1) Si formae F, F', F'' etc.; ${}'F$, ${}''F$, ${}'''F$ etc. ita exhibetur: $(a, b, -a')$, $(-a', b', a'')$, $(a'', b'', -a''')$ etc.; $(-{}'a, {}'b, a)$, $({}''a, {}''b, -{}'a)$, $(-{}'''a, {}'''b, {}''a)$ etc: omnes a, a', a'', a''' etc. ${}'a$, ${}''a$, ${}'''a$ etc. *eadem signa* habebunt (art. 184, 1), omnes vero b, b', b'' etc. ${}'b$, ${}''b$, etc. erunt positiui.

2) Hinc manifestum est, numerum n (multitudinem formarum ex quibus periodus formae F constat) semper esse *parem*. Etenim terminus primus formae cuiusuis F^m ex hac periodo manifesto idem signum habebit vti terminus primus a formae F, si m est par, oppositum, si m est impar. Quare quum F^n et F identicae sint, n necessario erit par.

3) Algorithmus per quem numeri b', b'', b''' etc., a'', a''' etc. inueniuntur, ex art. 184, 6 est hic:

$$\begin{array}{l|c|l}
 & \text{inter limites} & \\
 & \sqrt{D} \text{ et} & \\
b' \equiv -b \;(\text{M}.\, a') & \sqrt{D} \mp a' & a'' = \dfrac{D - b'b'}{a'} \\
b'' \equiv -b' \;(\text{M}.\, a'') & \sqrt{D} \mp a'' & a''' = \dfrac{D - b''b''}{a''} \\
b''' \equiv -b'' \;(\text{M}.\, a''') & \sqrt{D} \mp a''' & a^{\text{IV}} = \dfrac{D - b'''b'''}{a'''}
\end{array}$$

etc.

vbi in columna secunda signa superiora vel inferiora sunt accipienda, prout a, a', a'' etc. sunt positiui vel negatiui. Loco formularum in columna tertia etiam sequentes adhiberi possunt, quae commodiores euadunt, quando D est numerus magnus:

$$a'' = \frac{b+b'}{a'}(b-b')+a$$

$$a''' = \frac{b'+b''}{a''}(b'-b'')+a'$$

$$a^{\text{IV}} = \frac{b'+b''}{a'''}(b''-b''')+a'' \text{ etc.}$$

4) Forma quaecunque F^m, in periodo formae F contenta, proprie eandem periodum habet vt F. Scilicet periodus illa erit F^m, F^{m+1} .... F^{n-1}, F, F'.... F^{m-1}, in qua eaedem formae eodemque ordine occurrunt, vt in periodo formae F, et quae ab hac tantummodo respectu initii et finis discrepat.

5) Hinc patet, omnes formas reductas eiusdem determinantis D in periodos *distribui* posse. Accipiatur aliqua harum formarum, F, ad libitum inuestigeturque ipsius periodus, F, F', F'' .... F^{n-1}, quam designemus per P. Si haec omnes formas reductas determinantis D nondum amplectitur, sit aliqua in ipsa non contenta G huiusque periodus Q. Tum patet P et Q nullam formam communem habere posse; alioquin enim etiam G in P contenta esse deberet periodique omnino coinciderent. Si P et Q omnes formas reductas nondum exhauriunt, aliqua ex deficientibus, H, periodum tertiam, R, suppeditabit, quae neque cum P neque cum Q formam communem habebit. Hoc modo continuare possumus, vsquedum omnes formae re-

ductae sint exhaustae. Ita *e. g.* omnes formae reductae determinantis 79 in sex periodos distribuuntur:

I. $(1, 7, -15), (-15, 7, 2), (2, 7, -15), (-15, 8, 1)$.

II. $(-1, 8, 15), (15, 7, -2), (-2, 7, 15), (15, 8, -1)$.

III. $(3, 8, -5), (-5, 7, 6), (6, 5, -9), (-9, 4, 7), (7, 3, -10), (-10, 7, 3)$.

IV. $(-3, 8, 5), (5, 7, -6), (-6, 5, 9), (9, 4, -7), (-7, 3, 10), (-10, 7, -3)$.

V. $(5, 8, -3), (-3, 7, 10), (10, 3, -7), (-7, 4, 9), (9, 5, -6), (-6, 7, 5)$.

VI. $(-5, 8, 3), (3, 7, -10), (-10, 3, 7), (7, 4, -9), (-9, 5, 6), (6, 7, -5)$.

6) Vocemus *formas socias*, quae ex iisdem terminis constant, sed ordine inuerso positis, vt $(a, b, -a')$, $(-a', b, a)$. Tum facile perspicitur ex art. 184, 7, si periodus formae reductae F sit $F, F', F'' \ldots F^{2n-1}$, formae F socia f formisque $F^{2n-1}, F^{2n-2} \ldots F'', F'$ resp. sociae sint formae $f', f'' \ldots f^{n-2}, f^{n-1}$: periodum formae f fore $f, f', f'' \ldots f^{n-2}, f^{n-1}$, adeoque ex totidem formis constare, vt periodum formae F. Periodos formarum sociarum vocabimus *periodos socias*. Ita in exemplo nostro sociae sunt periodi III et VI; IV et V.

7) Sed fieri etiam potest, vt forma f ipsa in periodo sociae suae F occurrat, vti in ex. nostro in periodo I et II, adeoque periodus