iam per se nullum factorem quadraticum implicaret, fieri deberet $n = 1$. Tum dico

Primo, si D' fuerit formae $4k + 1$, quemuis diuisorem ipsius $2n$ fore valorem ipsius m, et vice versa. Si enim g est diuisor ipsius $2n$, habebitur forma $\left(g, n, \frac{nn(D'-1)}{g}\right)$, cuius determinans est D, et in qua manifesto diuisor communis maximus numerorum g, $2n$, $\frac{nn(D'-1)}{g}$ erit g (patet enim $\frac{nn(D'-1)}{gg} = \frac{4nn}{gg} \cdot \frac{D'-1}{4}$ esse numerum integrum). Si vero, vice versa, g supponitur esse valor ipsius m, scilicet diuisor communis maximus numerorum M, $2N$, P, atque $NN - MP = D$: manifesto $4D$ siue $4nnD'$ diuisibilis erit per gg. Hinc vero sequitur, $2n$ necessario per g diuisibilem esse. Si enim g ipsum $2n$ non metiretur, g et $2n$ haberent diuisorem communem maximum minorem quam g, quo posito $= \delta$, atque $2n = \delta n'$, $g = \delta g'$, foret $n'n'D'$ per $g'g'$ diuisibilis, n' ad g' adeoque etiam $n'n'$ ad $g'g'$ primus et proin etiam D' per $g'g'$ diuisibilis, contra hyp. secundum quam D' ab omni factore quadratico est liberatus.

Secundo, si D' fuerit formae $4k + 2$ vel $4k + 3$, quemuis diuisorem ipsius n fore valorem ipsius m, et vice versa quemuis valorem ipsius m metiri ipsum n. Si enim g est diuisor ipsius n, habebitur forma $\left(g, 0, \frac{nnD'}{g}\right)$, cuius determinans $= D$, et vbi manifesto numerorum g, o, $\frac{nnD'}{g}$ diuisor communis maximus erit g. — Si vero g supponitur esse valor ipsius m, puta diuisor communis maximus numerorum M, $2N$, P, atque $NN - MP = D$: eodem modo vt supra g metietur ipsum $2n$, siue $\frac{2n}{g}$ erit integer. Si quotiens hic esset impar: quadratum $\frac{4nn}{gg}$ foret $\equiv 1$ (mod. 4), adeoque $\frac{4nnD'}{gg}$ aut $\equiv 2$ aut $\equiv 3$ (mod. 4). At $\frac{4nnD'}{gg} = \frac{4D}{gg} = \frac{4NN}{gg} - \frac{4MP}{gg} \equiv \frac{4NN}{gg}$ (mod. 4), et proin $\frac{4NN}{gg}$ aut $\equiv 2$ aut $\equiv 3$ (mod. 4). *Q. E. A.*, quia omne quadratum aut cifrae aut vnitati secundum modulum 4 congruum esse debet. Quare quotiens $\frac{2n}{g}$ necessario erit par, adeoque $\frac{n}{g}$ integer, siue g diuisor ipsius n.

Patet itaque, 1 semper esse valorem ipsius m, siue aequationem $tt - Duu = 1$ pro quouis valore positiuo non quadrato ipsius D per praecedentia resolubilem esse; 2 tunc tantummodo esse valorem ipsius m, si D fuerit aut formae $4k$, aut formae $4k + 1$.

2) Si m est maior quam 2, attamen numerus idoneus, solutio aequationis $tt - Duu = mm$ reduci potest ad solutionem similis aequa-

tionis, vbi m est aut 1 aut 2. Scilicet posito vt ante $D = nn\,D'$, si m ipsum n metitur, metietur mm ipsum D. Tum si valores minimi ipsorum p, q in aequatione $pp - \frac{D}{mm}\,qq = 1$ supponuntur esse $p = P$, $q = Q$, valores minimi ipsorum t, u in aequatione $tt - D\,uu = mm$ erunt $t = m\,P$, $u = Q$. — Si vero m ipsum n non metitur, metietur saltem ipsum $2\,n$ eritque certo par; $\frac{4D}{mm}$ autem integer. Et si tunc valores minimi ipsorum p, q in aequatione $pp - \frac{4D}{mm}\,qq = 4$ inuenti sunt $p = P$, $q = Q$: valores minimi ipsorum t, u in aequatione $tt - Duu = mm$ erunt $t = \frac{m}{2}P$, $u = Q$. — In vtroque autem casu non solum ex valoribus minimis ipsorum p, q valores minimi ipsorum t, u, sed ex *omnibus* valoribus illorum *omnes* valores horum per hanc methodum manifesto deduci poterunt.

3) Designantibus t°, u°; t', u'; t'', u'' etc. omnes valores positiuos ipsorum t, u in aequatione $tt - Duu = mm$ (vt in art. praec.), si contingit vt valores quidam ex serie illa, valoribus primis in eadem secundum modulum quemcunque datum r, congrui sint, puta $t^\varrho \equiv t^\circ$ (siue $\equiv m$), $u^\varrho \equiv u^\circ$ siue $\equiv 0$ (mod. r); simulque valores proxime sequentes valoribus secundis, puta $t^{\varrho+1} \equiv t'$, $u^{\varrho+1} \equiv u'$ (mod. r): erit etiam $t^{\varrho+2} \equiv t''$, $u^{\varrho+2} \equiv u''$; $t^{\varrho+3} \equiv t'''$, $u^{\varrho+3} \equiv$