

quae in hac sectione hactenus tradidimus), principiis omnino diuersis est superstructa.

Quae ab aliis, Diophanto, Fermatio etc. huc pertinentia sunt tradita, casus maxime speciales spectant; quare quum eorum quae praesertim memoratu digna visa sunt iam supra mentio facta sit, sigillatim omnia enarrare supersedemus.

* * *

Quae hactenus de formis secundi gradus exposuimus, pro primis tantum elementis huius doctrinae sunt habenda: innixius hanc disquisitionem consequentibus campus se aperuit nobis vastissimus, ex quo ea quae attentione imprimis digna videntur in sequentibus excerpemus. Namque argumentum hoc tam fertile est, ut per multa alia, quae iam nunc inuenire nobis contigit, breuitatis gratia silentio praeterire oporteat: multo vero plura sine dubio adhuc latent nouisque conatus expectant. Ceterum in limine harum inuestigationum statim adnotare conuenit, formas determinantis o inde exclusas esse, nisi contrarium moneatur.

223. Iam supra (artt. 175, 195, 211) ostendimus, proposito numero quocunque integro D (siue positivo siue negativo) assignari posse multitudinem finitam formarum F , F' , F'' etc. determinantis D , ita comparatarum, vt quaevis forma determinantis D proprie aequivalens sit aliqui ex illis et quidem vnicae tantum. Omnes

igitur formae determinantis D (quarum multitudo est infinita) secundum illas formas *classificari* poterunt, formando scilicet e complexu omnium formarum formae F proprie aequivalentem classem primam; e formis quae formae F proprie aequivalent, secundam etc.

Ex singulis classibus formarum determinantis dati D , forma aliqua eligi, et tamquam *forma reprezentans* totius classis considerari poterit. Per se quidem prorsus arbitarium est, quaenam forma ex quaue classe accipiatur, attamen ea semper praefereenda erit, quae reliquas *simplicitate* superare videtur. Simplicitas formae alicuius (a, b, c) manifesto ex magnitudine numerorum a, b, c aestimanda est, meritoque forma (a', b', c') minus simplex dicetur quam (a, b, c), si $a' > a, b' > b, c' > c$. Sed hinc res nondum determinatur penitus, arbitrioque nostro relinquitur *e. g.*, vtram ex formis (17, 0, — 45), (5, 0, — 153) pro simpliciori habere malimus. Plerumque tamen e re erit, sequentem normam obseruare:

I. Quando determinans D est negatiuus, adoptentur formae reductae in singulis classibus contentae tamquam formae reprezentantes; ubi vero in eadem classe duae formae reductae reperiuntur (quae erunt oppositae, art. 172), recipiatur ea cuius terminus medius positiuus.

II. Quando determinans D est positiuus non-quadratus, euoluatur periodus formae alicuius reductae in classe proposita contentae, in qua

aut duae formae ancipites inuenientur aut nulla (art. 187).

1) In casu priori sint formae ancipites hae: (A, B, C) , (A', B', C') ; residua minima numerorum B, B' secundum modulos A, A' resp. M, M' (quae positue accipi poterunt nisi sunt $= 0$); denique $\frac{D - MM}{A} = N$, $\frac{D - M'M'}{A'} = N'$. His ita factis, ex formis $(A, M, -N)$, $(A', M', -N')$ ea quae simplicissima videtur pro forma repraesentante accipiatur. In hoc iudicio forma cuius terminus medius $= 0$ praferatur; quando vero terminus medius aut in utraque aut in neutra est 0 , ea quae terminum primum minorem habet alteri praehabenda, et quando termini primi magnitudine sunt aequales signis diuersi, signum negatiuum positiuo postponendum.

2) Quando vero nulla forma anceps in tota periodo habetur, eligatur ex omnibus periodi formis ea quae terminum primum sine respectu signi minimum habet, ita quidem, vt si duae formae in eadem periodo occurraut, in quarum altera idem terminus primus signo positiuo affectus sit in altero negatiuo, posterior priori postponatur. Sit haec forma (A, B, C) , deducaturque ex ipsa eodem modo vt in casu praec. forma alia $(A, M, -N)$ (puta, accipiendo pro M residuum absolute minimum ipsius B secundum mod. A , et faciendo $N = \frac{D - MM}{A}$): haec demum pro repraesentante adoptetur.

Quodsi vero eueniret, vt idem terminus primus minimus A pluribus periodi formis commu-