

Quaerendi sint itaque omnes valores expr.
 $\checkmark - D$ (mod. M), vbi D et M positui supponuntur, atque M sub forma diuisorum ipsius $xx + D$ contentus (art. 147 sqq.), alioquin enim a priori constaret, nullos numeros expressioni propositae satisfacere posse. Sint valores quaesiti, e quibus bini semper oppositi erunt, $\pm r$, $\pm r'$, $\pm r''$ etc., atque $D + rr = Mh$, $D + r'r' = Mh'$, $D + r''r'' = Mh''$ etc.; porro designentur classes ad quas formae (M, r, h) , $(M, -r, h)$, (M, r', h) , $(M, -r', h)$, (M, r'', h) , $(M, -r'', h)$ etc. pertinent, resp. per G , $-G$, G' , $-G'$, G'' , $-G''$ etc., ipsarumque complexus per G . Hae classes quidem, generaliter loquendo, tamquam incognitae sunt spectandae; attamen perspicuum est, *primo*, omnes esse possitias atque proprie primitias, *secundo* omnes ad idem genus pertinere, cuius *character* ex indele numeri M , i. e. ex ipsius relationibus ad singulos diuisores primos ipsius D (insuperque ad 4 aut 8 quando hae sunt necessariae) facile cognosci possit (art. 230). Quum suppositum sit, M contineri sub forma diuisorum ipsius $xx + D$, a priori certi esse possumus, huic characteri necessario genus pos. pr. pr. formarum determin. — D respondere, etiamsi forsan expressioni $\checkmark - D$ (mod. M) satisfieri nequeat; quum itaque hoc genus sit notum, omnes classes in ipso contentae erui poterunt, quae sint C , C' , C'' etc., atque ipsarum complexus G . Patet igitur, singulas classes G , $-G$ etc. cum aliqua classe in G identicas esse debere; fieri potest quoque, ut plures classes in G inter se, adeoque cum eadem in G identicae sint, et quando G unicam

classem continet, certo omnes in \mathfrak{G} cum hac conuenient. Quare si e classibus C, C', C'' etc. formae (simplissimae) f, f', f'' etc. eliguntur, (vna e singulis): e singulis classibus in \mathfrak{G} vna forma inter has reperietur. Iam si $axx + 2bxy + cyy$ est forma in classe \mathfrak{G} contenta, dabuntur duae repraesentationes numeri M per ipsam ad valorem r pertinentes, et si vna est $x = m, y = n$, altera erit $x = -m, y = -n$; vnicus casus excipi debet, vbi $D = 1$, in quo quatuor repraesentationes dabuntur (v. art. 180).

Ex his colligitur, si omnes repraesentationes numeri M per singulas formas f, f', f'' etc. inuestigentur (per methodum indirectam in praecc. traditam), atque hinc valores expr. $\sqrt{-D}$ (mod. M) ad quos singulae pertinent deducantur (art. 154 sqq), *omnes* valores huius expressio-
nis inde obtineri, et quidem singulos bis, aut,
si $D = 1$, quater. *Q. E. F.* Si quae formae in-
ter f, f' etc. reperiuntur, per quas M repre-
sentari nequit, hoc est indicium, ipsas, ad nullam
classem in \mathfrak{G} pertinere, adeoque negligendas
esse: si vero M per nullam illarum formarum
repraesentari potest, necessario $-D$ debet
esse non residuum quadraticum ipsius M . —
Circa has operationes teneantur adhuc obserua-
tiones sequentes.

I. Repraesentationes numeri M per formas f, f' etc., quas hic adhibemus, subintelliguntur esse tales, in quibus indeterminatarum valores inter se primi sunt; si quae aliae se offerunt, in quibus hi valores diuisorem communem μ ha-

bent (quod tunc tantummodo accidere potest, vbi μu metitur ipsum M , certoque accidet, quando — $DR_{\mu u}^M$) hae: ad institutum praesens omnino negligi debent, etsi alio respectu vtiles esse possint.

II. Ceteris paribus labor manifesto eo facilior erit, quo minor est multitudo classium f, f_1, f_2 etc., adeoque breuissimus, quando D est vnuus e 65 numeris in art. 303. traditis, pro quibus in singulis generibus vnica tantum classis datur.

III. Quum binae semper huiusmodi representationes $x = m, y = n; x = -m, y = -n$ ad eundem valorem pertineant, perspicuum est, sufficere, si eae tantummodo representaciones considerentur, in quibus y positius. Tales itaque representationes diuersae semper valoribus diuersis expr. ✓ — D (mod. M) respondent, vnde multitudo omnium valorum diuersum multitudini omnium talium representationum prodeuntium aequalis erit (semper excipiendo casum $D = 1$, vbi illa huius semissis erit).

IV. Quoniam, simulac alter duorum valorum oppositorum $+r, -r$, cognitus est, alter sponte innotescit, operationes adhuc aliquantum abbreviari possunt. Si valor r obtinetur e representatione numeri M per formam in classe C contentam, i. e. si $\mathfrak{C} = C$; valor oppositus $-r$ manifesto emerget e representatione per formam, in classe ipsi C opposita contentam,