

## 机器学习第三次作业

## 1. 问题一：原始优化问题

## (1) 线性最大间隔分类器

$$\min_{w, b} \frac{1}{2} \|w\|^2$$

$$\text{s.t.} : y^{(t)} \cdot (w^T x^{(t)} + b) \geq 1, \text{ for } t=1, 2, \dots, N$$

## (2) 软线性最大间隔分类器

$$\min_{w, b, \xi} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{n=1}^N \xi_n$$

$$\text{s.t.} : y^{(n)} \cdot (w^T x^{(n)} + b) \geq 1 - \xi_n, \xi_n \geq 0, \text{ for } n=1, 2, \dots, N$$

## (3) 支持向量机

$$\min_{w, b, \xi} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{n=1}^N \xi_n$$

$$\text{s.t.} : y^{(n)} \cdot (w^T \phi(x^{(n)}) + b) \geq 1 - \xi_n, \xi_n \geq 0, \text{ for } n=1, 2, \dots, N$$

## 2. 问题二：对偶优化问题

## (1) 线性最大间隔分类器

$$\max_a g(a)$$

$$\text{s.t.} : a \geq 0 \text{ 及 } \sum_{t=1}^N a_t y^{(t)} = 0$$

$$\text{其中 } g(a) = \sum_{t=1}^N a_t - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \sum_{j=1}^N a_t a_j y^{(t)} y^{(j)} x^{(t)T} x^{(j)}$$

## (2) 软线性最大间隔分类器

$$\max_a g(a)$$

$$\text{s.t.} : a_n \geq 0, a_n \leq C \quad \sum_{n=1}^N a_n y^{(n)} = 0$$

$$\text{其中 } g(a) = \sum_{n=1}^N a_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m y^{(n)} y^{(m)} x^{(n)T} x^{(m)}$$

## (3) 支持向量机

$$\max_a g(a)$$

$$\text{s.t.} : a_n \geq 0, a_n \leq C \quad \sum_{n=1}^N a_n y^{(n)} = 0$$

$$\text{其中 } g(a) = \sum_{n=1}^N a_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m y^{(n)} y^{(m)} \phi(x^{(n)})^T \phi(x^{(m)})$$

$$\text{利用核函数} = \sum_{n=1}^N a_n - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N a_n a_m y^{(n)} y^{(m)} k(x^{(n)}, x^{(m)})$$