

quae differens erit a classe C , nisi haec est anceps. Hinc sequitur, quando non omnes classes in G ancipites sint, e reliquis semissem tantum considerare oportere, puta e binis oppositis quibusque vnam, alteram negligendo, e qua valores iis, quos prior suppeditauit, oppositos resultare iam absque calculo praeuidere licet. Quando autem C est anceps, ambo valores r et $-r$ simul inde emergent; puta, si ex C classis anceps $axx + 2bxy + cyy$ electa est, atque valor r prodiit e repr. $x = m, y = n$, valor $-r$ prodibit ex hac $x = -m - \frac{2bn}{a}, y = n$.

V. Pro eo casu vbi $D = 1$, vna tantum classis omnino datur, e qua formam $xx + yy$ electam esse supponere licebit. Quodsi valor r ex repraesentatione $x = m, y = n$ prouenit, idem ex his prodibit $x = -m, y = -n$; $x = n, y = -m$; $x = -n, y = m$, oppositusque $-r$ ex his $x = m, y = -n$; $x = -m, y = n$; $x = n, y = m$; $x = -n, y = -m$; quare ex his octo reprr., quae vnicam discerptionem constituunt, vna sufficit, si modo valori inde resultanti oppositum associemus.

VI. Valor expr. $\sqrt{-D} \pmod{M}$, ad quem repr. haec $M = amm + 2bmn + cnn$ pertinet, per art. 155 est $\mu(mb + nc) - \nu(ma + nb)$ siue numerus quicunque huic secundum M congruus, ipsis μ, ν ita acceptis vt fiat $\mu m + \nu n = 1$. Designando itaque talem valorem per v , erit $mv \equiv \mu m (mb + nc) - \nu (M - mn) \equiv$

$nnc) \equiv (\mu m + n) (mb + nc) \equiv mb + nc$
 $(\text{mod. } M)$. Hinc patet, v esse valorem expr.
 $\frac{mb + nc}{m} (\text{mod. } M)$; similique modo inuenitur, v
 esse valorem expr. — $\frac{ma + nb}{n} (\text{mod. } M)$. Hae
 formulae saepenumero ei ex qua deductae fue-
 runt praeferendae sunt.

328. *Exempla. I.* Quaeruntur omnes valo-
 res expr. $\sqrt{-1365} (\text{mod. } 5428681 = M)$;
 numerus M hic est $\equiv 1, 1, 1, 6, 11 (\text{mod. } 4, 3, 5, 7, 13)$ adeoque sub forma diuisorum
 ipsorum $xx + 1, xx + 3, xx - 5$, et sub for-
 ma non diuisorum ipsorum $xx + 7, xx - 13$,
 et proin sub forma diuisorum ipsius $xx + 1365$
 contentus; characterque generis in quo classes \mathcal{G}
 reperiuntur erit $1, 4; R_3; R_5; N_7; N_{13}$. In
 hoc genere vnica classis continetur, e qua eligi-
 mus formam $6xx + 6xy + 229yy$; vt omnes
 repraesentationes numeri M per hanc inuenian-
 tur, ponemus $2x + y = x'$, vnde fieri debet
 $3x'x' + 455yy = 2M$. Haec aequatio quatuor
 solutiones admittit in quibus y est posituius, pu-
 ta $y = 127, x' = \pm 1083, y = 119, x' =$
 ± 1213 . Hinc prodeunt quatuor solutiones
 aequ. $6xx + 6xy + 229yy = M$, in quibus y
 posituius,

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} x & 478 & -605 & 547 & -666 \\ y & 127 & 127 & 119 & 119 \end{array}$$

Solutio prima dat pro v valorem expr. $\frac{30517}{478}$ si-

ue $-\frac{3249}{127} \pmod{M}$, vnde inuenitur 2350978;
 secunda producit valorem oppositum -2350978 ;
 tertia hunc 2600262, quarta oppositum -2600262 .

II. Si quaerendi sunt valores expr. $\sqrt{-286} \pmod{4272943 = M}$, character generis in quo classes \mathfrak{G} contentae sunt, inuenitur 1 et 7, 8; R_{11} ; R_{13} ; quare erit genus principale, in quo tres classes continentur, per formas (1, 0, 286), (14, 6, 23), (14, -6 , 23) exhibitae; ex his tertiam, vtpote secundae oppositam negligere licet. Per formam $xx + 286yy$ duae repraesentationes numeri M inueniuntur, in quibus y positivus, puta $y = 103$, $x = \pm 1113$, vnde prodeunt valores expr. propositae hi 1493445, -1493445 . Per formam (14, 6, 23) autem M non repraesentabilis inuenitur, vnde concluditur, praeter duos valores inuentos alios non dari.

III. Proposita expr. $\sqrt{-70} \pmod{997331}$, classes \mathfrak{G} contentae esse debebunt in genere cuius character 3 et 5, 8; R_5 ; N_7 ; in hoc vnica classis reperitur cuius forma repraesentans haec (5, 0, 14). At calculo instituto inuenitur, numerum 997331 per formam (5, 0, 14) non esse repraesentabilem, quamobrem -70 necessario erit non residuum qu. illius numeri.

329. Problema, numeros primos a compositis dignoscendi, hosque in factores suos primos resoluendi, ad grauissima ac vtilissima toti-