monstrabitur), erit $\frac{2km}{n} = k$, siue $m = \frac{1}{2}n$; certo autem nequit esse $\frac{2km}{n} > k$ neque adeo $m > \frac{1}{2}n$. Quoniam itaque multitudo omnium generum pr. prim. (positiuorum) certo non est maior quam semissis omnium characterum assignabilium: ad minimum horum semissi talia genera respondere nequeunt. *Q. E. D.* — Ceterum probe notandum est, hinc nondum sequi, semissi omnium characterum assignabilium reuera respondere genera pr. prim. (positiua), sed huius propositionis grauissimae veritas infra demum e reconditissimis numerorum mysteriis enodari poterit.

Quum pro determinante negatiuo totidem genera negatiua semper exstent quot positiua, manifesto ex omnibus characteribus assignabilibus non plures quam semissis generibus pr. prim. negatiuis competere possunt, de qua re vt et de generibus impr. prim. infra loquemur. Denique obseruamus, theorema ad determinantes positiuos quadratos non extendi, pro quibus nullo negotio perspicitur singulis characteribus assignabilibus genera reuera respondere.

262. In eo itaque casu, vbi pro determinante non-quadrato dato D duo tantummodo characteres diuersi assignari possunt, vnico tantum genus pr. primitiuum (positiuum) respondebit, (quod non poterit esse aliud quam genus principale), alter nulli formae pr. prim. (pos.) illius determinantis competet. Hoc euenit pro determinantibus -1, 2, -2, -4, numeris primis formae $4n+1$

positiue, iisque formae $4n + 3$ negatiue acceptis, denique pro omnibus numerorum primorum formae $4n + 1$ potestatibus exponentis imparis positiue sumtis, et pro potestatibus numerorum primorum formae $4n + 3$ positiue vel negatiue sumtis prout exponentes sunt pares vel impares. Ex hoc principio methodum nouam haurire possumus, non modo theorema fundamentale, sed etiam reliqua theoremata sect. praec. ad residua -1, $+2$, -2 pertinentia demonstrandi, quae a methodis in sect. praec. adhibitis omnino est diuersa, elegantiaque his neutiquam inferior aestimanda videtur. Determinantem -4 autem, et qui sunt numerorum primorum potestates, quum nihil noui doceant, praeteribimus.

Pro determinante -1 itaque nulla forma positiua datur cuius character sit $3, 4$; pro determinante $+2$, nulla omnino forma cuius character sit 3 *et* $5, 8$; pro determinante -2 nulli formae positiuae competet character 5 et $7, 8$; pro determinante $+p$, si p est numerus primus formae $4n + 1$, vel pro determinante $-p$, si p est numerus primus formae $4n + 3$, nulli formae pr. pr. (positiuae in casu post.) competet character Np. Hinc theoremata sect. praec. sequenti modo demonstramus:

I. Est -1 non residuum cuiusuis numeri (positiui) formae $4n + 3$. Si enim -1 residuum talis numeri A esset, faciendo $-1 = BB - AC$, foret (A, B, C) forma positiua det. -1 cuius character $3, 4$.

II. Est -1 residuum cuiusuis numeri primi p formae $4n+1$. Nam character formae $(-1, 0, p)$, sicuti omnium proprie primitiuarum det. p, erit Rp, adeoque $-1Rp$.

III. Tum $+2$ tum -2 est residuum cuiusuis numeri primi p formae $8n+1$. Nam vel formae $(8, 1, \frac{1-p}{8})$, $(-8, 1, \frac{p-1}{8})$, vel hae $(8, 3, \frac{9-p}{8})$, $(-8, 3, \frac{p-9}{8})$ erunt proprie primitiuae (prout n impar vel par), adeoque ipsarum character Rp; hinc $+8Rp$ et $-8Rp$, vnde etiam $2Rp$, $-2Rp$.

IV. Est $+2$ non residuum cuiusuis numeri formae $8n+3$ aut $8n+5$. Si enim esset residuum talis numeri A, daretur forma (A, B, C) determinantis $+2$, cuius character 3 *et* 5, 8.

V. Simili modo -2 est non residuum cuiusuis numeri formae $8n+5$ aut $8n+7$, alioquin enim daretur forma (A, B, C) determinantis -2 cuius character 5 *et* 7, 8.

VI. Est -2 residuum cuiusuis numeri primi p formae $8n+3$. Hanc propositionem per methodum duplicem demonstrare licet. *Primo*, quum per IV sit $+2Np$, atque per I, $-1Np$, necessario erit $+2Rp$. Demonstratio *secunda* petitur ex consideratione determinantis $+2p$, pro quo quatuor characteres sunt assignabiles, puta Rp, 1 *et* 3, 8; Rp, 5 *et* 7, 8; Np, 1 *et* 3, 8; Np, 5 *et* 7, 8, ex quibus igitur saltem duobus