siue $A = 6$. Hic a, a', a'', a''' erunt 1, 2, 3, 6; V continebit formam $(1, 0, 531)$; V' has $(4, 1, 133)$, $(4, 3, 135)$; V'' has $(9, 0, 59)$, $(9, 3, 60)$, $(9, 6, 63)$; denique V''' has $(36, 3, 15)$, $(36, 9, 17)$, $(36, 15, 21)$, $(36, 21, 27)$, $(36, 27, 35)$, $(36, 33, 45)$: sed ex his duodecim formis sex sunt reiiciendae, puta ex V'' secunda et tertia, ex V''' prima, tertia, quarta et sexta, quae omnes sunt formae deriuatae; sex reliquae omnes ad classes diuersas pertinere inueniuntur. Reuera multitudo classium proprie primitiuarum (positiuarum) det. -531 est 18, multitudoque classium impr. primitiuarum (pos.) det. -59 (siue multitudo classium det. -531 ex his deriuatarum) 3, adeoque illa ad hanc vt 6 ad 1.

256. Solutio haec per obseruationes sequentes generales adhuc magis illustrabitur.

I. Si ordo O est deriuatus ex ordine proprie primitiuo, metietur AA ipsum D; si vero O est impr. primitiuus vel ex impr. prim. deriuatus, erit A par, D per $\frac{1}{4}AA$ diuisibilis et quotiens $\equiv 1$ (mod. 4). Hinc quadratum cuiusuis diuisoris ipsius A metietur vel ipsum D, vel saltem ipsum $4D$, et in casu posteriori quotiens semper erit $\equiv 1$ (mod. 4).

II. Si aa ipsum D metitur, omnes valores expr. $\sqrt{D}$ (mod. aa), qui quidem inter 0 et $aa - 1$ iacent, erunt $0, a, 2a \ldots aa - a$, adeoque a multitudo formarum in V; sed inter has tot tantummodo erunt proprie primitiuae, quot numerorum $\frac{D}{aa}$, $\frac{D}{aa} - 1$, $\frac{D}{aa} - 4 \ldots \frac{D}{aa} - (a-1)^2$

cum a diuisorem communem non habent. Quando $a = 1$, V ex vnica forma constabit, $(1, 0, -D)$, quae semper erit proprie primitiua. Quando a est 2 vel potestas quaecunque ipsius 2, semissis illorum a numerorum par erunt, semissis impar; quare in V aderunt $\frac{1}{2}a$ formae proprie primitiuae. Quando a est alius numerus primus p vel potestas numeri primi p, tres casus sunt distinguendi: scilicet, omnes illi a numeri ad a primi erunt, adeoque omnes formae in V pr. primitiuae, si $\frac{D}{aa}$ per p non est diuisibilis simulque non residuum quadraticum ipsius p; si vero p ipsum $\frac{D}{aa}$ metitur, in V erunt $\frac{(p-1)a}{p}$ formae pr. primitiuae; denique si $\frac{D}{aa}$ est res. quadr. ipsius p per p non diuisibile, in V erunt $\frac{(p-2)a}{p}$ formae pr. primitiuae. Haec omnia nullo negotio demonstrantur. Generaliter autem posito $a = 2^\nu p^\pi q^\chi r^\varrho \ldots$, designantibus p, q, r etc. numeros primos impares diuersos, multitudo formarum pr. primitiuarum in V erit $NPQR\ldots$, vbi statui debet $N = 1$ (si $\nu = 0$) vel $N = 2^{\nu-1}$ (si $\nu > 0$); $P = p^\pi$ (si $\frac{D}{aa}$ est non residuum quadr. ipsius p) vel $P = (p-1)\, p^{\pi-1}$ (si $\frac{D}{aa}$ per p est diuisibilis) vel $P = (p-2)\, p^{\pi-1}$ (si $\frac{D}{aa}$ est res. qu. ipsius p per p non diuisibile); Q, R etc. autem eodem modo ex q, r etc. sunt definiendi vt P ex p.

III. Si aa ipsum D non metitur, erit $\frac{4D}{aa}$ integer et $\equiv 1$ (mod. 4), valoresque expr. $\sqrt{D}$ (mod. aa) hi $\frac{1}{2}a$, $\frac{3}{2}a$, $\frac{5}{2}a \ldots aa - \frac{1}{2}a$, vnde multitudo formarum in V erit a, tot autem inter ipsas erunt proprie primitiuae quot ex numeris $\frac{D}{aa} - \frac{1}{4}$, $\frac{D}{aa} - \frac{9}{4}$, $\frac{D}{aa} - \frac{25}{4} \ldots \frac{D}{aa} - (a - \frac{1}{2})^2$ ad a sunt primi. Quoties $\frac{4D}{aa} \equiv 1$ (mod. 8), omnes hi numeri erunt pares, adeoque in V nulla forma pr. primitiua; quando autem $\frac{4D}{aa} \equiv 5$ (mod. 8), omnes illi numeri erunt impares, adeoque omnes formae in V pr. primitiuae, si a est 2 vel potestas ipsius 2, generaliter autem in hoc casu tot formae pr. primitiuae in V erunt, quot illorum numerorum per nullum diuisorem primum imparem ipsius a sunt diuisibiles. Multitudo haec erit $NPQR \ldots$, si $a = 2^{\nu} p^{\pi} q^{\chi} r^{\varrho} \ldots$, vbi statuere oportet $N = 2^{\nu}$, ipsos P, Q, R etc. autem eodem modo ex p, q, r etc. deriuare vt in casu praecedente.

IV. Hoc itaque modo multitudines formarum pr. primitiuarum in V, V', V'' etc. definiri possunt; pro aggregato omnium harum multitudinum haud difficulter eruitur sequens regula generalis: Si $A = 2^{\nu} \mathfrak{A}^{\alpha} \mathfrak{B}^{\beta} \mathfrak{C}^{\gamma} \ldots$, designantibus $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ etc. numeros primos impares diuersos, multitudo totalis omnium formarum pr. primitiuarum in V, V', V'' etc. erit $= A\mathfrak{n}\mathfrak{a}\mathfrak{b}\mathfrak{c} \ldots$, vbi statui debet $\mathfrak{n} = 1$ (tum si $\nu = 0$, tum si $\frac{4D}{AA}$