Resolução da L.E (P.A e P.G)

Mickael Lima

Dezembro, 2021

1 Progressão Aritmética

1.1 Fundamentos

1.1.1 Questão 1

A questão lida com a formação básica de uma P.A. Para determinar o termo x pedido, podemos igualar a constante de razão r da seguinte forma:

$$(2x+1) - x = (5x+7) - (2x+1)$$
$$x+1 = 3x+6$$
$$-2x = 5$$
$$x = -\frac{5}{2}$$

A prova real é realizada substituíndo x na sequência e verificando se de fato a mesma forma uma P.A com os três primeiros termos dados.

$$f = \left(-\frac{5}{2}, -2\cdot\frac{5}{2}+1, -5\cdot\frac{5}{2}+7\right)$$
$$f = (-2.5, -4, -5.5)$$

De fato, forma-se a P.A de $a_1 = (-2.5)$ e $r = (-1.5)$.

1.1.2 Questão 2

O enunciado pede duas condições a ser cumpridas (além da formação em P.A)

- A soma dos 3 números deve ser igual a 3
- A soma dos 3 números, cada um ao quadrado, deve ser igual a 11

Isso implica no seguinte sistema

$$\begin{cases}(x-r)+x+(x+r)=3\\(x-r)^2+x^2+(x+r)^2=11\end{cases}$$

Do primeiro membro, nota-se inicialmente que r irá ser cancelado pela soma entre $-r$ e $+r$. Ficando apenas $3x = 3$. Desse modo, descobre-se $x = 1$. Jogando essa informação no segundo membro, poderemos manipular e descobrir r efetivamente.

$$(1-r)^2+1+(1+r)^2=11$$

$$(1^2-2r+r^2)+1+(1^2+2r+r^2)=11$$

$$3+2r^2=11$$

$$r=\pm 2$$

Sendo $x = 1$ e $r = \pm 2$, podemos montar duas progressões aritméticas f (para $r = 2$) e g (para $r = -2$), como ilustrado abaixo.

$$f=(-1,1,3)$$

$$g=(3,1,-1)$$

- Soma: $-1+1+3=3$
- Soma dos quadrados: $3^2+1^2+(-1)^2=11$

1.1.3 Questão 3

Chamaremos l de lado, d a diagonal e a a área. Montemos a sequência $f = (l, d, a)$. Como o enunciado pede o valor algébrico de l, é interessante reescrever todos esses valores em função do mesmo. Utilizando os conhecimentos importados da Geometria Plana, podemos afirmar que a P.A terá a forma

$$f=(l,l\sqrt{2},l^2)$$

A P.A se estabelecerá com a existência de r. Utilizando a mesma técnica da primeira questão, temos

$$l\sqrt{2} - l = l^2 - l\sqrt{2}$$

$$l\sqrt{2} + l\sqrt{2} - l = l^2$$

$$2 \cdot l\sqrt{2} - l = l^2$$

$$l = \frac{2 \cdot l\sqrt{2} - l}{l}$$

$$l = \frac{2 \cdot l\sqrt{2}}{l} - \frac{l}{l}$$

$$l = 2\sqrt{2} - 1$$