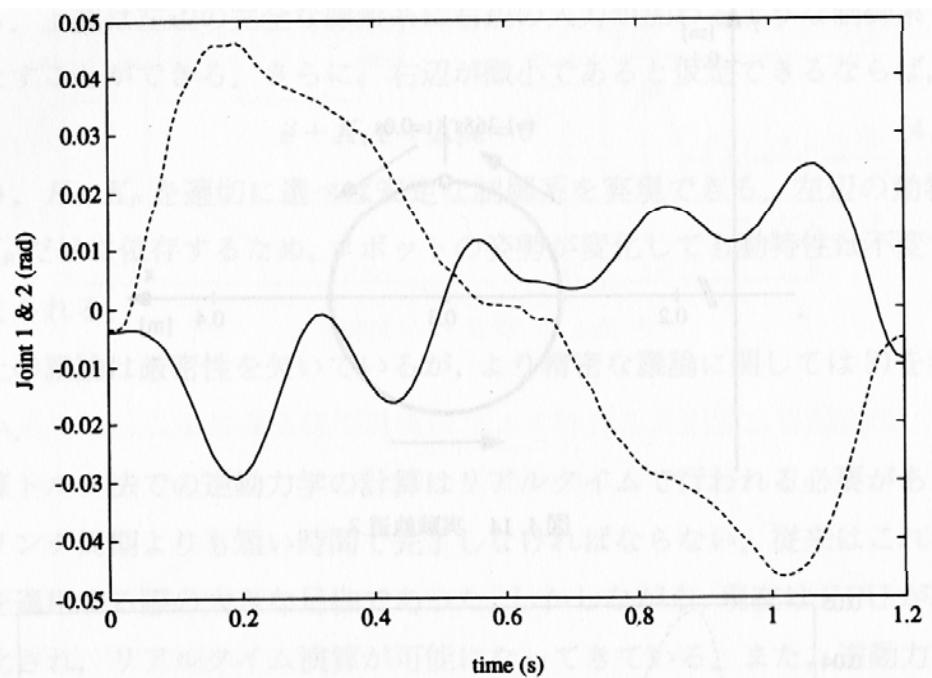


図 4.16 フィードフォワード+PD の軌道誤差(軌道 3 : 実線：関節 1, 破線：関節 2)

4.4.1 加速度分解制御とは

前節で述べた計算トルク法は、ロボットの関節空間における動的制御法であり、ロボットへの指令値が各関節の動きとして与えられる。

一般にロボットの作業は基準座標系におけるエンドエフェクタの位置・姿勢の動きとして表現され、ロボットは基準座標系で指示された軌道に沿って運動することが要求される。本節で述べる加速度分解制御は基準座標系における動的制御法であり、基準座標系で指定された目標軌道にロボットを追従させることを目的とする⁶⁾。

加速度分解制御のブロック図を図4.17に示す。加速度分解制御では、ロボットの動特性を直交座標系で線形化し、線形化された系に加速度のフィードフォワードとPD制御によるフィードバックを施した制御系になっている。

計算トルク法ではロボットの動特性を関節空間で線形化しており、ロボットの姿勢が変化しても各関節制御系の動特性は一定に保たれていた。加速度分解制御では、ロボットの動特性を直交座標系で線形化することにより、直交座標系の各軸方向の動特性を不变にしている。

本項では、まず、ロボットの位置(並進運動成分)の制御を対象とした加速度分解制御について述べ、姿勢(回転運動成分)を含む加速度分解制御については本項の後半で述べる。

ロボットが追従すべき軌道が、空間に固定された基準座標系におけるエンドエフェクタの位置 $\mathbf{x}_d(t)$ の形で与えられたとする。計算トルク法と同様の考え方に基づき、PDによるフィードバックを加速度に対して行うと、

$$\ddot{\mathbf{x}}^* = \ddot{\mathbf{x}}_d + \mathbf{K}_v \{ \dot{\mathbf{x}}_d - \dot{\mathbf{x}} \} + \mathbf{K}_p \{ \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \} \quad (4.38)$$

ここで、 \mathbf{x} はロボットの現在位置である。





上式の加速度 \ddot{x}^* でロボットが運動するとき、すなわち、 $\ddot{x} = \ddot{x}^*$ のとき、誤差方程式は、

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (4.39)$$

$$\text{ただし, } e = x_d - x \quad (4.40)$$

となり、 K_v, K_p を適当に設定することにより、安定な制御系を実現できる。

つぎに、(4.38)式で得られる加速度を実現するための関節トルクを求める。

ロボットの各関節の速度 \dot{q} とエンドエフェクタの速度 \dot{x} は、ヤコビ行列 J を用いて、

$$\dot{x} = J\dot{q} \quad (4.41)$$

と書ける。(4.41)式を時間で微分して、

$$\ddot{x} = J\ddot{q} + \dot{J}\dot{q} \quad (4.42)$$

を得る。(4.42)式の \ddot{x} に(4.38)式の \ddot{x}^* を代入し、 \ddot{q} について解くと、

$$\begin{aligned} \ddot{q}^* &= J^{-1}[\ddot{x}_d + k_v(\dot{x}_d - \dot{x}) + k_p e - \dot{J}\dot{q}] \\ &= -k_v \dot{q} + J^{-1}[\ddot{x}_d + k_v \dot{x}_d + k_p e - \dot{J}\dot{q}] \end{aligned} \quad (4.43)$$

となる。(4.43)式は、(4.38)式を満足するための関節加速度を示している。 \ddot{q}^* を実現するための関節トルクは、ロボットの逆運動学を用いて

$$\tau = \tau_{ID}(q, \dot{q}, \ddot{q}^*) = \hat{M}(q)\ddot{q}^* + \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{B}\dot{q} + \hat{D}(\dot{q}) + \hat{g}(q) \quad (4.44)$$

で得られる。

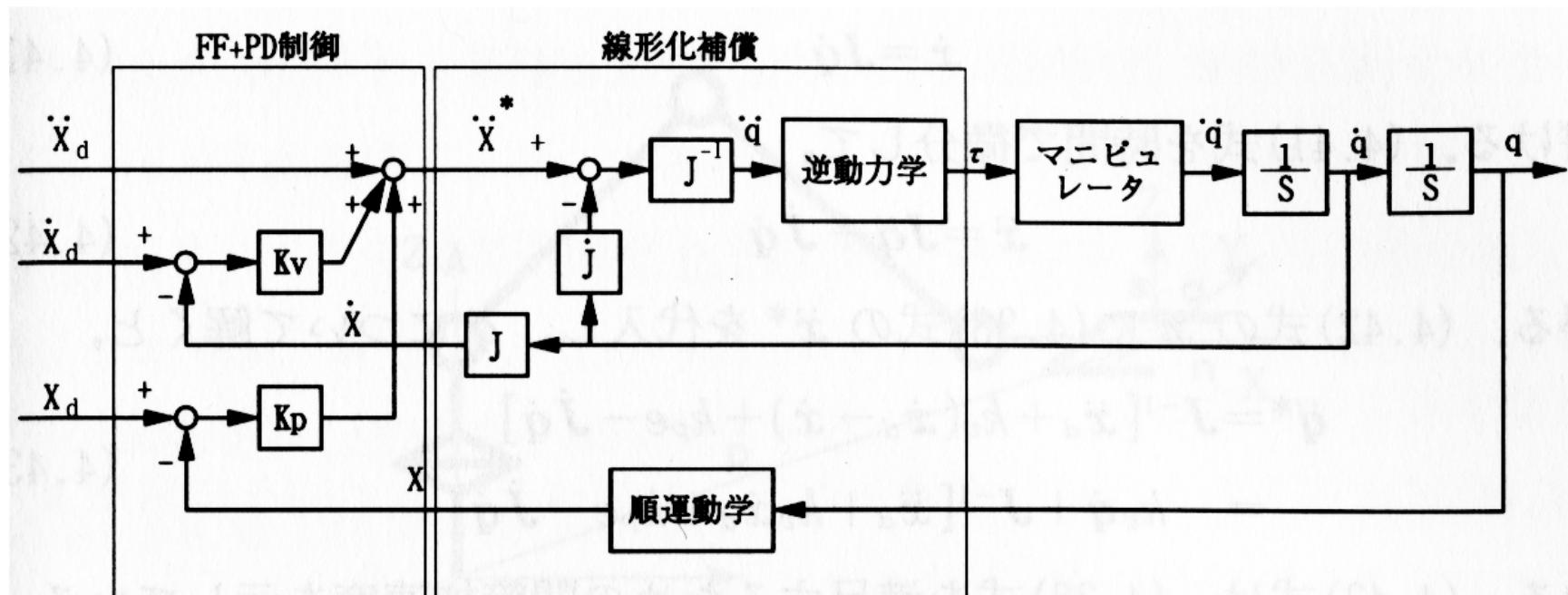


図 4.17 加速度分解制御のブロック図

4.4.2 SICE-DD アームへの適用

SICE-DD アームのエンドエフェクタの位置はベクトル $[x \ y]^T$ で与えられ,
姿勢の成分はない。したがって、(4.43)式において、

$$\mathbf{x}_d = \begin{bmatrix} x_d \\ y_d \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

となる。

逆ヤコビ行列の各要素は、

$$J_{11}^{-1} = \frac{\cos(\theta_1 + \theta_2)}{l_1 \sin(\theta_2)} \quad (4.55)$$

$$J_{12}^{-1} = \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{l_1 \sin(\theta_2)} \quad (4.56)$$

$$J_{21}^{-1} = -\frac{l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + \cos(\theta_1) l_1}{l_2 l_1 \sin(\theta_2)} \quad (4.57)$$

$$J_{22}^{-1} = -\frac{l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + \sin(\theta_1) l_1}{l_2 l_1 \sin(\theta_2)} \quad (4.58)$$

で計算される。また、 $\dot{\mathbf{J}}$ の各成分は、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{J}}_{11} &= \frac{\partial J_{11}}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial J_{11}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 \\ &= -\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) l_1 - \cos(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) l_2 \end{aligned} \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{J}}_{12} &= \frac{\partial J_{12}}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial J_{12}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 \\ &= -\dot{\theta}_1 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - \dot{\theta}_1 l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{J}}_{21} &= \frac{\partial J_{21}}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial J_{21}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 \\ &= -\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) l_1 - \sin(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) l_2 \end{aligned} \quad (4.61)$$



$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{J}}_{22} &= \frac{\partial J_{22}}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial J_{22}}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 \\ &= -\dot{\theta}_1 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - \dot{\theta}_1 l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (4.62)$$

となる。これらを用いると(4.43)式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1^* &= -k_v \dot{\theta}_1 \\ &\quad + [(\ddot{x}_d + k_v \dot{x}_d + k_p e_1) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad + (\ddot{y}_d + k_v \dot{y}_d + k_p e_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ &\quad + l_1 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_2) + l_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2] / l_1 \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (4.63)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_2^* &= -k_v \dot{\theta}_2 \\ &\quad + [-l_2 \{l_1 \cos(\theta_2) + l_2\} (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - l_1 \{l_2 \cos(\theta_2) + l_1\} \dot{\theta}_1^2 \\ &\quad - (\ddot{y}_d + k_v \dot{y}_d + k_p e_2) \{l_1 \sin(\theta_1) + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\} \\ &\quad - (\ddot{x}_d + k_v \dot{x}_d + k_p e_1) \{l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)\}] \\ &\quad / l_2 l_1 \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (4.64)$$

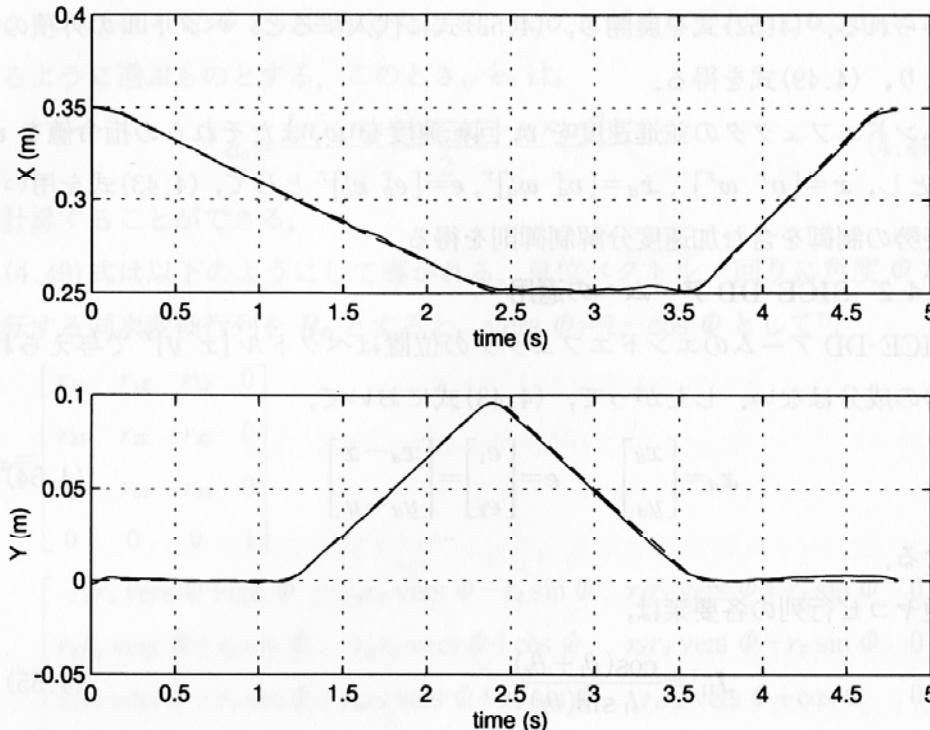


図 4.20 加速度分解制御の実験結果(実験軌道 1 ; 破線：目標軌道, 実線：実験結果)

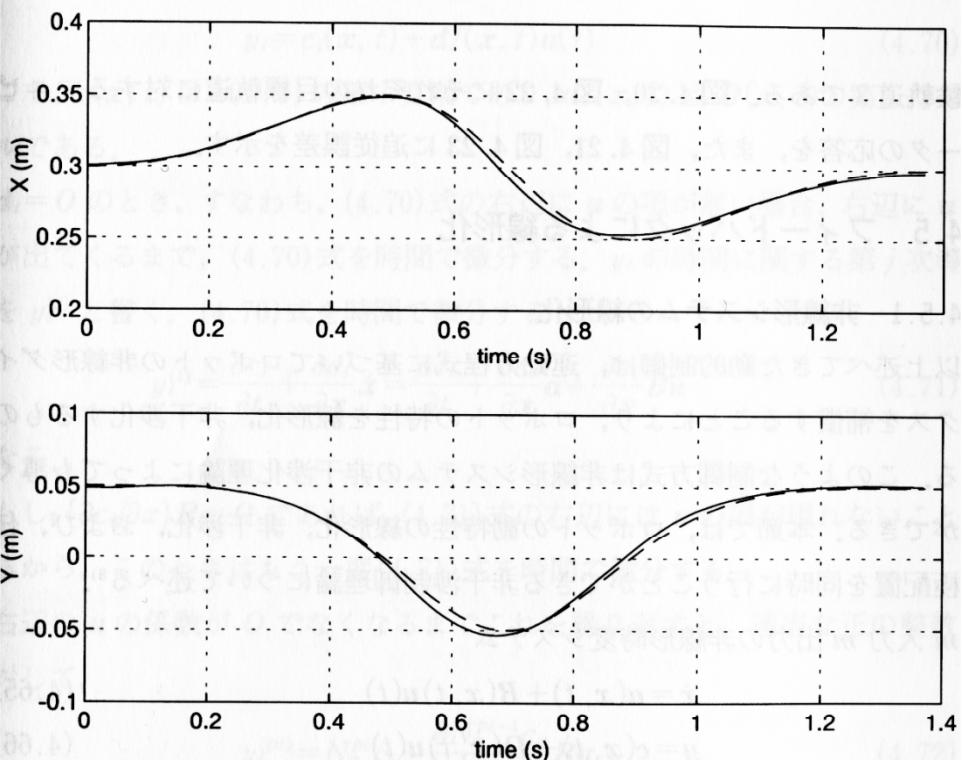


図 4.22 加速度分解制御の実験結果(実験軌道 3 ; 破線：目標軌道, 実線：実験結果)

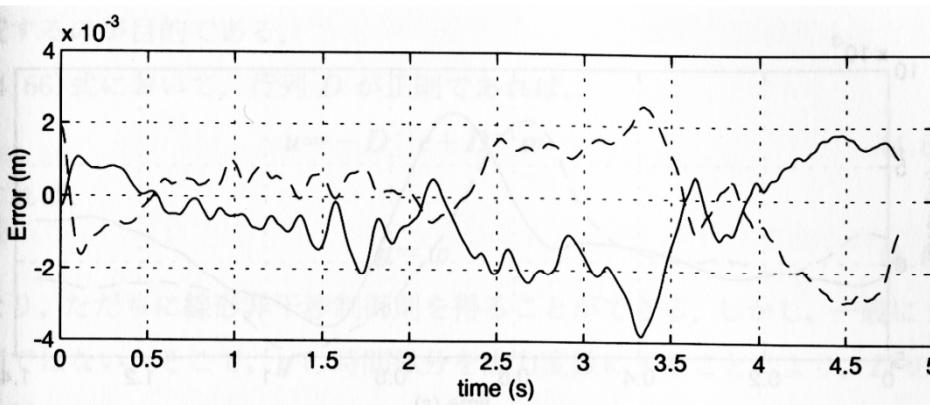


図 4.21 加速度分解制御の追従誤差(実験軌道 1 ; 実線：X 方向成分, 破線：Y 方向成分)

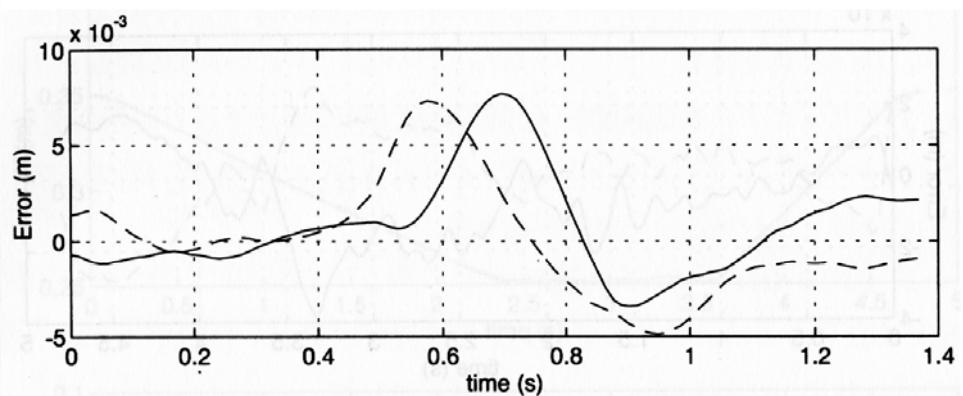


図 4.23 加速度分解制御の追従誤差(実験軌道 3 ; 実線：X 方向成分, 破線：Y 方向成分)

実験軌道 1

システム制御応用 (担当 : 森田)

実験軌道 3

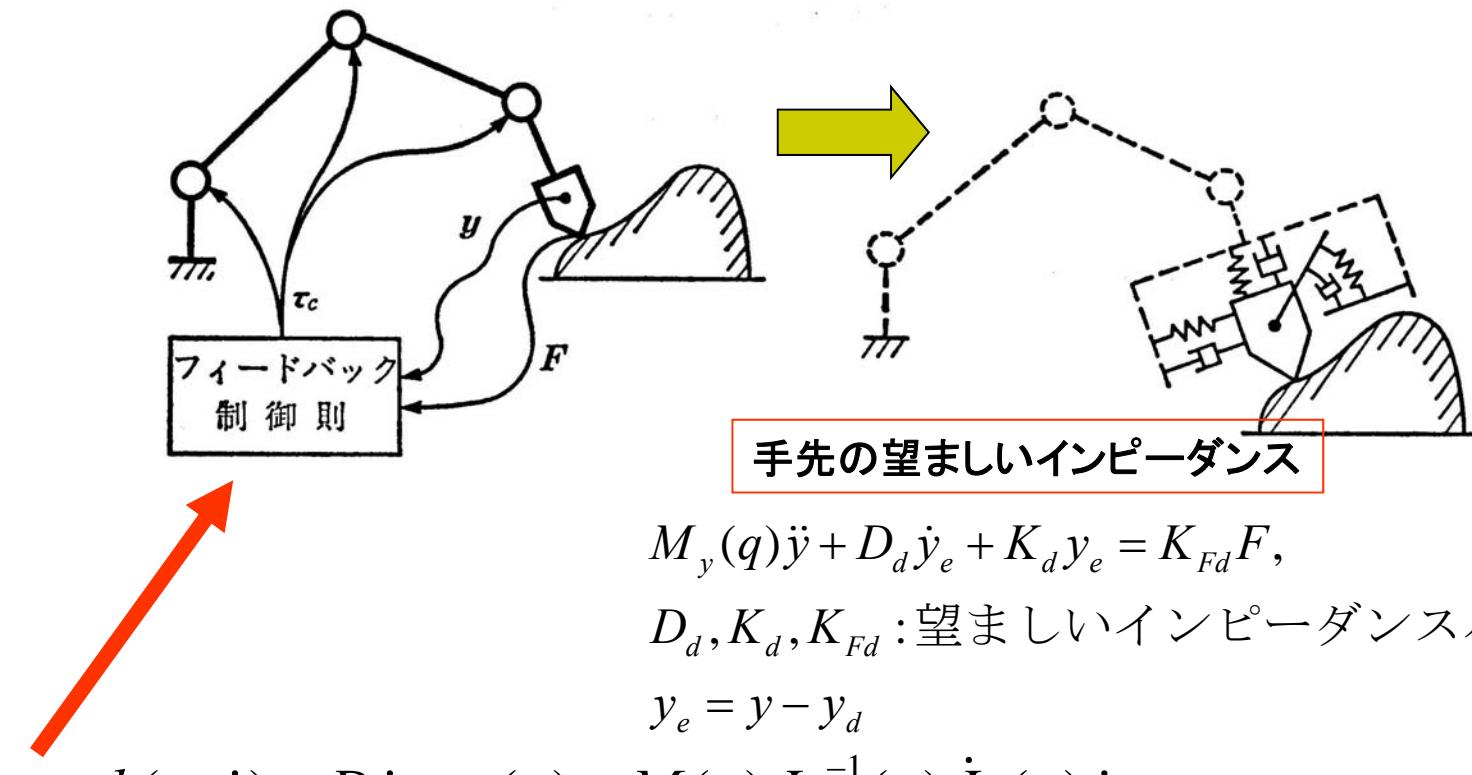


位置追従実験



7.3 力制御－インピーダンス制御－

手先の位置と力を関節にフィードバックすることにより望ましい機械的インピーダンスを得る制御
能動的インピーダンス \longleftrightarrow 受動的インピーダンス：バネ、ダンパによる制御





力制御実験

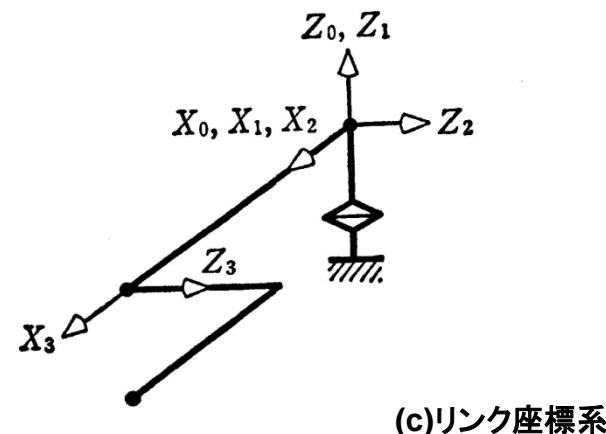
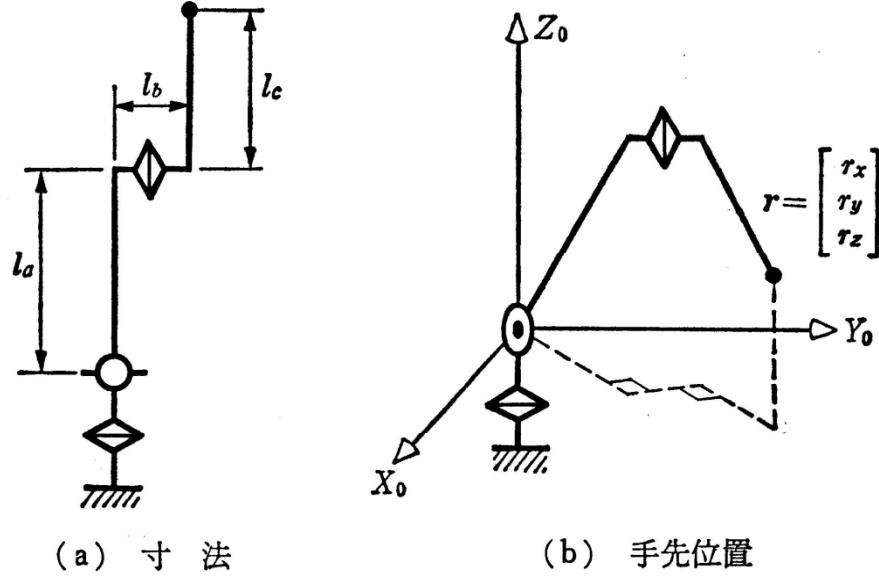


第4回課題

1. 図の3自由度ロボットアームで
手先位置ベクトル r を
関節ベクトル $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$
で表しなさい.
ただし、リンクパラメータは

i	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	0°	0	θ_1
2	0	-90°	0	θ_2
3	ℓ_a	0	0	θ_3

ただし、手先位置を ${}^0r = {}^0T_3{}^3r$,
 ${}^3r = [\ell_c, 0, \ell_b]$ とする.





2. 図の3自由度ロボットアームに対して、関節角度を $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 、手先位置・姿勢を (x, y, α) としたとき

(1) ヤコビ行列を求めなさい。

(2) $\ell_1 = 1.0[m], \ell_2 = 2.0[m], \ell_3 = 0.5[m]$ とする。

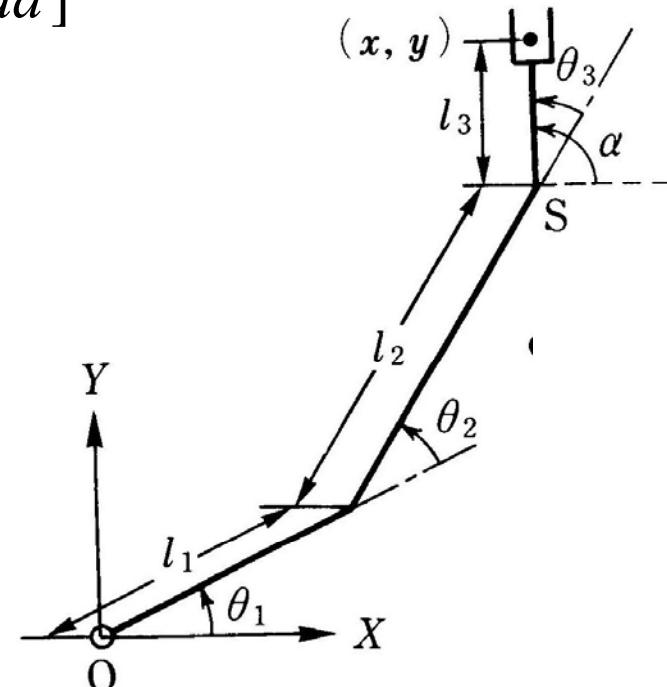
$$(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = (2\pi/3, \pi/3, 2\pi/3)[rad]$$

のとき、関節が $(0.5, 0.5, 1.0)[rad/s]$

の角速度で動くとすると、

手先の位置・姿勢はどの

ような速度で動くか求めなさい。



様式： A4紙に学籍番号・名前を記して、なるべくワープロ作成してください。

提出方法： 次回の講義時間のはじめに集めます。



レポート演習課題（5）

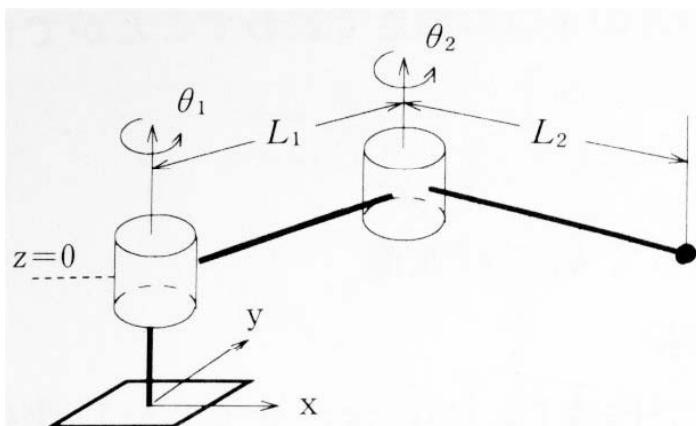
- 2自由度マニピュレータの位置決め制御方法をまとめよ。重力の有無による違いを明らかにせよ。



レポート演習課題 まとめ

2自由度マニピュレータについて以下に答えよ。

- ① 順運動学と逆運動学を求めよ。
- ② ヤコビ行列を求めよ。
- ③ 拘束を受ける場合、先端が拘束面から受ける力と関節トルクの関係を調べよ。
- ④ 運動方程式を求めよ。重力の有無による違いを確認せよ。
- ⑤ 位置決め制御方法をまとめよ。重力の有無による違いを明らかにせよ。



(a) アームの構造