

II. Complexum classum  $K, C, 2C \dots (m - 1)C$ , quem supra per  $\mathfrak{C}$  designauimus, vocabinus *periodum* classis  $C$ , quae expressio non est confundenda cum *periodis formarum* reductarum det. positui non-quadrati in art. 186 sqq. tractatis. Patet itaque, e compositione classum quotcunque in eadem periodo contentarum oriri classem in ea periodo quoque contentam  $gC + g'C + g''C \dots$  etc.  $= (g + g' + g'' + \dots)$   $C$ .

III. Quum  $C + (m - 1)C = K$ , classes  $C$  et  $(m - 1)C$  oppositae erunt, et perinde  $2C$  et  $(m - 2)C$ ,  $3C$  et  $(m - 3)C$  etc. Si itaque  $m$  est par, classis  $\frac{1}{2}mC$  sibi ipsa opposita erit adeoque *anceps*; vice versa, si in  $\mathfrak{C}$  praeter  $K$  adhuc alia classis *anceps* occurrit puta  $gC$ , erit  $gC = (m - g)C$  adeoque  $g = (m - g) = \frac{1}{2}m$ . Hinc sequitur, si  $m$  sit par, praeter duas  $K$  et  $\frac{1}{2}mC$ ; si vero  $m$  sit impar, praeter unam  $K$ , aliam classem *ancipitem* in  $\mathfrak{C}$  contentam esse non posse.

IV. Si periodus alicuius classis  $hC$  in  $\mathfrak{C}$  contentae supponitur esse  $K, hC, 2hC, 3hC \dots (m - 1)hC$ , manifestum est,  $m'h$  esse multiplum minimum ipsius  $h$  per  $m$  diuisibile. Si itaque  $m$  et  $h$  inter se primi sunt, erit  $m' = m$ , duaeque periodi easdem classes sed ordine diuerso dispositas continebunt; generaliter autem designante  $\mu$  diuisorem comm. max. ipsorum  $m, h$ , erit  $m' = \frac{m}{\mu}$ . — Hinc patet, multitudinem classium in periodo cuiusvis classis ex  $\mathfrak{C}$  contentarum esse vel  $m$  vel partem aliquotam ipsius  $m$ ;

et quidem tot classes in  $\mathfrak{C}$  habebunt periodos  $m$  terminorum, quot numeri ex his 0, 1, 2...  $m - 1$  ad  $m$  primi sunt, siue  $\mathfrak{cm}$ , utendo signo art. 39; generaliter vero tot classes in  $\mathfrak{C}$  habebunt periodos  $\frac{m}{\mu}$  terminorum, quot numeri ex his 0, 1, 2...  $m - 1$  diuisorem maximum  $\mu$  cum  $m$  communem habent, quorum multitudinem esse  $\Phi \frac{m}{\mu}$  facile perspicitur. Si itaque  $m = n$ , siue *totum* genus principale sub  $\mathfrak{C}$  contentum, dabuntur in hoc genere omnino  $\Phi n$  classes, quarum periodi idem genus *totum* includunt, et  $\Phi e$  classes, quarum periodi ex  $e$  terminis constant, denotante  $e$  diuisorem quemcunque ipsius  $n$ . Haec conclusio generaliter valet, quando in genere principali vlla classis datur, cuius periodus ex  $n$  terminis constat.

V. Sub eadem suppositione, sistema classium generis principalis aptius disponi nequit, quam aliquam classem, periodum  $n$  terminorum habentem, quasi pro *basi* adoptando, generisque principalis classes eodem ordine collocando, quo in illius periodo progrediuntur. Quodsi tunc classi principali *index* 0 adscribitur, classi quae pro basi accepta est index 1 et sic porro: per solam indicum additionem inueniri poterit, quae-nam classis e compositione classium quarumcun-que generis principalis oriatur. Ecce exemplum pro determinante — 356, vbi classem (9, 2, 40) pro basi accepimus:

0 (1, 0, 356)	4 (20, 8, 21)	8 (20, — 8, 21)
1 (9, 2, 40)	5 (17, 1, 21)	9 (8, 2, 45)
2 (5, 2, 72)	6 (4, 0, 89)	10 (5, — 2, 72)
3 (8, — 2, 45)	7 (17, — 1, 21)	11 (9, — 2, 40)

VI. Quamquam vero tum analogia cum Sect. III, tum inductio circa plures quam 200 determinantes negatiuos; longeque adhuc plures positiuos non quadratos instituta maximam probabilitatem afferre videantur; illam suppositionem pro *omnibus* determinantibus locum habere: talis conclusio nihilominus falsa foret, et per tabulae classificationum continuationem refelleretur. Liceat, breuitatis caussa; eos determinantes; pro quibus totum genus principale vnicae periodo includi potest, *regulares* vocare; reliquos vero pro quibus hoc fieri nequit *irregulares*: Hoc argumentum, quod ad arithmeticæ sublimioris mysteria maxime recondita pertinere, disquisitionibusque difficillimis locum relinquere videtur; paucis tantum obseruationibus hic illustrare possumus; quibus sequentem generalem praemittimus.

VII. Si in genere principali classes  $C, C'$  occurunt, quarum periodi ex  $m, m'$  classibus constant, atque  $M$  est numerus minimus per  $m$  et  $m'$  diuisibilis: in eodem genere etiam classes dabuntur; quarum periodi  $M$  terminos continent. Resoluatur  $M$  in duos factores  $r, r'$  inter se primos; quorum alter ( $r$ ) metiatur ipsum  $m$ , alter ( $r'$ ) ipsum  $m'$  (v. art. 73), habebitque classis  $\frac{m}{r}C + \frac{m'}{r'}C' = C''$  proprietatem praescrit-