gimus, vbi f est forma definita cuius coëfficientes 4, 5, 6 omnes $= 0$ *). Sit itaque $f = \begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, exhibeanturque omnes substitutiones, per quas f in se ipsam transit, indefinite per

$$\begin{matrix} \alpha, & \beta, & \gamma \\ \alpha', & \beta', & \gamma' \\ \alpha'', & \beta'', & \gamma'' \end{matrix}$$

ita vt satisfieri debeat aequationibus (Ω) ... $a\alpha\alpha + a'\alpha'\alpha' + a''\alpha''\alpha'' = a$, $a\beta\beta + a'\beta'\beta' + a''\beta''\beta'' = a'$, $a\gamma\gamma + a'\gamma'\gamma' + a''\gamma''\gamma'' = a''$, $a\alpha\beta + a'\alpha'\beta' + a''\alpha''\beta'' = 0$, $a\alpha\gamma + a'\alpha'\gamma' + a''\alpha''\gamma'' = 0$, $a\beta\gamma + a'\beta'\gamma' + a''\beta''\gamma'' = 0$. Iam tres casus sunt distinguendi:

I. Quando a, a', a'' (qui idem signum habebunt) omnes sunt inaequales, supponamus $a < a'$, $a' < a''$ (si alius magnitudinis ordo adest, eaedem conclusiones prorsus simili modo eruentur). Tunc aequ. prima in (Ω) manifesto requirit vt sit $\alpha' = \alpha'' = 0$, adeoque $\alpha = \pm 1$; hinc per aequ. 4, 5 erit $\beta = 0$, $\gamma = 0$; similiter ex aequ. 2 erit $\beta'' = 0$, et proin $\beta' = \pm 1$; hinc fit, per aequ. 6, $\gamma' = 0$, et per 3, $\gamma'' = \pm 1$, ita vt (ob signorum ambiguitatem independentem) omnino habeantur 8 transformationes diuersae.

II. Quando e numeris a, a', a'' duo sunt aequales, *e. g.* $a' = a''$, tertius inaequalis, sup-

*) Casus reliqui vbi f est forma definita ad hunc reduci possunt; si vero f est forma indefinita, methodus omnino diuersa adhibenda, transformationumque multitudo infinita erit.

ponamus *primo* $a < a'$. Tunc eodem modo vt in casu praec. erit $\alpha' = 0$, $\alpha'' = 0$, $\alpha = \pm 1$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$; ex aequ. 2, 3, 6 autem facile deducitur, esse debere vel $\beta' = \pm 1$, $\gamma' = 0$, $\beta'' = 0$, $\gamma'' = \pm 1$, vel $\beta' = 0$, $\gamma' = \pm 1$, $\beta'' = \pm 1$, $\gamma'' = 0$. Si vero, *secundo*, $a > a'$, eaedem conclusiones sic obtinentur: ex aequ. 2, 3 necessario erit $\beta = 0$, $\gamma = 0$, et vel $\beta' = \pm 1$, $\gamma' = 0$, $\beta'' = 0$, $\gamma'' = \pm 1$, vel $\beta' = 0$, $\gamma' = \pm 1$, $\beta'' = \pm 1$, $\gamma'' = 0$; pro suppositione vtraque ex aequ. 4, 5 erit $\alpha' = 0$, $\alpha'' = 0$, atque ex 1, $\alpha = \pm 1$. Habentur itaque, pro vtroque casu, 16 transformationes diuersae. — Duo casus reliqui, vbi vel $a = a''$, vel $a = a'$, prorsus simili modo absoluuntur, si modo characteres α, α', α'' in priori cum β, β', β'', in posteriori cum γ, γ', γ'' resp. commutantur.

III. Quando omnes a, a', a'' aequales sunt, aequationes 1, 2, 3 requirunt, vt e tribus numeris α, α', α'', nec non ex β, β', β'', vt et ex γ, γ', γ'' bini sint $= 0$, tertius $= \pm 1$. Per aequ. 4, 5, 6 autem facile intelligitur, e tribus numeris α, β, γ vnum tantummodo $= \pm 1$ esse posse, similiterque ex α', β', γ', nec non ex α'', β'', γ''. Quamobrem sex tantummodo combinationes dantur

$$\left.\begin{array}{l|l|l|l|l|l|l} \alpha & \alpha & \alpha' & \alpha' & \alpha'' & \alpha'' & = \pm 1 \\ \beta' & \beta'' & \beta & \beta'' & \beta & \beta' & = \pm 1 \\ \gamma'' & \gamma' & \gamma'' & \gamma & \gamma' & \gamma & = \pm 1 \end{array}\right| \text{ Coëfficientes seni reliqui} = 0$$

ita vt ob signorum ambiguitatem omnino 48 transformationes habeantur. — Idem typus etiam casus praecedentes complectitur: sed e sex columnis primis prima sola accipi debet, quando a, a', a'' omnes sunt inaequales; columna prima et secunda, quando $a' = a''$; prima et tertia, quando $a = a'$; prima et sexta, quando $a = a''$.

Hinc colligitur, si forma $f = axx + a'x'x' + a''x''x''$ in aliam aequiualentem f' transeat per substitutionem $x = \delta y + \varepsilon y' + \zeta y''$; $x' = \delta' y + \varepsilon' y' + \zeta' y''$, $x'' = \delta'' y + \varepsilon'' y' + \zeta'' y''$, omnes transf. formae f in f' contineri sub schemate sequente:

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|l}
x & x & x' & x' & x'' & x'' & = \pm(\delta y + \varepsilon y' + \zeta y'') \\
x' & x'' & x & x'' & x & x' & = \pm(\delta' y + \varepsilon' y' + \zeta' y'') \\
x'' & x' & x'' & x & x' & x & = \pm(\delta'' y + \varepsilon'' y' + \zeta'' y'')
\end{array}$$

eo discrimine, vt sex columnae primae omnes adhibendae sint, quando $a = a' = a''$; columna 1 et 2, quando a', a'' aequales, a inaequalis; 1 et 3, quando $a = a'$; 1 et 6, quando $a = a''$; denique columna prima sola, quando a, a', a'' omnes inaequales. In casu primo transformationum multitudo erit 48, in secundo, tertio et quarto 16, in quinto 8.

* * *

Ab hac succincta primorum elementorum theoriae formarum ternariarum expositione ad quaedem applicationes speciales progredimur, inter quas primum locum meretur sequens