

Multitudo generum, in quae omnes formae (pr. prim. pos.) determinantis dati positiui vel negatiui $\pm D$ distribuuntur, semper est 1, 2, 4 vel altior potestas numeri 2, cuius exponens pendet a factoribus ipsius D , et per disquisitiones praec. omnino a priori inueniri potest. Iam quum in serie numerorum naturali numeri primi cum magis minusque compositis permixti sint, euenit, vt pro pluribus determinantibus successiuis $\pm D$, $\pm(D+1)$, $\pm(D+2)$ etc. multitudo generum nunc crescat nunc decrescat, nullusque in hac serie perturbata ordo adesse videatur. Nihilominus si multitudines generum multis dett. successiuis $\pm D$, $\pm(D+1)$... $\pm(D+m)$ respondentes adduntur, summaque per determinantium multitudinem diuiditur, *multitudo generum mediocris* prouenit, quae circa medium determinantium $\pm(D+\frac{1}{2}m)$ locum habere censi potest, progressionemque valde regularem constituit. Supponimus autem, non modo m esse satis magnum, sed etiam D multo maiorem, vt ratio determinantium extremorum D , $D+m$ non nimis a ratione aequalitatis discrepet. Regularitas illius progressionis ita intelligenda est: si D' est numerus multo maior quam D , multitudo generum mediocris circa determinantem $\pm D'$ sensibiliter maior erit quam circa D ; si vero D , D' non nimis differunt, etiam generum multitudines mediocres circa D et D' fere aequales erunt. Ceterum multitudo mediocris generum circa determinantem positium $\pm D$ semper fere aequalis inuenitur multitudini mediocri circa negatiuum, eoque exactius quo maior est D , quum pro valore paruo prior paullulum maior euadat

quam posterior. Hae observationes magis illustrabuntur per exempla sequentia, e tabula classificationis formarum binariarum plures quam 4000 determinantes complectente excerpta. Inter centum determinantes a 801 vsque ad 900 reperiuntur 7 quibus vnicum genus respondet; 32, 52, 8, 1 quibus resp. 2, 4, 8, 16 genera respondent; hinc omnino emergunt genera 359, vnde multitudo mediocris = 3.59. Centum determinantes negatiui a —801 vsque ad —900 producant genera 360. Exempla sequentia omnia desumuntur a determinantibus negatiuis. In centade 16 (a —1501 vsque ad —1600) mult. med. generum inuenitur 3.89; in centade 25 est 4.01; in centade 51 prodit 4.24; e sexcentis dett. —9401 ... —10000 computatur 4.59. Ex his exemplis patet, multitudinem generum mediocrem multo lentius crescere, quam determinantes ipsos; sed quaeritur, quaenam sit lex huius progressionis? — Per disquisitionem theorecticam satis difficilem, quam hic explicare nimis prolixum foret, inuentum est, multitudinem generum mediocrem circa determinantem $+D$ vel $-D$ quam proxime exhiberi per formulam $\alpha \log D + \epsilon$, vbi α , ϵ sunt quantitates constantes, et quidem $\alpha = \frac{4}{\pi\pi} = 0.4052847346$ (designante π semiperipheriam circuli cuius radius 1), $\epsilon = 2g + 3ah - \frac{1}{2}\alpha \log 2 = 0.8830460462$, vbi g est summa seriei $1 - \log(1 + 1) + \frac{1}{2} - \log(1 + \frac{1}{2}) + \frac{1}{3} - \log(1 + \frac{1}{3}) + \text{etc.} = 0.5772156649$ (V. Euler Inst. Calc. Diff. p. 444); h vero summa seriei $\frac{1}{4}\log 2 + \frac{1}{2}\log 3 + \frac{1}{16}\log 4 + \text{etc.}$, quae per approximationem inuenta est = 0.9375482543. Ex

hac formula patet, multitudinem mediocrem generum crescere in progressionem arithmetica, si determinantes augeantur in geometrica. Valores huius formulae pro $D = 850\frac{1}{2}, 1550\frac{1}{2}, 2450\frac{1}{2}, 5050\frac{1}{2}, 9700\frac{1}{2}$ inueniuntur 3,627; 3,86; 4,046; 4,339; 4,601, qui a multitudinibus mediocribus supra datis parum discrepant. Quo maior fuerit determinans medius, et e quo pluribus multitudo mediocris computetur, eo minus a valore formulae differet. Adiuumento huius formulae etiam aggregatum multitudinum generum determinanti- bus successiuis $\pm D, \pm (D + 1) \dots \pm (D + m)$ respondentium quam proxime erui potest, si multitudines mediocres singulis respondentes computantur et in summam colliguntur, quantumuis diuersi sint extremi $D, D + m$. Haec summa erit $= \alpha(\log D + \log(D + 1) + \text{etc.} + \log(D + m)) + \epsilon(m + 1)$ siue satis exacte $= \alpha((D + m) \log D + m) - (D - 1) \log (D - 1) + (\epsilon - \alpha)(m + 1)$. Hoc modo summa mult. gen. pro dett. — 1 vsque ad — 100 inuenitur $= 234,4$ quum reuera sit 233; similiter, a — 1 vsque ad — 2000, $= 7116,6$, quum sit 7108; a — 9001 vsque ad — 10000 vbi est 4595 formula praebet 4594,9 qualis consensus vix expectari potuisset.

302. Respectu *multitudinis classium* (pr. primit. posit., quod semper subintelligendum), determinantes positivi prorsus aliter se habent quam negatiui; quamobrem vtrosque seorsim considerabimus. In eo hi cum illis conueniunt, quod pro determinante dato in singulis generibus classes aequae mutae continentur, adeoque multitudo omnium classium aequalis est producto e multi-