infimam numeri 10, quae vnitati secundum modulum p^μ congrua fit (Conf. sectio III, vbi ostendimus, e vel numero $(p - 1)p^{\mu-1}$ aequalem vel ipsius partem aliquotam esse), perspicieturque facile, etiam $10^e a$ fore numerum, in serie $10a$, $100a$, $1000a$ etc. primum, qui ipsi a secundum eundem modulum sit congruus. Iam quum per art. 312 mantissae fractionum $\frac{10a}{p^\mu}$, $\frac{100a}{p^\mu} \ldots \frac{10^e a}{p^\mu}$ oriantur, demendo mantissae fractionis F figuram primam, duas . . . e figuras primas resp., manifestum est, in hac mantissa post primas e figuras, neque prius, easdem iterum repeti. Has primus e figuras, e quibus infinities repetitis mantissa formata est, *periodum* huius mantissae siue fractionis F vocare possumus, patetque magnitudinem periodi, i. e. multitudinem figurarem e quibus constat, quae, est $= e$, a numeratore a omnino independentem esse, et per solum denominatorem determinari. Ita e. g. periodus fractionis $\frac{1}{11}$ est 09, fractionis $\frac{3}{7}$ periodus 428571 *).

315. Simulac igitur fractionis alicuius periodus habetur, mantissa ad figuras quotcunque produci poterit. Porro patet, si fuerit $b \equiv 10^\lambda a$ (mod. p^μ), periodum fractionis $\frac{b}{p^\mu}$ oriri, si primae λ figurae periodi fractionis F (supponendo

*) Cel. Robertson periodi initium et finem duobus punctis figurae primae et vltimae suprascriptis indicat (Theory of circulating fractions, Philos. Trans. 1764), quod hic non necessarium putamus.

$\lambda < e$ quod licet) reliquis $e - \lambda$ postscribantur, adeoque cum periodo fractionis F simul periodos omnium fractionum haberi, quarum numeratores ipsis $10a$, $100a$, $1000a$ etc. secundum denominatorem p^μ sint congrui. Ita *e. g.* quum $6 \equiv 3.10^2$ (mod. 7), periodus fractionis $\frac{6}{7}$ statim e periodo fractionis $\frac{3}{7}$ fit 857142.

Qnoties itaque pro modulo p^μ numerus 10 est radix primitiua (artt. 57, 89), e periodo fractionis $\frac{1}{p^\mu}$ protinus deduci poterit periodus cuiusuis alius fractionis $\frac{m}{p^\mu}$ (cuius numerator m per p non diuisibilis), tot figuras ab illa a laeua resecando et ad dextram restituendo, quot vnitates habet index ipsius m, numero 10 pro basi accepto. Hinc perspicuum est, quamobrem in hocce casu numerus 10 in tabula I semper pro basi acceptus sit (v. art. 72).

Quando vero 10 non est radix primitiua, e periodo fractionis $\frac{1}{p^\mu}$ earum tantummodo fractionum periodi exscindi possunt, quarum numeratores alicui potestati ipsius 10 secundum p^μ sunt congrui. Sit 10^e potestas infima ipsius 10 vnitati secundum p^μ congrua, $(p-1)p^{\mu-1} = ef$, atque talis radix primitiua r pro basi accepta, vt index numeri 10 fiat f (art. 71). In hoc itaque systemate numeratores fractionum, quarum periodi e periodo fractionis $\frac{1}{p^\mu}$ exscindo possunt, habebunt indices f, $2f$, $3f \ldots ef - f$; simili modo e periodo fractionis $\frac{r}{p^\mu}$ deduci possunt periodi fractionum, quarum numeratores $10r$, $100r$, $1000r$ etc. indicibus $f+1$, $2f+1$, $3f+1$ etc. respondentes; e periodo fractionis cum numeratore rr (cuius index 2) deducentur periodi fractionum cum numeratoribus quorum indices $f+2$, $2f+2$, $3f+2$ etc.; generaliterque e periodo fractionis cum numeratore r^i deriuari poterunt periodi fractionum cum numeratoribus, quorum indices $f+i$, $2f+i$, $3f+i$ etc. Hinc facile colligitur, si tantummodo periodi fractionum cum numeratoribus $1, r, rr, r^3 \ldots r^{f-1}$ habeantur, omnes reliquas inde per solam transpositionem deduci posse adiumento regulae sequentis: Sit index numeratoris m fractionis propositae $\frac{m}{p^\mu}$, in systemate vbi r pro basi acceptus est, $= i$ (quem supponimus minorem quam $(p-1)p^{\mu-1}$); fiat (diuidendo per f) $i = \alpha f + \beta$ ita vt α, β sint integri positiui (siue etiam 0) atque $\beta < f$; quo facto orietur periodus fractionis $\frac{m}{p^\mu}$ e periodo fractionis cuius numerator r^β (adeoque 1, quando $\beta = 0$), collocando huius α primas figuras post reliquas (adeoque hanc ipsam periodum retinendo, quando $\alpha = 0$). Haec sufficienter declarabunt, cur in condenda tabula I normam in art. 72 explicatam sequuti simus.

316. Secundum haec principia pro omnibus denominatoribus formae p^μ infra 1000 tabulam periodorum necessariarum construximus, quam integram siue etiam vlterius continuatam