

nis sit, omnes hae formae eo quo praescripsimus modo tractandae et ex formis prodeuntibus ea cuius terminus medius quam minimus euadit tamquam forma repraesentans assumenda erit.

Ita e. g. pro  $D = 305$  habetur periodus inter alias haec:  $(17, 4, -17)$ ,  $(-17, 13, 8)$ ,  $(8, 11, -23)$ ,  $(-23, 12, 7)$ ,  $(7, 16, -7)$ ,  $(-7, 12, 23)$ ,  $(23, 11, -8)$ ,  $(-8, 13, 17)$ , ex qua primo eligitur forma  $(7, 16, -7)$ , hincque secundo deducitur forma repraesentans  $(7, 2, -43)$ .

III. Quando determinans est positivus quadratus  $= kk$ , eruatur forma reducta  $(A, k, o)$  in classe proposita contenta et, si  $A < k$  aut  $= k$ , pro forma repraesentante ipsa recipiatur; si vero  $A > k$ , assumatur illius loco forma  $(A - 2k, k, o)$ , cuius terminus primus erit negatius, sed minor quam  $k$ .

Ex. Hoc modo omnes formae determinantis  $-235$  distribuuntur in classes sedecim, quarum repraesentantes erunt:  $(1, 0, 235)$ ,  $(2, 1, 118)$ ,  $(4, 1, 59)$ ,  $(4, -1, 59)$ ,  $(5, 0, 47)$ ,  $(10, 5, 26)$ ,  $(13, 5, 20)$ ,  $(13, -5, 20)$ , octoque aliae a praecedentibus in solis signis terminorum externorum diuersae,  $(-1, 0, -235)$ ,  $(-2, 1, -118)$  etc.

Omnes formae determinantis 79 in sex classes discedunt, quarum repraesentantes  $(1, 0, -79)$ ,  $(3, 1, -26)$ ,  $(3, -1, -26)$ ,  $(-1, 0, 79)$ ,  $(-3, 1, 26)$ ,  $(-3, -1, 26)$ .

224. Per hanc itaque classificationem formae quae proprie aequivalentes sunt a reliquis omnino segregabuntur. Duae formae eiusdem determinantis  $D$ , si ex eadem classe sunt, proprie aequivalentes erunt; quiuis numerus per unam repraesentabilis etiam per alteram repraesentari poterit; et si numerus quicunque  $M$  per formam priorem ita repraesentari potest, ut indeterminatae valores inter se primos habeant, idem numerus per alteram formam eodem modo repraesentari poterit, et quidem ita, ut utraque repraesentatio ad eundem valorem expressionis  $\sqrt{D}$  (mod.  $M$ ) pertineat. Si vero duae formae ad classes diuersas pertinent, proprie aequivalentes non erunt; a repraesentabilitate numeri alicuius dati per unam ad repraesentabilitatem eiusdem numeri per alteram concludi nequit; contra, si numerus  $M$  per alteram repraesentari potest ita ut valores indeterminatarum inter se primi sint, statim certi sumus, nullam similem repraesentationem eiusdem numeri per formam alteram dari, quae ad eundem valorem expr.  $\sqrt{D}$  (mod.  $M$ ) pertineat. (V. artt. 167, 168).

Contra utique fieri potest, ut formae duae  $F$ ,  $F'$ , e classibus diuersis  $K$ ,  $K'$  improprie aequivalentes sint, in quo casu *quaevis* forma ex altera classe *cuius* formae ex altera improprie aequualebit; *quaevis* forma ex  $K$  formam sibi oppositam habebit in  $K'$ , classesque ipsae  $K$ ,  $K'$  *oppositae* dicentur. Ita in exemplo primo art. praec. classis tertia formarum det. — 235 quartae, septima octauae opposita est; in ex. secundo classis secunda tertiae, quinta sextae. Propositis

Itaque duabus formis quibuscumque e classibus oppositis, quiuis numerus  $M$  qui per alteram repraesentari potest etiam per alteram poterit; quod, si in altera fit per valores indeterminatum inter se primos, in altera perinde fieri poterit, ita tamen, ut hae duae repraesentationes ad valores oppositos expr.  $\sqrt{D}$  (mod.  $M$ ) pertineant. — Ceterum regulae supra traditae pro electione formarum repraesentantium ita sunt constitutae, ut classes oppositae formas repraesentantes oppositas semper nanciscantur.

Denique dantur etiam classes *sibi ipsis oppositae*. Scilicet si forma aliqua simul cum forma opposita in eadem classe continetur, facile perspicitur, omnes formas huius classis tum proprie tum impropre inter se aequivalentes esse, oppositasque suas secum habere. Hanc indolem quaevis classis habebit, in qua forma anceps continetur, et vice versa in quauis classe sibi ipsi opposita necessario forma anceps reperietur (art. 163, 165), quamobrem *classis anceps* nuncupabitur. Ita inter classes formarum determinantis — 235 octo ancipites habentur, quarum repraesentantes sunt (1, 0, 235), (2, 1, 118), (5, 0, 47), (10, 5, 26), (-1, 0, -235), (-2, 1, -118), (-5, 0, -47), (-10, 5, -26); inter classes formarum determinantis 79 duae, quarum repraesentantes (1, 0, -79), (-1, 0, 79). — Ceterum si formae repraesentantes secundum regulas nostras determinatae sunt, classes ancipites nullo negotio inde cognosci poterunt. Scilicet pro determinante positivo non quadrato classis anceps certo formam repraesentantem an-