praesentari posse. Contra respectu numerorum 4 et 8 analogon quoddam etiam in aliis casibus locum habet, quos praeterire non possumus.

I. *Quando determinans D formae primitiuae F est $\equiv 3$ (mod. 4): omnes numeri impares, per formam F repraesentabiles, erunt vel $\equiv 1$, vel omnes $\equiv 3$ (mod. 4).* Si enim m, m' sunt duo numeri per F repraesentabiles, productum mm' eodem modo vt supra sub formam $pp - Dqq$ redigi poterit. Quando itaque vterque m, m' est impar, necessario alter numerorum p, q par erit, alter impar, adeoque alterum quadratorum pp, $qq \equiv 0$, alterum $\equiv 1$ (mod. 4). Vnde facile deducitur, $pp - Dqq$ certo esse $\equiv 1$ (mod. 4), adeoque aut vtrumque m, $m' \equiv 1$, aut vtrumque $\equiv 3$ (mod. 4). Ita *e. g.* per formam (10, 3, 17) alii numeri impares quam qui sunt formae $4n + 1$ repraesentari nequeunt.

II. *Quando determinans D formae primitiuae F est $\equiv 2$ (mod. 8): omnes numeri impares, per F repraesentabiles, erunt vel partim $\equiv 1$ partim $\equiv 7$, vel partim $\equiv 3$ partim $\equiv 5$ (mod. 8).* Ponamus enim m, m' esse duos numeros impares per F repraesentabiles, quorum igitur productum mm' sub formam $pp - Dqq$ redigi poterit. Quando ergo vterque m, m' est impar, necessario p impar esse debebit (quia D par), adeoque $pp \equiv 1$ (mod. 8); qq vero erit vel $\equiv 0$, vel $\equiv 1$, vel $\equiv 4$, et proin Dqq vel $\equiv 0$ vel $\equiv 2$. Hinc $mm' = pp - Dqq$ fit vel $\equiv 1$ vel $\equiv 7$ (mod. 8); si itaque m est vel $\equiv 1$ vel $\equiv 7$, etiam m' erit vel 1 vel $\equiv 7$; si vero m est vel

$\equiv 3$, vel $\equiv 5$, etiam m' erit vel $\equiv 3$ vel $\equiv 5$. *E. g.* omnes numeri impares per formam $(3, 1, 5)$ repraesentabiles sunt aut $\equiv 3$, aut $\equiv 5$ (mod. 8), nullique numeri formae $8n + 1$ aut $8n + 7$ per formam illam repraesentari possunt.

III. *Quando determinans D formae primitiuae F est $\equiv 6$ (mod. 8): per formam hanc repraesentari possunt numeri impares vel tales tantum qui sunt $\equiv 1$ et $\equiv 3$ (mod. 8), vel tales tantum qui sunt $\equiv 5$ et $\equiv 7$ (mod. 8).* Demonstrationem praecedenti (in II) omnino similem quisque nullo negotio euoluere poterit. — Ita *e. g.* per formam $(5, 1, 7)$ vnice tales numeri impares possunt repraesentari qui sunt aut $\equiv 5$ aut $\equiv 7$ (mod. 8).

230. Omnes igitur numeri qui per formam primitiuam datam F determinantis D repraesentari possunt, relationem fixam habebunt ad singulos diuisores primos ipsius D (per quos quidem ipsi non sunt diuisibiles), numeri impares vero qui per F possunt repraesentari, in quibusdam casibus etiam ad numeros 4 et 8 relationem fixam habebunt, scilicet ad 4, quoties D aut $\equiv 0$ aut $\equiv 3$ (mod. 4), et ad 8 quoties D aut $\equiv 0$, aut $\equiv 2$ aut $\equiv 6$ (mod. 8)*). Talem relationem ad singulos hos numeros, *characterem* seu *characterem particularem* formae F vocabimus sequentique modo exprimemus:

*) Pro determinantibus per 8 diuisibilibus relatio ad numerum 4 negligi potest, quoniam in hoc casu sub relatione ad 8 iam est contenta.

Quando sola residua quadratica numeri primi p per formam F repraesentari possunt, tribuemus ipsi characterem Rp, in casu opposito characterem Np; similiter scribemus 1, 4, quando alii numeri impares per formam F repraesentari nequeunt nisi qui sunt $\equiv 1$ (mod. 4.), vnde statim liquet quales characteres exprimantur per signa 3, 4; 1, 8; 3, 8; 5, 8; 7, 8. Denique formis per quas numeri impares tales soli repraesentari possunt qui sec. mod. 8 sunt vel $\equiv 1$ vel $\equiv 7$, tribuemus characterem 1 *et* 7, 8; ex quo significatio characterum 3 *et* 5, 8; 1 *et* 3, 8; 5 *et* 7, 8 sponte sequitur.

Characteres singuli formae primitiuae datae (a, b, c) determinantis D semper ex vno saltem numerorum a, c (qui manifesto per formam illam ambo sunt repraesentabiles) cognosci possunt. Nam quoties p est diuisor primus ipsius D, certe vnus numerorum a, c per p non erit diuisibilis; si enim vterque per p diuisibilis esset, p etiam ipsum bb $(= D + ac)$ metiretur, et proin etiam ipsum b, *i. e.* forma (a, b, c) non esset primitiua. Simili modo in iis casibus vbi forma (a, b, c) ad numerum 4 vel 8 relationem fixam habet, certo ad minimum vnus numerorum a, c impar erit, ex quo igitur relatio illa deprehendi poterit. Ita e. g. character formae (7, 0, 23) respectu numeri 23 e numero 7 concluditur N 23, eiusdem formae character respectu numeri 7 habetur ex numero 23 puta R 7; denique character huius formae respectu numeri 4, puta 3, 4, vel e numero 7 vel e numero 23 colligi potest.