AKKiL100 Matr.Nr. 2658227
Fumar100 Matr. Nr. 2727721

2) Angenommen man hat eine unausgeglichene Münze, welche $P(K) = s \in (0,1)$
$P(Z) = w = 1-s$ hat

Wir wählen die Wkeiten $P(K)=0{,}2$ und $P(Z)=0{,}8$
Man betrachte zwei Würfe. Dann bestimmt man für das zweifache Auftreten von Kopf oder Zahl die Wahrscheinlichkeiten:

$$P(KK) = 0{,}04$$
$$P(ZZ) = 0{,}64$$

Doch wenn man zwei unterschiedliche Oberseiten hat: $P(KZ) = 0{,}16$
$P(ZK) = 0{,}16$

sind diese Wahrscheinlichkeiten identisch.
Um eine Gleichverteilung mit $P(X=1) = \frac{1}{2}$, $P(X=0) = \frac{1}{2}$ abzubilden, betrachtet man hier zwei aufeinander folgende Würfe.
Bei Kopf Kopf oder Zahl Zahl wird erneut geworfen
$P(KK) + P(ZZ) = s^2 + w^2$
Ansonsten werden die Zufallsvariablen
$P(X = KZ) = \frac{1}{2}$ und $P(X = ZK) = \frac{1}{2}$ verteilt.

$$P(KZ) + (P(HH) + P(KK))P(KZ) + (P(HH) + P(KK))^2 P(KZ) + \dots$$

$$= \frac{ws}{1-w^2+s^2} = \frac{1}{2}$$

Wenn man also zweimal wirft geht der "Sieg" an den Spieler dessen Reihenfolge kommt.

Bei KK und ZZ wird neu geworfen!
Soweit hat man einen fairen Münzwurf kreiert

3)
Sei $X: \Omega \to \{1, \ldots, n\}$, dann gilt $H(x) = \log_2(n)$ wobei X "n" Werte annehmen kann.
Diese sind mit der Jensen-Ungleichheit beweisbar.
H(X) ist abhängig von n. Die Entropie steigt mit dem Wert n, woraus auch weniger Informationen folgen
Analog dazu ist H(X) kleiner mit kleineren Werten für n, woraus folgt, dass ein Wert mit Sicherheit auftritt.

Weil $H(X) = \log_2(n) \geq 0$ suchen wir einen Wert für n, sodass $H(X) = 0$ gilt. Dies ist nur für $n=1$ der Fall. Sprich X kann nur einen Wert annehmen.

(H(x) kann nur dann 0 ergeben, wenn X eine Konstante Zufallsvariable ist. $\rightsquigarrow$ Jensen-Ungleichheit)