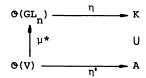
176

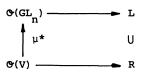
(siehe [Bi] Theorem 4.2).

Für den Beweis dieses Resultats brauchen wir einige Vorbereitungen. Sei A = C[[t]] der Potenzreihenring in einer Variablen t und K = C([t]) sein Quotientenkörper. Ist V ein GL_n -Modul, $v \in V$ ein Vektor und $G = (G_{ij}(t)) \in GL_n(K)$ eine Matrix mit Koeffizienten in K und Determinante $\neq o$, so kann man G auf V anwenden und erhält einen Vektor $GV \in K \otimes V$, $GV \in K \otimes V$, so können wir GV

Beweis: Sei $\mu: GL_n \to V$, $h \mapsto hv$, die Orbitabbildung. Das Lemma besagt nun, daß es einen Algebrenhomomorphismus $\eta: \mathfrak{G}(GL_n) \to K$ gibt, nämlich $\eta(\mathbf{x}_{i,j}) = g_{i,j}(t)$, und ein kommutatives Diagramm



mit $\eta^{-1}(A \cdot t) = \underline{m}_W = Maximalideal$ von $w \in V$. Dies erhält man auf folgende Weise. Zunächst gibt es eine irreduzible Kurve $C \subseteq GL_n$ mit $w \in \overline{\mu(C)}$ (AI.4.5 Folgerung). Setzen wir $L := \mathfrak{C}(C)$ und $R := \mathfrak{G}(\overline{\mu(C)})$, so ergibt sich folgendes Diagramm:



Ist \tilde{R} der ganze Abschluß von R in L und $\underline{m} \subset \tilde{R}$ ein Maximalideal, das über \underline{m}_W liegt (d. h. $\underline{m} \cap R = \underline{m}_W$; vgl. AI.4.3), so ist die \underline{m} - adische

117.2.3

Komplettierung $\hat{R}\cong A$ (AI. Satz 5.6 und AI. 6.1 Beispiel 2). Wir können daher das obige Diagramm folgendermassen ergänzen

und die horizontalen Kompositionen sind die gesuchten Homomorphismen $\ \eta$ und $\ \eta$, $\dagger\dagger$

Das zweite Resultat ist eine Version des Elementarteilersatzes; der Beweis bleibt dem Leser überlassen.

<u>Lemma 2</u>: <u>Jedes</u> $g \in GL_n(K)$ <u>kann in der Form</u> $g = h_1 \cdot \tau \cdot h_2$ <u>geschrieben</u> werden mit $h_1, h_2 \in GL_n(A)$ <u>und</u>

$$\tau = \begin{pmatrix} \mathbf{r}^{1} & 0 \\ \ddots & \\ 0 & \mathbf{r}^{n} \end{pmatrix} , \mathbf{r}_{i} \in \mathbb{Z} .$$

$$\begin{array}{lll} g = h_1 \cdot \tau \cdot h_2 & \text{hat mit} & h_1, h_2 \in \operatorname{GL}_n(A) & \text{und} & \tau = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & r_i \\ & \cdot & t_i \\ & & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \ r_i \in \mathbb{Z} \text{. Es} \\ & \text{folgt} & (\tau h_2 z)_{t=0} = h_1(o)^{-1} y \in \mathbb{Y} \text{. Nun ist} & h_2 z = \sum\limits_{i=0}^{r} t^i z_i & \text{mit geeigneten} \\ z_i \in \mathbb{V} \text{, } z_0 = h_2(o) z \text{, und folglich} \end{array}$$

$$(\tau h_2 z)_{t=0} = \sum_{i=0}^{\infty} (\tau t^i z_i)_{t=0}$$

= $(\tau z_0)_{t=0} + (\tau t z_1)_{t=0} + \cdots$

Nun gilt

$$\lim_{t\to 0} \tau^{-1}(t) \left((\tau t^i z_i)_{t=0} \right) = \begin{cases} (\tau z_0)_{t=0} & \text{für} & i = 0, \\ \\ 0 & \text{sonst}, \end{cases}$$

wie man leicht unter Verwendung einer Basis aus Eigenvektoren bezüglich au