

Mesure du risque de contrepartie et des ajustements de valorisation au titre du risque de contrepartie

Cadre théorique, mesure et traitement
dans le cadre réglementaire

3 Juillet 2017

Contenu

Liste des principales abréviations	3
1. Estimation du risque de contrepartie : cadre réglementaire	5
1.1. Exigences en fonds propres prudentiels au titre du risque de contrepartie	5
1.1.1. Rappel des définitions.....	6
1.1.2. Choix de la probabilité.....	7
Impact du choix de la probabilité retenue.....	8
Calcul sous probabilité risque neutre	9
Calcul sous probabilité historique.....	9
1.2. Étapes de calcul des expositions attendues.....	10
1.2.1. Deux volets du calcul de l'EEPE	10
1.2.2. Processus de simulation de Monte Carlo	12
1.3. Risque de corrélation défavorable ou « Wrong way risk »	15
1.3.1. Le paramètre alpha.....	16
1.3.2. L'EEPE stressée.....	16
2. Exigences comptables en matière de prise en compte de risque de crédit dans la juste valeur ..	18
2.1. Prise en compte du risque de crédit de la contrepartie dans la réglementation IFRS.....	18
2.1.1. Les principes introduits par les normes IAS 39	18
2.1.2. Les changements introduits par les normes IFRS 13.....	18
2.2. Lien entre CVA/DVA et coût de financement	19
2.3. Mise en œuvre pratique	20
2.3.1. CVA unilatérale versus CVA bilatérale.....	20
2.3.2. Couvertures de la CVA.....	23
3. Cadre théorique et définition des formule de calculs des ajustements de valorisation de crédit	24
3.1. Inclusion du risque de crédit dans la valorisation des instruments financiers.....	24
3.1.1. Notations	24
3.1.2. CVA unilatérale	24
3.1.3. CVA bilatérale	27
3.1.4. CVA first to default	28
3.2. Mise en œuvre pratique	31
3.2.1. Paramètres utilisés	31
3.2.2. Calcul de CVA/DVA 'first to default'	34
4. Prise en compte du risque de variation de la CVA dans le cadre réglementaire.....	38

4.1. Ajustements de valorisation de crédit dans le cadre réglementaire actuel	38
4.2. Exigences en fonds propres au titre de la CVA.....	39
4.2.1. Calcul des exigences en fonds propres selon la méthode avancée	41
4.2.2. Comparaison avec la charge CVA calculée selon l'approche standard.....	48
4.3. Evolution réglementaire dans le cadre de la révision du cadre réglementaire du risque de marché	57
5. Résultats des exercices de comparaison des actifs pondérés (RWAs pour Risk Weighted Assets) au titre du risque de contrepartie et du risque CVA mené par le Comité de Bâle et l'EBA	60
5.1. Comparaison des RWAs au titre du risque de contrepartie.....	60
5.1.1. Résultats de l'exercice de comparaison	60
5.1.2. Principaux facteurs de variabilité	62
5.2. Risque de variation de la CVA	63
5.2.1. Résultats de l'exercice de comparaison	64
5.2.2. Principaux facteurs de variabilité	65
5.3. Variabilité dans la modélisation des spreads de crédit	68
5.3.1. Rappel des exigences réglementaires en matière de proxy spreads.....	68
5.3.2. Résultats des analyses menées par le BCBS et l'EBA	72
6. Conclusions	77
7. Annexe : Principale références.....	78

Liste des principales abréviations

BCBS	<i>Basel Committee for Banking Supervision</i>
BIS	<i>Bank for International Settlements</i>
CDS	<i>Credit Default Swap</i>
CRR	<i>Capital Requirements Regulation : RÈGLEMENT (UE) 575/2013 DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL du 26 juin 2013 concernant les exigences prudentielles applicables aux établissements de crédit et aux entreprises d'investissement</i>
CSA	<i>Credit Support Annex : contrat régissant l'échange de collatéral entre deux contreparties</i>
CVA	<i>Credit Valuation Adjustment : ajustement des évaluations de crédit</i>
DVA	<i>Debt Valuation Adjustment</i>
EAD	<i>Exposure at default : exposition au moment du défaut</i>
EBA	<i>European Banking Authority</i>
EEPE	<i>Effective expected positive exposure : Exposition positive anticipée effective</i>
EE	<i>Expected exposure : exposition anticipée</i>
EFPP	Exigences en fonds propres
ESCB	<i>European System of Central Banks</i>
FVA	<i>Funding Valuation Adjustment : Ajustement de valorisation au titre des coûts de financement</i>
FRTB	<i>Fundamental Review of the Trading Book : nouveau cadre balois pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de marché</i>
PD	<i>Probability of default : Probabilité de défaut</i>
LGD	<i>Loss Given Default : taux de perte en cas de défaut</i>
MtM	<i>Mark to Market</i>
RTS	<i>Regulatory Technical Standard</i>
RWA	<i>Risk Weighted Assets</i>
VaR	<i>Value at Risk</i>

Introduction

Le risque de contrepartie lié aux opérations de marché est devenu prégnant pour les régulateurs et les superviseurs lorsque les montants d'ajustement CVA ont augmenté de façon vertigineuse pendant la crise financière commencée courant 2008.

La meilleure prise en compte de ce risque dans le calcul des exigences en fonds propres des établissements de crédit constitue une des parties importantes de l'accord de Bâle dit Bâle III et du règlement européen de calcul des exigences en fonds propres (dit CRR pour *Capital Requirements Regulation*).

Ce mémoire a pour but de présenter les principaux concepts liés à l'estimation du risque de contrepartie des opérations de marché en décrivant les principales exigences réglementaires.

En premier lieu, ils rappellent les principaux concepts et grandes lignes de calcul des expositions en défaut au titre des opérations de marché ou coût de remplacement de ladite opération.

Il décrit les exigences comptables introduites par les normes IFRS relatives à la prise en compte du risque de crédit de la contrepartie et du risque de crédit propre dans la valorisation des instruments financiers, en faisant le lien avec la prise en compte du coût de financement.

Il comprend une partie décrivant le cadre théorique et mathématique sous-jacent à l'estimation des *Credit Valuation Adjustment* (CVA), ainsi que des *Debt Valuation Adjustment* (DVA).

La prise en compte des ajustements CVA/DVA au niveau du calcul des exigences en fonds propres prudentiels est également décrite en détaillant les différences avec les notions comptables ainsi que les différences entre l'approche modèle interne et l'approche standard ainsi que les futures évolutions potentielles.

Enfin les variabilités des résultats des calculs de risque effectués selon les approches modèles internes sont également abordées.

1. Estimation du risque de contrepartie : cadre réglementaire

Le risque de contrepartie lié à une opération de marché réside dans le fait que, si une contrepartie fait défaut, sa contrepartie devra alors trouver dans le marché, aux conditions de marché à la date du défaut, une autre contrepartie acceptant de prendre les mêmes engagements que la contrepartie initiale.

Ainsi, mesurer le coût de remplacement d'une opération revient à déterminer quel pourrait être le *Mark to Market* futur de la transaction à toute date de défaut possible de la contrepartie comprise entre la date de conclusion de l'opération et son échéance, en tenant compte de l'évolution possible des paramètres de marché durant cet intervalle de temps. Si ce *Mark to Market* est négatif ou nul, le défaut de la contrepartie n'entraînera pas de pertes pour la banque.

La prise en compte de ce risque et – en particulier – son évaluation via un modèle interne est intégrée dans la réglementation bancaire depuis la réforme Bale 2 qui est entrée en vigueur en Europe en 2008. Actuellement, au niveau de la zone Euro, huit banques sont autorisées à utiliser cette méthode pour le calcul des exigences en fonds propres prudentiels.

1.1. Exigences en fonds propres prudentiels au titre du risque de contrepartie

Le calcul des exigences en fonds propres prudentiels au titre du risque de contrepartie nécessite l'estimation de l'Exposition Au Défaut (EAD) relative à chacune de ces contreparties. Lorsque la méthode des modèles internes est utilisée, l'EAD estimée est définie en fonction de l'exposition positive attendue effective ou *effective EPE* (EEPE pour *Effective Expected Positive Exposure*), selon la relation:

$$\text{EAD} = \alpha \times \text{EEPE}.$$

Le coefficient α est :

- **Soit fixé *a priori* à 1,4** par la réglementation mais peut être porté à un niveau supérieur sur décision du superviseur. Ce facteur est introduit pour tenir compte :
 - Du manque de granularité du portefeuille,
 - D'un risque général de corrélation défavorable élevé,
 - De la dépendance de la valeur de marché des opérations ou des portefeuilles d'opérations entre contreparties.
- **Soit calculé par la banque** afin de refléter les incertitudes listées ci-dessus. Selon la réglementation, cet ajustement ne peut être inférieur à 1,2 (cf. section 1.3.1).

Le calcul des exigences en fonds propres prudentiels au titre du risque de contrepartie est ensuite fait en utilisant les estimations internes pour la probabilité de défaut ainsi que le taux de récupération en cas de défaut *senior unsecured* estimés de la contrepartie (i.e. sans prise en compte du collatéral, celui-ci

étant intégré dans le calcul de l'EEPE – cf. infra), ainsi que de la maturité effective estimée de l'opération.

1.1.1. Rappel des définitions

Pour un portefeuille donné, l'exposition attendue à t (EE_t) est définie comme la moyenne de la distribution des expositions potentielles à t , c'est-à-dire la moyenne des *Mark to market* possibles à cette date t , les *Mark to Market* négatifs étant pris à zéro.

Pour un portefeuille donné, l'exposition attendue effective (*EE effective*) à un instant t correspond au maximum des expositions attendues aux différentes échéances de temps comprise entre la date initiale de calcul t_0 et la date t considérée. Elle est définie selon la relation de récurrence suivante :

$$EEE(t) = EE \text{ effective}(t) = \text{Max}(EE(t-1) \text{ effective} ; EE(t)).$$

L'EEPE (ou EPE effective) de ce portefeuille correspond à la moyenne pondérée des valeurs futures possibles, sur la première année, des expositions attendues effectives ou, si tous les contrats figurant dans ledit portefeuille viennent à échéance avant une année, sur le laps de temps compris entre t_0 et la maturité la plus longue des transactions du portefeuille considéré.

Elle est donnée par la formule suivante :

$$EEPE = \frac{1}{\tau} \sum_{k=1}^{\tau} EEE(t_k) \times (t_k - t_{k-1}) \quad \text{- Équation 1-}$$

où la maturité τ est prise égale à un an, sauf si toutes les positions considérées expirent avant cette échéance, auquel cas τ est prise égale à la maturité la plus longue et la fonction EEE est l'exposition attendue effective.

Les pondérations permettent donc de tenir compte du fait que l'exposition future est estimée à des dates qui ne sont pas uniformément réparties dans le temps. Mais, la réglementation n'impose ni les instants futurs t_k à considérer, ni leur nombre. Or le nombre et le positionnement de ces pas de temps peut avoir un impact non négligeable sur le résultat (cf. section 1.2.2.3).

Lorsque l'on applique la formule ci-dessus en faisant tendre ce nombre vers l'infini, la définition de l'EEPE prend la forme limite suivante :

$$EEPE = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} EEE(t) dt \quad \text{- Équation 2-}$$

Ainsi, l'EEPE est la valeur moyenne – sur la première année, ou une période plus courte – de la fonction EEE (« *Effective Expected Exposure* ») : $EEE(t) = \sup_{u \leq t} EE(u)$, qui est par définition croissante.

La fonction EE (pour « *Expected Exposure* ») apparaissant dans l'expression de EEE est elle-même définie par l'espérance mathématique calculée sous une probabilité \mathbb{P} à préciser (cf. section 1.1.2):

$$EE(t) = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(M_t^+)$$

- M_t désignant la valorisation des positions considérées à l'instant t et M_t^+ sa partie positive : $M_t^+ = \max(0, M_t)$
- M_t^+ étant par définition positive ou nulle, toutes les fonctions EE , EEE et $EEPE$ le sont par conséquent aussi.

1.1.2. Choix de la probabilité

1.1.2.1. Principe général

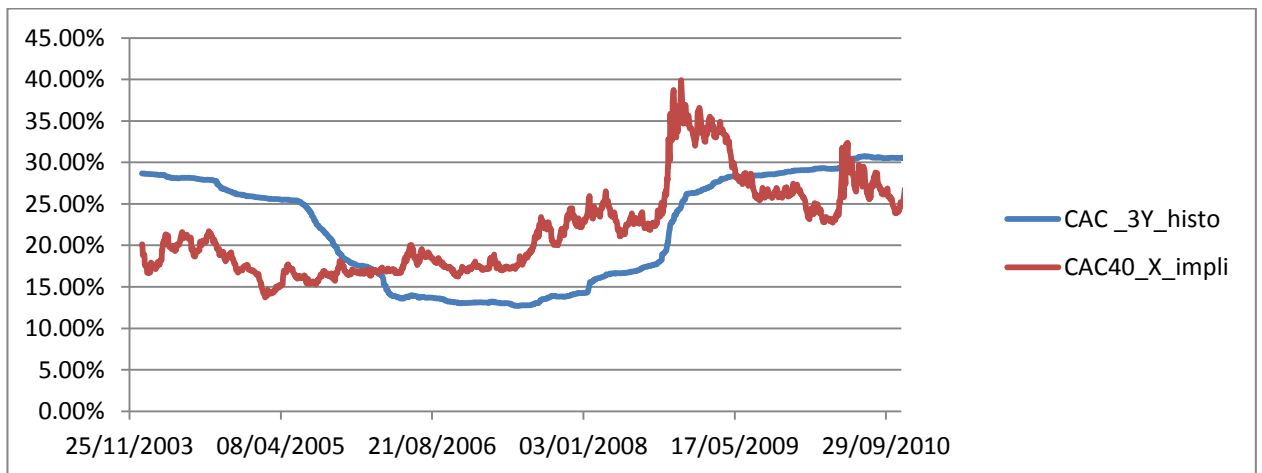
La définition de l'EEPE repose sur des calculs d'espérances mathématiques (via la fonction EE), ce qui nécessite de préciser la mesure de probabilité employée pour réaliser ces calculs. Ce point est cependant évoqué dans la note de bas de page numéro 240 à la page 289 du document « Convergence internationale de la mesure et des normes de fonds propres » publié par le Comité de Bâle: « *En principe, les valeurs « attendues » devraient être estimées par référence à la probabilité de distribution effective de l'exposition future et non à la distribution dans l'hypothèse de neutralité du risque. Les autorités de contrôle reconnaissent toutefois que certaines considérations pratiques peuvent justifier l'utilisation de cette dernière. Par conséquent, elles n'imposent pas le type de distribution à utiliser pour la prévision.* »

Cette note fait référence à la mesure de probabilité connue sous le nom de « probabilité risque-neutre » ; celle-ci apparaît dans la théorie de valorisation des options qui établit que la valeur d'un produit financier est égale à l'espérance mathématique, calculée sous cette probabilité particulière, de ses *cash flows* futurs actualisés. C'est ainsi que la valorisation M_t apparaissant dans les définitions rappelées ci-dessus peut être vue comme une espérance sous la probabilité risque-neutre.

La réglementation n'impose donc pas une mesure de probabilité particulière, mais indique que l'emploi de la mesure de probabilité dite « historique » devrait être privilégié pour déterminer $EE(t) = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(M_t^+)$. C'est sous cette probabilité censée correspondre à l'évolution des actifs financiers telle qu'elle est réellement observée que la recherche de la distribution des valorisations a un sens. Quoi qu'il en soit, il faut garder à l'esprit que le choix de cette probabilité est déterminant : la distribution de M_t lui est liée, ainsi que, en particulier, la valeur moyenne de sa partie positive. La valeur de l'EEPE est donc, en dernier lieu, associée à ce choix.

Ce choix n'est pas sans conséquence sur le niveau des expositions calculées ainsi que sur leur stabilité. A titre d'illustration, sur la figure suivante ont été représentées les volatilités implicites et historiques à 3 ans pour le CAC 40 entre janvier 2004 et novembre 2010.

Figure 1 : Comparaison des volatilités implicites et historiques



1.1.2.2. Exemple : calcul de l'EEPE d'un call européen

On a vu plus haut que $EEPE = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} EEE(t) dt$,

avec $EEE(t) = \sup_{u \leq t} EE(u)$.

Soit O_t désigne la valorisation de l'option considérée à l'instant t et $O_t^+ = \max(0, O_t)$.

Or, la valeur d'une option étant toujours positive ou nulle, on a $O_t^+ = O_t$.

La fonction EE peut être elle-même définie par :

$$EE(t) = \mathbb{E}_{\mathbb{P}}(O_t^+).$$

Impact du choix de la probabilité retenue

Deux choix sont possibles :

- **L'utilisation des distributions des paramètres de marché dites « risque neutre »** (i.e. en appliquant l'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage, il s'agit de la distribution du prix du sous-jacent sous laquelle le prix d'un produit dérivé peut être calculé comme une espérance mathématique). En pratique, ces distributions sont calibrées en utilisant notamment les volatilités implicites des paramètres de marché.
- **L'utilisation des distributions historiques**, i.e. calibrées à partir de la moyenne et de l'écart type des variations du sous-jacent observées sur une période passée.

Communément, on considère que les distributions « risque neutre » ne reflètent instantanément que l'équilibre entre l'offre et la demande et sont plus pertinentes pour définir des stratégies de couverture de l'exposition.

Par contre, l'utilisation de distributions historiques fondées sur des observations statistiques des paramètres de marché dans le passé est plus adéquate pour évaluer le risque de contrepartie. Sur ce point on peut noter que dans le document bâlois sur l'application de Bâle 2 sur les activités de trading et le traitement du double défaut (*BCBS116 - The Application of Basel II to Trading Activities and the Treatment of Double Default Effects*) laisse la possibilité d'utiliser l'une ou l'autre des deux types de distributions¹. Les paragraphes décrivent le calcul de l'EEPE en se plaçant en premier lieu, sous probabilité risque neutre, puis, en second lieu, sous probabilité historique.

Calcul sous probabilité risque neutre

Supposons maintenant que l'on se place sous la probabilité risque neutre notée \mathbb{Q} :

Pour tout t , par définition de la probabilité risque neutre :

$EE(t) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(O_t^+) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}}(O_t) = O_0$, où O_0 est la valeur initiale de l'option

$$EEPE = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \sup_{u \leq t} EE(u) dt$$

$$EEPE = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} O_0 dt$$

$EEPE = O_0$

Ainsi, en utilisant la formule de *Black and Scholes*, on peut aisément calculer le prix initial de l'option (i.e. à la date de calcul de l'EEPE) et en déduire l'EEPE.

Calcul sous probabilité historique

Il n'y a pas de formule fermée permettant d'estimer l'EEPE. Il faut donc utiliser classiquement une simulation de Monte Carlo.

On suppose donc que le sous-jacent S (action ou indice boursier) de l'option suit un mouvement brownien géométrique, soit :

¹ “39. EEs can be calculated based on either the risk-neutral distribution of a risk factor or the actual distribution of a risk factor. The choice of one distribution versus the other can affect the value of EE but will not necessarily lead to a higher EE. The distinction often made is that the risk-neutral distribution must be used for pricing trades, while the actual distribution must be used for risk measurement and economic capital.

40. The calculation of Effective EPE has elements of both pricing (in the calculation of M , for instance) and simulation. Ideally, the calculation would require the use of the actual distribution where exposures are being simulated and risk-neutral distributions where pricing is being done. However, it is difficult to justify the added complexity of using two different distributions.

41. Industry practice does not indicate that one single approach has gained favour. For this reason, supervisors are not requiring any particular distribution be used. “

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu(t)dt + \sigma dW_t$$

Avec :

- $\mu(t) = r(t) - q_D$ et
- q_D est le taux de dividendes continu et r est le taux sans risque : le terme $r - q_D$ représente la tendance « risque neutre » du rendement du sous-jacent;
- σ est la volatilité du sous-jacent et W_t est un mouvement brownien standard. Le terme σdW_t modélise la partie du rendement du sous-jacent indépendante des rendements des facteurs de risque ainsi que des rendements des autres actions ;

Ainsi, en appliquant le lemme d'Ito², l'équation précédente devient :

$$d \ln S_t = \left(\mu(t) - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW_t = \left(r(t) - q_D - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW_t$$

Le cours à la date t peut s'exprimer de façon simplifiée selon la formule suivante :

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(r(t) - q_D - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma \sqrt{t} \varepsilon_t \right)$$

Avec ε_t une variable aléatoire gaussienne centrée réduite.

Il suffit donc de calibrer les paramètres du modèle :

- La tendance $r - q_D$;
- La volatilité du sous-jacent peut être calibrée comme égale à la volatilité historique du sous-jacent sur trois années, c'est-à-dire en utilisant l'écart type de la distribution des rendements quotidiens du sous-jacents sur les trois années précédant le calcul :

$$ecart_type_standard(S) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(S_i - E(S_i))^2}{n-1}}.$$

1.2. Étapes de calcul des expositions attendues

1.2.1. Deux volets du calcul de l'EEPE

² La formule d'Ito s'écrit : $d(f(S_t, t)) = \frac{\partial f}{\partial t}(S_t, t)dt + \frac{\partial f}{\partial x}(S_t, t)dX_t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(S_t, t)\sigma_t^2 dt$.

Pour calculer l'EEPE, il faut connaître la valeur de $EE(t)$ à chaque instant t pendant la première année³. Il est suffisant pour cela de connaître la distribution de la valorisation des produits M_t aux différentes dates t sous la probabilité \mathbb{P} retenue pour faire les calculs.

Sur le plan pratique, la valeur de l'intégrale $EEPE = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau EEE(t) dt$ est approximée à l'aide de la « méthode des rectangles » :

$$EEPE \approx EEPE^{approx} \equiv \frac{1}{\tau} \sum_{k=1}^N EEE(t_k) \times (t_k - t_{k-1})$$

où $0 = t_0 < \dots < t_k < \dots < t_N = \tau$ sont les différents pas de temps (ou, pour employer un parallèle avec le traitement des signaux en physique, les « instants d'échantillonnage ») retenus pour la détermination de la fonction EEE , elle-même calculée à l'aide de :

$$EEE(t_k) = \max_{0 \leq l \leq k} EE(t_l)$$

Remarque : La fonction EEE est par définition croissante. On pourrait donc penser que la formule retenue pour approximer son intégrale fournit un majorant de cette intégrale : en effet, sur chaque intervalle $[t_{k-1}, t_k]$, on utilise comme valeur constante de EEE sa valeur à l'extrémité droite de l'intervalle, $EEE(t_k)$, qui est sa valeur maximale. En réalité, on n'a aucune garantie de ce genre car, la fonction EEE étant elle-même obtenue pour un ensemble de temps discrets, c'est-à-dire par échantillonnage, on peut sous-estimer sa valeur $EEE(t_k)$ en t_k , par exemple si la fonction EE admet un maximum à l'intérieur de l'intervalle.

Les instants d'échantillonnage (t_k) étant choisis, il faut calculer, en chacune de ces dates, l'espérance mathématique $EE(t_k)$ des valeurs des positions (ou, plus exactement, de la partie positive de ces valeurs), en déterminant par exemple la distribution de ces valeurs, c'est-à-dire la distribution de la variable M_{t_k} , sous la probabilité retenue pour le calcul de l'EEPE.

Le calcul des expositions attendues comprend différentes étapes :

- Il faut d'abord modéliser **le comportement joint des différents facteurs de risque retenus** : à partir de la valeur initiale notée F_0 d'un facteur de risque, l'évolution future de chacun des facteurs de risque est simulée en M dates futures (ou pas de temps). Pour chacun des facteurs de risque, N trajectoires possibles sont ainsi simulées.
- **Pour chacun des $N \times M$ contextes de marché, l'ensemble des opérations d'une contrepartie sont revalorisées**: $N \times M$ revalorisations doivent ainsi être effectuées pour chaque transaction. Chacune est ensuite rattachée à une matrice de dimension $N \times M$, dont l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne correspond à la revalorisation *mark to market* de la transaction pour le scénario i et à la date future j .

³ Ou une période s'arrêtant à la plus longue maturité représentée parmi les positions considérées, si celle-ci est inférieure à un an.

- **La prise en compte des accords de compensation (contrats maîtres) et d'échange de collatéral**⁴ (dits CSA) permet ensuite de réduire les expositions futures de la banque. En chaque date future, les valeurs *mark to market* des transactions de la contrepartie relevant d'un même ensemble de compensation sont agrégées, les unes pouvant compenser les autres. Les opérations qui ne sont incluses dans aucun accord de compensation constituent un ensemble de compensation à elles seules et leur exposition n'est compensée avec aucune autre.
- Pour les transactions appartenant à un ensemble de compensation assorti d'un contrat d'appels de marge, **les échanges de collatéraux sont simulés et pris en compte dans le calcul de l'exposition future** aux différents pas de temps.
- Ensuite, pour chaque ensemble de compensation l et pour chaque pas de temps t , on obtient une distribution de N expositions futures (toute exposition négative étant considérée comme nulle). À chaque date t , il est donc possible de calculer **l'espérance mathématique de cette distribution (l'Expected Exposure)**, notée $EE(t)$.
- Enfin, l'EEPE de chaque ensemble de compensation est calculée en appliquant les formules présentées supra (§ 1.1.1) et l'EEPE d'une contrepartie est calculée comme la somme de chacun des ensembles de compensation qui lui sont rattachés.

L'analyse de la méthode de calcul de l'EEPE peut ainsi se décomposer en deux parties.

- La première est consacrée à l'examen de l'échantillonnage de *EEE* et de la production, à chaque date, des M configurations de marché employée pour déterminer la distribution sous la probabilité retenue des (parties positives des) valorisations ; elle vise à déterminer si cette distribution est « proche » de la distribution théorique, qu'il faut *a priori* envisager sous la probabilité historique. Dans cette optique, le nombre de configurations de marché, choisi égal à N , est l'un des choix de modélisation ainsi que le nombre de pas de temps (M) qui doivent être étudiés.
- La seconde partie se concentre sur le calcul des valorisations pour l'une des n configurations de marché construites à un instant donné noté t_k .

Ces deux volets ne sont pas totalement indépendants. En effet, même si la valorisation des produits est toujours égale à l'espérance sous la probabilité risque-neutre de leurs *cash flows futurs* actualisés, la valeur de ces *cash flows* peut dépendre d'événements antérieurs à la date de valorisation.

1.2.2. Processus de simulation de Monte Carlo

Afin de déterminer les profils d'expositions futures, l'ensemble des facteurs de risque retenus est simulé aux différents pas de temps, correspondant aux dates de revalorisation des transactions. La

⁴ Les contrats d'appels de marge sont en général des avenants de la convention bilatérale de compensation.

simulation des facteurs de risque, réalisée selon la technique de Monte Carlo permet de définir les $N \times M$ contextes de marché, pour lesquels le portefeuille est revalorisé.

1.2.2.1. Principe général

La génération des N scénarios de marché est généralement effectuée en utilisant la technique de la simulation de Monte Carlo. Chaque contexte de marché définit les valeurs des p facteurs de risques ($F_j, j \in [1 ; p]$), à chaque instant t considéré. Le contexte global de marché, pour le scénario i et à l'instant peut être représenté par le vecteur suivant :

$$F_{it} = \begin{pmatrix} f_i^1 \\ f_i^2 \\ \dots \\ f_i^p \end{pmatrix}_t$$

À chaque pas de temps t , il y a donc N contextes de marché.

Le processus de diffusion des facteurs de risque se fait de façon itérative à partir de la valeur initiale de chacun de ces paramètres :

- Au premier horizon de temps, des tirages indépendants sont effectués dans la loi jointe des facteurs de risque pour déterminer les nouvelles valeurs pour les p paramètres de marché.
- Puis au second horizon de temps, de nouveaux tirages indépendants sont effectués pour déterminer les nouvelles valeurs, celles-ci ayant été simulées à partir de la valeur en $t=1$.

Les tirages sont faits de façon indépendante à chaque horizon de temps. Cependant, chaque trajectoire est dépendante de l'instant initial (date de calcul de l'EEPE) et du chemin parcouru (trajectoire dite *path dependent*).

1.2.2.2. Nombre de simulations

Afin de justifier le nombre de simulations retenus il est pertinent de **calculer l'erreur d'estimation théorique**.

Ainsi, pour une date t , l'exposition attendue ($EE(t)$) est calculée comme la moyenne des « MTM » de chacune des trajectoires i (i variant de 0 à N), les expositions négatives étant mise à zéro :

$$EE(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \max(0; MTM_i(t)).$$

Pour une simulation i donnée et à une date t , $EE_i(t) = \max(0; MTM_i(t))$ est une variable aléatoire d'espérance $m(t)$ et d'écart-type $\sigma(t)$.

Or, pour t donné, les $(EE_i(t))_{i \in [1; N]}$ sont des variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées (d'espérance $m(t)$ et d'écart-type $\sigma(t)$). Donc, selon le théorème central limite, lorsque N devient grand, la variable aléatoire $EE(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N EE_i(t)$ converge en loi vers une loi gaussienne.

De plus, $EE(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N EE_i(t)$ a pour espérance $m(t)$ et pour écart-type $\frac{\sigma(t)}{\sqrt{N}}$.

Il est donc possible de calculer, sur un échantillon donné, des estimations de la moyenne et de l'écart-type de la distribution des $EE_i(t)$ et d'en déduire des estimations de la moyenne et de l'écart-type de la variable $EE(t)$.

Pour les N scénarios et une date de calcul t donnés, $\tilde{EE}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \max(0; MTM_i(t))$ est donc une estimation de $m(t)$. L'incertitude (ou erreur d'estimation selon la terminologie de l'établissement) correspondant à cette estimation est notée $e_N = \tilde{EE}(t) - m(t)$.

Dans la mesure où l'on suppose que $EE(t)$ converge en loi vers une loi gaussienne, pour un degré de précision α donné, cette incertitude s'exprime simplement par :

$$e_N = \frac{Z_{\alpha/2} \sigma(t)}{\sqrt{N}}, \text{ où } Z_{\alpha/2} \text{ est le quantile à } (\alpha/2)\% \text{ de la loi normale centrée réduite.}$$

L'erreur d'estimation relative est donc : $\frac{e_N}{m(t)}$.

Ainsi, pour deux calculs de l' $EE(t)$ donnés, effectués chacun avec un nombre de simulations différents (N_1 et N_2), le rapport des erreurs d'estimation est donné par : $\frac{e_{N_1}}{e_{N_2}} = \sqrt{\frac{N_2}{N_1}}$.

Ainsi, multiplier par quatre le nombre de scénarios (en passant de N à $4 \times N$ simulations) permet de diviser par deux l'erreur d'estimation de l' $EE(t)$.

1.2.2.3. Nombre de pas de temps retenu

Le nombre de pas de temps retenu pour effectuer le calcul de l'EEPE a bien évidemment un impact sur la précision du montant obtenu. En général, les pas de temps sont donc très concentrés sur le début de la première année.

Il faut cependant noter que pour les opérations faisant l'objet d'un contrat de collatéralisation, le principal risque est l'écart entre le coût de retournement de la position et la valeur du collatéral détenu. Dans ce cas, un paramètre important est à prendre en compte : la période de marge en risque (ou « holding period », notée δ par la suite) qui représente la durée maximale d'exposition. C'est la durée

pendant laquelle la banque est exposée au risque de variation de la valeur de son portefeuille pour une contrepartie tandis que la valeur du collatéral reste inchangée. Cet écart dépend de la période de temps entre la date où on calcule le MtM du portefeuille et la date où a eu lieu le dernier appel de marge. Cette période dépend de la fréquence d'appel de marge, des délais de disputes, de réception des fonds et de liquidation du portefeuille.

L'article 285 du règlement européen du 26 juin 2013 concernant les exigences prudentielles applicables aux établissements de crédit et aux entreprises d'investissement (CRR) prévoit que la période de marge en risque soit au minimum de $\delta = F + \Delta_{fr} - 1$ avec toujours Δ_{fr} la fréquence d'appel de marge et F, le *floor*, qui vaut 5 jours pour les *repos* et 10 jours pour les OTC. Par ailleurs, cet article prévoit également que :

1. pour les ensembles de compensation dont le nombre d'opérations dépasse 5 000 à tout moment d'un trimestre, la valeur de F doit être d'au moins 20 jours ;
2. pour les ensembles de compensation comprenant une ou plusieurs opérations impliquant une sûreté illiquide ou un dérivé de gré à gré difficile à remplacer, la valeur de F doit être d'au moins 20 jours ;
3. si, pour un ensemble de compensation ou une contrepartie, plus de deux appels de marge ont donné lieu, au cours des 2 trimestres précédents, à une dispute d'une durée supérieure au *floor* F (éventuellement modifié par les deux règles précédentes), alors ce *floor* F est multiplié par 2 pour les deux trimestres suivants pour cette contrepartie.

Dans le cadre de l'évaluation du risque de contrepartie, la banque doit donc simuler l'échange de collatéral ce qui nécessite d'être capable de simuler la valeur de l'exposition au début et à la fin de la période de marge en risque afin de déterminer l'exposition maximale de la contrepartie.

Généralement les pas de temps sont donc quotidiens pendant les 10 premiers jours afin de bien capter la première période de marge en risque. Ensuite des pas de temps peuvent être ajoutés afin de calculer les appels de marge à déterminer pour les opérations collatéralisées.

1.3. Risque de corrélation défavorable ou « Wrong way risk »

Plusieurs initiatives réglementaires ont été prises afin de prendre en compte, dans le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie, le risque de corrélation défavorable ou *wrong way risk*, c'est-à-dire, le risque d'une corrélation élevée entre la probabilité de défaut de la contrepartie et la valeur de l'exposition envers cette contrepartie.

Tout d'abord, il convient – avant d'expliciter plus en avant ces initiatives – de faire la distinction entre le risque de corrélation général et le risque de corrélation spécifique :

- **le risque général de corrélation** correspond au risque survenant lorsque la probabilité de défaut de contreparties est positivement corrélée à des facteurs généraux de risque de marché;

- **le risque spécifique de corrélation** correspond au risque survenant lorsque l'exposition future envers une contrepartie donnée est positivement corrélée à la PD de cette contrepartie, en raison de la nature des transactions conclues avec elle. Un établissement est réputé exposé au risque spécifique de corrélation s'il est anticipé que l'exposition future envers une contrepartie donnée sera élevée lorsque la probabilité de défaut de la contrepartie est elle aussi élevée.

Les paragraphes suivants traitent principalement du risque de corrélation général.

1.3.1. Le paramètre alpha

La réglementation a donc d'abord prévu d'accroître l'EEPE générée par un modèle interne par un facteur multiplicatif forfaitaire alpha (comme déjà mentionné au paragraphe 1.1.1).

Ce coefficient est en effet un moyen de **conditionner les estimations internes d'expositions positives attendues à un état négatif de l'économie** de façon similaire à l'estimation du risque de crédit dans le contexte dit Bâle 2 (ou les exigences en fonds propres sont calculées à partir de l'exposition inattendue à l'horizon d'une année et pour une probabilité égale à 99,9%). De plus, il a pour objectif d'ajuster les estimations internes d'EPE pour tenir compte à la fois des **corrélations entre les expositions des contreparties sujettes aux mêmes facteurs de risque**. Enfin, il vise également à compenser **le risque de modèle** ou encore l'erreur d'estimation inhérente à toute modélisation.

Selon l'article 284 du CRR, pour estimer ce paramètre alpha, une banque doit calculer le ratio entre:

- le capital économique pour risque de crédit de contrepartie résultant d'une simulation jointe des facteurs de risque de marché et de crédit,
- et le capital économique obtenu en supposant les expositions de contreparties égales à l'EPE.

Selon le document "*CVA and Wrong Way Risk Working Paper*" daté de 2011, les coefficients reportés par les banques au moment de la mise en place de Bâle 2 variaient de 1,07 à 1,1.

Cependant, la réglementation actuelle impose une valeur plancher pour le paramètre alpha est à 1,2. Les banques peuvent être autorisées à déterminer elles-mêmes ce facteur ou bien il est fixé à 1,4 ; ce multiplicateur pouvant être augmenté par le superviseur s'il le juge nécessaire. Ceci revient donc à augmenter l'exposition de 40% en cas de *Wrong way risk*. Selon le rapport du Comité de Bâle "*Report on risk weighted assets for counterparty credit risk*" publié en 2015, la plupart des banques utilisent actuellement la valeur réglementaire du coefficient alpha, i.e., 1,4. Sur les 19 banques participantes à l'exercice du Comité, une seule banque calculait avait sa propre estimation de alpha.

1.3.2. L'EEPE stressée

La réforme dite de Bale 3 a introduit, pour le calcul des exigences prudentielles au titre du risque de contrepartie, **l'EEPE stressée afin de prendre en compte le risque de corrélation général**.

En effet, l'EEPE stressée doit être calculée en utilisant un historique de données de trois ans **incluant une période de hausse des *spreads* de CDS** (ou autres *spreads* de crédit), c'est-à-dire une période - de longueur non fixée - de hausse des probabilités de défaut implicites. Ainsi, s'il existe un *Wrong Way Risk* général (i.e. les PD sont corrélées positivement avec les autres facteurs de risque de marché), il en résulterait une augmentation de l'exposition et donc probablement une EEPE stressée supérieure à l'EEPE.

Celle-ci sera alors utilisée pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie puisque selon l'article 284-3 du règlement européen 575/2013 (CRR)⁵, **les exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie de la banque correspondent au maximum entre :**

- **les exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie calculées à partir de la période de calibrage la plus récente pour l'EEPE**, c'est-à-dire à partir de l'EEPE dite standard ;
- **les exigences en fonds propres calculées à partir de la période de calibrage de stress pour l'EEPE**, c'est-à-dire à partir de l'EEPE stressée.

Mais, contrairement à la VaR stressée calculée dans le cadre de la détermination des exigences en fonds propres au titre du risque de marché (et introduit par l'accord dit Bale 2.5), l'EEPE stressée n'est pas forcément supérieure à l'EEPE déterminée à partir de la période de calibrage la plus récente.

⁵ Article 105 du texte de Bâle III.

2. Exigences comptables en matière de prise en compte de risque de crédit dans la juste valeur

La prise en compte du risque de crédit dans l'évaluation des instruments dérivés était, avant la crise financière, une question assez théorique car ce risque était, alors, considéré comme négligeable. Suite à la crise financière, le risque de crédit a fortement augmenté et il est devenu difficile de le considérer comme non significatif. Les normes IAS39 puis IFRS13 relative à la juste valeur ont introduit de nouvelles exigences en matière de prise en compte du risque de crédit dans la juste valeur.

2.1. Prise en compte du risque de crédit de la contrepartie dans la réglementation IFRS

2.1.1. Les principes introduits par les normes IAS 39

Selon IAS 39 (AG 69⁶ et AG 73⁷ notamment), **le risque de crédit est un élément à prendre en compte dans la détermination de la juste valeur d'un instrument financier**, y compris lorsqu'il s'agit d'un instrument dérivé.

S'agissant de la prise en compte du risque de crédit propre, le texte IAS 39 souligne la nécessité de le prendre en compte dans l'évaluation des passifs (IAS 39. BC 89 : *“La juste valeur d'un passif financier reflète la qualité de crédit relative à ce passif”* et §41 à 43 du projet de norme sur l'évaluation à la juste valeur). En revanche, il ne mentionne pas explicitement la prise en compte du risque de crédit propre dans l'évaluation des instruments financiers.

Cependant, IAS 39 précise aussi que la juste valeur est le montant pour lequel un actif pourrait être échangé, ou un passif éteint, entre parties bien informées, consentantes, et agissant dans des conditions de concurrence normale. Ainsi, **la juste valeur doit refléter le prix de cession de la transaction**. Selon ces termes, il semble que la valorisation des transactions devrait bien tenir compte du risque de crédit propre. Si la contrepartie avec laquelle une banque (A) veut mettre en place une transaction intègre le risque de contrepartie liée à A, il faut que A tienne compte de ce risque dans sa valorisation (et inversement) pour que les deux parties puissent se mettre d'accord.

2.1.2. Les changements introduits par les normes IFRS 13

Selon **IFRS 13** (§ 56), qui est entré en vigueur à compter du 01/01/2013, il est **requis de prendre en compte à la fois le risque de crédit de la contrepartie et son risque de crédit propre dans la détermination de la juste valeur des dérivés** : *« lorsque l'entité se prévaut de l'exception prévue au paragraphe 48 pour évaluer la juste valeur d'un groupe d'actifs et de passifs financiers*

⁶ “Fair value reflects the credit quality of the instrument.”

⁷ “If a rate (rather than a price) is quoted in an active market, the entity uses that market quoted rate as an input into a valuation technique to determine fair value. If the market quoted rate does not include credit risk or other factors that market participants would include in valuing the instrument, the entity adjusts for those factors.”

contractés avec une contrepartie déterminée, elle doit prendre en compte l'effet de son exposition nette au risque de crédit de la contrepartie ou l'exposition nette de cette dernière au risque de crédit de l'entité dans l'évaluation de la juste valeur, dans le cas où les participants de marché tiendraient compte des accords existants qui atténuent l'exposition au risque de crédit en cas de défaillance (par exemple, un accord de compensation globale avec la contrepartie ou un accord qui stipule l'échange de garanties sur la base de l'exposition nette de chaque partie au risque de crédit de l'autre partie) ».

Par ailleurs, IFRS 13 (§ 24) définit désormais la juste valeur comme : « *le prix qui serait reçu pour la vente d'un actif ou payé pour le transfert d'un passif lors d'une transaction normale sur le marché principal (ou le marché le plus avantageux) à la date d'évaluation dans les conditions actuelles de marché (c'est-à-dire un prix de sortie) que ce prix soit directement observable ou estimé selon une autre technique d'évaluation.* ».

De plus, il est précisé (§ 61) que « *l'entité doit utiliser des techniques d'évaluation appropriées aux circonstances et pour lesquelles les données sont disponibles en quantité suffisante pour évaluer la juste valeur, en maximisant l'utilisation des données observables pertinentes et en minimisant celle des données non observables* ».

Cette nouvelle définition de la juste valeur comme **un prix de sortie (exit price)** a des répercussions dans l'évaluation de l'ajustement au titre du risque de crédit de la contrepartie (CVA) et du risque de crédit propre (DVA) puisqu' elle induit une maximisation de **l'utilisation des données de marché observables** (donc **des PD et LGD déduites des prix de CDS au lieu des PD et LGD dites historiques**).

2.2. Lien entre CVA/DVA et coût de financement

Les liens entre coût de financement et les ajustements de crédit sont étroits. Pour certains la prise en compte à la fois de la DVA et d'un ajustement pour tenir compte du coût de financement d'un instrument (FVA pour Funding Valuation Adjustment) revient à un double comptage. Pour l'illustrer, l'on peut considérer la situation où le *Marked-to-Market* des transactions avec une contrepartie est globalement négatif pour l'établissement. Dans ce cas, deux situations peuvent être distinguées :

- **En présence d'un contrat d'échange de collatéral (CSA)** : la banque doit verser des appels de marge, qui sont alors rémunérés à EONIA. Or, du fait de son risque de crédit, elle se refinance à un coût supérieur à EONIA : le coût du financement futur des appels de marge que l'établissement aura à verser pendant la durée de vie de ces transactions pourrait être intégré dans leur valorisation.
- **En l'absence d'un contrat d'échange de collatéral (CSA)** : l'établissement est en quelque sorte « débiteur » vis-à-vis de sa contrepartie et devrait se financer afin de lui payer ce qu'il doit.

Dans ces conditions, la question de la prise en compte de la signature de la banque A est similaire à la problématique concernant l'utilisation des courbes d'actualisation appropriées pour la valorisation des produits dérivés (EONIA si on est sous appel de marge et LIBOR + *spread* de crédit sinon). Ainsi, **il pourrait être considéré que la prise en compte de sa propre signature dans la valorisation des positions revient à tenir compte du coût de refinancement de A.**

Dans le cas où le *Marked-to-Market* d'une transaction avec une contrepartie B est positif pour A, le risque de crédit propre de A peut se matérialiser si l'établissement veut « réaliser » son gain en couvrant cette transaction. Pour cela :

- soit A traite cette nouvelle opération (de couverture) avec une contrepartie C couverte par un CSA: cette nouvelle opération a donc un *Marked to Market* négatif et est couverte par un CSA : on se retrouve dans le cas précédent (l'établissement aura à verser des appels de marge) ;

- soit A traite cette nouvelle opération avec une contrepartie D non couverte par un CSA : cette nouvelle opération a un *Marked to Market* négatif et n'est pas couverte par un CSA : on se retrouve également dans le cas précédent.

Dans ces situations, la contrepartie intégrera le risque de crédit de A dans son prix (ce risque étant moindre en présence d'un CSA). Ce prix pourrait être inférieur au prix anticipé par A si la contrepartie considère la banque A comme risquée. Par exemple, si Renault a acheté une protection (CDS) sur Peugeot dont le *Marked to Market* est positif, compte tenu du *spread* de l'établissement et du fait de la corrélation entre le défaut de Renault et de Peugeot⁸, une contrepartie ne serait pas prête à acheter cette protection à Renault au même prix qu'à une contrepartie jugée sans risque mais plutôt à un prix inférieur. Les valorisations des positions acheteuses de protection pourraient donc être surestimées, puisqu'il n'est pas tenu compte de la qualité de signature de l'établissement.

Dans les deux cas, l'établissement devra faire face à des coûts induits par son risque de crédit propre, qui doivent également être pris en compte dans la valorisation des produits dérivés.

2.3. Mise en œuvre pratique

2.3.1. CVA unilatérale versus CVA bilatérale

Quand deux contreparties traitent ensemble un contrat dérivé, chacune d'entre elles prend un risque sur le défaut de l'autre. La banque est vendeuse (*short*) de la protection sur le risque de défaut de sa contrepartie et long sur son propre risque de défaut. Le risque de crédit de contrepartie est le risque de pertes (ou gains) dû au défaut de la contrepartie ou du propre défaut de la banque et l'ajustement de valeur à ajouter à la valeur sans risque défaut du dérivé est appelé « *Credit Valuation Adjustment* » (CVA).

Ceci peut être illustre via l'exemple concret d'un swap vanille :

⁸ Exemple type de risque de corrélation défavorable (*Wrong way risk*).

- Lorsque la marge (ou spread) du swap est nul, i.e. un swap échangeant purement un taux fixe contre un taux variable, les deux contreparties sont considérées comme de qualité de crédit égales.
- Lorsque la marge du spread est non nulle, cela reflète la différence de qualité de crédit des deux contreparties ;
- Ou dans le cas d'un swap pur taux variable/ taux fixe avec le paiement up-front d'une prime par la contrepartie de qualité de crédit inférieure à la contrepartie de meilleure qualité. Là encore, ce cas reflète la différence de qualité de crédit des deux contreparties.
Lorsque le swap inclus cette marge ou cette prime payée à l'initiation de la transaction, la valeur présente du swap n'est plus nulle.

A première vue, la valeur présente du swap ne semble plus représenter la juste valeur du swap. En effet, les deux derniers exemples mentionnés ci-dessus rendent nécessaire l'existence d'un ajustement CVA à l'initiation de la transaction.

Par exemple, dans le cas d'un swap taux fixe, taux Euribor 6 mois contracté au taux du marché à la date de début du swap, dans ce cas une prime est payée au début de la transaction, par exemple, 10000 euros par million euro de notionnel.

Si la contrepartie A est de très bonne qualité de crédit, elle reçoit 10000 euros au début de la transaction et enregistre ce montant comme un profit. Cependant la valeur présente de ce swap valorisée par le front office est zéro puisqu'elle correspond à la juste valeur du swap valorisé avec le taux du marché pour cette date et le *front office* utilise la courbe de swap sans risque. Cependant, la valeur du swap est positive car la contrepartie B a une probabilité de défaut bien supérieure et pourrait ne pas survivre jusqu'à la maturité de la transaction (par exemple 10 ans).

Le montant de la CVA bilatérale reflétant la différence de qualité de crédit entre A et B est égale à 10000 euros. En effet, en tenant compte de la prime up-front et de l'ajustement CVA, la juste valeur (JV) du swap devient :

$$\boxed{JV(\text{swap}) = PV_{FO} - CVA + \text{Prime} = 0 - 10000 + 10000 = 0.}$$

La valeur de la CVA dépend du type de transaction (incluant les sous-jacents et facteurs de risque), de sa durée de la transaction, des taux d'intérêts de la devise de la transaction ainsi que des spreads de crédit (ou probabilité de défaut) des deux contreparties.

Elle peut être interprétée comme la différence des pertes attendues des deux contreparties.

La CVA unilatérale est l'ajustement de valeur lorsque l'on considère uniquement le risque de défaut de la contrepartie et que celui de la banque n'est pas pris en compte.

La CVA bilatérale est l'ajustement de valeurs lorsque l'on prend en compte le risque de défaut de la contrepartie et de la banque, de façon symétrique.

En pratique, en fonction de l'évolution des conditions de marché, la Valeur Mark-to-Market d'un produit dérivé évolue dans le temps et est susceptible d'être positif ou négatif et donc l'instrument correspondant figurer tantôt à l'actif du bilan, tantôt au passif du bilan.

Ainsi, l'évaluation d'un instrument devrait tenir compte de ces deux cas de figure possibles et intégrer donc à la fois le risque de contrepartie (CVA) reflétant les scénarios dans lesquels le dérivé figurerait à l'actif (MtM positif) et le risque de crédit propre (DVA) reflétant les scénarios dans lesquels le dérivé figurerait au passif (MtM négatif).

Au total, un produit dérivé se valorise donc comme suit :

Valorisation (intégrant les risques de crédit)

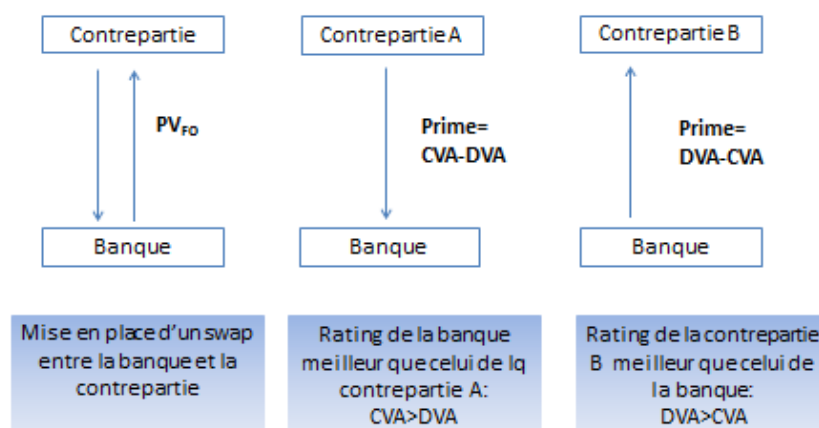
= Valorisation (ignorant les risques de crédit) – (CVA + DVA)

= Valorisation (ignorant les risques de crédit) -CVA bilatérale

Avec **CVA bilatérale= CVA+DVA et $DVA \leq 0$**

L'exemple ci-dessous peut s'illustrer par le schéma suivant où, par convention, CVA et DVA sont considérés comme des montants positifs :

Figure 2 : illustration de la CVA bilatérale dans le cas d'un swap



La CVA bilatérale devient une nouvelle composante du P&L qui va varier soit parce que les *spreads* varient, soit parce que l'exposition varie.

2.3.2. Couvertures de la CVA

Afin de lisser ces variations, les banques peuvent acheter des CDS dont le comportement en P&L sera de signe opposé à celui de la CVA. Ce moyen permet donc de couvrir la partie « CVA » pure.

En revanche, la DVA ne peut pas être couverte spécifiquement (car cela reviendrait pour A à acheter des CDS sur son propre nom ou sur un ou plusieurs noms fortement corrélés au sien).

Par contre, comme pour les obligations au passif de la banque, une hausse de son propre *spread* conduit donc à augmenter la DVA et donc augmente la valeur du dérivé ($MtM-CVA+DVA$) ce qui conduit à un gain pour la banque A.

3. Cadre théorique et définition des formule de calculs des ajustements de valorisation de crédit

3.1. Inclusion du risque de crédit dans la valorisation des instruments financiers

Les sections suivantes visent à introduire de façon simplifiée les calculs mathématiques à la base des formules de calcul de CVA et DVA. De nombreuses publications ont porté sur les modélisations de CVA et DVA (cf. annexe 1).

Le raisonnement détaillé ci-dessous est fondé différentes présentations et articles de Brigo (cf. annexe, références [14], [15] et [16] notamment).

3.1.1. Notations

- Soit l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.
- Le vecteur aléatoire $(\tau_1 \ \tau_2 \ \dots \ \tau_n)$ représente les temps de défauts relatifs aux n contreparties d'un portefeuille de référence. On note également τ_C le temps de défaut de la contrepartie considérée et τ_B le temps de défaut de la banque.
- Leurs taux de recouvrement associés sont notés respectivement $(R_1 \ R_2 \ \dots \ R_n)$ et τ_C, τ_B .
- Les variables indicatrices du défaut sont respectivement notées : $D_t^i = 1_{\{\tau_i \leq t\}}$, $D_t^C = 1_{\{\tau_C \leq t\}}$ $D_t^B = 1_{\{\tau_B \leq t\}}$.
- La filtration élargie \mathcal{F}_t sur laquelle le travail est effectué contient les deux filtrations suivantes :
 - Les filtrations de défaut : $\{H_t\} = \bigcup_{i=1}^n H_t^i \cup H_t^B \cup H_t^C$
 - La filtration naturelle $\{M_t\}$
- On définit un contrat dérivé générique par C_t

La valeur de ce dérivé, sans prise en compte du risque de contrepartie, peut s'écrire comme :

$$V_t = E \left[\int_t^T \frac{B_s}{B_T} dC_s | \mathcal{F}_t \right]$$

Où B_t est le zéro-coupon ou encore le facteur d'actualisation : $B_t = \exp \left(- \int_0^t r_u du \right)$

En général, à la fin du contrat, en cas de défaut, la valeur de la transaction à la liquidation est égale au prix du contrat sans prise en compte du risque de défaut : $L(\tau_C) = V_{\tau_C}$

3.1.2. CVA unilatérale

Lorsque la contrepartie fait défaut, deux situations peuvent exister :

- Si le MtM de la transaction est tel que c'est la contrepartie aurait dû verser un certain montant à la banque, elle ne va récupérer qu'une partie de cette valeur.
- Si le MtM de la transaction est tel que c'est la contrepartie qui gagnerait, alors la banque a à payer l'intégralité de ce montant aux liquidateurs de la banque :

$$\hat{V}_{\tau_C}^R = \begin{cases} R_C V_{\tau_C} & \text{si } V_{\tau_C} \geq 0 \\ V_{\tau_C} & \text{si } V_{\tau_C} < 0 \end{cases}$$

Ensuite, en prenant en compte le risque du défaut de la contrepartie, la valeur du contrat devient :

$$\hat{V} = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > T\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] + \left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (R_C V_{\tau_C}^+ + V_{\tau_C}^-) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right].$$

Cette expression peut être séparée en deux jambes :

- La première représente la valeur du contrat à terminaison :

$$\hat{V}_t^E = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > T\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \middle| F_t \right].$$

- La seconde correspond à la valeur du contrat qui sera récupérée en cas de défaut de la contrepartie :

$$\hat{V}_t^R = E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (R_C V_{\tau_C}^+ + V_{\tau_C}^-) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right].$$

Appelons $\xi_{(\tau_C)}$ la perte de la banque, due au défaut de la contrepartie C, la perte étant évaluée au temps τ_C ,

$$\xi_{(\tau_C)} = (1 - R_C) \times V_{\tau_C}^+ \text{ avec : } V_{\tau_C}^+ = \max(0, V_{\tau_C})$$

$$\hat{V} = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > T\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] + \left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (V_{\tau_C}^+ - \xi_{(\tau_C)} + V_{\tau_C}^-) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

$$\hat{V} = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > T\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] + \left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (V_{\tau_C} - \xi_{(\tau_C)}) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

$$\hat{V} = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > T\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] + \left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times V_{\tau_C} \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} - \xi_{(\tau_C)} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] \text{ Équation 3}$$

Or, la première jambe peut être écrite :

$$\hat{V}_t^E = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > T\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \middle| F_t \right]$$

$$\begin{aligned}\widehat{V}_t^E &= E \left[1_{\{\tau_C > T\}} \left[\int_t^T \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] + 1_{\{\tau_C \leq T\}} \left[\int_t^{\tau_C} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \middle| F_t \right] \\ \widehat{V}_t^E &= E \left[1_{\{\tau_C > T\}} V_t + 1_{\{\tau_C \leq T\}} \left[V_t - \int_{\tau_C}^T \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \middle| F_t \right] \\ \widehat{V}_t^E &= E \left[1_{\{\tau_C > T\}} V_t + 1_{\{\tau_C \leq T\}} \left[V_t - \frac{B_{\tau_C}}{B_t} E \left[\int_{\tau_C}^T \frac{B_s}{B_{\tau_C}} dC_s / F_{\tau_C} \right] \right] \middle| F_t \right] \\ \widehat{V}_t^E &= E[V_t / F_t] - E \left[1_{\{\tau_C \leq T\}} \left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} E \left[\int_{\tau_C}^T \frac{B_s}{B_{\tau_C}} dC_s / F_{\tau_C} \right] \right] \middle| F_t \right]\end{aligned}$$

$$\widehat{V}_t^E = V_t - E \left[1_{\{\tau_C \leq T\}} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} V_{\tau_C} \middle| F_t \right] - \text{Équation 4 -}$$

En utilisant l'expression précédente (2) et en l'insérant dans (1) la valeur totale de l'instrument se réécrit :

$$\begin{aligned}\widehat{V} &= \widehat{V}_t^E + E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (V_{\tau_C} - \xi_{(\tau_C)}) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] \\ \widehat{V} &= V_t - E \left[1_{\{\tau_C \leq T\}} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} V_{\tau_C} \middle| F_t \right] + E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (V_{\tau_C} - \xi_{(\tau_C)}) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] \\ \widehat{V} &= V_t + E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (-\xi_{(\tau_C)}) \times V_{\tau_C} \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]\end{aligned}$$

$$\widehat{V} = V_t - E \left[\frac{1_{\{\tau_C \leq T\}} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} \xi_{(\tau_C)} V_{\tau_C}}{F_t} \right] - \text{Équation 5 -}$$

L'ajustement de valeur au titre du risque de crédit est défini comme :

$$\text{CVA}_t = E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times (1 - R_C) \times V_{\tau_C}^+ \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] = E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} \xi_{(\tau_C)} \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] - \text{Équation 6 -}$$

On a donc : $\widehat{V} = V_t - \text{CVA}_t$

La CVA correspond à la différence entre la valeur du contrat prenant en compte le risque de défaut est celle ne le prenant pas en compte, pour tout $t < \tau_C$: $\text{CVA}_t = V_t - \widehat{V}_t$.

3.1.3. CVA bilatérale

Dans cette section, le risque de défaut propre de la banque est désormais pris en compte. Appelons τ_b la variable aléatoire représentant le temps de défaut de la banque considérée.

La valeur du contrat tenant compte du risque de défaut de la contrepartie et de la banque est la suivante :

$$\hat{V} = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_C > s\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] + \left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (R_C V_{\tau_C}^+ + V_{\tau_C}^-) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] + \left[\frac{B_{\tau_b}}{B_t} (R_b V_{\tau_b}^- + V_{\tau_b}^+) \times 1_{\{\tau_b \leq T\}} \right] \middle| F_t \right].$$

Les deux premiers termes sont identiques au cas précédent. En revanche, un troisième terme apparaît qui représente la valeur résiduelle du contrat en cas de défaut de la banque. En notant :

$$\xi_{(\tau_b)} = (1 - R_b) \times V_{\tau_b}^- < 0$$

$$\hat{V} = \hat{V}_t^E + E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (V_{\tau_C} - \xi_{(\tau_C)}) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] + E \left[\left[\frac{B_{\tau_b}}{B_t} (V_{\tau_b} + \xi_{(\tau_b)}) \times 1_{\{\tau_b \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

De la même façon que précédemment on peut montrer que le premier terme s'écrit (en tenant compte à la fois du risque de défaut de la banque et de la contrepartie), comme suit :

$$\hat{V}_t^E = V_t - E \left[1_{\{\tau_C \leq T\}} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} V_{\tau_C} \middle| F_t \right] - E \left[1_{\{\tau_b \leq T\}} \frac{B_{\tau_b}}{B_t} V_{\tau_b} \middle| F_t \right]$$

$$\hat{V} = V_t + E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (V_{\tau_C} - \xi_{(\tau_C)} - V_{\tau_C}) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] + E \left[\left[\frac{B_{\tau_b}}{B_t} (V_{\tau_b} - \xi_{(\tau_b)} - V_{\tau_b}) \times 1_{\{\tau_b \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

$$\hat{V} = V_t + E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} (-\xi_{(\tau_C)}) \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] + E \left[\left[\frac{B_{\tau_b}}{B_t} (-\xi_{(\tau_b)}) \times 1_{\{\tau_b \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

La CVA bilatérale est donnée comme la différence entre la valeur du contrat sans prise en compte du risque défaut (de la banque et de sa contrepartie) et de la valeur obtenue sans prise en compte de ce risque.

Pour tout $t < \tau_f$:

$$\text{CVA bilatérale}_t = V_t - \hat{V}_t$$

$\text{CVA bilatérale}_t = E \left[1_{\{\tau_C \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_C) V_{\tau_f}^+ \middle F_t \right] + E \left[1_{\{\tau_b \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_b) V_{\tau_b}^- \middle F_t \right] - \text{Équation 7 -}$

Celle-ci peut se décomposer en deux termes :

- Un terme représentant la perte encourue par la banque si la contrepartie fait défaut, noté CVA_t . C'est le processus F-adapté défini, pour tout $t \in [0, T]$ par :

$$CVA_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_C \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_C) V_{\tau_f}^+ \mid F_t \right] \text{ - Équation 8 -}$$

- Un terme représentant la perte encourue par la contrepartie si la banque fait défaut, noté DVA_t . C'est le processus F-adapté défini, pour tout $t \in [0, T]$ par :

$$DVA_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_b \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_b) V_{\tau_f}^- \mid F_t \right] \text{ - Équation 9 -}$$

Selon la définition retenue et avec les notations, on a $DVA_t \leq 0$.

Au final, on retrouve bien – comme explicité au paragraphe 2.3.1 - la définition de la CVA bilatérale comme la somme de ces deux termes :

$$\text{CVA bilatérale}_t = CVA_t + DVA_t$$

Si l'on note $\xi^c(\tau_f)$ la perte encourue par la banque à la date τ_f due au défaut de la contrepartie (et conditionnellement à la survie de la banque), celle-ci vaut $\xi^c(\tau_f) = (1 - R_C) \times V_{\tau_f}^+$

Si l'on note $\xi^b(\tau_f)$ la perte encourue par la contrepartie à la date τ_f due au défaut de la banque (et conditionnellement à la survie de la contrepartie), celle-ci vaut : $\xi^b(\tau_f) = (1 - R_b) \times V_{\tau_f}^-$.

Afin de simplifier les formules, on suppose qu'il n'y a pas de défauts simultanés. La CVA peut s'écrire comme :

$$CVA_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_C\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi^c(\tau_f) \mid F_t \right]$$

Symétriquement la DVA peut se réécrire comme :

$$DVA_t = E \left[\left[\mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_b\}} \times \mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi^b(\tau_f) \right] \mid F_t \right]$$

La CVA bilatérale est définie comme la somme de la CVA et la DVA :

$$\text{CVA bilatérale}_t = E \left[\left[\frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi^c(\tau_f) \times \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_C\}} \times \mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \right] \mid F_t \right] + E \left[\left[\frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi^b(\tau_f) \times \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_b\}} \times \mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \right] \mid F_t \right] \text{ - Équation 10 -}$$

3.1.4. CVA first to default

En considérant dorénavant le risque de défaut propre de la banque et la possibilité que la banque fasse défaut avant la contrepartie, appelons τ_f le premier défaut entre celui de la contrepartie et celui de la banque :

$$\tau_f = \min(\tau_b, \tau_c)$$

La valeur du contrat tenant compte du risque de défaut de la contrepartie et de la banque est la suivante :

$$\begin{aligned} \widehat{V}_t = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_f > s\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \right. \\ \left. + 1_{\{\tau_f \leq T\}} \left[1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (R_c V_{\tau_f}^+ + V_{\tau_f}^-) + 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f}^+ + R_b V_{\tau_f}^-) \right] \middle| F_t \right] \end{aligned}$$

Comme vu précédemment, la valeur du contrat à terminaison (conditionnellement à la survie de la banque et de sa contrepartie) est : $\widehat{V}_t^E = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_f > s\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \middle| F_t \right]$.

Cette valeur peut se réécrire comme :

$$\widehat{V}_t^E = E \left[\left[\int_t^T 1_{\{\tau_f > s\}} \frac{B_s}{B_t} dC_s \right] \middle| F_t \right] = V_t - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} V_{\tau_f} \middle| F_t \right]$$

Ainsi,

$$\widehat{V}_t = \widehat{V}_t^E + E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} \left[1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (R_c V_{\tau_f}^+ + V_{\tau_f}^-) + 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f}^+ + R_b V_{\tau_f}^-) \right] \middle| F_t \right]$$

$$\begin{aligned} \widehat{V}_t = V_t - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} V_{\tau_f} \middle| F_t \right] \\ + E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} \left[1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (R_c V_{\tau_f}^+ + V_{\tau_f}^-) + 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f}^+ + R_b V_{\tau_f}^-) \right] \middle| F_t \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{V}_t = V_t - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1_{\{\tau_f = \tau_c\}} + 1_{\{\tau_f = \tau_b\}}) V_{\tau_f} \middle| F_t \right] \\ + E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} \left[1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (R_c V_{\tau_f}^+ + V_{\tau_f}^-) + 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f}^+ + R_b V_{\tau_f}^-) \right] \middle| F_t \right] \end{aligned}$$

$$\widehat{V}_t = V_t - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} 1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f} - R_c V_{\tau_f}^+ - V_{\tau_f}^-) \middle| F_t \right] - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f} - R_b V_{\tau_f}^- - V_{\tau_f}^+) \middle| F_t \right]$$

$$\widehat{V}_t = V_t - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} 1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f}^+ - R_c V_{\tau_f}^+) \middle| F_t \right] - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (V_{\tau_f}^- - R_b V_{\tau_f}^-) \middle| F_t \right]$$

$\widehat{V}_t = V_t - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} 1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_c) V_{\tau_f}^+ \middle F_t \right] - E \left[1_{\{\tau_f \leq T\}} 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_b) V_{\tau_f}^- \middle F_t \right] - \text{Équation 11 -}$

La CVA bilatérale est donnée comme la différence entre la valeur du contrat sans prise en compte du risque défaut (de la banque et de sa contrepartie) et de la valeur obtenue sans prise en compte de ce risque.

Pour tout $t < \tau_f$:

$$\text{CVA bilatérale}_t = V_t - \widehat{V}_t$$

$$\text{CVA bilatérale}_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_C) V_{\tau_f}^+ \mid F_t \right] - E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_b) V_{\tau_f}^- \mid F_t \right] - \text{Équation 12 -}$$

Celle-ci peut se décomposer en deux termes :

- Un terme représentant la perte encourue par la banque si la contrepartie fait défaut avant elle, noté CVA_t . C'est le processus F-adapté défini, pour tout $t \in [0, T]$ par :

$$\text{CVA}_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_C) V_{\tau_f}^+ \mid F_t \right] - \text{Équation 13 -}$$

- Un terme représentant la perte encourue par la contrepartie si la banque fait défaut avant elle, noté DVA_t . C'est le processus F-adapté défini, pour tout $t \in [0, T]$ par :

$$\text{DVA}_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_b\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} (1 - R_b) V_{\tau_f}^- \mid F_t \right] - \text{Équation 14 -}$$

Au final, la CVA bilatérale est définie comme la somme de ces deux termes :

$$\text{CVA bilatérale}_t = \text{CVA}_t + \text{DVA}_t$$

Si l'on note $\xi^c(\tau_f)$ la perte encourue par la banque à la date τ_f due au défaut de la contrepartie (et conditionnellement à la survie de la banque), celle-ci vaut $\xi^c(\tau_f) = (1 - R_C) \times V_{\tau_f}^+$

Si l'on note $\xi^b(\tau_f)$ la perte encourue par la contrepartie à la date τ_f due au défaut de la banque (et conditionnellement à la survie de la contrepartie), celle-ci vaut donc : $\xi^b(\tau_f) = (1 - R_b) \times V_{\tau_f}^-$.

Afin de simplifier les formules, on suppose qu'il n'y a pas de défauts simultanés.

La CVA peut s'écrire comme :

$$\text{CVA}_t = E \left[\mathbf{1}_{\{\tau_f \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\tau_f = \tau_c\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi_{(\tau_f)}^c \mid F_t \right]$$

Symétriquement la DVA peut se réécrire comme :

$$DVA_t = E \left[\left[1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \times 1_{\{\tau_f \leq T\}} \frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi_{(\tau_f)}^b \right] \middle| F_t \right]$$

La CVA bilatérale est définie de nouveau comme la somme de la CVA et la DVA :

$$\text{CVA bilatérale}_t = E \left[\left[\frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi_{(\tau_f)}^c \times 1_{\{\tau_f = \tau_c\}} \times 1_{\{\tau_f \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] + E \left[\left[\frac{B_{\tau_f}}{B_t} \xi_{(\tau_f)}^b \times 1_{\{\tau_f = \tau_b\}} \times 1_{\{\tau_f \leq T\}} \right] \middle| F_t \right] - \text{Équation 15 -}$$

3.2. Mise en œuvre pratique

Généralement, les banques définissent les deux grandeurs suivantes :

- **L'exposition positive attendue** est une fonction du temps définie pour tout $t \in [0, T]$:

$$EPE(t) = E[V_{\tau_c}^+ | (\tau_c = t)]$$

On notera, ici, que cette définition de l'EPE est différente de la définition réglementaire présentée au paragraphe 1.1.1.

- **L'exposition négative attendue** est une fonction du temps définie pour tout $t \in [0, T]$:

$$ENE(t) = E[V_{\tau_b}^- | (\tau_b = t)]$$

En pratique, une définition de la CVA et de la DVA communément utilisée serait donc :

$$CVA = LGD_c \sum_{i=1}^n EPE_i \times DF_i \times PD_c(t_{i-1}, t_i)$$

$$DVA = LGD_b \sum_{i=1}^n ENE_i \times DF_i \times PD_b(t_{i-1}, t_i)$$

Et la CVA bilatérale s'écrit donc :

$$\text{CVA bilatérale} = LGD_c \sum_{i=1}^n EPE_i \times DF_i \times PD_c(t_{i-1}, t_i) + LGD_b \sum_{i=1}^n ENE_i \times DF_i \times PD_b(t_{i-1}, t_i)$$

3.2.1. Paramètres utilisés

3.2.1.1. Profils d'expositions

Les profils d'expositions attendues doivent être générés. Généralement, la plupart des banques ayant un modèle d'estimation des expositions futures utilisé pour le calcul de l'EEPE et des exigences prudentielles au titre du risque de contrepartie utilisent ce même modèle pour estimer les expositions

futures utilisées pour le calcul de la CVA comptable. Dans certains cas cependant différentes hypothèses peuvent être prises notamment pour ce qui concernent la période de marge en risque (qui est au minimum de 10 jours dans le cadre de l'EEPE réglementaire).

Cependant, il apparaît depuis quelques années que certaines banques utilisent ou envisagent d'utiliser des modèles différents pour le calcul des expositions futures attendues dans la CVA comptable. En particulier, selon elles, le calibrage des modèles de simulation sous probabilité risque neutre (cf. 1.1.2) serait plus approprié dans le cadre comptable et la détermination de la juste valeur comme un coût de sortie. Or, comme beaucoup de banques utilisent des calibrations sous probabilité historique pour leurs calculs réglementaires, elles doivent donc définir/calibrer des nouvelles modèles d'estimation des expositions pour le calcul de CVA comptable.

3.2.1.2. Probabilités de défaut et taux de perte en cas de défaut

Deux types de probabilité de défaut et de taux de pertes en cas de défaut peuvent être utilisés :

- **Soit les valeurs historiques déduites des défauts historiques** observés, généralement estimés à partir du modèle interne de risque de crédit (IRBA pour *Internal Rating Based Approach*) ou par des agences de notation externes.
- **Soit les probabilités de défaut (PD) et les taux de perte en cas de défaut (LGD) dits de marché**, c'est-à-dire les PD et LGD **déduits des *spreads* de CDS** cotés, sont utilisés, à la condition que le *spread* de CDS de la contrepartie est considéré comme observable et liquide (selon la définition précédente), les PD et LGD de marché sont utilisés.

Utilisation des probabilités de défaut et des taux de perte en cas de défaut de marché

Lorsque les *spreads* de CDS sont utilisés, le temps de défaut de la contrepartie (resp. la banque) étant supposé suivre une loi exponentielle de paramètres λ_{cptie} (resp. λ_{banque}), les probabilités de défaut marginales entre deux pas de temps sont calculées comme suit :

$$PD_c(t_{i-1}, t_i) = \exp\left(-\int_0^{t_{i-1}} \lambda_c(u) du\right) - \exp\left(-\int_0^{t_i} \lambda_c(u) du\right)$$

$$PD_b(t_{i-1}, t_i) = \exp\left(-\int_0^{t_{i-1}} \lambda_b(u) du\right) - \exp\left(-\int_0^{t_i} \lambda_b(u) du\right)$$

Avec λ_c (resp. λ_b) l'intensité de défaut déduite des *spreads* de CDS.

Avec λ_c (resp. λ_b) l'intensité de défaut déduite des *spreads* de CDS.

Dans ce cas, les niveaux de LGD de marché (typiquement 60%) sont utilisés pour la détermination de la CVA comptable.

Utilisation des probabilités de défaut et des taux de perte en cas de défaut historiques

Les valeurs de PD et LGD estimées en internes pour évaluer les besoins en fonds propres au titre du risque de crédit peuvent être utilisées. Ces probabilités de défaut sont à horizon d'un an.

Les probabilités de défaut à un horizon supérieur à un an (par exemple pour un horizon n , n étant défini en années) sont déduites en utilisant la matrice de transition à un an (notée TM) et en la multipliant n fois (TM_n) (hypothèse d'un processus de Markov homogène). Les probabilités de défaut à un horizon inférieur à un an (par exemple, pour un horizon n , n étant défini en années) sont obtenues grâce à la matrice ($TM_{1/n} = \exp(\log(TM)/n)$).

Comparaison entre les résultats donnés par les deux méthodes

La différence négative entre la CVA calculée à partir des données historiques et la CVA calculée à partir des données de marché s'explique par le fait que les PD déduites des CDS sont souvent plus élevées que les PD internes fondées sur des données historiques. En effet, ces dernières n'intègrent pas une prime de risque aussi élevée que les PD de marché.

Le paragraphe 88 des normes IFRS 13 indique pourtant que :

« Les hypothèses sur les risques comprennent notamment celles sur le risque inhérent à une technique d'évaluation particulière utilisée pour déterminer la juste valeur (par exemple un modèle d'évaluation) et le risque inhérent aux données d'entrée de la technique d'évaluation. Une évaluation qui ne comporte pas d'ajustement pour tenir compte des risques, alors que les intervenants du marché feraient un tel ajustement pour fixer le prix de l'actif ou du passif, ne reflète pas la juste valeur ».

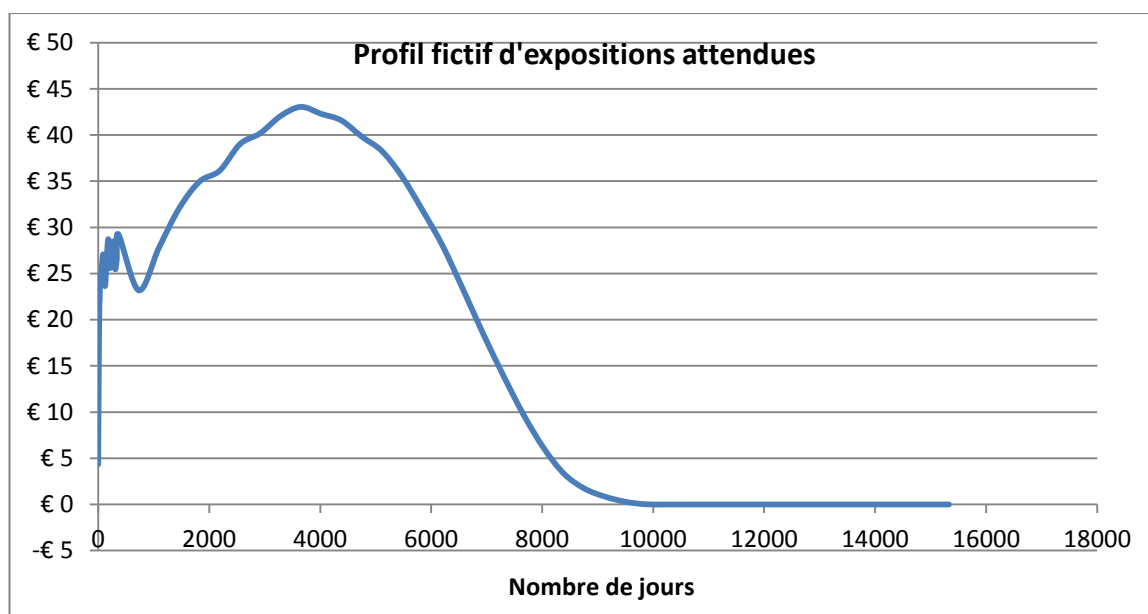
Le principe B16 du guide d'application de la norme précise, par ailleurs, que :

« En général, les intervenants du marché cherchent à obtenir une compensation (une prime de risque) pour supporter l'incertitude inhérente aux flux de trésorerie liés à un actif ou à un passif. L'évaluation de la juste valeur devrait prévoir une prime de risque reflétant le montant que les intervenants du marché exigeraient en guise de compensation pour cette incertitude. Autrement, la mesure obtenue ne représenterait pas fidèlement la juste valeur. Dans certains cas, il peut être difficile de déterminer la prime de risque appropriée. Cependant, le degré de difficulté ne constitue pas à lui seul un motif suffisant pour exclure la prime de risque ».

Dans ces conditions, **il paraît difficilement acceptable d'utiliser les probabilités et taux de perte historiques pour le calcul de la CVA comptable sans les ajuster de façon à les rendre « assimilables » à des données de marché** (i.e. intégrant une prime de risque « équivalente » à celle incluse dans les PD et LGD de marché). Par ailleurs, l'approche purement historique peut être insuffisamment réactive pour permettre de capturer la volatilité du risque de contrepartie.

A titre d'illustration, une analyse a été menée pour une contrepartie non financière notée AAA. Un calcul de CVA fondée sur la CVA réglementaire (cf. section 4.2.1.1) a été effectué d'une part à partir de probabilités historiques et d'autre part à partir de probabilités issues de CDS (probabilité moyenne des CDS de contreparties non financières notées AAA). Le profil des expositions attendues (en MEUR) correspond à une situation hypothétique mais considérée comme réaliste et a été fixé pour les deux calculs.

Figure 3 : profils d'expositions attendues retenus pour le calcul de CVA sous différentes hypothèses de probabilités



En utilisant les probabilités de défaut et les taux de perte en cas de défaut de marché, la CVA obtenue est 4,6 €. Elle n'est plus que de 0,4 € lorsque les probabilités et taux de perte historiques sont utilisés (soit un rapport de 1 à 10).

3.2.2. Calcul de CVA/DVA 'first to default'

3.2.2.1. Estimation approchée des montants de CVA/DVA first to default

Comme indiquée au paragraphe 3.1.4, la définition de la CVA (resp. DVA) first to default correspond à la perte attendue sur les expositions de la contrepartie si la contrepartie fait défaut avant la banque (resp. si la banque fait défaut avant la contrepartie).

En supposant l'indépendance entre le défaut de la banque et de la contrepartie et l'indépendance entre les expositions et les défauts, la CVA est calculée par application de la formule suivante :

$$CVA = LGD_c \sum_{i=1}^n EPE_i \times DF_i \times PD_c(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_b(0, t_{i-1}))$$

$$DVA = LGD_b \sum_{i=1}^n EPE_i \times DF_i \times PD_b(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_c(0, t_{i-1}))$$

Avec les notations suivantes :

- $t_0, t_1 \dots t_n$ sont les pas de temps de revalorisation.
- LGD_c est le taux de perte en cas de défaut de la contrepartie.
- LGD_b est le taux de perte en cas de défaut de la banque.
- $PD_c(t_{i-1}, t_i)$ est la probabilité de défaut marginale de la contrepartie entre t_{i-1} et t_i .
- $PD_b(t_{i-1}, t_i)$ est la probabilité de défaut marginale de la banque entre t_{i-1} et t_i .
- EPE_i est l'exposition positive attendue en t_i .
- DF_i est le facteur d'actualisation à t_i .

Dans cette formule, $PD_c(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_b(0, t_{i-1}))$ représente une estimation prudente de l'événement : « la contrepartie fait défaut entre t_{i-1} et t_i et la banque n'a pas fait défaut entre 0 et t_{i-1} ».

En effet, à titre d'illustration, on peut montrer que la probabilité de cet événement peut s'écrire sous la forme de :

$$PD_c(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_b(0, t_{i-1})) + \rho \times \sqrt{PD_c(t_{i-1}, t_i)(1 - PD_c(t_{i-1}, t_i))PD_b(0, t_{i-1})(1 - PD_b(0, t_{i-1}))}$$

Avec ρ le coefficient de corrélation linéaire entre le défaut de la banque b et la survie de la contrepartie c.

Cette corrélation est en général négative.

Démonstration

En notant :

- X_b la variable aléatoire telle $X_b=0$ si la banque fait défaut entre t_{i-1} et t_i si la banque ne fait pas défaut entre t_{i-1} et t_i ;
- X_c la variable aléatoire telle $X_c=1$ si la contrepartie fait défaut entre t_{i-1} et t_i et $X_c=0$ si la contrepartie ne fait pas défaut entre t_{i-1} et t_i .

La variable X_b (resp. X_c) est une variable de Bernoulli d'espérance $(1-PD_b(t_{i-1}, t_i))$ (resp. $PD_c(t_{i-1}, t_i)$) et de variance $PD_b(t_{i-1}, t_i) \times (1-PD_b(t_{i-1}, t_i))$ (resp. $PD_c(t_{i-1}, t_i) \times (1-PD_c(t_{i-1}, t_i))$).

Le coefficient de corrélation linéaire noté ρ entre X_b et X_c est défini comme :

$$\rho = \frac{\text{covar}(X_b; X_c)}{\sqrt{\text{var}(X_b)\text{var}(X_c)}}$$

$$\rho = \frac{E(X_b X_c) - E(X_b)E(X_c)}{\sqrt{\text{var}(X_b)\text{var}(X_c)}}$$

Or, $Y = X_b X_c$ est une variable aléatoire telle que $Y=1$ si la banque ne fait pas défaut et la contrepartie fait défaut entre t_{i-1} et t_i et $Y=0$ sinon. Y suit donc une loi binomiale d'espérance P où P est la probabilité de l'événement : « non défaut de la banque et défaut de sa contrepartie entre t_{i-1} et t_i ».

On aboutit donc à :

$$\rho = \frac{P_{\text{double défaut}} - P_c(t_{i-1}; t_i)P_b(t_{i-1}; t_i)}{\sqrt{P_c(t_{i-1}; t_i)(1 - P_c(t_{i-1}; t_i))P_b(t_{i-1}; t_i)(1 - P_b(t_{i-1}; t_i))}}$$

$$P_{\text{double défaut}} = PD_c(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_b(0, t_{i-1})) + \rho \times \sqrt{PD_c(t_{i-1}, t_i)(1 - PD_c(t_{i-1}, t_i))PD_b(0, t_{i-1})(1 - PD_b(0, t_{i-1}))}$$

Dès lors, $PD_c(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_b(0, t_{i-1}))$ (ce qui revient à considérer la corrélation égale à zéro) représente bien une surestimation de la probabilité que la contrepartie fasse défaut entre t_{i-1} et t_i et que la banque n'ait pas fait défaut entre 0 et t_{i-1} .

Symétriquement et en utilisant les mêmes notations, la formule de calcul de la CVA est la suivante :

$$DVA = LGD_b \sum_{i=1}^n ENE_i \times DF_i \times PD_b(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_c(0, t_{i-1}))$$

Avec $(ENE_i)_i$ représente le profil d'expositions négatives attendues vis-à-vis de la contrepartie considérée. Ce profil est obtenu à partir des mêmes modèles que ceux utilisés pour déterminer l'EEPE.

De façon symétrique à ce qui a été indiqué pour la formule de calcul de DVA, sous l'hypothèse que ρ est négatif, $PD_b(t_{i-1}, t_i) \times (1 - PD_c(0, t_{i-1}))$ représente une surestimation de la probabilité d'occurrence de l'événement « la banque fait défaut entre t_{i-1} et t_i et la contrepartie n'a pas fait défaut entre 0 et t_{i-1} ».

Au total, utiliser la CVA ou DVA first to default revient à multiplier la CVA par un facteur multiplicatif égal à $(1 - PD_b(0, t_{i-1}))$ et la DVA par un facteur multiplicatif égal à : $1 - PD_c(0, t_{i-1})$.

Par exemple pour une banque noté A, la probabilité de défaut implicite à fin 2013 était approximativement de 0,20%. La prise en compte du double défaut revenait donc à diminuer la CVA de 20% ou la multiplier par 0,8.

3.2.2.2. Analyse de l'impact

Selon une étude réalisée par Ernst & Young⁹ au printemps 2012 sur les pratiques de 19 grandes banques internationales en termes d'ajustements au titre du risque de crédit (CVA et DVA) et ajustement pour prise en compte du coût de financement (FVA). Selon cette analyse, sur les 13 banques de l'échantillon qui calculaient en 2012 une CVA bilatérale (i.e. calcul de la CVA et de la DVA), 6 utilisait l'approche « *first to default* ».

Même si l'approche « *first to default* » est *a priori* utilisée par plusieurs banques, elle peut être contestable car elle fait implicitement l'hypothèse que si la banque fait défaut avant la contrepartie, cette dernière n'aura pas à lui verser des flux après la date du défaut et donc qu'il n'y a pas lieu de calculer une CVA sur cette éventuelle exposition future.

⁹ “*Reflecting credit and funding adjustments in fair value*” – Ernst & Young.

4. Prise en compte du risque de variation de la CVA dans le cadre réglementaire

4.1. Ajustements de valorisation de crédit dans le cadre réglementaire actuel

L'article 105 du CRR indique explicitement que les établissements de crédit doivent procéder à une évaluation prudente des instruments inclus dans leur portefeuille de négociation. **En particulier, la réglementation cite un certain nombre d'ajustements d'évaluation qui doivent être mis en place par les banques afin de valoriser ces instruments, parmi lesquels les écarts de crédit constatés d'avance.**

Selon l'article 34 du CRR, les banques doivent appliquer les obligations d'évaluation prudente décrite dans l'article 105 du CRR. **Il requiert également la déduction de leurs fonds propres de base de catégorie 1 (CET1 pour *Core Equity Tier one*) le montant de toute correction de valeur supplémentaire requise par l'article 105.**

En revanche, pour le calcul et l'évaluation des fonds propres, un traitement différent est appliqué pour la CVA (risque de crédit) et le propre risque de la banque (DVA). En effet, l'article 33 du CRR requiert que les banques **n'incluent pas l'ensemble des pertes et des gains en juste valeur résultant du propre risque de crédit de l'établissement lié aux instruments dérivés au passif du bilan.**

Finalement **dans le contexte du calcul du risque de marché selon l'approche modèle interne**, les banques doivent effectuer quotidiennement une comparaison de la valeur en risque à horizon un jour et pour un niveau de confiance de 99% généré par leur modèle pour le portefeuille faisant l'objet d'un calcul de risque de marché et les variations effectives et hypothétiques de la valeur de ce portefeuille (P&L effectif et P&L hypothétique). Le règlement européen CRR **ne mentionne pas explicitement si les P&L effectifs et hypothétiques doivent inclure ou non les ajustements de valorisation au titre du risque de crédit** aboutissant à des pratiques différentes¹⁰ d'un pays à l'autre ou d'une banque à l'autre.

Le nouveau document du Comité de Bale sur la revue du cadre réglementaire du risque de marché et le standard technique de l'EBA sur la méthodologie d'évaluation de l'approche interne pour le risque de marché donnent plus de détail sur ce point :

- Selon le document bâlois, l'impact sur la CVA utilisé pour déterminer la juste valeur des instruments financiers des facteurs de risque déjà capitalisés dans la charge CVA **ne doit pas être inclus dans le P&L utilisé pour les contrôles a posteriori ou back-testing**¹¹.
- Le standard technique de l'EBA précise également que les **ajustements CVA et DVA ne sont pas inclus dans les P&L effectifs et hypothétiques**¹².

¹⁰ Ces pratiques pouvant elles-mêmes aboutir à des exigences en fonds propres différentes et hétérogènes puisque le résultat de cette comparaison est directement utilisé pour déterminer le facteur multiplicatif appliqué à la VaR et VaR stressée pour calculer les exigences en fonds propres prudentiels au titre du risque de marché.

¹¹ Comparaison de la valeur en risque ou VaR avec les résultats effectifs ou hypothétiques.

¹² Cf. article 40.

Parallèlement, la réglementation définit une exigence en fonds propres pour tenir compte du risque de variation de la CVA (uniquement). Cependant, comme on le verra ci-dessous, la réglementation introduit **sa propre définition de la CVA réglementaire** qui n'est pas connectée à la formule utilisée par les banques pour déterminer la CVA comptable.

4.2. Exigences en fonds propres au titre de la CVA

Suite à la crise générée par la faillite de la banque *Lehman Brothers*, la réforme dite Bale 3 a introduit dans le cadre de la réglementation bancaire internationale l'obligation de détenir des fonds propres prudentiels pour couvrir le risque de variation des ajustements de valorisation. Cette charge a pour but principal de couvrir **les pertes potentielles liées au changement de valorisation de produits dérivés qui sont dus à la détérioration de la qualité de crédit d'une contrepartie**.

Comme indiqué ci-dessus, la charge CVA introduite par la réforme Bale 3 en 2010 a été définie sans lien avec la CVA comptable, ce choix ayant été conduit par la grande diversité des pratiques comptable en matière d'estimation de la CVA. Ceci a donc nécessité de définir une formule de calcul de CVA réglementaire qui peut être très différente de la CVA comptable utilisé par l'établissement pour la valorisation de ses instruments financiers.

Les principales différences peuvent être synthétisées ci-dessous :

	CVA réglementaire	CVA comptable
Type	CVA unilatérale	CVA bilatérale (DVA prise en compte). Certaines banques utilisant une CVA bilatérale first to default.
Périmètre d'application	<p>Selon la réglementation européenne, sont exclues :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les contreparties membres de l'ESCB ou du BIS, les banques multilatérales de développement ainsi que d'autres entités similaires (article 1(4)(5) du règlement EMIR) - Les transactions avec les contreparties pour lesquelles une pondération de 0% selon l'article 115 du CRR (méthode standard pour le risque de crédit) - Les contreparties non financières sous certaines conditions (article 2(9) et 10(3)(4) du règlement 	<p>Généralement, peuvent être exclues</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les opérations de financements sont exclues. - Les contreparties en défaut faisant l'objet d'un provisionnement spécifique. - Les positions intra-groupes.

	<p>EMIR).</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les positions intra-groupes - Les transactions avec les fonds de pensions (article 2(10) du règlement EMIR) - Les transactions d'un client avec un membre actif d'une chambre de compensation agissant comme intermédiaire entre le client et la chambre de compensation. - Les dérivés de crédit utilisés comme techniques d'atténuation du risque de crédit (CRR article 204). - Les opérations de financement sur titres peuvent être exclues si elles sont considérées non significatives par l'autorité compétente. 	
Expositions utilisées	Expositions générées par le modèle de risque de contrepartie utilisé à des fins prudentielles.	Expositions générées à des fins comptables. Notamment différentes hypothèses peuvent être faites sur la durée de la période de marge en risque minimale. De 10 jours dans le cas réglementaire, elle est souvent abaissée à 5 jours voire moins dans les calculs comptables. Certaines banques utilisent des modèles calibrés sous probabilité risque neutre pour les calculs comptables.
Probabilités de défaut utilisées	Probabilité de défaut déduites des spreads de CDS ou des approximations de CDS lorsqu'aucun spread de CDS n'est disponible.	Probabilité historique ou probabilité issues des CDS ou mixte des deux selon les cas.
Taux de perte en case défaut utilisés	Valeur de marché des taux de perte	Taux de perte historique ou déduit des CDS ou mixte des deux selon les cas.
Couvertures	Les seules couvertures reconnues sont les couvertures en CDS référençant directement la contrepartie et les couvertures indicielles – sous certaines conditions.	Tout type de couvertures est susceptible d'être utilisé.

La charge prudentielle définie par le Comité de Bale correspond à l'estimation **du risque de marché généré par l'ajustement CVA** en se limitant cependant à deux aspects :

- Seul le **risque de variation des spreads de crédit** est pris en compte dans ce calcul (et non l'ensemble des risques de marché, i.e. risques liés à la variation des taux d'intérêt ou à la variation des taux d'échange). Par voie de conséquence, **seuls les instruments de couverture du risque de crédit de la CVA** sont reconnus et inclus dans le calcul de la charge en fonds propres pour risque de CVA (i.e. les CDS référencés sur la contrepartie, ou tout autre produit référençant directement la contrepartie et, sous certaines conditions¹³, les indices de CDS). Dans ces conditions, la valeur *mark to market* des couvertures peut être intégrée dans le calcul de la VaR sur CVA afin de « couvrir » le risque de variation du montant de CVA induit par les fluctuations des *spreads* de crédit des contreparties.
- **Seul le risque de variation de la CVA unilatérale est inclus** – et donc, les fluctuations possibles de la DVA ne sont pas prises en compte.

Deux méthodes peuvent être utilisées pour déterminer cette nouvelle charge réglementaire. La **méthode avancée** doit être utilisée par toute banque ayant à la fois l'autorisation d'utiliser la méthode des modèles internes pour le calcul des expositions au titre du risque de contrepartie (EEPE) ainsi que l'autorisation d'utiliser l'approche des modèles internes pour estimer les exigences prudentielles au titre du risque spécifique de taux d'intérêts. Par défaut, les autres banques doivent adopter **l'approche standard**.

4.2.1. Calcul des exigences en fonds propres selon la méthode avancée

4.2.1.1. Formule de la CVA réglementaire

Selon l'article 373-1 du CRR, et quelle que soit la méthodologie utilisée pour calculer la CVA comptable, la CVA réglementaire est définie de la façon suivante:

$$CVA = LGD_{MKT} \sum_{i=1}^T \text{Max} \left(0; \exp \left(\frac{-s_{i-1}t_{i-1}}{LGD_{MKT}} \right) - \exp \left(\frac{-s_i t_i}{LGD_{MKT}} \right) \right) \times \left(\frac{EE_{i-1}D_{i-1} + EE_i D_i}{2} \right) - \text{Équation 16 -}$$

- LGD_{MKT} : Perte en cas de défaut observée sur le marché. Elle doit être basée sur les *spreads* de crédit d'un instrument référençant la contrepartie, ou à défaut, *sur une*

¹³ à la condition que la base entre le *spread* de l'indice et le *spread* du CDS individuel soit prise en compte dans la VaR. Si l'autorité compétente considère que la base n'est pas bien prise en compte dans le modèle de VaR, les couvertures indicielles ne sont prises en compte qu'à hauteur de 50%.

approximation de cet écart qui est appropriée au regard de la notation, du secteur d'activité et de la zone géographique de la contrepartie;

- t_i : Pas de temps correspondant à la $i^{\text{ème}}$ réévaluation ;
- s_i : *Spread* de crédit de la contrepartie pour le pas de temps t_i déterminée à partir du spread de crédit d'un instrument référençant directement la contrepartie ou à défaut, d'un *proxy* ;
- EE_i : exposition attendue (*Expected Exposure*) en t_i ¹⁴ ;
- D_i : Facteur d'actualisation en t_i ;
- T : représente la plus longue maturité des opérations appartenant à l'ensemble de compensation considéré.

Dans l'expression précédente, $\exp\left(\frac{-s_{i-1} \times t_{i-1}}{LGD_{MKT}}\right) - \exp\left(\frac{-s_i \times t_i}{LGD_{MKT}}\right)$ représente la probabilité que la contrepartie fasse défaut entre t_{i-1} et t_i .

Schématiquement la formule de la CVA réglementaire correspond donc à l'expression d'une perte attendue ($PD \times LGD \times EAD$) en cas de défaut de la contrepartie.

4.2.1.2. Justification théorique de la formule de CVA réglementaire

En repartant des formules explicitées plus haut, nous allons, moyennant un certain nombre d'hypothèses, aboutir à la formule de calcul de la CVA réglementaire.

- Hypothèse 1 : Le défaut de la banque n'est pas pris en compte : on considère le cas de la CVA unilatérale décrit dans la première partie :

$$CVA_t = E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times (1 - R_C) \times V_{\tau_C}^+ \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

- Hypothèse 2 : le taux de recouvrement R_C est constant et non aléatoire. On peut donc réécrire :

$$CVA_t = (1 - R_C) \times E \left[\left[\frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times V_{\tau_C}^+ \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \right] \middle| F_t \right]$$

- Hypothèse 3 : le temps de défaut de la contrepartie est indépendant de la valeur de l'exposition à la date τ_C . Autrement dit, le risque de corrélation défavorable ou *Wrong Way Risk* est négligé (i.e. le cas où l'exposition augmente lorsque la probabilité de défaut de la contrepartie augmente). Similairement, le risque de corrélation favorable ou *Right Way Risk*

¹⁴ Si l'exposition représente le maximum entre zéro et le Mark to Market d'un ensemble de compensation, l'exposition attendue représente la moyenne de la distribution des expositions pour une date donnée (cf. article 267 du CRR pour ces définitions).

est également négligé (l'exposition augmente lorsque la probabilité de défaut de la contrepartie diminue).

- Hypothèse 4 : on note M le facteur de risque de marché, variable aléatoire, duquel dépend la valeur $V_{\tau_C}^+$. On a donc $V_{\tau_C}^+$ est une fonction de τ_C , T et M : $V_{\tau_C}^+ = V_{\tau_C}^+(\tau_C, T, M)$. On suppose que le facteur d'actualisation $\frac{B_{\tau_C}}{B_t}$ est indépendant de M .

$$\text{On note : } \Phi(\tau_C, m) = \frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times V_{\tau_C}^+ \times 1_{\{\tau_C \leq T\}} \text{ et } \varphi(\tau_C, m) = \frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times V_{\tau_C}^+$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times E[\Phi(\tau_C, M)]/F_t$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \iint_{R^+ \times R} \Phi(t, m) dF_{\tau_C, M}^Q(t, m)$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \iint_{R^+ \times R} 1_{\{\tau_C \leq T\}} \times \varphi(t, m) \times dF_{\tau_C, M}^Q(t, m)$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \iint_{[0, T] \times R} \varphi(t, m) \times dF_{\tau_C, M}^Q(t, m)$$

Comme M et τ_C sont indépendants :

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \int_{[0, T]} \left[\int_R \varphi(t, m) \times dF_M^Q(m) \right] dF_{\tau_C}^Q(t)$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \int_{[0, T]} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} \left[\int_R V_{\tau_C}^+(t, m) \times dF_M^Q(m) \right] dF_{\tau_C}^Q(t)$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \int_{[0, T]} \frac{B_{\tau_C}}{B_t} \times E^Q[V_{\tau_C}^+(t, T, \mathbf{M})] dF_{\tau_C}^Q(t)$$

Où $E^Q[V_{\tau_C}^+(t, T, \mathbf{M})]$ représente l'exposition attendue à la date t , notée $EE^{(M)}(t)$, le plus souvent déterminée par simulation de Monte Carlo.

- Hypothèse 5 : discrétisation de l'intégrale précédente :

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \sum_{i=1}^n D(t, t_k) \times EE^{(M)}(t_k^*) \times (F_{\tau_C}^Q(t_k) - F_{\tau_C}^Q(t_{k-1}))$$

$$CVA_t = (1 - R_C) \times \sum_{i=1}^n D(t, t_k^*) \times EE^{(M)}(t_k^*) \times Q(t_{k-1} < \tau_C \leq t_k)$$

Avec $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n$ et $t_k^* = \frac{t_{k-1} + t_k}{2}$

- Hypothèse 6 : pour tout $k \in [0, n]$ et pour tout $t \in [t_{k-1}; t_k]$, $Q(\tau_c > t) = \exp(-\lambda_c \times t)$ avec λ_c constante positive
- Hypothèse 7 : pour tout $k \in [0, n]$ et pour tout $t \in [t_{k-1}; t_k]$, $r(t) = r_k$ constante positive.
- Hypothèse 8 : $\text{LGD}_c = 1 - R_c$ est calibré sur une courbe de CDS en considérant le spread $s_c(t_k)$ du CDS considéré comme constant sur l'intervalle $[t_{k-1}; t_k]$. On a donc la relation suivante :

$$s_c(t_k) = \lambda_c(t_k) \times \text{LGD}_c$$

De l'hypothèse 6, on déduit que :

$$Q(t_{k-1} < \tau_c \leq t_k) = (1 - \exp(-\lambda_c(t_{k-1}) \times t_k)) - (1 - \exp(-\lambda_c(t_k) \times t_{k-1}))$$

$$Q(t_{k-1} < \tau_c \leq t_k) = \exp(-\lambda_c(t_{k-1}) \times t_{k-1}) - \exp(-\lambda_c(t_k) \times t_k)$$

$$Q(t_{k-1} < \tau_c \leq t_k) = \exp\left(-\frac{s_c(t_{k-1})}{\text{LGD}_c} \times t_{k-1}\right) - \exp\left(-\frac{s_c(t_k)}{\text{LGD}_c} \times t_k\right)$$

$$\text{CVA}_t = \text{LGD}_c \times \sum_{k=1}^n D(t, t_k^*) \times \text{EE}^{(M)}(t_k^*) \times \left[\exp\left(-\frac{s_c(t_{k-1})}{\text{LGD}_c} \times t_{k-1}\right) - \exp\left(-\frac{s_c(t_k)}{\text{LGD}_c} \times t_k\right) \right]$$

Cette expression correspond à la formule réglementaire $\text{CVA} = \text{LGD}_{\text{MKT}} \sum_{i=1}^T \text{Max}\left(0; \exp\left(\frac{-s_{i-1}t_{i-1}}{\text{LGD}_{\text{MKT}}}\right) - \exp\left(\frac{-s_i t_i}{\text{LGD}_{\text{MKT}}}\right)\right) \times \left(\frac{\text{EE}_{i-1}D_{i-1} + \text{EE}_i D_i}{2}\right)$ - Équation 16) avec l'approximation suivante :

$$D(t, t_k^*) \text{EE}^{(M)}(t_k^*) = \frac{D(t, t_{k-1}) \text{EE}^{(M)}(t_{k-1}) + D(t, t_k) \text{EE}^{(M)}(t_k)}{2}$$

4.2.1.3. Variation de la CVA pour une variation du spread de crédit de la contrepartie

En considérant de nouveau la formule de la CVA réglementaire :

$$\text{CVA} = \text{LGD}_c \sum_{k=1}^T \text{Max}\left(0; \exp\left(\frac{-s_c(t_{k-1})t_{k-1}}{\text{LGD}_c}\right) - \exp\left(\frac{-s_c(t_k)t_k}{\text{LGD}_c}\right)\right) \times \left(\frac{\text{EE}_{k-1}D_{k-1} + \text{EE}_k D_k}{2}\right)$$

$$\frac{\partial \text{CVA}}{\partial s_c(t_k)} = t_k \exp\left(\frac{-s_c(t_k)t_k}{\text{LGD}_c}\right) \left(\frac{\text{EE}_{k-1}D_{k-1} + \text{EE}_k D_k}{2}\right)$$

$$\frac{\partial \text{CVA}}{\partial s_c} = \sum_{k=1}^T \text{Max}\left(0; \exp\left(\frac{-s_c(t_{k-1})t_{k-1}}{\text{LGD}_c}\right) t_{k-1} - \exp\left(\frac{-s_c(t_k)t_k}{\text{LGD}_c}\right) t_k\right) \times \left(\frac{\text{EE}_{k-1}D_{k-1} + \text{EE}_k D_k}{2}\right)$$

On définit la sensibilité CVA par $\text{CS01} = \text{CVA}(s + 1\text{bp}) - \text{CVA}(s)$

$$CS01 = \frac{\partial CVA}{\partial s_c} (1bp)$$

$$CS01 = 10^{-4} \sum_{i=1}^T \text{Max} \left(0; \exp \left(\frac{-s \times t_i}{LGD_{mkt}} \right) \times t_i - \exp \left(\frac{-s \times t_{i-1}}{LGD_{mkt}} \right) \times t_{i-1} \right) \left(\frac{EE_{i-1} \times D_{i-1} + EE_i \times D_i}{2} \right)$$

On retrouve la formule réglementaire de la sensibilité de la CVA à une variation parallèle de toute la courbe de spread indiquée à l'article 384-2.

4.2.1.4. Calcul de la charge CVA en méthode avancée

Selon l'article 373-1¹⁵ du CRR, les banques ayant à la fois l'autorisation d'utiliser un modèle interne pour l'évaluation de la charge en fonds propres au titre du risque de contrepartie ainsi que l'autorisation d'utiliser un modèle interne pour l'évaluation de la charge en fonds propres au titre du risque spécifique de taux doivent calculer la charge additionnelle au titre de la CVA selon la méthode avancée.

Selon l'article 373-4¹⁶, lorsqu'un établissement utilise un modèle interne pour évaluer l'exposition au titre du risque de contrepartie pour la majorité de ces opérations mais recourt à l'une des méthodes « non avancées » pour une partie de son portefeuille considérée comme d'importance non matérielle (comme permis par l'article 277¹⁷ du CRR), il peut être autorisé à déterminer la charge en CVA desdites opérations selon la méthode avancée. Cette autorisation ne peut être donnée que pour « un nombre limité de petits portefeuilles ».

Pour ces opérations qui sont exclues du périmètre « EEPE » ainsi que pour celles qui sont théoriquement incluses dans ce périmètre mais pour lesquelles l'établissement n'a pas été en mesure – ponctuellement – de produire un profil d'EE, les établissements peuvent donc calculer la charge CVA

¹⁵ “An institution which has permission to use an internal model for the specific risk of debt instruments in accordance with Article 352 (1)(d) shall, for all transactions for which it has permission to use the IMM for determining the exposure value for the associated counterparty credit risk exposure in accordance with Article 277, determine the own funds requirements for CVA risk by modelling the impact of changes in the counterparties' credit spreads on the CVAs of all counterparties of these transactions, taking into account CVA hedges that are eligible in accordance with Article 375.

¹⁶ An institution which is permitted by the competent authority in accordance with Article 277 to use IMM to calculate exposure values in relation to the majority of its business, but which uses the method set out in Section 3, Section 4 or Section 5 of Title II, Chapter 6 for smaller portfolios, and which is permitted to use the market risk internal models approach for specific risk of traded debt instruments in accordance with Article 352 may, subject to permission from the competent authorities, calculate the own funds requirements for CVA risk in accordance with paragraph 1 for the non-IMM netting sets. Competent authorities shall grant this permission only if the institution uses the method set out in Section 3, Section 4 or Section 5 of Title II, Chapter 6 for a limited number of smaller portfolios.

For the purposes of a calculation under the preceding subparagraph and where the IMM model does not produce an expected exposure profile, an institution shall do both of the following [...]

¹⁷ Notwithstanding Article 268(1), third sub-paragraph, an institution may choose not to apply this method to exposures that are immaterial in size and risk. In such case, an institution shall apply one of the methods set out in Sections 3 to 5 to these exposures where the relevant requirements for each approach are met.'

selon la méthode avancée. Pour ce faire, ils doivent supposer l'exposition attendue d'un ensemble de compensation donné comme constante et égale :

- Soit à l'exposition calculée selon l'une des méthodes non standards ;
- Soit à l'exposition déterminée selon la méthode interne correspondant à la maturité égale au maximum entre la moitié de la plus longue maturité des opérations appartenant au *netting set* et la moyenne des maturités des opérations appartenant à l'ensemble de compensation pondérée par les notionnels de chaque transaction.

Enfin, selon l'article 373-5, en méthode avancée, les exigences en fonds propres au titre du risque CVA sont déterminées de façon similaire au calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de marché (comme défini à l'article 353 du CRR). Elles sont donc fondées les deux grandeurs suivantes :

- **La VaR sur $CVA_{10j,99\%}(t)$** : elle représente le quantile à 99% de la distribution des variations de CVA à horizon 10 jours résultant uniquement des variations des *spreads* de crédit, calculée sur les positions de la date t. Le calibrage de cette VaR se fait à partir de la période la plus récente précédant t.
- **La VaR sur $CV_{Astressée}_{10j,99\%}(t)$** : elle représente également le quantile à 99% de la distribution des variations de CVA à horizon 10 jours résultant uniquement des variations des *spreads* de crédit, calculée sur les positions de la date t. Mais, dans ce cas, la VaR est calibrée à partir d'une période dite de stress des *spreads* de crédit.

Ainsi, les exigences en fonds propres (EFP) calculées à la date t sont déterminées de la façon suivante :

<p>EFP(CVA)=</p> <p>max(VaR sur $CVA_{10j,99\%}(t-1)$; $k_{std} \times$ moyenne 60 derniers jours(VaR sur $CVA_{10j,99\%}(t)$)</p> <p>+</p> <p>max(VaR sur $CV_{Astressée}_{10j,99\%}(t-1)$; $k_{std} \times$ moyenne 60 derniers jours(VaR sur $CV_{Astressée} \gg_{10j,99\%}(t)$) ,</p> <p>avec (k_{std}, k_{stress}) des paramètres définis par le régulateur au moins égaux à trois¹⁸.</p>

4.2.1.5. Prise en compte des couvertures en CDS ou indices de CDS

¹⁸ Selon l'article 373-5 ba) incluant les amendements parlementaires au CRR, toute décision consistant à imposer un coefficient supérieur à 3 doit être justifiée par écrit à l'EBA.

Les couvertures en CDS sont prises en compte dans le calcul de la VaR sur CVA en revalorisation totale. Ainsi pour chaque scénario historique t , le CVA « couvert » est valorisé de la façon suivante :

$$CVA(t)_{\text{couverte}} = \sum_{i=1}^N CVA(i, t) + \sum_{j=1}^M \text{MtM des couvertures}(j, t)$$
 , où N est le nombre totale de contreparties et M le nombre de CDS pour lesquels des couvertures ont été mises en place.

C'est le quantile à 99% des variations de CVA couverte sur l'historique d'une année considéré (soit l'année la plus récente pour la VaR sur CVA standard, soit la période de stress pour la VaR sur CVA stressée) qui est *in fine* déterminé.

La prise en compte des couvertures en CDS nécessite donc de valoriser les CDS. On peut rappeler ci-dessous une formule approchée de valorisation d'un CDS.

On adopte les notations suivantes :

- N : nominal en €
- T : maturité
- S_0 : spread contractuel
- R : taux de recouvrement
- $Z(0; t)$ actualisation zéro coupon (valeur actuelle d'1€ reçu au temps t)
- $Q(0; t)$ probabilité de survie du sous-jacent au temps t
- $(-dQ(0; t))$ probabilité de défaut entre t et $t+dt$
- λ : intensité de défaut

Expression des deux jambes du CDS (avec coupon continu)

En utilisant les notations précédentes, la valeur de la jambe de protection du CDS s'exprime de la façon suivante :

$$\text{Valeur actuelle jambe protection} = N(1 - R) \int_{t=0}^{t=T} Z(0; t)(-dQ(0; t))$$

La valeur de la jambe de la prime s'écrit selon l'expression suivante :

$$\text{Valeur actuelle jambe prime} = NS_0 \int_{t=0}^{t=T} Z(0; t)Q(0; t)dt$$

Hypothèses

1. Coupon payé en continu (supprime les problèmes de date)
2. taux d'actualisation r constant (courbe taux flat)
3. Intensité de défaut λ constante (courbe spreads flat)
4. défaut et actualisation sont indépendants

d'où $Z(0; t) = e^{-rt}$ et $Q(0; t) = e^{-\lambda t}$

Valorisation

$$\begin{aligned} \text{Valeur actuelle jambe protection} &= N(1 - R) \int_{t=0}^{t=T} e^{-rt} \cdot \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{N(1 - R)\lambda}{r + \lambda} (1 - e^{-(r+\lambda)T}) \\ \text{Valeur actuelle jambe prime} &= NS_0 \int_{t=0}^{t=T} e^{-rt} \cdot e^{-\lambda t} dt = \frac{NS_0}{r + \lambda} (1 - e^{-(r+\lambda)T}) \end{aligned}$$

$$\text{Valeur actuelle CDS} = \text{Val Act Protection} - \text{Val Act Prime}$$

$$\text{Valeur actuelle CDS} = \frac{N}{r + \lambda} [\lambda(1 - R) - S_0] (1 - e^{-(r+\lambda)T})$$

Il s'ensuit que le « fair spread » actuel S de marché vérifie :

$$S_0 = \lambda(1 - R) \quad \text{- Équation 17 -}$$

ce qui permet d'exprimer λ à partir de S et R , paramètres de marché observables.

$$\text{Valeur actuelle CDS} = \frac{N}{r + \frac{S}{1-R}} (S - S_0) \left(1 - e^{-\left(r + \frac{S}{1-R}\right)T} \right)$$

L'approximation au premier ordre de la valeur du CDS est donc :

$$\text{Valeur actuelle CDS} \approx N(S - S_0)T \quad \text{- Équation 18 -}$$

4.2.2. Comparaison avec la charge CVA calculée selon l'approche standard

4.2.2.1. Description de la formule réglementaire standard

En méthode standard, la charge pour risque de CVA se calcule de la façon suivante :

$$K = \sqrt{h} \sqrt{\left(\sum_i 0,5 \times w_i \times (M_i EAD_i^{total} - M_i^{hedge} B_i) - \sum_{ind} w_{ind} M_{ind} B_{ind} \right)^2 + \sum_i 0,75 \times w_i^2 \times \left((M_i EAD_i^{total} - M_i^{hedge} B_i) \right)^2}$$

où:

- h = l'horizon de risque d'un an (en unités d'un an); $h = 1$;

- w_i = la pondération (*weight*) applicable à la contrepartie i . La contrepartie « i » reçoit l'une des six pondérations w_i prévues dans le tableau ci-dessous, selon l'évaluation externe du crédit qui lui a été attribuée par un Organisme externe d'Évaluation de Crédit (OEEC) reconnu :

Tableau 1	
Échelon de qualité du crédit	Pondération w_i
1	0,7 %
2	0,8 %
3	1,0 %
4	2,0 %
5	3,0 %
6	10,0 %

Dans le cas d'une contrepartie pour laquelle il n'existe pas d'évaluation de crédit établie par un OEEC reconnu :

- un établissement qui applique l'approche notation interne fait correspondre sa notation interne de la contrepartie à l'une des évaluations externes du crédit;
- un établissement qui applique l'approche standard attribue le troisième échelon de qualité du crédit à cette contrepartie, soit une pondération de 1%. Cependant, si un établissement recourt à l'article 128 pour attribuer une pondération de risque à des expositions au risque de crédit d'une contrepartie, une pondération $w_i = 3,0\%$ est attribuée à ladite contrepartie;
- M_i : l'échéance (*maturity*) au sens réglementaire du terme, défini à l'article 162 du CRR, des opérations conclues avec la contrepartie i . le calcul de l'échéance est différent selon la méthode utilisée pour le calcul des expositions au titre du risque de contrepartie :
 - Dans le cas d'un établissement qui applique la méthode du modèle interne, M_i est calculée conformément à l'article 162, paragraphe 2, point g). Toutefois, à cette fin, M_i n'est pas plafonné à cinq ans, mais à l'échéance résiduelle contractuelle la plus longue dans l'ensemble de compensation.
 - Dans le cas d'un établissement qui n'applique pas la méthode du modèle interne, M_i correspond à l'échéance moyenne pondérée en fonction des montants notionnels, visée à l'article 162, paragraphe 2, point b). Toutefois, à cette fin, M_i n'est pas plafonné à cinq ans, mais à l'échéance résiduelle contractuelle la plus longue dans l'ensemble de compensation.

- M_i^{hedge} : l'échéance de l'instrument de couverture de montant notionnel B_i (les quantités M_i^{hedge} doivent être additionnées s'il y a plusieurs positions)
- M_{ind} : l'échéance de la couverture indiciaire *ind*.

- EAD_i^{total} : le montant total de la valeur exposée au risque de crédit de la contrepartie «i» (sur tous les ensembles de compensation) compte tenu de l'effet des sûretés. Dans le cas d'un établissement qui n'applique pas la méthode interne, l'exposition est actualisée par application du facteur suivant:

$$\frac{1 - e^{-0,05M_i}}{0,05M_i}$$

- B_i = le montant notionnel des couvertures par CDS à signature unique (« *single name* ») achetées (montant total, s'il y a plus d'une position), référencant la contrepartie «i» et utilisées pour couvrir le risque d'ajustement de l'évaluation de crédit. Ce montant notionnel est actualisé par application du facteur suivant:

$$\frac{1 - e^{-0,05M_i^{hedge}}}{0,05M_i^{hedge}}$$

- B_{ind} = le montant notionnel total d'un ou de plusieurs CDS indiciaires achetés pour couvrir le risque d'ajustement de l'évaluation de crédit. Ce montant notionnel est actualisé par application du facteur suivant:

$$\frac{1 - e^{-0,05M_{ind}}}{0,05M_{ind}}$$

- w_{ind} = la pondération applicable aux couvertures indiciaires. L'établissement détermine w_{ind} en calculant une moyenne pondérée des w_i applicables aux différents éléments constituant l'indice.

4.2.2.2. Explication de la formule de la charge standard

L'explication suivante est fondée sur différents articles et présentations (cf. notamment, l'article de Pykhtin donnée en référence [18] de l'annexe).

Approximation de la variation de CVA sans prise en compte des couvertures

Pour une contrepartie i donnée, la CVA est donnée par la formule suivante :

$$CVA_t = LGD_i \times \sum_{k=1}^n D(t, t_k^*) \times EE^{(M)}(t_k^*) \times \left[\exp\left(-\frac{S_i(t_{k-1})}{LGD_i} \times t_{k-1}\right) - \exp\left(-\frac{S_i(t_k)}{LGD_i} \times t_k\right) \right]$$

Si l'on note :

$EE(t_k^*)^* = D(t, t_k^*)EE^{(M)}(t_k^*)$ est l'exposition attendue actualisée

Hypothèse : on suppose que la structure par terme des intensités de défaut est plate :

$$\forall t, \frac{s_i(t)}{LGD_i} = \frac{s_i}{LGD_i}$$

$$CVA_t = LGD_i \times \sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) \left[\exp\left(\frac{s_i}{LGD_i} \times (t_k - t_{k-1})\right) - 1 \right]$$

On suppose que $\frac{s_i}{LGD_i} \times (t_k - t_{k-1})$ est très petit, dans ce cas : $\exp\left(\frac{s_i}{LGD_i} \times (t_k - t_{k-1})\right) - 1 \sim \frac{s_i}{LGD_i} \times (t_k - t_{k-1})$

$$CVA_t = LGD_i \times \sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) \left[\frac{s_i}{LGD_i} \times (t_k - t_{k-1}) \right]$$

$$CVA_t = s_i \times \sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) [t_k - t_{k-1}]$$

On détermine ensuite une approximation de la variation de la CVA suite à une variation du spread de la contrepartie i :

$$\Delta CVA_i \simeq \left[\sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) [t_k - t_{k-1}] - \frac{s_i}{LGD_i} \sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) t_k [t_k - t_{k-1}] \right] \Delta s_c$$

On note :

$$A_i = \left[\sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) [t_k - t_{k-1}] - \frac{s_i}{LGD_i} \sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{s_i}{LGD_i} \times t_k\right) t_k [t_k - t_{k-1}] \right] \text{ - Équation 19 -}$$

$$\Delta CVA_i \simeq A_i \Delta s_i$$

Prise en compte des couvertures par CDS sur nom individuel (« *single name* »)

Si l'on suppose ensuite que la banque couvre le risque de contrepartie lié à la contrepartie i en achetant des CDS de notionnel B_i et de maturité $M_i^{(h)}$

La valeur du CDS est :

$$V_i^{(CDS)} = B_i(s_i - s_i^0) \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right)$$

Avec s_i^0 est le *spread* contractuel du CDS acheté en protection.

La variation de valeur du CDS due à la variation du spread de CDS est la suivante :

$$\Delta V_i^{(CDS)} \simeq \left[B_i \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right) - \frac{B_i(s_i - s_i^0)}{LGD_i} \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right) \right] \Delta s_i$$

$$\widehat{B}_i = B_i \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right) - \frac{B_i(s_i - s_i^0)}{LGD_i} \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right) \quad \text{- Équation 20}$$

$$\Delta V_i^{(CDS)} \simeq \widehat{B}_i \Delta s_i$$

La variation de CVA tenant compte des couvertures de CDS s'écrit donc :

$$\Delta CVA_i^{(h)} \simeq (A_i - \widehat{B}_i) \Delta s_i$$

Au niveau du portefeuille de N contreparties :

$$\Delta CVA^{(h)} = \sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) \Delta s_i$$

Prise en compte des couvertures indicielles

On fait ensuite l'hypothèse que pour couvrir son portefeuille, la banque achète également des indices de CDS de notionnel B_{ind} et de maturité $M_{ind}^{(h)}$, pour un spread contractuel s_{ind}^0 .

$$V_{ind}^{(CDS)} = B_{ind}(s_{ind} - s_{ind}^0) \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k (1 - EL(t_k))$$

$EL(t_k)$ est la perte attendue selon la probabilité risque neutre du pool d'indices entre la date initiale et la date t_k

On suppose une variation de spread de l'indice égale à Δs_{ind} et que la variation relative de spread de l'indice est causée par une variation uniforme d'EL, autrement dit :

$$\frac{\Delta EL(t)}{EL(t)} = \frac{\Delta s_{ind}}{s_{ind}}$$

$$\Delta V_{ind}^{(CDS)} \simeq \widehat{B}_{ind} \Delta S_{ind}$$

Avec :

$$\widehat{B}_{ind} = B_{ind} \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k (1 - EL(t_k)) - B_{ind} (s_{ind} - s_{ind}^0) \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \Delta EL(t_k)$$

Ce qui peut s'écrire :

$\widehat{B}_{ind} = B_{ind} \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k (1 - EL(t_k)) - B_{ind} (s_{ind} - s_{ind}^0) \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k EL(t_k) \frac{\Delta s_{ind}}{s_{ind}} -$ <p>Équation 21 -</p>

Modélisation de la variation des spreads de CDS

Hypothèse 1 : on suppose que le spread de crédit s_i de la contrepartie i suit une loi lognormal à la date H_{l_q} , d'espérance s_i^{moy} et de volatilité σ_i , la variation de spread de crédit peut être modélisé par l'équation suivante :

$$\Delta s_i = s_i^{moy} \left[\exp \left(-\frac{1}{2} \sigma_i^2 H_{l_q} + \sigma_i \sqrt{H_{l_q}} X_i \right) - 1 \right]$$

Avec X_i une variable suivant une loi normale centrée réduite.

Hypothèse 2 : En supposant par ailleurs, que $\sigma_i \sqrt{H_{l_q}} \ll 1$, on obtient l'approximation du premier ordre suivante :

$$\Delta s_i \approx s_i^{moy} \sigma_i \sqrt{H_{l_q}} X_i$$

Hypothèse 4 : De façon similaire, on suppose que le spread de l'indice de CDS suit une loi log-normale a la date H_{l_q} , d'espérance s_{ind}^{moy} et de volatilité σ_{ind} et que $\sigma_{ind} \sqrt{H_{l_q}} \ll 1$, on obtient alors :

$$\Delta s_i \approx s_{ind}^{moy} \sigma_{ind} \sqrt{H_{l_q}} Z$$

Avec Z une loi normale centrée réduite.

La variation de CVA s'écrit alors sous la forme :

$$\Delta CVA^{(h)} = \sqrt{H_{l_q}} \left(\sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) s_i^{moy} \sigma_i X_i - \widehat{B}_{ind} s_{ind}^{moy} \sigma_{ind} Z \right)$$

Hypothèse 3 : Enfin, on suppose que les spreads de CDS suivent un modèle à un facteur avec une corrélation uniforme et unique :

$$X_i = \rho Z + \sqrt{1 - \rho^2} Z_i$$

Z est le facteur lié à l'indice et les Z_i sont des variables aléatoires normales centrées réduites indépendantes.

$$\Delta CVA^{(h)} = \sqrt{H_{l_q}} \left(\rho \left(\sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) s_i^{moy} \sigma_i - \widehat{B_{ind}} s_{ind}^{moy} \sigma_{ind} \right) Z + \sqrt{1 - \rho^2} \sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) s_i^{moy} \sigma_i Z_i \right)$$

Dans la mesure où Z et Z_i sont des lois normales, leur combinaison linéaire est une loi normale d'espérance nulle et de variance :

$$V^2 = H_{l_q} \left[\rho \left(\sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) s_i^{moy} \sigma_i - \widehat{B_{ind}} s_{ind}^{moy} \sigma_{ind} \right) \right]^2 + (1 - \rho^2) \sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i)^2 (s_i^{moy} \sigma_i)^2$$

$$\Delta CVA^{(h)} = \sqrt{H_{l_q}} \gamma Y$$

Avec Y une loi normale centrée réduite

$$\text{Et : } \gamma = \sqrt{\left[\rho \left(\sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) s_i^{moy} \sigma_i - \widehat{B_{ind}} s_{ind}^{moy} \sigma_{ind} \right) \right]^2 + (1 - \rho^2) \sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i)^2 (s_i^{moy} \sigma_i)^2}$$

Le quantile au seuil de confiance $q\%$ peut alors être facilement calculé comme :

$$\Delta CVA^{(h)}_{q\%} = \sqrt{H_{l_q}} \gamma \varphi^{-1}(q\%)$$

Au seuil de confiance 99% et pour l'horizon de temps d'une année (noté H) :

$$\Delta CVA^{(h)}_{99\%} = 2.33 \sqrt{H} \gamma$$

$$\Delta CVA^{(h)}_{99\%} = 2.33 \sqrt{H} \sqrt{\left[\rho \left(\sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) s_i^{moy} \sigma_i - \widehat{B_{ind}} s_{ind}^{moy} \sigma_{ind} \right) \right]^2 + (1 - \rho^2) \sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i)^2 (s_i^{moy} \sigma_i)^2}$$

Pour la formule standard, les hypothèses suivantes sont faites :

- $\rho = 50\%$
- Le produit $s_i^{moy} \sigma_i$ est fixé par une table réglementaire et dépend de la notation de la contrepartie i : $w_i = s_i^{moy} \sigma_i$
- De même, $w_{ind} = s_{ind}^{moy} \sigma_{ind}$

Et la formule devient :

$$\Delta CVA^{(h)}_{99\%} = 2.33 \sqrt{H} \sqrt{\left[0.5 \left(\sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i) w_i - \widehat{B_{ind}} w_{ind} \right) \right]^2 + 0.25 \sum_{i=1}^N (A_i - \widehat{B}_i)^2 (w_i)^2}$$

Ceci ne constitue pas la formule exacte de calcul de la charge réglementaire, on va montrer que la charge standard est une approximation conservatrice de cette expression.

On repart de l'Équation 19 :

$$A_i = \left[\sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{S_i}{LGD_i} \times t_k\right) [t_k - t_{k-1}] - \frac{S_i}{LGD_i} \sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{S_i}{LGD_c} \times t_k\right) t_k [t_k - t_{k-1}] \right]$$

$$A_i = \left[\sum_{k=1}^n EE(t_k)^* \times \exp\left(-\frac{S_i}{LGD_i} \times t_k\right) [t_k - t_{k-1}] \left[1 - \frac{S_i}{LGD_i} t_k\right] \right]$$

Or, en utilisant les deux inégalités suivantes :

$$\frac{S_i}{LGD_i} t_k \geq 0$$

$$\exp\left(-\frac{S_i}{LGD_i} \times t_k\right) \leq 1$$

On aboutit donc à :

$$A_i \leq \sum_{t_k \leq T_i} EE_i^*(t_k) \Delta t_k$$

On utilise ensuite la définition de la maturité réglementaire en méthode avancée :

$$M_i = \frac{\sum_{t_k \leq T_i} EE_i^*(t_k) \Delta t_k}{\frac{1}{H} \sum_{t_k \leq H} EE_i^*(t_k) \Delta t_k}$$

Si l'on néglige ensuite la différence entre les expositions attendues calculées sous probabilité risque neutre et celles calculées sous probabilité historique.

$$A_i \leq M_i \times \frac{1}{H} \sum_{t_k \leq H} EE_i^*(t_k) \Delta t_k = M_i EPE_i \leq M_i EAD_i$$

La seconde inégalité provient de la définition de l'EPE et du fait que l'EAD réglementaire est obtenue en multipliant l'EEPE par le multiplicateur 1,4.

On a ensuite, en utilisant l'équation 20 :

$$\widehat{B}_i = B_i \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right) - \frac{B_i(s_i - s_i^0)}{LGD_i} \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right)$$

$$\widehat{B}_i = B_i \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right) \left(1 - \frac{(s_i - s_i^0)}{LGD_i} t_k\right)$$

On suppose à ce stade que le spread du hedge est exactement égal au spread actuel :

$$s_i = s_i^0$$

Sous cette hypothèse,

$$\widehat{B}_i = B_i M_i^{(h)} \frac{1}{M_i^{(h)}} \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} D(t_k) \Delta t_k \exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right)$$

Or, comme la probabilité de survie (définie $\exp\left(-\frac{s_i t_k}{LGD_i}\right)$) par est toujours inférieure ou égale à 1 :

$$\widehat{B}_i \leq B_i M_i^{(h)} \frac{1}{M_i^{(h)}} \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} DF(t_k) \Delta t_k = B_i^* M_i^{(h)}$$

avec $B_i^* = B_i \frac{1}{M_i^{(h)}} \int_0^{M_i^{(h)}} \exp(-0.05t) dt \simeq B_i \frac{1}{M_i^{(h)}} \sum_{t_k \leq M_i^{(h)}} DF(t_k) \Delta t_k$

Dans cette formule le taux d'actualisation continu est supposé constant et égale à 5%. On montre facilement que :

$$B_i^* = B_i \frac{1 - \exp(-0.05 M_i^{(h)})}{0.05 M_i^{(h)}}$$

De la même façon, en utilisant l'équation 21 considérant le fait que la perte attendue est toujours supérieure ou égale à 0 :

$$\widehat{B}_{ind} \leq B_{ind} M_{ind}^{(h)} \frac{1}{M_{ind}^{(h)}} \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} DF(t_k) \Delta t_k = B_{ind}^* M_{ind}^{(h)}$$

$$\text{avec } B_{ind}^* = B_{ind} \frac{1}{M_{ind}^{(h)}} \int_0^{M_{ind}^{(h)}} \exp(-0.05t) dt \simeq B_i \frac{1}{M_{ind}^{(h)}} \sum_{t_k \leq M_{ind}^{(h)}} DF(t_k) \Delta t_k$$

$$B_{ind}^* = B_{ind} \frac{1 - \exp(-0.05M_{ind}^{(h)})}{0.05M_{ind}^{(h)}}$$

Au final, on obtient la formule de la charge CVA en méthode standard :

$$\Delta CVA^{(h)}_{99\%} = 2.33\sqrt{H} \sqrt{\left[0.5 \left(\sum_{i=1}^N \left(EAD_i M_i - B_i^* M_i^{(h)} \right) w_i - B_{ind}^* M_{ind}^{(h)} \right)^2 + 0.25 \sum_{i=1}^N \left(EAD_i M_i - B_i^* M_i^{(h)} \right)^2 (w_i)^2 \right]}$$

Équation 22 -

4.3. Evolution réglementaire dans le cadre de la révision du cadre réglementaire du risque de marché

Dans la continuité de la revue fondamentale du portefeuille de négociation (FRTB) et de la révision du cadre réglementaire pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de marché, le comité de Bale a également lancé une refonte du calcul de la charge CVA. En revanche, il convient de noter que cette réforme – jusqu’à présent – n’aborde pas la revue du calcul de l’estimation des expositions au titre du risque de contrepartie selon la méthode modèle interne.

Cette révision inclut différents objectifs :

- **Prendre en compte tous les risques de marché de la CVA** et pas seulement le risque de variation des spreads de crédit. En effet, les prix des instruments financiers sont aussi dépendants des fluctuations d’autres facteurs de risque et par conséquent la variation de la CVA l’est également. Parallèlement à l’inclusion de l’ensemble des risques de marché, il est aussi envisager de reconnaître des instruments de couvertures utilisés par les banques face à ces risques, incitant les banques à gérer et couvrir ces derniers.
- **Prendre en compte les pratiques actuelles de l’industrie bancaire pour le calcul des montants de CVA/DVA comptables.** En effet, le cadre réglementaire actuel a été élaboré en 2009-2010 à un moment où les pratiques comptables étaient très diverses et certainement peu matures. Depuis, le cadre réglementaire comptable a lui aussi évolué (avec les normes IFRS 13 notamment) et les pratiques ont elle aussi changé. En particulier, il apparaît que les banques tendent de plus en plus à utiliser des modèles calibrés selon la probabilité risque neutre et non pas selon la probabilité historique. Ce constat est valable pour les probabilités de défaut ou taux de perte en cas de défaut mais également pour les modèles de simulation des expositions futures nécessaires au

calcul de la CVA. Si la formule de CVA réglementaire est déjà fondée sur l'utilisation de probabilité de défaut implicite (i.e. risque neutre), elle repose en revanche sur l'utilisation des expositions attendues estimées par le modèle prudentiel permettant le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie selon la méthode avancée. Le comité de Bale envisage donc la possibilité, sous certaines conditions¹⁹ et contraintes, pour les banques d'utiliser les mêmes expositions attendues que celles servant au calcul de la CVA comptable.

- **Prendre en compte les nouvelles exigences imposés par la revue du traitement prudentiel du risque de marché.** En effet, dans la mesure où la charge CVA peut être considérée comme la prise en compte du risque de marché de l'ajustement CVA et qu'en définitif la CVA est soumise aux mêmes facteurs de risque que les instruments financiers entrant dans le périmètre d'application des exigences prudentielles au titre du risque de marché, il apparaît approprié d'aligner les deux cadres (par exemple, utilisation de l'*expected shortfall* calibré sur une période stressée d'une année plutôt que de la somme d'une VaR à 99% en période normale et d'une VaR stressée à 99%).

Le document consultatif émis en Juillet 2015 par le Comité de Bale propose deux types d'approches :

En premier lieu, un cadre dit « **CVA- FRTB** » totalement aligné sur le cadre FRTB pour le risque de marché. Cette approche ne peut être choisie que par les banques satisfaisant un certain nombre de conditions²⁰ pour le calcul et la gestion opérationnelle du risque CVA. Cette approche a deux variantes: la méthode modèle interne et la méthode standard, toutes deux alignées sur le nouveau cadre introduit par la FRTB. Dans les deux cas, l'application de l'approche CVA-FRTB nécessite que les banques soient capables de simuler les expositions futures de son portefeuille (par un modèle propre).

En second lieu, un cadre dit « **CVA basique** » réservé aux banques qui ne satisfont pas les conditions pour appliquer la CVA- FRTB ou n'ont pas les ressources internes pour l'appliquer (notamment celles n'ayant pas la capacité de calculer toutes les sensibilités requises par l'application de l'approche FRTB). Selon cette méthode, la charge réglementaire dépendra principalement des caractéristiques des contreparties, des expositions au moment du défaut calculées pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de contrepartie, des maturités effectives également déterminées pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de contreparties et, enfin, du notionnel et maturités des couvertures internes du risque CVA.

¹⁹ Les expositions doivent avoir été estimées sous probabilité risqué neutre, elles doivent être calibrées à partir de paramètres implicites des prix de marché autant que possible et elles doivent être estimées sous l'hypothèse d'une période de marge en risque de 10 jours minimum.

²⁰ En particulier, les conditions en matière de back-testing et P&L attribution introduite par la FRTB pour le risque de marché doivent être remplies pour la CVA.

Quelle que soit l'approche retenue, la charge CVA continuera d'être calculée comme une charge *stand-alone*. Toutes les couvertures du risque CVA seront prises en compte dans le calcul de la charge. Par contre le risque lié aux fluctuations de DVA n'est pas pris en compte dans le calcul de cette charge.

5. Résultats des exercices de comparaison des actifs pondérés (RWAs pour Risk Weighted Assets) au titre du risque de contrepartie et du risque CVA mené par le Comité de Bâle et l'EBA

Le Comité de Bâle pour la supervision bancaire a mené en 2015, à l'instar des exercices de comparaisons des actifs en risque pondérés pour le risque de crédit et le risque de marché, un exercice de comparaison des résultats donnés par les modèles internes de risque de contrepartie et de risque de variation de l'ajustement de la charge CVA.

Cet exercice était fondé **sur des portefeuilles hypothétiques** pour lesquels les banques participantes devaient calculer certaines métriques de risque (EEPE, EEPE stressée, VaR sur CVA, VaR sur CVA stressée).

Bien que contenant des limites par le fait du caractère très simplifié des portefeuilles hypothétiques utilisés et de leur manque de représentativité en comparaison aux portefeuilles globaux détenus par les banques a permis néanmoins de montrer une grande variabilité dans les résultats des modèles internes des banques et permis d'identifier certains facteurs pouvant expliquer ces variations.

5.1. Comparaison des RWAs au titre du risque de contrepartie

L'exercice a porté sur **25 portefeuilles hypothétiques** constitués de combinaisons différentes de **18 transactions individuelles**, certains portefeuilles étant considérés comme collatéralisés, d'autres non collatéralisés ; certains portefeuilles portant sur une seule catégorie d'actifs (i.e. taux d'intérêts, actions, taux d'échange...) d'autres portant sur plusieurs d'entre elles.

5.1.1. Résultats de l'exercice de comparaison

Les analyses effectuées montrent une variabilité très importante des montants d'EEPE reportés et calculés par les banques.

Néanmoins il est important de souligner que la variabilité est la plus importante lorsque la comparaison porte sur des transactions individuelles, elle décroît quand on considère des portefeuilles de transactions d'un même actif non collatéralisés, elle diminue encore lorsque ces mêmes portefeuilles sont collatéralisés et enfin, la variabilité est la moins importante pour des portefeuilles diversifiés et collatéralisés. Ceci est illustré par les figures suivantes qui synthétisent les résultats obtenus dans les différents cas de figures mentionnés ci-dessus :

Figure 4 : Comparaison des montants d'EEPE pour les transactions individuelles

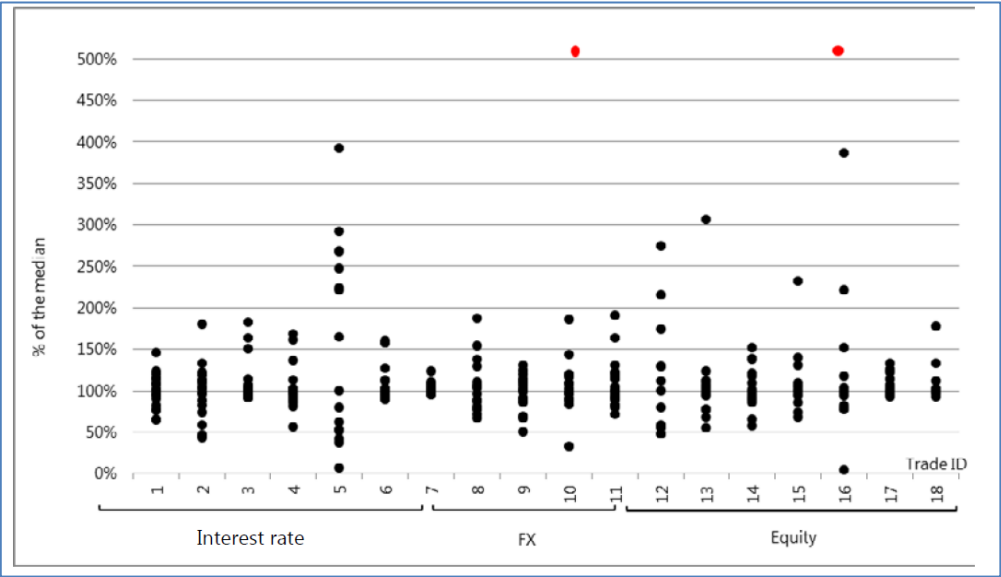


Figure 5 : Comparaison des montants d'EEPE pour les portefeuilles non-collateralisés

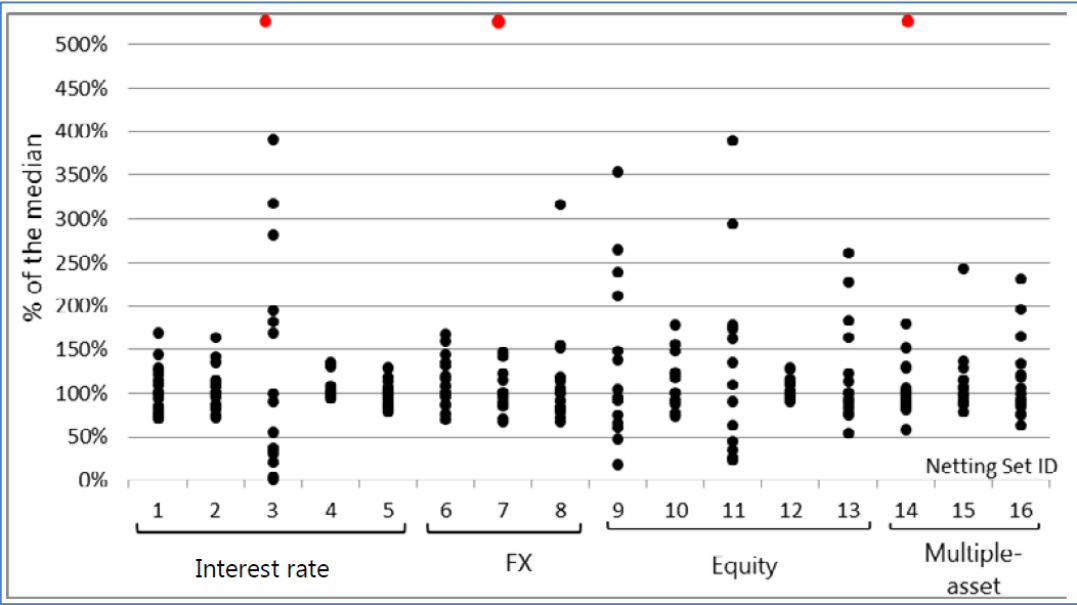


Figure 6 : Comparaison des montants d'EEPE pour les portefeuilles collatéralisés

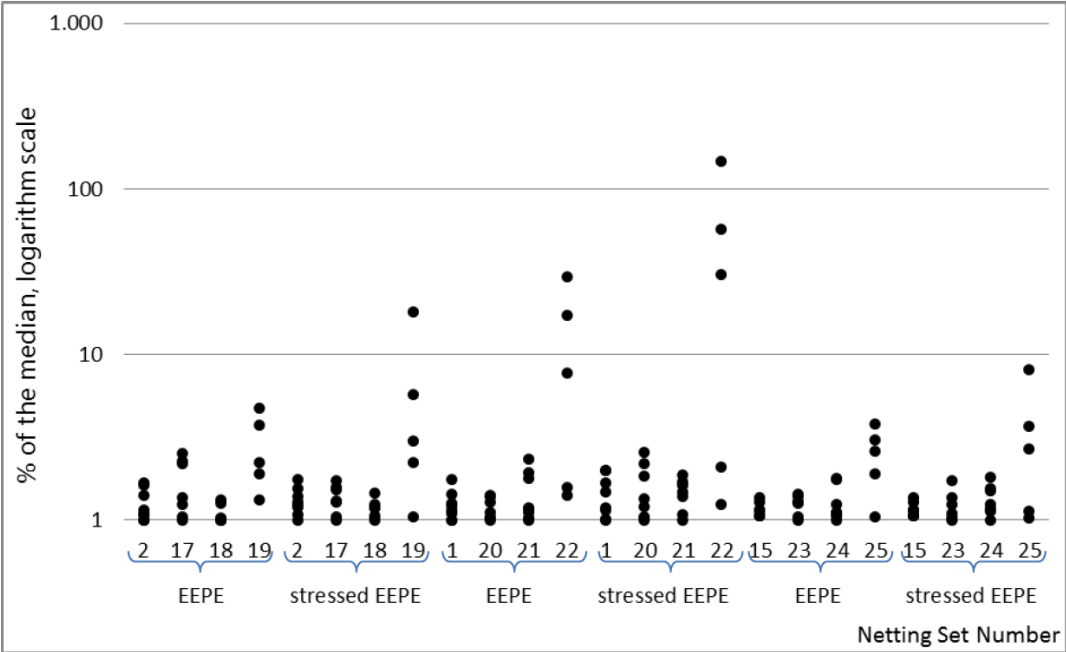
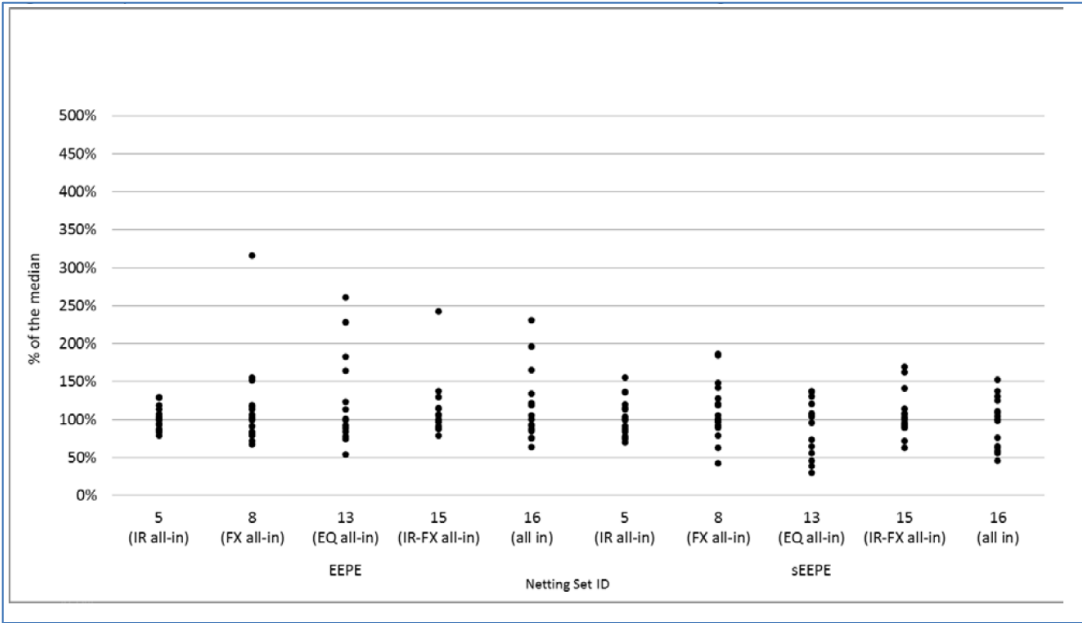


Figure 7 : Comparaison des montants d'EEPE pour les portefeuilles diversifiés



Cependant même dans ce dernier cas qui est le plus proche des portefeuilles de dérivés réels des banques, les variations restent élevées.

5.1.2. Principaux facteurs de variabilité

Les principaux facteurs expliquant la variabilité des résultats sont les suivants :

- **Le nombre et la diversité des facteurs de risque** faisant l'objet d'une simulation dans les modèles d'EEPE. En effet, toutes les banques ne font pas les mêmes choix quant aux facteurs de risque simulés (ce choix pouvant être fortement liés à la composition de leur portefeuille réel) mais aussi quant aux modèles de simulation utilisés pour chacun d'entre eux (cf. 1.2.1).
- **Le calibrage des modèles de simulation des risques facteurs** : la majorité des banques utilisent une calibration sous probabilité historique (i.e. utilisant les volatilités et moyennes réelles observées sur une certaine période historique) tandis que certaines autres font le choix moins empirique de recourir à une simulation sous probabilité risque neutre. Ceux des types de calibrage peuvent aboutir à des résultats très différents, en particulier l'utilisation de volatilités implicites pour calibrer les modèles de diffusion des facteurs de risque est susceptible d'induire des montants d'EEPE très variables et peu stables (cf. section 1.1.2.2).
- **La fréquence de mise à jour des historiques de données de marché utilisées pour calibrer les modèles de diffusion**. La réglementation impose de mettre à jour ces données au moins une fois par trimestre. Cependant, lorsque les banques utilisent une fréquence plus rapprochée, leurs modèles respectifs aboutissent à des résultats plus proches.
- **Le nombre de scénarios utilisés dans le moteur de Monte-Carlo** servant à effectuer cette simulation des facteurs de risque ainsi que la granularité des pas de temps retenu pour simuler les profils d'expositions attendues apparaissent divers et peuvent expliquer une part de la variabilité des résultats (cf. 1.2.2.2).
- **Les fonctions de valorisation des transactions** utilisées dans le calcul des expositions attendues expliquent aussi la variabilité, certaines banques pouvant faire le choix d'utiliser des fonctions de valorisation utilisées pour le calcul du résultat économique quotidien alors que d'autres utilisent des approximations ou modèles simplifiés (cf. 1.2.1).
- Finalement, **les hypothèses et méthodes utilisées pour simuler les appels de marge et l'effet de la collatéralisation** sont identifiées comme des facteurs de variabilité (cf. 1.2.1).

5.2. Risque de variation de la CVA

De façon similaire et en tant que partie de l'exercice de comparaison des risques pondérés au titre du risque de contrepartie, le comité de Bale a également comparé les montants de VaR sur CVA et VaR sur CVA stressée calculés par les banques participantes sur la base de portefeuilles

hypothétiques – choisis parmi la liste des portefeuilles hypothétiques utilisés pour l’exercice de comparaison de l’EEPE – et en supposant que ces portefeuilles sont détenus face à des contreparties prédéfinies (mais réelles).

Pour ce faire, les contreparties choisies devaient suffisamment importantes pour être connues de toutes les banques mais elles ont été choisies de façon à couvrir un large panel de possibilité : contrepartie pour laquelle un CDS liquide existe, contrepartie sans CDS liquide, contrepartie dont la maison mère dispose d’un CDS liquide. De même, différents secteurs, régions et qualités de crédit ont été couverts. Dix contreparties au total ont été considérées.

5.2.1. Résultats de l’exercice de comparaison

Les premiers résultats permettent de comparer la variabilité des montants de VaR sur CVA et VaR sur CVA stressée pour les 8 portefeuilles × contreparties hypothétiques déterminées.

Figure 8 : Comparaison des montants de VaR sur CVA

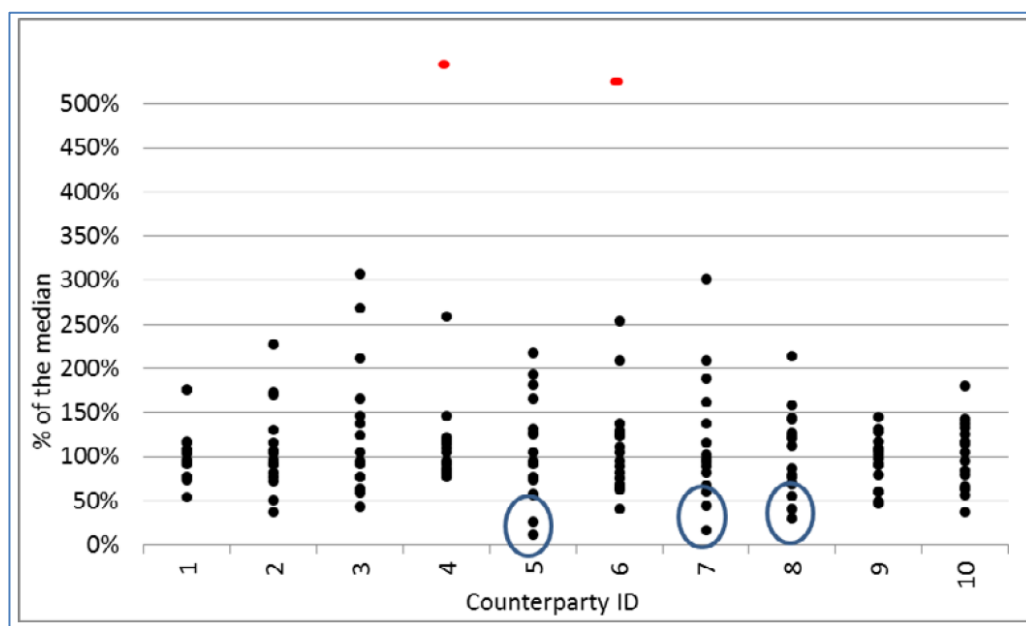
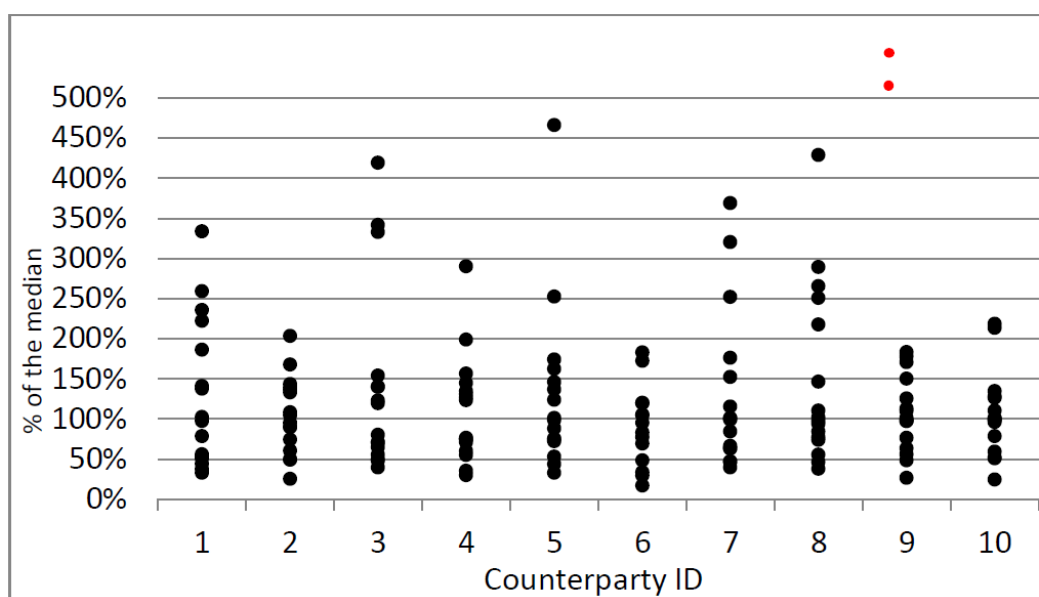


Figure 9 : Comparaison des montants de VaR sur CVA stressée



La variabilité des montants de VaR sur CVA stressée est plus importante que la variabilité des montants de VaR sur CVA standards ou non stressées. Ceci peut s'expliquer par le fait que la VaR sur CVA stressée introduit un autre choix de modélisation susceptible de conduire à des résultats différents d'une banque à l'autre : la période de stress des spreads de crédit retenus pour le calcul de la VaR sur CVA.

Si la majorité des banques ont sélectionné cette période pendant les années 2008 et 2009 correspondant à l'effet de la crise des *subprimes* et de la faillite de la banque *Lehman Brothers*, certaines autres utilisaient une période de stress située pendant la crise de la dette souveraine européenne (2011-2012).

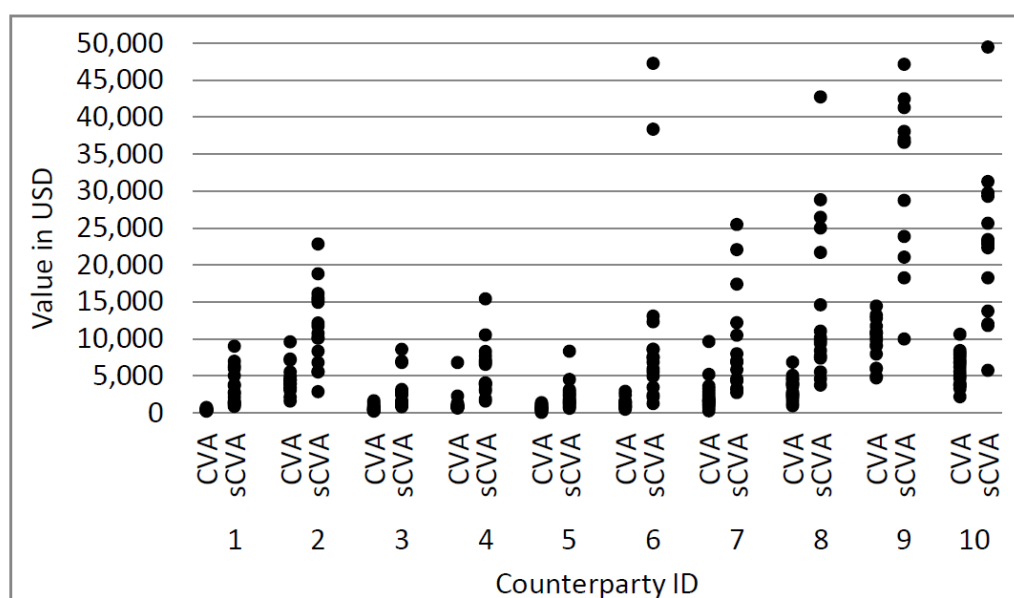
5.2.2. Principaux facteurs de variabilité

Plusieurs facteurs peuvent expliquer cette très large variabilité des montants de VaR sur CVA.

La premier d'entre eux est **les profils d'expositions attendues utilisés dans le calcul des variations de risque CVA** puisque ceux-ci sont déterminés à partir des modèles internes dont les analyses similaires ont montré que la variabilité des résultats étaient aussi très importantes.

Une première analyse menée a donc consisté à fixer les profils d'expositions attendues et requérir les banques de calculer pour les mêmes portefeuilles et contreparties les montants de VaR sur CVA et VaR sur CVA stressées ne fixant ce profil pour toutes les banques.

Figure 10 : Comparaison des montants de VaR sur CVA stressée



De façon intéressante, il apparaît que, même en fixant les expositions attendues, les montants de variations de CVA stressées ou non restent très volatiles d’une banque à une autre. Ceci peut s’expliquer par le fait que les variations de CVA ou VaR sur CVA sont déterminés à partir des modèles internes de VaR utilisés pour le calcul des exigences en fonds propres au titre du risque de marché.

Ces modèles internes ont également fait l’objet d’exercices de comparaison en 2012 et 2013 qui ont également permis d’identifier des facteurs de modélisation pouvant aboutir à des métriques de risque très différents calculés pour des mêmes portefeuilles. Les principaux facteurs de variabilités sont notamment :

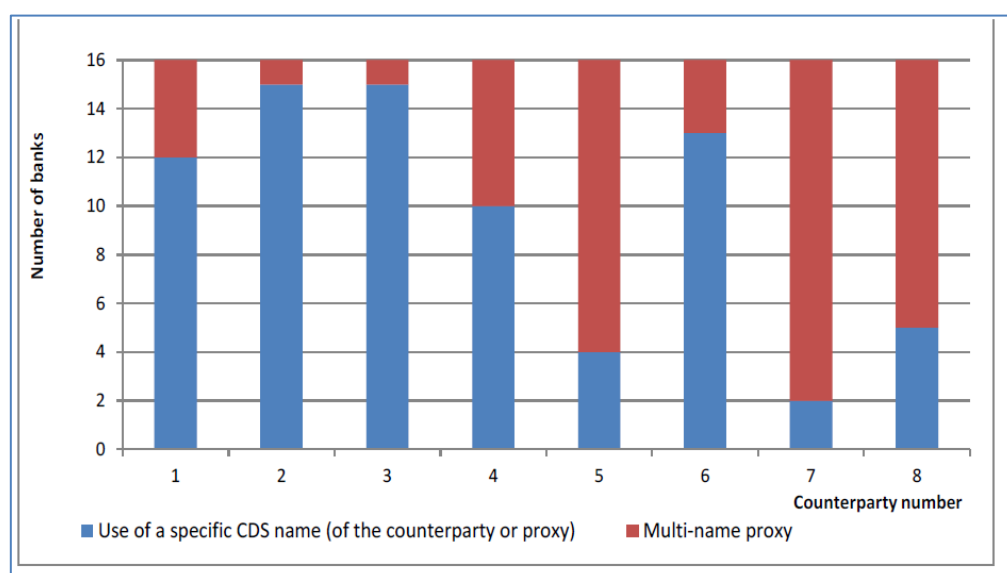
- **Le choix de la période historique utilisée pour calibrer les modèles de VaR**
- **La méthode utilisée pour calculer la VaR à horizon 10 jours**
- **La méthode de calcul du quantile (i.e. 99%)**
- **Le choix des facteurs de risque**
- **Les méthodes de valorisation.**

Si les trois premiers critères se retrouvent directement facteurs de variabilité de la VaR sur CVA, les deux derniers ne sont pas totalement pertinents dans le cadre de la VaR sur CVA. En effet, pour le calcul de cette dernière la formule de détermination de la CVA est fixée par le régulateur si bien qu’aucune fonction de valorisation n’est utilisée. Pour ce qui concerne les facteurs de risque de la VaR sur CVA, il s’agit des spreads de crédit – et plus spécifiquement des spreads de CDS pour les contreparties disposant d’un CDS considéré comme suffisamment liquide et les approximations de ces spreads (ou *proxy spreads*) pour les contreparties pour lesquelles aucun CDS n’est traité sur le marché.

L’analyse de la variabilité de la VaR sur CVA nécessite donc d’analyser plus en profondeur les critères utilisés pour considérer un CDS comme liquide et les méthodes d’approximation des *spreads* de crédit.

En premier lieu, il est apparu une grande diversité dans le type de spread utilisé pour modéliser la probabilité de défaut d'une même contrepartie. Pour chacune des 8 contreparties, il n'y a pas eu d'unanimité sur l'existence d'un CDS liquide pour la contrepartie ou la nécessité d'utiliser un *proxy spread*.

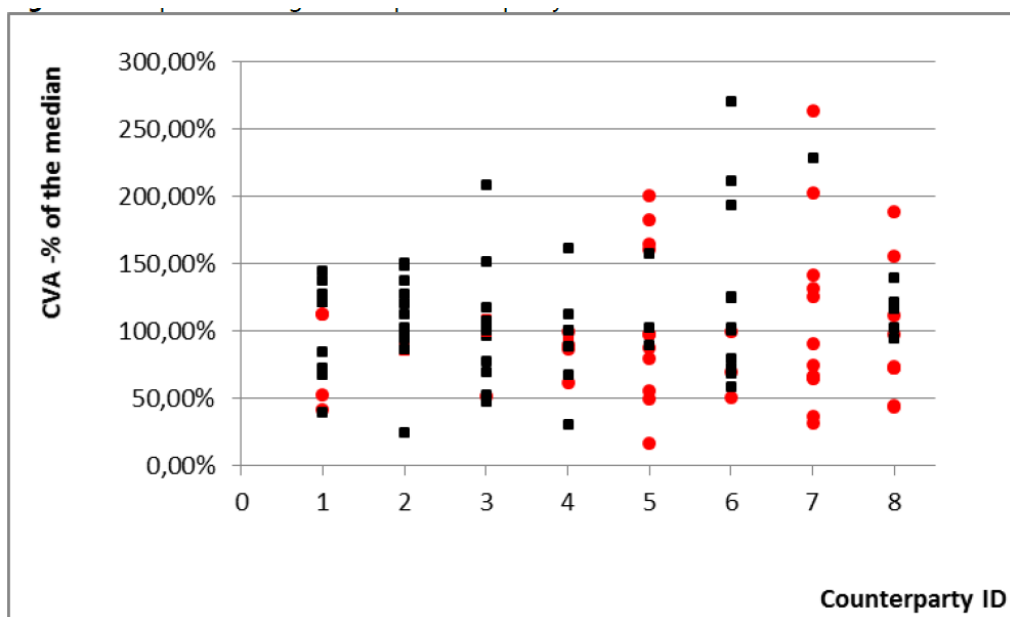
Figure 11 : répartition des banques utilisant un CDS individuel ou un proxy spread pour chaque contrepartie



Cette différence est certainement due aux critères utilisés par la banque pour considérer un CDS comme suffisamment liquide ou pour considérer la série historique de spreads de CDS de suffisamment bonne qualité pour l'utiliser directement dans le calibrage de la VaR.

Ce choix est déterminant puisqu'il induit une variabilité dans les montants de VaR sur CVA et par conséquent dans les montants de VaR sur CVA.

Figure 12 : répartition des banques utilisant un CDS individuel ou un proxy spread pour chaque contrepartie



The red dots represent banks using a proxy (multi or single-name) for the counterparty and the black dots represent banks using a name-specific CDS curve.

En second lieu, et comme déjà indiqué précédemment, lorsque la banque conclue qu'aucun spread de CDS n'est disponible pour modéliser la qualité de crédit d'une contrepartie fixée, elle doit construire des proxys spreads appropriés et pour cela considérer la région, le secteur d'activité ainsi que la qualité de crédit de cette contrepartie (rating) pour définir le proxy spread le plus approprié.

Les limites et variabilité de pratique relatifs à cette modélisation sont décrites dans la section suivante.

5.3. Variabilité dans la modélisation des spreads de crédit

5.3.1. Rappel des exigences réglementaires en matière de proxy spreads

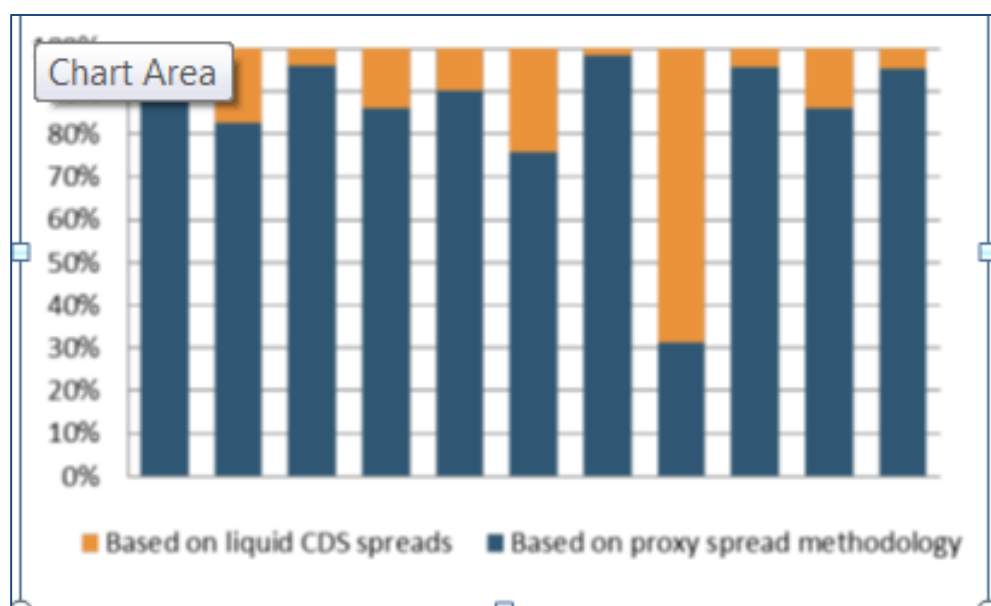
Selon le paragraphe 383-1 du règlement UE 575/2013 du 26 juin 2013 (CRR), pour le calcul de la CVA, à chaque contrepartie doit correspondre un *spread* de crédit et une LGD qui sont :

- soit le *spread* du CDS référençant directement la contrepartie et la LGD associée, s'ils existent ;
- soit des approximations du *spread* et de la LGD appropriées au regard de la notation, du secteur d'activité et de la zone géographique de la contrepartie.

Cependant, pour les banques européennes, des CDS référençant directement la contrepartie existe au final que pour un nombre limité de contreparties, en particulier, très peu de données sont disponibles pour les contreparties non financières.

Ceci est mis en évidence par l'analyse suivante mise en œuvre par l'EBA pour 12 banques européennes utilisant l'approche avancée pour le calcul de la charge CVA :

Figure 13 : distribution du nombre de contreparties des différentes banques selon que le spread est modélisé par le spread d'un CDS liquide ou par une approximation



Pour l'ensemble des banques – à l'exception d'une au comportement particulier, plus de 75% des contreparties ne disposent pas de CDS liquide et leur spread de crédit doit être approximé. Dans ces conditions, la méthodologie d'estimation des proxys spreads devient cruciale pour évaluer correctement la charge CVA.

L'article 383-7 du CRR demande à l'EBA d'élaborer des normes techniques qui permettraient, entre autres, de définir les approximations de *spreads* et de LGD acceptables. Dans ledit RTS, il est stipulé que :

- pour déterminer ces approximations, les banques doivent considérer la notation, le secteur d'activité et la zone géographique
- que la catégorie secteur d'activité doit être au moins différenciée suivant les catégories suivantes :
 - entités financières
 - entités non financières

- gouvernements
- que la catégorie « zone géographique » doit être au moins différenciée suivant les catégories suivantes :
 - Europe ;
 - Amérique du Nord ;
 - Asie ;
 - Reste du monde.

De plus, l'article 386 du règlement CRR impose également que la VaR sur CVA doit refléter la base entre l'écart de toute contrepartie et les écarts des CDS indiciels utilisés comme couvertures, y comprise dans les cas où une approximation de spread de crédit.

Cette exigence doit conduire à modéliser le risque idiosyncratique de chaque contrepartie, y compris lorsqu'elle est modélisée via une approximation de crédit.

Or il convient aussi de relever que la détermination des approximations de crédit est rendue difficile par le faible nombre de données disponibles pour construire un proxy spread pour un triplet région × secteur × rating donné.

Typiquement, les banques construisent ces approximations à partir des historiques de spreads de CDS présent dans la base de données de Markit. Le tableau suivant présente le nombre de données disponible en 2012 pour chaque triplet identifié :

Figure 14 : Nombre de CDS disponible en fonction de la région, du secteur et du rating

Europe	397	Amérique du Nord	609	Asie	296	Autres régions	93
Non financières	261	Non financières	495	Non financières	201	Non financières	24
		AAA	5				
AA	12	AA	12	AA	23	AA	1
A	60	A	108	A	55	A	5
BBB	125	BBB	217	BBB	85	BBB	10
BB	46	BB	76	BB	32	BB	6
B	15	B	65	B	6	B	2
CCC	3	CCC	12				
Financières	117	Financières	109	Financières	61	Financières	19
		AAA	1	AAA	1		
AA	14	AA	7	AA	8		
A	54	A	35	A	30	A	8
BBB	30	BBB	48	BBB	19	BBB	6
BB	11	BB	10	BB	3		
B	6	B	4				
CCC	2	CCC	4				
Gouvernement	19	Gouvernement	5	Gouvernement	34	Gouvernement	50
AAA	8			AAA	2		
AA	2	AA	3	AA	12	AA	3
		A	1	A	11	A	11
BBB	8	BBB	1	BBB	7	BBB	25
BB	1			BB	1	BB	7
				B	1	B	3
						CCC	1

Il apparaît que pour un nombre non négligeable de triplets (20), le nombre de CDS disponible est inférieur à 5 et pour près de la moitié de ces triplets (33), il est inférieur à 10, ce qui rend la modélisation et l'estimation par triplet complexe.

Selon le rapport du BCBS et les pratiques observées, trois différentes méthodologies principales peuvent être utilisées :

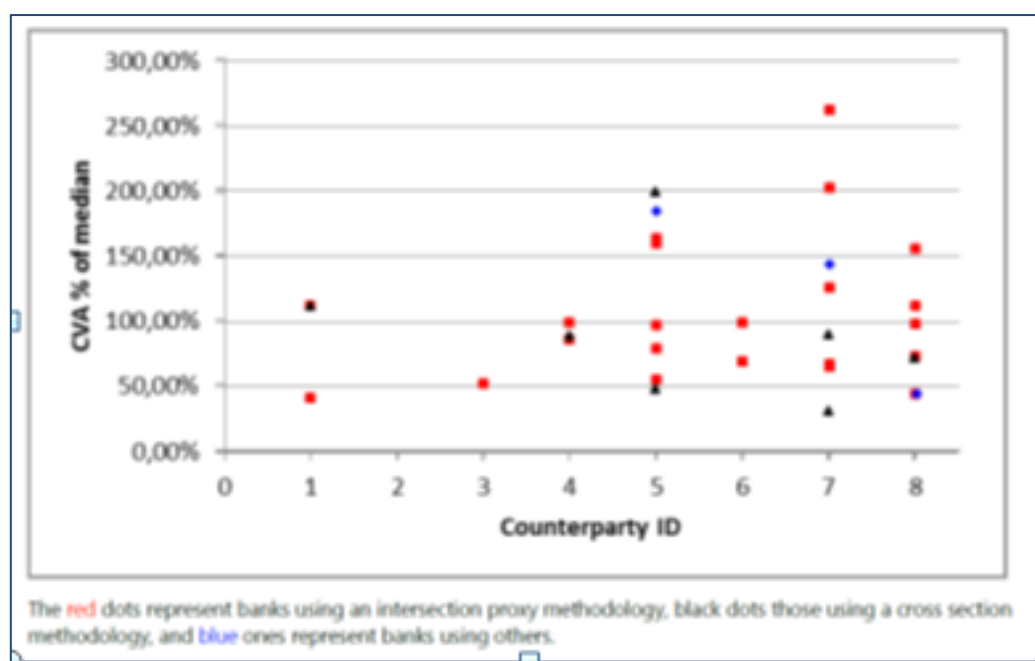
- **La méthode dite « *intersection* »** qui consiste à définir le proxy spread comme le spread moyen ou médiane de toutes les contreparties tombant dans un triplet (région× secteur ×rating) donné. La faiblesse de cette méthode réside dans le fait que certain triplet ne contienne pas suffisamment de contrepartie pour permettre de calculer une statistique pertinente et stable, ce qui conduit à la nécessité de regrouper certaines dimensions et construire des proxy spreads moins discriminants.
- **La méthode dite « *cross section* »** qui consiste à estimer le proxy spread par régression en fonction des trois facteurs rating, région et secteur.

- **La méthode de régression pure** selon laquelle le proxy spread est déterminé par régression selon un indice de CDS.

5.3.2. Résultats des analyses menées par le BCBS et l'EBA

La variabilité des montants de VaR sur CVAa été également analysée par le groupe de travail du BCBS en fonction de la méthode utilisée pour construire les approximations de spreads de crédit (*proxys spreads*) :

Figure 15 : Variabilité de la VaR sur CVA en fonction de la méthodologie utilisée pour calculer les proxy spreads



Aucune conclusion ne peut réellement être tirée de cette analyse quant à l'appréciation des différentes méthodologies.

Par ailleurs, plusieurs autres analyses ont été menées par l'EBA. Ci-dessous est reporté les analyses menées pour deux contreparties réelles : le gouvernement turc et l'entreprise Tata Motors Ltd. Pour ces deux contreparties, les banques ont reportées la série historique de proxy spreads telle qu'estimée par leur méthodologie de détermination des proxy spreads utilisé pour le calcul de la charge CVA en méthode avancée.

Les figures suivantes présentent les résultats pour ces deux contreparties, en représentant également en jaune l'évolution du spread réel du CDS de la contrepartie.

Figure 16 : Série historique du proxy spread estimé pour le gouvernement turc

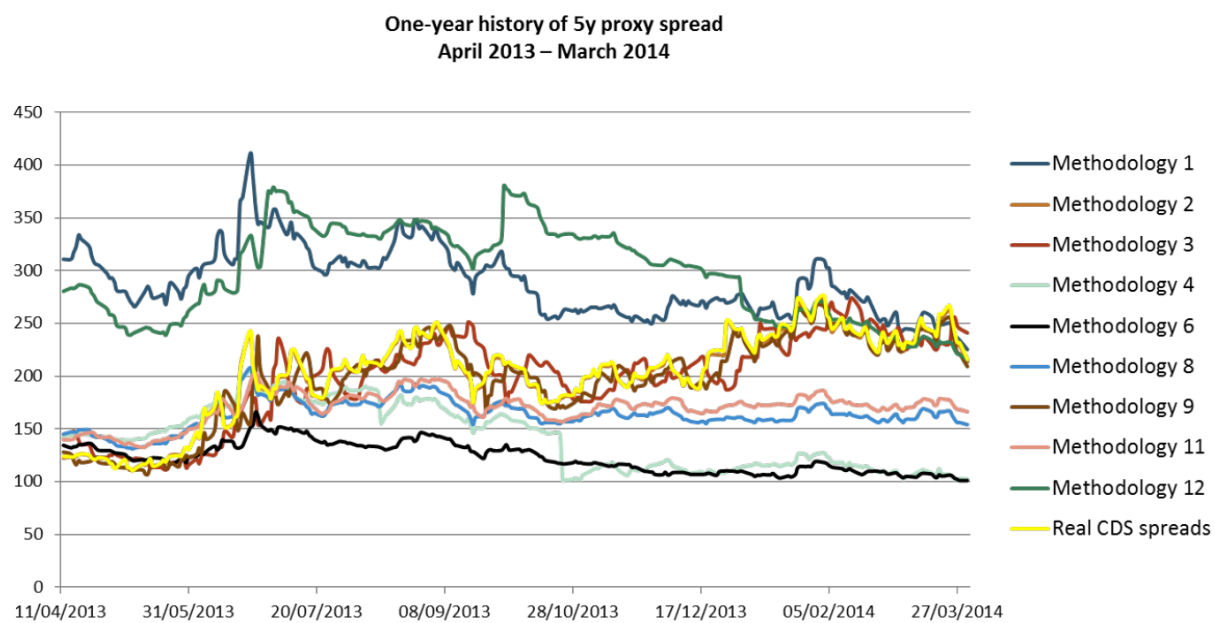
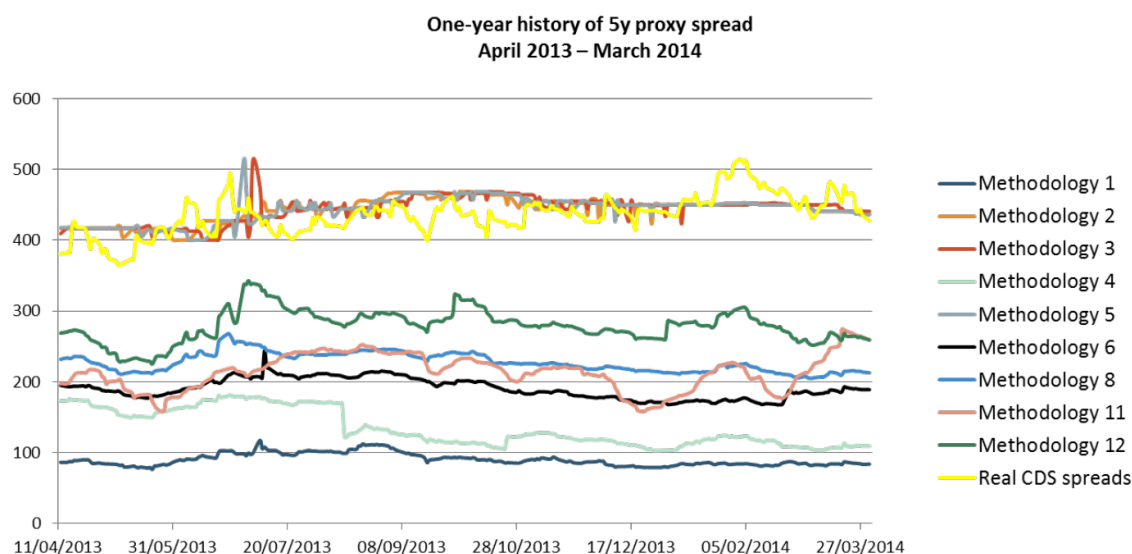


Figure 17 : Série historique du proxy spread estimé pour Tata Motors Ltd



On constate clairement **une très grande variabilité dans les comportements et niveaux des séries estimées**. Cependant, pour le calcul de la charge CVA, **le principal facteur de risque est la volatilité des niveaux des spreads de crédit et non leur niveau**. L'analyse de ces graphiques ne permet donc pas d'avoir une vision de l'impact des différentes approximations sur la variabilité de la charge CVA.

Les tableaux suivants permettent de comparer les montants de VaR sur CVA déterminés par les différentes banques en utilisant leurs différentes méthodologies de calcul des approximations de spreads. Pour ce faire, les expositions attendues sont considérées constante et égales à 1 MUSD pendant 10 ans, 4 ténors de CDS sont considérés (1an, 3 ans, 5 ans, 10 ans), les LGD sont prises égales à 60%. Ces différentes hypothèses permettent d'isoler – autant que possible- l'impact des différences de proxy spreads sur les niveaux de VaR sur CVA. Cependant **les différences inhérentes aux modèles de VaR de marché** utilisés par chaque banque ne sont pas neutralisées, introduisant de nouvelles sources de variabilité des résultats.

Figure 18 : VaR sur CVA estimé pour les expositions sur le gouvernement turc

	CVA 31/03/14	CVA VaR 99%	CVA VaR 99% (in % CVA 31/03/14)	CVA 31/03/14 (in % Mean CVA 31/03/14)	CVA VaR 99% (in % Mean CVA VaR 99%)
Methodology 1	215139	12853	6.0%	26.1%	20.4%
Methodology 2	188112	11587	6.2%	10.3%	8.5%
Methodology 3	205909	15342	7.5%	20.7%	43.7%
Methodology 4	116432	4162	3.6%	-31.7%	-61.0%
Methodology 6	116174	4618	4.0%	-31.9%	-56.7%
Methodology 8	151727	5630	3.7%	-11.0%	-47.3%
Methodology 9	186052	22831	12.3%	9.1%	113.9%
Methodology 11	159160	4576	2.9%	-6.7%	-57.1%
Methodology 12	196397	14481	7.4%	15.1%	35.6%
Mean	170567	10676	6.3%		
Stdev	36784	6436	2.9%	21.6%	60.3%

Figure 19 : VaR sur CVA estimé pour les expositions sur Tata Motors Ltd

	CVA 31/03/14	CVA VaR 99%	CVA VaR 99% (in % CVA 31/03/14)	CVA 31/03/14 (in % Mean CVA 31/03/14)	CVA VaR 99% (in % Mean CVA VaR 99%)
Methodology 1	95404	4672	4.9%	-52.6%	-52.8%
Methodology 2	290439	19064	6.6%	44.4%	92.6%
Methodology 3	292744	19993	6.8%	45.6%	101.9%
Methodology 4	115249	4501	3.9%	-42.7%	-54.5%
Methodology 5	298930	21381	7.2%	48.7%	116.0%
Methodology 6	171762	5291	3.1%	-14.6%	-46.6%
Methodology 8	195657	3406	1.7%	-2.7%	-65.6%
Methodology 11	203820	6238	3.1%	1.4%	-37.0%
Methodology 12	243451	16043	6.6%	21.1%	62.0%
Mean	201066	9901	4.9%		
Stdev	75933	7698	2.0%	37.8%	77.7%

Les différences de VaR sur CVA observées restent très importantes et seulement dues aux choix de modélisation effectués par chaque banque.

6. Conclusions

Le risque de contrepartie représente certainement l'un des aspects les plus compliqués et plus difficile à modéliser dans le cadre réglementaire actuel. Jusqu'en 2008, ce risque était – le plus souvent – considéré comme faible voire négligeable.

Suite aux premiers effets de la crise, les superviseurs ont cherché à tirer les premières leçons de la crise en modifiant le cadre réglementaire afin de mieux prendre en compte ce risque potentiel.

Cependant, certains pans de la réglementation relatifs à ces aspects restent insuffisamment clairs et peuvent contenir certaines sources d'incohérences entre différents aspects (risque de marché versus risque de contrepartie ou RWAs versus valorisation des fonds propres) ou entre les exigences prudentielles et les règles comptables. **Les développements actuels dans le cadre de la revue du traitement du portefeuille de négociation visent à clarifier certains de ces aspects.**

Il est important de noter que, bien que ce risque soit l'un des plus complexes à modéliser et que les études comparatives menées par l'EBA et le BCBS ont montré une grande variabilité des résultats données par les modèles internes d'EEPE notamment, **le cadre réglementaire sur l'évaluation du risque de contrepartie – hors CVA – ne fait pour l'instant pas l'objet d'une revue ou simplification au contraire de tous les autres types de risques.** En effet, les autres types de risque sont actuellement affectés par des changements déjà décidés ou en cours de discussion (très probable suppression de l'approche de mesure avancée pour le risque opérationnel, révision de l'approche avancée pour le risque de crédit pour les portefeuilles avec un nombre faible de défauts, revue des calculs des exigences en fonds propres pour le risque de marché et le risque CVA).

Cependant, un autre changement réglementaire aura un impact certain sur la gestion et la mesure du risque de contrepartie : il s'agit des exigences introduites s'appliquant à toute contrepartie financière ou non-financière qui effectue une transaction sur un produit dérivé par EMIR, et notamment **l'obligation d'échanger de collatéral pour tous les contrats qui ne sont pas compensés centralement.** Un projet de normes techniques développé par les Autorités européennes de supervision (ESA - EBA (Autorité Bancaire Européenne), ESMA (Autorité Européenne des Marchés Financiers) et EIOPA (Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles) a été publié en mars 2016. Il prévoit que les contreparties devront échanger des marges initiales et des marges de variation et précise les méthodologies à utiliser pour leur calcul, ainsi que les critères d'éligibilité et de diversification que le collatéral doit respecter.

Ces nouvelles exigences vont certainement avoir pour effet de réduire le risque de contrepartie et les modèles de simulation du risque de contrepartie vont devoir être adaptés afin de simuler la valeur des marges initiales et des marges de variation le plus précisément possible afin de bien anticiper les risques futurs.

7. Annexe : Principale références

[1] RÈGLEMENT (UE) No 575/2013 DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL du 26 juin 2013 concernant les exigences prudentielles applicables aux établissements de crédit et aux entreprises d'investissement et modifiant le règlement (UE) No 648/2012 :	http://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32013R0575&from=en
[2] RÈGLEMENT DÉLÉGUÉ (UE) No 526/2014 DE LA COMMISSION du 12 mars 2014 complétant le règlement (UE) no 575/2013 du Parlement européen et du Conseil 2013 par des normes techniques de réglementation visant à déterminer l'approximation d'écart et les portefeuilles limités de petite taille aux fins du risque d'ajustement de l'évaluation de crédit	http://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32014R0526&from=EN
[3] RÈGLEMENT (CE) No 1126/2008 DE LA COMMISSION du 3 novembre 2008 portant adoption de certaines normes comptables internationales conformément au règlement (CE) No 1606/2002 du Parlement européen et du Conseil	http://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32008R1126&from=EN
[4] EBA FINAL draft Regulatory Technical Standards on the specification of the assessment methodology for competent authorities regarding compliance of an institution with the requirements to use internal models for market risk and assessment of significant share under points (b) and (c) of Article 363(4) of Regulation (EU) No 575/2013	https://www.eba.europa.eu/documents/10180/1669525/Final+draft+RTS+on+the+IMA+assessment+methodology+%26+significant+shares+%28EBA-RTS-2016-07%29.pdf/f75ab291-838d-42fb-871e-3b2011728dfb
[5] Basel Committee on Banking Supervision: Convergence internationale de la mesure et des norms de fonds propres- accord dit de Bale 2	http://www.bis.org/publ/bcbs107fre.pdf
[6] Basel Committee on Banking Supervision: The Application of Basel II to Trading Activities and the Treatment of Double Default Effects	http://www.bis.org/publ/bcbs116.pdf
[7] Basel Committee on Banking Supervision STANDARDS: Minimum capital requirements for market risk	http://www.bis.org/bcbs/publ/d352.pdf
[8] Basel Committee on Banking Supervision Regulatory Consistency Assessment Programme (RCAP) – Second report on risk-weighted assets for market risk in the trading book	http://www.bis.org/publ/bcbs267.pdf
[9] Basel Committee on Banking Supervision Regulatory Consistency Assessment Programme (RCAP) – Report on risk-weighted assets for counterparty credit risk (CCR)	http://www.bis.org/bcbs/publ/d337.pdf
[10] EBA Report on CVA On Credit Valuation Adjustment (CVA) under Article 456(2) of Regulation (EU) No 575/2013 (Capital Requirements Regulation — CRR) and EBA Review	https://www.eba.europa.eu/documents/10180/950548/EBA+Report+on+CVA.pdf

<p>[11] Reflecting credit in the fair value of financial instruments A survey EY 2011</p>	<p>http://www.ey.com/Publication/vwLUAssets/Reflecting_credit_in_the_fair_value_of_financial_instruments/\$FILE/EY%20Survey%20-%20Reflecting%20credit%20in%20the%20fair%20value%20of%20financial%20instruments.pdf</p>
<p>[12] Reflecting credit and funding valuation adjustments in the fair value of financial instruments Insight into practices A survey EY</p>	<p>https://www.counterpartyriskmanagement.org/QDownloads.aspx?guid=4d8ab547-a9c6-49a2-9761-36b213e32dfd</p>
<p>[13] CVA AND WRONG WAY RISK John Hull and Alan White Joseph L. Rotman School of Management University of Toronto</p>	<p>http://www.opus-finance.com/sites/default/files/Fichier_Site_Opus/Article_recherche/Articles_externes/2013/CVA_and_Wrong_Way_Risk/CVA_and_Wrong_Way_Risk.pdf</p>
<p>[14] Trading CVA: a new development in Correlation modelling Y. Elouerkhaoui</p>	<p>http://www.mth.kcl.ac.uk/finmath/presentations/Elouerkhaoui2011.pdf</p>
<p>[15] Bilateral counterparty risk valuation for interest-rate products: impact of volatilities and correlations D. Brigo, A. Pallavicini, V. Papatheodorou</p>	<p>https://arxiv.org/pdf/0911.3331.pdf</p>
<p>[16] Bilateral counterparty risk valuation with stochastic dynamical models and application to Credit Default Swaps D. Brigo, A. Capponi</p>	<p>https://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0812/0812.3705v4.pdf</p>
<p>[17] Counterparty Risk FAQ: Credit VaR, PFE, CVA, DVA, Closeout, Netting, Collateral, Re-hypothecation, WWR, Basel, Funding, CCDS and Margin Lending Damiano Brigo</p>	<p>https://arxiv.org/pdf/1111.1331v3.pdf</p>
<p>[18] Model foundations of the Basel III standardised CVA charge. M. Pykhtin.</p>	<p>http://www.risk.net/regulation/basel-committee/2189065/model-foundations-basel-iii-standardised-cva-charge</p>

