c etc. non residua quadratica ipsius E (omnia, quando $\mu = 1$; necessaria siue ea quae sunt residua potestatum inferiorum, quando $\mu > 1$). Computentur radices congruentiarum $mz \equiv A - na$, $mz \equiv A - nb$, $mz \equiv A - nc$ etc. (mod. $Ep^\nu = p^{\mu+\nu}$), quae sint α, β, γ etc., patetque facile, si pro quo valore ipsius x fiat $xx \equiv \alpha$ (mod. Ep^ν), valorem respondentem ipsius V fieri $\equiv a$ (mod. E) siue non residuum ipsius E, similiterque de numeris reliquis β, γ etc.; aeque facile vice versa perspicitur, si quis valor ipsius x producat $V \equiv a$ (mod. E), pro eodem fieri $xx \equiv \alpha$ (mod. Ep^ν), adeoque omnes valores ipsius x, pro quibus xx nulli numerorum α, β, γ etc. sec. mod. Ep^ν congruus sit, tales valores ipsius V producere, qui nulli numerorum a, b, c etc. sec. mod. E sint congrui. Eligantur iam e numeris α, β, γ etc. omnia residua quadratica ipsius Ep^ν, quae sint g, g', g'' etc., computentur valores expressionum $\sqrt{g}$, $\sqrt{g'}$, $\sqrt{g''}$ etc. (mod. Ep^ν), ponamusque hinc prodire $\pm h$, $\pm h'$, $\pm h''$ etc. His ita factis manifestum est, omnes numeros formarum $Ep^\nu t \pm h$, $Ep^\nu t \pm h'$, $Ep^\nu t \pm h''$ etc. ex Ω tuto eiici posse, nullique valori ipsius x in Ω post hanc exclusionem remanenti valorem ipsius V sub formis $Eu + a$, $Eu + b$, $Eu + c$ etc. contentum respondere posse. Ceterum manifestum est, tales valores ipsius V iam per se e nullo valore ipsius x prodire posse, quando inter numeros α, β, γ etc. nulla residua qu. ipsius Ep^ν inueniantur, adeoque in hoc casu numerum E tamquam excludentem applicari non posse. — Huiusmodi excludentes, quot placet, adhiberi, atque sic numeri in Ω ad lubitum diminui possunt.

Videamus iam, annon etiam numeros primos ipsum m metientes, taliumue numerorum potestates tamquam excludentes adhibere liceat. Sit B valor expr. $\frac{A}{n}$ (mod. m), patetque, V semper ipsi B secundum mod. m congruum fieri, quicunque valor pro x accipiatur, adeoque ad possibilitatem aequ. prop. necessario requiri, vt B sit residuum quadraticum ipsius m. Designante itaque p diuisorem quemcunque primum imparem ipsius m, qui per hyp. ipsos n et A, adeoque etiam ipsum B non metietur, pro valore quocunque ipsius x erit V residuum ipsius p adeoque etiam cuiuscunque potestatis ipsius p; quamobrem p ipsiusque potestates nequeunt excludentium loco haberi. — Prorsus simili ratione quando m per 8 est diuisibilis ad, aequ. prop. possibilitatem necessario requiritur vt sit $B \equiv 1$ (mod. 8), vnde etiam V pro valore quocunque ipsius x fiet $\equiv 1$ (mod. 8), et proin binarii potestates ad exclusionem non idoneae. — Quando autem m per 4 neque vero per 8 est diuisibilis, ex simili ratione esse debebit $B \equiv 1$ (mod. 4), adeoque valor expr. $\frac{A}{n}$ (mod. 8) vel 1 vel 5; designetur per C. Nullo negotio perspicietur, pro valore pari ipsius x hic fieri $V \equiv C$; pro impari, $V \equiv C + 4$ (mod. 8); vnde patet, valores pares reiiciendos esse, quando $C = 5$; impares, quando $C = 1$. — Denique quando m per 2, neque vero per 4 est diuisibilis, sit vt ante C valor expr. $\frac{A}{n}$ (mod. 8), qui erit 1, 3, 5, vel 7; atque D valor huius $\frac{\frac{1}{2}m}{n}$ (mod. 4), qui erit 1 vel 3. Iam quum valor ipsius V manifesto semper fiat $\equiv C - 2Dxx$ (mod. 8), adeoque pro x pari $\equiv C$, pro impari $\equiv C - 2D$, facile hinc colligitur, reiiciendos esse omnes valores impares ipsius x, quando $C = 1$; omnes pares, quando $C = 3$ et $D = 1$, aut $C = 7$ et $D = 3$, atque valores remanentes omnes producere $V \equiv 1$ (mod. 8) siue residuum cuiusuis potestatis binarii; in casibus reliquis autem, puta quando $C = 5$, aut $C = 3$ et $D = 3$, aut $C = 7$ et $D = 1$, fiet $V \equiv 3$, 5 vel 7 (mod. 8), siue x accipiatur par siue impar, vnde liquet, in his casibus aequationem prop. solutionem omnino non admittere.

Ceterum quum prorsus simili modo, vt hic valorem ipsius x per exclusiones inuenire docuimus, etiam, mutatis mutandis, valorem ipsius y elicere possimus, methodum exclusionis ad problematis propositi solutionem duobus semper modis applicare licebit (nisi $m = n = 1$, vbi coincidunt), e quibus si plerumque est praeferendus, pro quo Ω terminorum multitudinem minorem continet, quod facile a priori aestimari poterit. — Denique vix necesse erit obseruare, si post aliquot exclusiones *omnes* numeri ex Ω abierint, hoc vt certum indicium impossibilitatis aequationis propositae esse considerandum.

325. *Ex.* Proposita sit aequatio $3xx + 455yy = 10857362$, quam duplici modo solue-