

mus, primo inuestigando valores ipsius  $x$ , dein valores ipsius  $y$ . Limes illorum in hoc casu est  $\sqrt{3619120\frac{2}{3}}$ , qui cadit inter 1902 et 1903; valor expr.  $\frac{A}{3} \pmod{455}$  est 354 atque valores expr.  $\sqrt{354} \pmod{455}$  hi  $\pm 82$ ,  $\pm 152$ ,  $\pm 173$ ,  $\pm 212$ . Hinc  $\Omega$  constat e 33 numeris sequentibus: 82, 152, 173, 212, 243, 282, 303, 373, 537, 607, 628, 667, 698, 737, 758, 828, 992, 1062, 1083, 1122, 1153, 1192, 1213, 1283, 1447, 1517, 1538, 1577, 1608, 1647, 1668, 1738, 1902. Numerus 3 in hoc casu ad exclusionem adhiberi nequit, quia ipsum  $m$  metitur. Pro excludente 4 habemus  $a = 2$ ,  $b = 3$ , unde  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 3$ ;  $g = 0$ , atque valores expr.  $\sqrt{g} \pmod{4}$  hos 0 et 2; hinc sequitur, omnes numeros formarum  $4t$  et  $4t + 2$ , i. e. omnes pares ex  $\Omega$  eiiciendos esse; designentur (sedecim) reliqui per  $\Omega'$ . Pro  $E = 5$ , qui etiam ipsum  $n$  metitur, habemus radices congruentiarum  $mz \equiv A - 2n$  et  $mz \equiv A - 3n \pmod{25}$  has 9 et 24, quae ambae sunt residua ipsius 25, valoresque expressionum  $\sqrt{9}$  et  $\sqrt{24} \pmod{25}$  fiunt  $\pm 3$ ,  $\pm 7$ ; eiectis ex  $\Omega'$  omnibus numeris formarum  $25t \pm 3$ ,  $25t \pm 7$  restant hi decem ( $\Omega''$ ): 173, 373, 537, 667, 737, 1083, 1213, 1283, 1517, 1577. Pro  $E = 7$ , habemus congruentiarum  $mz \equiv A - 3n$ ,  $mz \equiv A - 5n$ ,  $mz \equiv A - 6n \pmod{49}$  radices 32, 39, 18, quae omnes sunt residua ipsius 49, atque valores expr.  $\sqrt{32}$ ,  $\sqrt{39}$ ,  $\sqrt{18} \pmod{49}$  hos  $\pm 9$ ,  $\pm 23$ ,  $\pm 19$ ; eiectis ex  $\Omega''$  numeris formarum  $49t \pm 9$ ,  $49t \pm 19$ ,  $49t \pm 23$  remanent hi quinque ( $\Omega'''$ ): 537, 737, 1083, 1213,

1517. Pro  $E = 8$  habemus  $\alpha = 5$ , vnde  $\alpha = 5$ , qui est non residuum ipsius 8; quare excludens 8 non potest adhiberi. Numerus 9 ex eadem ratione praetereundus est vt 3. Pro  $E = 11$  numeri  $a, b$  etc. fiunt 2, 6, 7, 8, 10;  $v = 0$ ; vnde numeri  $\alpha, \beta$  etc.  $= 8, 10, 5, 0, 1$ , e quibus tres sunt residua ipsius 11 puta 0, 1, 5; hinc deducitur, ex  $\Omega'''$  reiciendos esse numeros formarum  $11t, 11t \pm 1, 11t \pm 4$ , quo facto remanent 537, 1083, 1213. Quos tentando prodeunt pro  $V$  resp. valores 21961, 16129, 14161, e quibus secundus ac tertius soli sunt quadrata. Quare aequ. prop. duas solutiones per valores positivos ipsorum  $x, y$  admittit,  $x = 1083, y = 127$ , et  $x = 1213, y = 119$ .

II. Si alteram eiusdem aequationis incognitam per exclusiones indagare placet, ponatur haec sub formam  $455xx + 3yy = 10857362$ , commutando  $x$  cum  $y$ , vt omnia signa artt. 323, 324 retinere liceat. Limes valorum ipsius  $x$  hic cadit inter 154 et 155; valor expr.  $\frac{A}{m}$  (mod.  $n$ ) est 1; valores huius  $\sqrt{1} \pmod{3}$  sunt  $+1$  et  $-1$ . Quare  $\Omega$  continet omnes numeros formarum  $3t + 1$  et  $3t - 1$ , i. e. omnes per 3 non diuisibiles vsque ad 154 incl., quorum multitudo est 103; applicando autem praecepta supra data inuenitur



pro excl.	reiciendos esse numeros formarum
3	$9t \pm 4$
4	$4t, 4t + 2$ siue omnes pares
9	$27t \pm 1, 27t \pm 10$
11	$11t, 11t \pm 1, 11t \pm 3$
17	$17t \pm 3, 17t \pm 4, 17t \pm 5, 17t \pm 7$
19	$19t \pm 2, 19t \pm 3, 19t \pm 8, 19t \pm 9$
23	$23t, 23t \pm 5, 23t \pm 7, 23t \pm 9, 23t \pm 10$

His deletis superstites inueniuntur 119, 127, 137, e quibus duo priores soli ipsi  $\sqrt{\quad}$  valorem quadratum conciliant, easdemque solutiones suggerunt, ad quas supra peruenimus.

326. Methodus praecedens iam per se tam expedita est, vt vix quidquam optandum relinquat; attamen per multifaria artificia magnopere adhuc contrahi potest, e quibus hic pauca tantum attingere licet. Restringemus itaque disquisitionem ad eum casum, vbi excludens est numerus primus impar ipsum  $A$  non metiens, siue talis primi potestas, praesertim quoniam casus reliqui vel ad hunc reduci vel methodo analogae tractari possunt. Supponendo primo, excludentem  $E = p$  esse numerum primum ipsos  $m, n$  non metientem, atque valores expr.  $\frac{A}{m}, -\frac{na}{m}, -\frac{nb}{m}, -\frac{nc}{m}$  etc. (mod.  $p$ ) resp.  $k, \mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  etc.: numeri  $a, \mathcal{C}, \gamma$  etc. inueniuntur per congruentias  $a \equiv k + \mathcal{A}, \mathcal{C} \equiv k + \mathcal{B}, \gamma \equiv k + \mathcal{C}$  etc. (mod.  $p$ ). Numeri  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$  etc. autem per artificium ei prorsus simile quo in art. 322 vsi sumus sine congruentiarum computatio-