(vbi n, n' etiam fractiones euadere posse probe notandum, etsi mn', $m'n$ necessario sint integri): facile ex aequatt. 12 ... 17 deducitur

$$Dmmn'n' = d'(\mathfrak{A}a + 2\mathfrak{B}b + \mathfrak{C}c)^2 = d'mm$$

similiterque ex aequ. 18 ... 23

$$Dm'm'nn = d(\mathfrak{A}'a' + 2\mathfrak{B}'b' + \mathfrak{C}'c')^2 = dm'm'.$$

Erit igitur $d = Dnn$, $d' = Dn'n'$, vnde nanciscimur CONCLVSIONEM PRIMAM: *Determinantes formarum* F, f, f' *necessario inter se habent rationem quadratorum;* et SECVNDAM: D *semper metitur numeros* $dm'm'$, $d'mm$. Patet itaque, D, d, d' eadem signa habere, nullamque formam in productum ff' transformabilem esse posse, cuius determinans maior sit quam diuisor communis maximus numerorum $dm'm'$, $d'mm$.

Multiplicentur aequationes 12, 13, 14 resp. per $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$; similiterque per eosdem numeros aequatt. 13, 15, 16, et 14, 16, 17; addantur terna producta, diuidaturque summa per Dmn', scripto pro d', $Dn'n'$. Tunc prodit

$$P = an', \; R - S = 2bn', \; U = cn'$$

Simili modo multiplicatis aequationibus 18, 19, 20 nec non 19, 21, 22 et 20, 22, 23 resp. per $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{B}'$, $\mathfrak{C}'$, obtinetur

$$Q = a'n, \; R + S = 2b'n, \; T = c'n.$$

Hinc habetur CONCLVSIO TERTIA: *Numeri* a, $2b$, c *proportionales sunt numeris* P, $R -$

S, U, positaque illorum ratione ad hos vt 1 *ad* n', *erit* n' *radix quadrata ex* $\frac{d'}{D}$; *similiterque numeri* a', $2b'$, c' *ad* Q, $R+S$, T *eandem rationem habent, quae si ponitur esse vt* 1 *ad* n, *erit* n *radix quadrata ex* $\frac{d}{D}$.

Ceterum quantitates n, n' radices vel positiuae vel negatiuae ex $\frac{d}{D}$, $\frac{d'}{D}$ esse possunt, vnde distinctionem petimus, quae primo aspectu sterilis videbitur, sed cuius vsus in sequentibus sufficienter apparebit. Scilicet dicemus, in transformatione formae F in ff' formam f accipi *directe* quando n est positiua, inuerse quando n negatiua; similiterque f' accipi directe vel inuerse prout n' positiua vel negatiua. Accedente autem conditione vt k sit $= 1$, forma F *vel* ex vtraque forma f, f' directe composita, *vel* ex vtraque inuerse *vel* ex f directe et ex f' inuerse, *vel* ex f inuerse et ex f' directe dicetur, prout vel n, n' ambae sunt positiuae, vel ambae negatiuae, vel prior positiua posterior negatiua, vel prior negatiua posterior positiua. Ceterum quisque facile intelliget, has relationes ab ordine quo formae f, f' collocantur (vid. annot. prima ad art. praes.) non pendere.

Porro obseruamus, diuisorem maximum communem numerorum P, Q, R, S, T, U puta k metiri numeros mn', $m'n$ (vti ex valoribus supra stabilitis manifestum est) adeoque quadratum kk ipsos $mmn'n'$, $m'm'nn$, atque Dkk ipsos $d'mm$, $dm'm'$. Sed et vice versa quiuis diuisor communis ipsorum mn', $m'n$ metietur ipsum k. Sit enim e talis diuisor qui manifesto etiam numeros an', $2bn'$, cn', $a'n$, $2b'n$, $c'n$ metietur, i. e. numeros P, $R - S$, U, Q, $R + S$, T et proin etiam ipsos $2R$ et $2S$. Iam si $\frac{2R}{e}$ esset numerus impar, etiam $\frac{2S}{e}$ impar esse deberet (quoniam summa et differentia sunt pares) adeoque etiam productum impar. Hoc autem productum fit $= \frac{4}{ee}(b'b'nn - bbn'n') = \frac{4}{ee}(d'nn + a'c'nn - dn'n' - acn'n') = \frac{4}{ee}(a'c'nn - acn'n')$ adeoque par, quia e ipsos $a'n$, $c'n$, an', cn' metitur. Quare $\frac{2R}{e}$ necessario erit par, et proin R nec non S per e diuisibilis. Quoniam igitur e omnes sex P, Q, R, S, T, U metitur, metietur etiam ipsorum diuisorem communem maximum k. *Q. E. D.* — Hinc concluditur k esse diuisorem communem maximum numerorum mn', $m'n$; vnde facile perspicietur, *Dkk fore diuisorem communem maximum numerorum $dm'm'$, $d'mm$.* Quae est CONCLVSIO QVARTA. Patet itaque, quoties F ex f et f' composita sit, D fore diuisorem communem maximum, numerorum $dm'm'$, $dm'm$, et vice versa; quae proprietas etiam tamquam definitio formae compositae adoptari potuisset. Forma igitur composita e formis f, f' determinantem maximum possibilem inter omnes formas in productum ff' transformabiles habet.

Antequam vlterius progredi possimus, ante omnia valorem ipsius $\triangle$ accuratius definire oportet,