

$m = 8$ vel altior potestas numeri 2, erit 1, 8; 3; 8; 5, 8; 7, 8 char. part. formae (a, b, c) prout $M \equiv 1; 3; 5; 7 \pmod{8}$ resp.

III. Vice versa si m est numerus primus aut numeri primi imparis potestas $= p^\mu$, determinantem $bb - ac$ metiens, atque M vel residuum vel non-residuum ipsius p , prout character formae (a, b, c) respectu ipsius p est Rp vel Np resp: erit $M(a, b, c)$ resid. quadr. ipsius m . Quando enim a per p non est diuisibilis, aM erit res. ipsius p adeoque etiam ipsius m ; si itaque g est valor expr. $\sqrt{aM} \pmod{m}$, h valor expr. $\frac{bg}{a} \pmod{m}$, erit $gg \equiv aM$; $ah \equiv bg$ adeoque $agh \equiv bgg \equiv abM$ et $gh \equiv bM$; denique $ahh \equiv bgh \equiv bbM \equiv bbM - (bb - ac)M \equiv acM$ adeoque $hh \equiv cM$, i. e. (g, h) valor expr. $\sqrt{M(a, b, c)}$. Quando vero a per m est diuisibilis, certo c non erit; vnde facile perspicitur, eadem resultare, si pro h assumatur valor expr. $\sqrt{cM} \pmod{m}$, pro g valor expr. $\frac{bh}{c} \pmod{m}$.

Simili modo demonstratur, si m fuerit $= 4$ ipsumque $bb - ac$ metiatur, numerusque M accipiat vel $\equiv 1$ vel $\equiv 3$ prout 1, 4 vel 3, 4 fuerit char. part. formae (a, b, c) : fore $M(a, b, c)$ res. qu. ipsius m . Nec non, si m fuerit $= 8$ vel altior potestas ipsius 2 per quam $bb - ac$ diuisibilis sit, atque M accipiat vel $\equiv 1; 3; 5; 7 \pmod{8}$ prout character part. formae (a, b, c) respectu numeri 8 postulet: $M(a, b, c)$ fore res. qu. ipsius m .

IV. Si determinans formae (a, b, c) est $\equiv D$, atque $M(a, b, c)$ res. qu. ipsius D , omnes characteres particulares formae (a, b, c) tum respectu singulorum divisorum primorum imparium ipsius D , tum respectu numeri 4 vel numeri 8 (si ipsum D metiuntur) ex numero M statim cognosci possunt. Ita e. g. quum $3(20, 10, 27)$ sit resid. qu. ipsius 440, scilicet $(150, 9)$ valor expr. $\sqrt{3(20, 10, 27)}$ sec. mod. 440, atque $3N_5, 3R_{11}$: characteres formae $(20, 10, 27)$ sunt 3, 8; N_5 ; R_{11} . Soli characteres particulares respectu numerorum 4 et 8, quoties determinantem non metiuntur, nexum necessarium cum numero M non habent.

V. Vice versa, si numerus M ad D primus omnes characteres particulares formae (a, b, c) in se complectitur (exceptis characteribus respectu numerorum 4, 8, quando ipsum D non metiuntur): erit $M(a, b, c)$ res. qu. ipsius D . Nam ex III patet, si D sub formam $\pm A^\alpha B^\beta C^\gamma \dots$ redigatur, ita ut A, B, C etc. sint numeri primi diuersi, fore $M(a, b, c)$ resid. qu. singulorum $A^\alpha, B^\beta, C^\gamma$ etc. Si igitur valor expr. $\sqrt{M(a, b, c)}$ secundum mod. A^α , est $(\mathcal{U}, \mathcal{U}')$; secundum mod. B^β , $(\mathcal{B}, \mathcal{B}')$; sec. mod. C^γ , $(\mathcal{C}, \mathcal{C}')$ etc. numerique g, h ita determinantur ut sit $g \equiv \mathcal{U}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ etc.; $h \equiv \mathcal{U}', \mathcal{B}', \mathcal{C}'$ etc. secundum modulus $A^\alpha, B^\beta, C^\gamma$ etc. resp. (art. 32): facile perspicietur, fore $gg \equiv aM, gh \equiv bM, hh \equiv cM$ secundum omnes modulus $A^\alpha, B^\beta, C^\gamma$ etc. adeoque etiam secundum modulum D qui illorum est productum.

VI. Propter has rationes numeri tales vt M vocabuntur *numeri characteristici* formae (a, b, c) , poteruntque per V. plures huiusmodi numeri nullo negotio inueniri simulac omnes characteres particulares huius formae sunt eruti; simplicissimi autem tentando plerumque euoluuntur facillime. Manifestum est, si M sit numerus characteristicus formae primitiuae datae determinantis D , omnes numeros, ipsi M secundum mod. D congruos, fore numeros characteristicos eiusdem formae; formas in eadem classe, siue etiam in classibus diuersis ex eodem genere, contentas eosdem numeros characteristicos habere, quamobrem quiuis numerus characteristicus formae datae etiam toti classi et generi tribui potest; denique 1 semper esse numerum characteristicum formae classis et generis principalis, siue quamlibet formam e genere principali esse residuum determinantis sui.

VII. Si (g, h) est valor expr. $\sqrt{M(a, b, c)} \pmod{m}$, atque $g' \equiv g, h' \equiv h \pmod{m}$: erit etiam (g', h') valor eiusdem expressionis. Tales valores pro *aequiualentibus* haberi possunt; contra si $(g, h), (g', h')$ sunt valores eiusdem expr. $\sqrt{M(a, b, c)}$, neque tamen simul $g' \equiv g, h' \equiv h \pmod{m}$, *diuersi* sunt censendi. Manifesto quoties (g, h) est valor talis expressionis, etiam $(-g, -h)$ erit, facileque demonstratur, hos valores semper esse diuersos nisi $m = 2$. Aequae facile demonstratur, expressionem $\sqrt{M(a, b, c)} \pmod{m}$ plures valores diuersos quam duos tales (oppositos) habere non posse, quando m sit aut numerus primus impar aut nu-