

II. 5; IV. 2 respondent determinantibus non pluribus quam 48, 32, 42, 68 resp., e quibus maximi — 652, — 862, — 1318, — 1012. Quum tabula, ex qua haec exempla sumsimus, longe ultra maximos determinantes hic occurrentes producta sit *), nec ulli amplius prodierint ad illas classificationes pertinentes: nullum dubium esse videtur, quin series adscriptae reuera abruptae sint, et per analogiam conclusionem eandem ad quasvis alias classificationes extendere licebit. E. g. quum in tota milliade decima determinantium nullus se obtulerit, cui multitudo classium infra 24 responderet: maxime est verisimile, classificationes I. 23; I. 21 etc.; II. 11; II. 10 etc.; IV. 5; IV. 4; IV. 3; VIII. 2 iam ante — 9000 desiisse, aut saltem perpauca determinantibus ultra — 10000 competere. Demonstrationes autem *rigorosa*e harum observationum perdifficiles esse videntur. — Non minus admiratione dignum est, quod omnes determinantes, quorum formae in 32 aut plura genera distribuuntur, ad minimum binas classes in singulis generibus habeant, adeoque classificationes XXXII. 1, LXIV. 1 etc. omnino excidant (minimo ex huiusmodi dett., — 9240, respondet XXXII. 2); satisque probabile videtur, multitudine generum crescente continuo plures classificationes excidere. Hoc respectu 65 determinantes supra traditi, quibus classificationes I. 1; II. 1; IV. 1; VIII. 1; XVI. 1 respondent, val-

*) Dum haec imprimuntur, vsque ad — 3000 uno tractu, nec non per totam milliadem decimam, pluresque alias centades dispersas, quibus accedunt permulti determinantes singulares sedulo electi.

de sunt memorabiles, perspiciturque facile, illos omnes ac solos his duabus proprietatibus insignibus gaudere, vt omnes classes formarum ad ipsos pertinentes ancipites sint, et formae quaecunque in eodem genere contentae necessario tum proprie tum improprie aequiualeant. Ceterum iidem 65 numeri (sub aspectu paullulum diuerso cuius mentio infra fiet et cum criterio demonstratu facili) iam ab ill. Eulero traditi sunt *Nouv. Mem. de l'Ac. de Berlin* 1776 p. 338.

304. Multitudo classium pr. primitiuarum, quas formae binariae det. positiui *quadrati* kk constituunt, omnino a priori assignari potest, multitudinique numerorum ad $2k$ primorum ipsoque minorum aequalis est; vnde per ratiocinia non difficilia sed hic supprimenda deducitur, multitudinem mediocrem classium ad tales determinantes circa kk pertinentium proxime exprimi per $\frac{8k}{\pi\pi}$. — Determinantes positiui nonquadrati autem hoc respectu phaenomena prorsus singularia offerunt. Scilicet quum classium multitudo parua, e. g. classificatio I. 1 aut I. 3 aut II. 1 etc. pro determinantibus negatiuis et quadratis paruis tantum et mox omnino cessantibus locum habeat: contra e determinantibus positiuis nonquadratis, saltem non permagnis, pars longe maxima tales classificationes praebent, vbi vnica classis in quouis genere continetur, ita vt hae I. 3; I. 5; II. 2; II. 3; IV. 2 etc. sint rarissimae. Ita e. g. inter 90 dett. non qu. infra 100 reperiuntur 11, 48, 27, quibus respondent classificationes I. 1, II. 1, IV. 1 resp; vnicus tantum (37) habet

I. 3; duo (34 et 82) habent II, 2; vnus (75)
 II. 3. Attamen, determinantibus crescentibus,
 classium multitudines maiores sensim frequentio-
 res fiunt; ita inter 96 dett. non qu. a 101 vsque
 ad 200 duo (101, 197) habent I. 3; quatuor
 (145, 146, 178, 194) II. 2; tres (141, 148,
 189) II. 3. Ex 197 dett. a 801 vsque ad 1000
 tres habent I. 3; quatuor II. 2; quatuordecim
 II. 3; duo II. 5; duo II. 6; quindecim IV. 2;
 sex IV. 3; duo IV. 4; quatuor VIII. 2; reliqui
 145 vnam classem in quouis genere. — Quaestio
 curiosa foret, nec geometrarum sagacitate indi-
 gna, secundum quam legem determinantes vnam
 classem in quouis genere habentes continuo ra-
 riores fiant inuestigare; hactenus nec per theo-
 riam decidere possumus, nec per observationem
 satis certo coniectare, vtrum tandem omnino
 abrumpantur (quod tamen parum probabile vi-
 detur), aut saltem *infinite rari* euadant, an
 ipsorum frequentia ad limitem fixum continuo
 magis accedat. Multitudo classium mediocris in
 ratione parum maiori increscit, quam multitudo
 generum, longeque lentius quam radices quadra-
 tae e determinantibus; inter 800 et 1000 illa
 inuenitur = 5,01. Liceat his observationibus
 aliam adiicere, quae analogiam inter determi-
 nantes positivos et negativos quodammodo resti-
 tuit. Scilicet inuenimus, pro determinante posi-
 tivo D non tam multitudinem classium ipsam,
 quam potius hanc multitudinem per logarith-
 mum quantitatis $t + u\sqrt{D}$ multiplicatam (de-
 signantibus t, u numeros minimos, praeter 1, 0,
 aequationi $tt - Duu = 1$ satisfaciētes) mul-
 titudini classium pro determinante negativo pluri-