

Chapter 8 Counters

同步时序逻辑电路的分析方法

同步时序逻辑电路的分析方法

时序逻辑电路的分析：就是给定时序电路，找出该的逻辑功能，即找出在输入和 CLK 作用下，电路的次态和输出。

由于同步时序逻辑电路是在同一时钟作用下，只要写出电路的驱动方程、输出方程和状态方程，根据状态方程得到电路的状态表或状态转换图，就可以得出电路的逻辑功能。

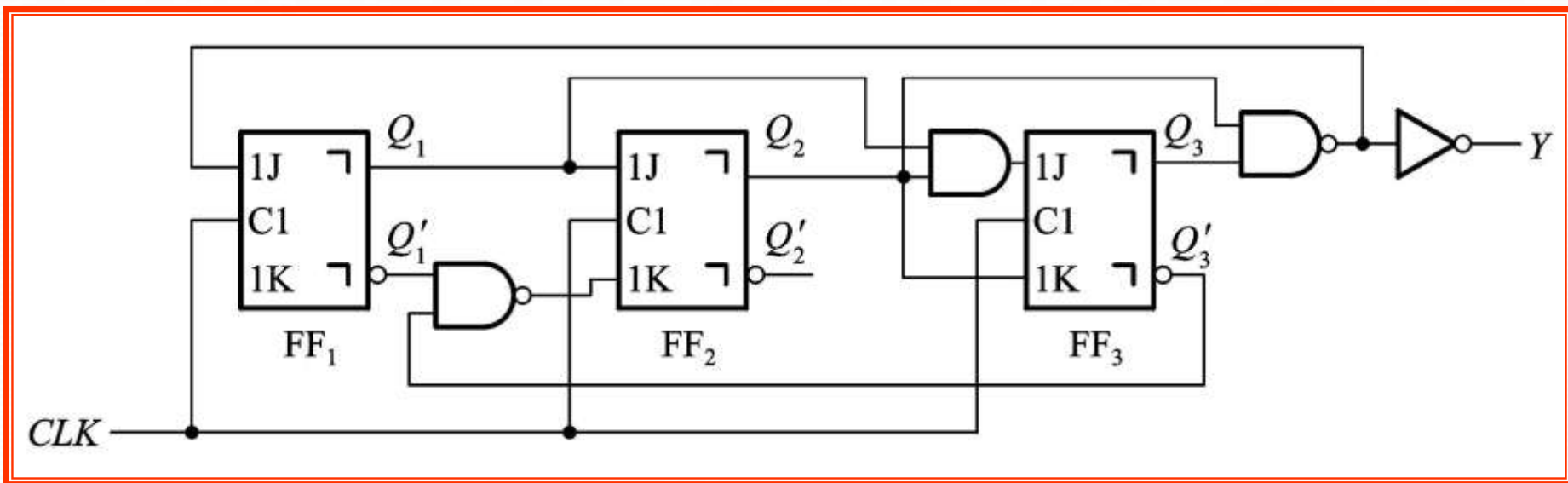
D触发器
JK触发器

$$Q^* = D$$
$$Q^* = \overline{K}Q + J\overline{Q}$$

步骤：

1. 从给定的逻辑电路图中写出每个触发器的驱动方程（也就是存储电路中每个触发器输入信号的逻辑函数式）；
2. 把得到的驱动方程代入相应触发器的特性方程中，就可以得到每个触发器的状态方程，由这些状态方程得到整个时序逻辑电路的方程组；
3. 根据逻辑图写出电路的输出方程；
4. 写出整个电路的状态转换表、状态转换图和时序图；
5. 由状态转换表或状态转换图得出电路的逻辑功能。

Q1: 试分析下图所示的时序逻辑电路的逻辑功能，写出电路的状态转换表，画出状态转换图。



解： (1) 驱动方程：

$$\begin{cases} J_1 = (Q_2 Q_3)', & K_1 = 1 \\ J_2 = Q_1, & K_2 = (Q_1' Q_3)' \\ J_3 = Q_1 Q_2, & K_3 = Q_2 \end{cases}$$

(2) 状态方程：

JK 触发器的特性方程  $Q^* = JQ' + K'Q$

将驱动方程代入 JK 触发器的特性方程中，得出电路的状态方程，即

$$\begin{cases} J_1 = (Q_2 Q_3)', & K_1 = 1 \\ J_2 = Q_1, & K_2 = (Q_1' Q_3)' \\ J_3 = Q_1 Q_2, & K_3 = Q_2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{blue arrow} \end{matrix} \quad \begin{cases} Q_1^* = (Q_2 Q_3)' \cdot Q_1' \\ Q_2^* = Q_1 Q_2' + Q_1' Q_3' Q_2 \\ Q_3^* = Q_1 Q_2 Q_3' + Q_2' Q_3 \end{cases}$$

(3)输出方程:

$$Y = Q_2 Q_3$$

逻辑电路的三个方程应该说已经清楚描述一个电路的逻辑功能，但却不能确定电路具体用途，因此需要在时钟信号作用下将电路所有的的状态转换全部列出来，则电路的功能一目了然。

(4) 状态转换表

设初态 $Q_3Q_2Q_1=000$ ，由状态方程可得：

$$\begin{cases} Q_1^* = (Q_2Q_3)' \cdot Q_1' \\ Q_2^* = Q_1Q_2' + Q_1'Q_3'Q_2 \\ Q_3^* = Q_1Q_2Q_3' + Q_2'Q_3 \end{cases}$$

$$Y = Q_2Q_3$$



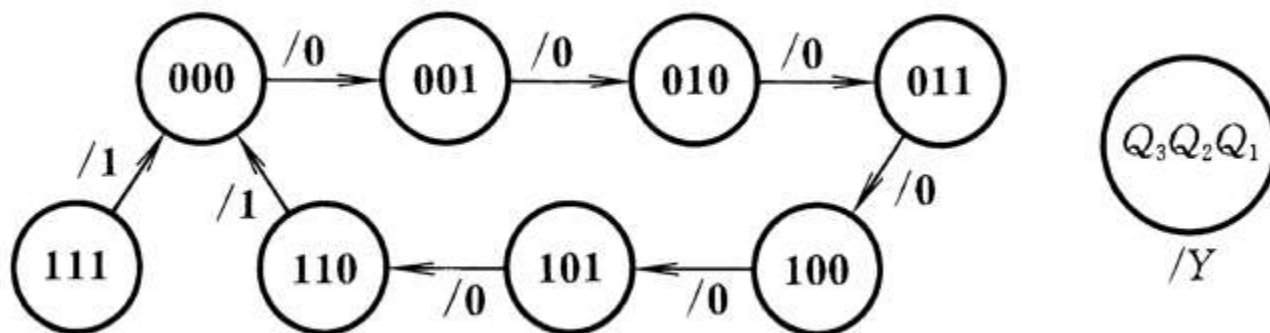
CLK	Q_3	Q_2	Q_1	Q_3^*	Q_2^*	Q_1^*	Y
0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0
2	0	1	0	0	1	1	0
3	0	1	1	1	0	0	0
4	1	0	0	1	0	1	0
5	1	0	1	1	1	0	0
6	1	1	0	0	0	0	1
	1	1	1	0	0	0	1

由状态转换表可知，为七进制加法计数器，Y为进位脉冲的输出端。

(5) 状态转换图

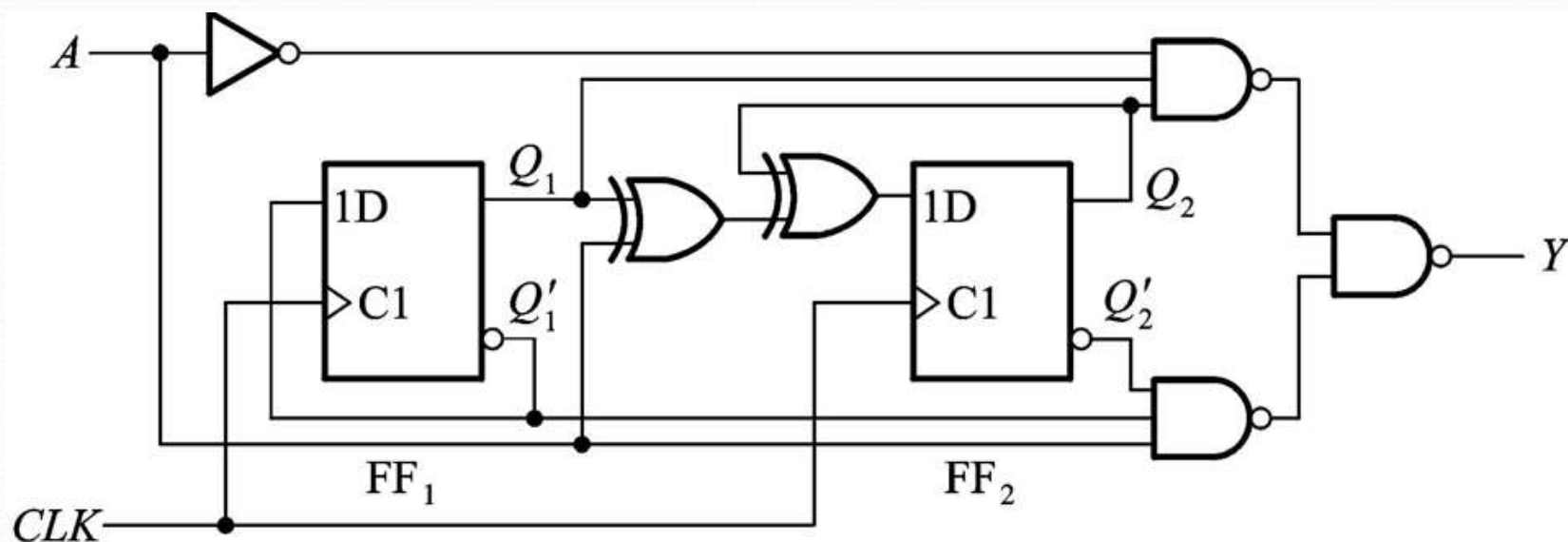
将状态转换表以图形的方式直观表示出来，即为状态转换图

由状态转换表可得状态转换图如下图所示



CLK	Q_3	Q_2	Q_1	Y
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
	1	1	1	1

Q: 试分析下图所示的时序逻辑电路的逻辑功能



解：(1) 驱动方程：

$$\begin{cases} D_1 = Q_1' \\ D_2 = A \oplus Q_1 \oplus Q_2 \end{cases}$$

(2) 状态方程：

D 触发器的特性方程



$$Q^* = D$$

将驱动方程代入 D 触发器的特性方程中，得出电路的状态方程，即

$$\begin{cases} D_1 = Q_1' \\ D_2 = A \oplus Q_1 \oplus Q_2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} Q_1^{n+1} = D_1 = Q_1' \\ Q_2^{n+1} = D_2 = A \oplus Q_1 \oplus Q_2 \end{cases}$$

(3) 输出方程：

$$Y = [(A'Q_1Q_2)' \cdot (AQ_1'Q_2')']' = A'Q_1Q_2 + AQ_1'Q_2'$$

(4) 状态转换表:

$$\begin{cases} Q_1^{n+1} = D_1 = Q_1' \\ Q_2^{n+1} = D_2 = A \oplus Q_1 \oplus Q_2 \end{cases}$$

$$Y = [(A'Q_1Q_2)' \cdot (AQ_1'Q_2')']' = A'Q_1Q_2 + AQ_1'Q_2'$$

A = 0时

Q_2	Q_1	Q_2^*	Q_1^*	Y
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1

为4进制加法计数器

A = 1时

Q_2	Q_1	Q_2^*	Q_1^*	Y
0	0	1	1	1
1	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	0	0

为4进制减法计数器

可以合成一个状态转换表为：

A = 0时

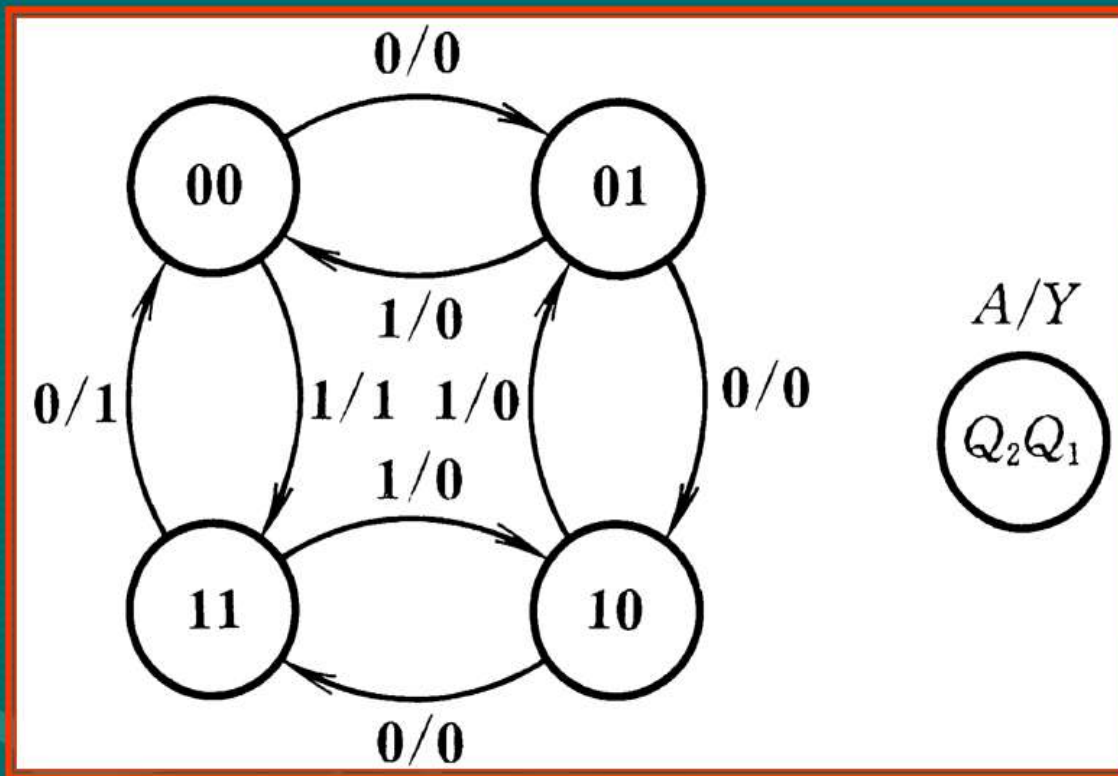
Q_2	Q_1	Q_2^*	Q_1^*	Y
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1

A = 1时

Q_2	Q_1	Q_2^*	Q_1^*	Y
0	0	1	1	1
1	1	1	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	0	0

$Q_2^* Q_1^* \backslash Q_2 Q_1$ Y		0 0	0 1	1 1	1 0
A		0	0	0	0
0		01/0	10/0	00/1	11/0
1		11/1	00/0	10/0	01/0

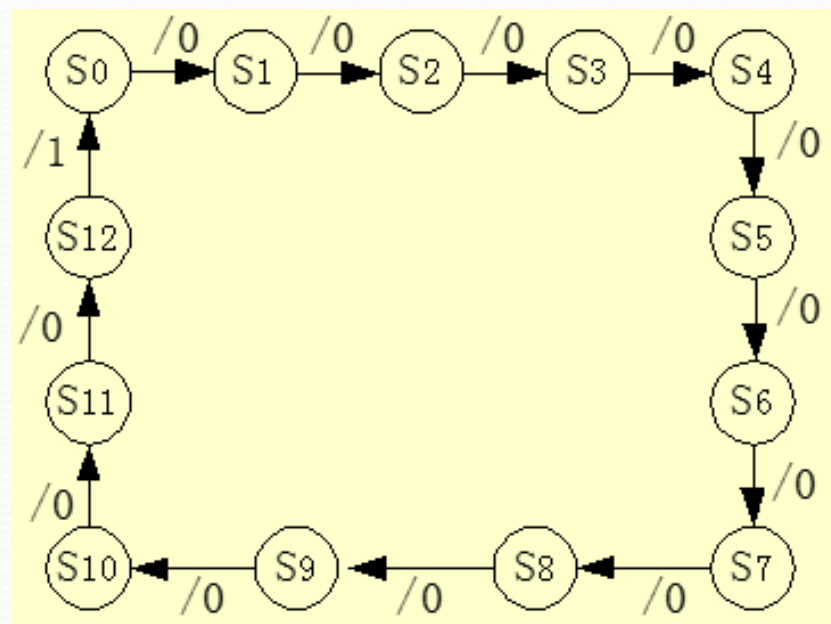
(5)状态转换图:



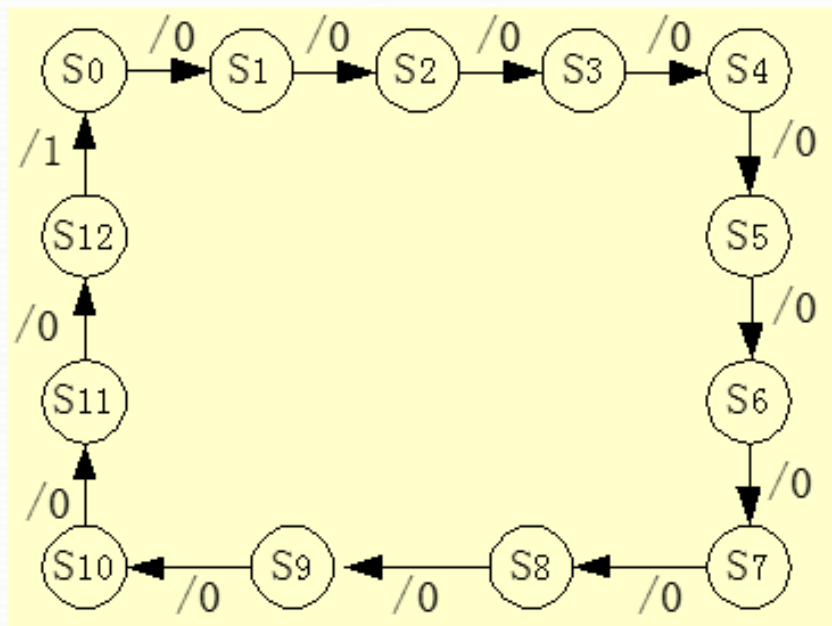
故此电路为有输入控制的逻辑电路，为可控计数器， $A = 0$ 为加法计数器， $A = 1$ 为减法计数器。

同步时序逻辑电路的设计方法


Q2:试设计一个带有进位输出端的十三进制计数器。



解：



由于状态数 $M=13$,故应取 $n=4$ 个触发器, 取其中的13个状态, 不能再简化。按十进制数取0000--1100十三个状态

其状态表为 

状态 变化顺序	状态编码				进位 输出	等效十 进制数
	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0	C	
S0	0	0	0	0	0	0
S1	0	0	0	1	0	1
S2	0	0	1	0	0	2
S3	0	0	1	1	0	3
S4	0	1	0	0	0	4
S5	0	1	0	1	0	5
S6	0	1	1	0	0	6
S7	0	1	1	1	0	7
S8	1	0	0	0	0	8
S9	1	0	0	1	0	9
S10	1	0	1	0	0	10
S11	1	0	1	1	0	11
S12	1	1	0	0	1	12
S0	0	0	0	0	0	0

其各输出次态的卡诺图如下：

$Q_1^n Q_0^n$					
$Q_3^n Q_2^n$		00	01	11	10
	00	0001/0	0010/0	0100/0	0011/0
	01	0101/0	0110/0	1000/0	0111/0
	11	0000/1	xxxx/x	xxxx/x	xxxx/x
	10	1001/0	1010/0	1100/0	1011/0
$Q_3^{n+1} Q_2^{n+1} Q_1^{n+1} Q_0^{n+1} / C$					

各输出端的卡诺图如下：

$Q_3^n Q_2^n$ \ $Q_1^n Q_0^n$					
		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	0	0	1	0	
11	0	×	×	×	
10	1	1	1	1	

Q_3^{n+1}

$Q_3^n Q_2^n$ \ $Q_1^n Q_0^n$					
		00	01	11	10
00	0	0		1	0
01	1	1	0	1	
11	0	×	×	×	
10	0	0	1	0	

Q_2^{n+1}

$Q_3^n Q_2^n$ \ $Q_1^n Q_0^n$					
		00	01	11	10
00	0	1	0	1	
01	0	1	0	1	
11	0	×	×	×	
10	0	1	0	1	

Q_1^{n+1}

$Q_3^n Q_2^n$ \ $Q_1^n Q_0^n$					
		00	01	11	10
00	1	0	0	1	
01	1	0	0	1	
11	0	×	×	×	
10	1	0	0	1	

Q_0^{n+1}

$Q_3^n Q_2^n$ \ $Q_1^n Q_0^n$					
		00	01	11	10
00	0	0	0	0	0
01	0	0	0	0	0
11	1	×	×	×	
10	0	0	0	0	

C

则可写出电路的状态方程和输出方程为

$$\begin{cases} Q_3^{n+1} = Q_3 \bar{Q}_2 + Q_2 Q_1 Q_0 \\ Q_2^{n+1} = \bar{Q}_3 Q_2 \bar{Q}_1 + \bar{Q}_3 Q_2 \bar{Q}_0 + \bar{Q}_2 Q_1 Q_0 \\ Q_1^{n+1} = \bar{Q}_1 Q_0 + Q_1 \bar{Q}_0 \\ Q_0^{n+1} = \bar{Q}_3 \bar{Q}_0 + \bar{Q}_2 \bar{Q}_0 \\ C = Q_3 Q_2 \end{cases}$$

选用JK触发器，则由于其特性方程为

$$Q^{n+1} = J \bar{Q}^n + \bar{K} Q^n$$

故应把上述状态方程化为JK触发器特性方程的标准形式，即

$$\begin{cases} Q_3^{n+1} = Q_3 \bar{Q}_2 + Q_2 Q_1 Q_0 (\bar{Q}_3 + Q_3) = Q_2 Q_1 Q_0 \bar{Q}_3 + \bar{Q}_2 Q_3 \\ Q_2^{n+1} = \bar{Q}_3 Q_2 \bar{Q}_1 + \bar{Q}_3 Q_2 \bar{Q}_0 + \bar{Q}_2 Q_1 Q_0 = Q_0 Q_1 \bar{Q}_2 + \bar{Q}_3 \overline{Q_1 Q_0} \cdot Q_2 \\ Q_1^{n+1} = \bar{Q}_1 Q_0 + Q_1 \bar{Q}_0 = Q_0 \bar{Q}_1 + \bar{Q}_0 Q_1 \\ Q_0^{n+1} = \bar{Q}_3 \bar{Q}_0 + \bar{Q}_2 \bar{Q}_0 = \overline{Q_3 Q_2} \cdot \bar{Q}_0 + \bar{1} \cdot Q_0 \end{cases}$$

注：在 Q_3^{n+1} 中删去了约束项 $Q_3 Q_2 Q_1 Q_0$

则可得出各触发器的驱动方程为

$$\begin{cases} J_3 = Q_2 Q_1 Q_0 & K_3 = Q_2 \\ J_2 = Q_1 Q_0 & K_2 = \overline{\bar{Q}_3 Q_1 Q_0} \\ J_1 = Q_0 & K_1 = Q_0 \\ J_0 = \overline{Q_3 Q_2} & K_0 = 1 \end{cases}$$

由驱动方程可画出十三进制计数器的逻辑电路，如下图所示

