ipsum dd' siue $\Delta\Delta$, et $\mathfrak{m}\mathfrak{m}'$ ipsum Δ. Hinc ex sex vltimis aequationibus pro BPP etc. sequitur, $\mathfrak{m}\mathfrak{m}'$ metiri ipsum Bkk, adeoque (quum etiam ipsos Akk, Ckk metiatur) etiam ipsum $\mathfrak{M}kk$. Quoties igitur F ex f, f' composita est, metietur $\mathfrak{m}\mathfrak{m}'$ ipsum $\mathfrak{M}$. Quando itaque in hoc casu vtraque f, f' est proprie primitiua vel ex proprie primitiua deriuata siue $\mathfrak{m}\mathfrak{m}' = mm' = M$, erit $\mathfrak{M} = M$, siue F similis forma. Quando vero, in eadem suppositione, aut vtraque f, f' aut alterutra saltem est improprie primitiua vel ex improprie primitiua deriuata, *e. g.* forma f; ex aequationibus fundamentalibus sequitur, aa', $2ab'$, ac', ba', $2bb'$, bc', ca', $2cb'$, cc' per $\mathfrak{M}$ diuisibiles esse adeoque etiam am', bm', cm' et hinc quoque $\mathfrak{m}m' = \frac{1}{2}\, mm' = \frac{1}{2}\, M$; vnde necessario in hoc casu erit $\mathfrak{M} = \frac{1}{2}\, M$, siue etiam forma F vel impr. prim. vel ex impr. prim. deriuata. Quae efficiunt CONCLVSIONEM SEXTAM.

Tandem obseruamus, si nouem aequationes $an' = P$, $2bn' = R - S$, $cn' = U$, $a'n = Q$, $2b'n = R + S$, $c'n = T$, $Ann' = q'q'' - qq'''$, $2Bnn' = pq''' + qp''' - p'q'' - q'p''$, $Cnn' = p'p'' - pp'''$ (quas, quoniam in sequentibus saepius ad ipsas reuenire oportebit, per Ω designabimus) locum habere *supponantur*, spectatis adeo ipsis n, n' tamquam incognitis, quarum tamen neutra $= 0$: per substitutionem facile confirmari, etiam aequationes fundamentales 1 — 9 necessario veras esse siue formam (A, B, C) per substitutionem p, p', p'', p'''; q, q', q'', q''' in productum e formis (a, b, c) (a', b', c') transire; praetereaque esse $bb - ac = nn\,(BB - AC)$,

$b'b' - a'c' = n'n'(BB - AC)$. Calculum quem hic apponere nimis prolixum foret lectorum industriae committimus.

236. Problema. *Propositis duabus formis quarum determinantes aut aequales sunt aut saltem rationem quadratorum inter se habent: inuenire formam ex illis compositam.*

Sol. Sint formae componendae $(a, b, c) \ldots f$, $(a', b', c') \ldots f'$; harum determinantes d, d'; diuisores communes maximi numerorum a, $2b$, c; a', $2b'$, c' resp. m, m'; diuisor comm. maximus numerorum $dm'm'$, $d'mm$ eodem signo vt d, d' affectus D. Tunc $\frac{dm'm'}{D}$, $\frac{d'mm}{D}$ erunt numeri positiui inter se primi ipsorumque productum, quadratum; quare ipsi erunt quadrata (art. 21). Hinc $\sqrt{\frac{d}{D}}$, $\sqrt{\frac{d'}{D}}$ erunt quantitates rationales quas ponemus $= n$, n', et quidem accipiemus pro n valorem positiuum vel negatiuum, prout forma f in compositionem vel directe vel inuerse ingredi debet, similiterque signum ipsius n' ex ratione qua f' in compositionem ingredi debet determinabimus. Erunt itaque mn', $m'n$ numeri integri inter se primi; n et n' autem etiam fractiones esse possunt. His ita factis, obseruamus, an', cn', $a'n$, $c'n$, $bn' + b'n$, $bn' - b'n$ esse integros, quod de quatuor prioribus per se manifestum est (quum $an' = \frac{a}{m}\, mn'$ etc.); de duobus reliquis eodem modo probatur vt in art. praec. demonstratum fuit R et S per e diuisibiles esse.

Iam accipiantur quatuor numeri integri $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{Q}'$, $\mathfrak{Q}''$, $\mathfrak{Q}'''$ ad libitum, ea sola conditione vt quatuor quantitates in aequatione sequente (I) ad laeuam positae non omnes simul = o fiant, ponaturque . . . (I)

$$\begin{aligned}
&\mathfrak{Q}'an' + \mathfrak{Q}''a'n + \mathfrak{Q}'''(bn' + b'n) = \mu q\\
&-\mathfrak{Q}an' + \mathfrak{Q}'''c'n - \mathfrak{Q}''(bn' - b'n) = \mu q'\\
&\mathfrak{Q}'''cn' - \mathfrak{Q}a'n + \mathfrak{Q}'(bn' - b'n) = \mu q''\\
&-\mathfrak{Q}''cn' - \mathfrak{Q}'c'n - \mathfrak{Q}(bn' + b'n) = \mu q'''
\end{aligned}$$

ita vt q, q', q'', q''' fiant integri diuisorem communem non habentes, quod obtinetur accipiendo pro μ diuisorem communem maximum quatuor numerorum qui in his aequationibus sunt ad laeuam. Tunc igitur per art. 40 inueniri poterunt quatuor numeri integri $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$, $\mathfrak{P}'''$ tales vt fiat $\mathfrak{P}q + \mathfrak{P}'p' + \mathfrak{P}''q'' + \mathfrak{P}'''q''' = 1$. Quo facto determinentur numeri p, p', p'', p''' per aequationes sequentes . . . (II):

$$\begin{aligned}
&\mathfrak{P}'an' + \mathfrak{P}''a'n + \mathfrak{P}'''(bn' + b'n) = p\\
&-\mathfrak{P}an' + \mathfrak{P}'''c'n - \mathfrak{P}''(bn' - b'n) = p'\\
&\mathfrak{P}'''cn' - \mathfrak{P}a'n + \mathfrak{P}'(bn' - b'n) = p''\\
&-\mathfrak{P}''cn' - \mathfrak{P}'c'n - \mathfrak{P}(bn' + b'n = p'''
\end{aligned}$$

Tandem ponatur $q'q'' - qq''' = Ann'$, $pq''' + qp''' - p'q'' - q'p'' = 2Bnn'$, $p'p'' - pp''' = Cnn'$. Tunc A, B, C erunt numeri integri formaque $(A, B, C) \ldots F$ ex formis f, f' composita.

Dem. I. Ex aequatt. I et II nullo negotio confirmantur sequentes quatuor aequationes . . . (III):

$$\begin{aligned}
&o = q'cn' - q''c'n - q'''(bn' - b'n)\\
&o = qcn' + q'''a'n - q''(bn' + b'n)
\end{aligned}$$