retentis signis ex. praec., aequatio quaesita erit $x^3 - pxx + (p + p'')x - 2 - p' = 0$. — Aequatio cuius radices sunt aggregata (2, 2), (2, 3), (2, 5), sub (6, 2) contenta, e praecedente deducitur, substituendo pro p, p', p'' resp. p', p'', p, eademque substitutione iterum facta, prodit aequatio, cuius radices sunt aggregata (2, 4), (2, 6), (2, 9) sub (6, 4) contenta.

352. Theoremata praecedentia cum consectariis annexis praecipua totius theoriae momenta continent, modusque valores radicum Ω inueniendi paucis iam tradi poterit.

Ante omnia accipiendus est numerus g, qui pro modulo n sit radix primitiua, residuaque minima potestatum ipsius g vsque ad g^{n-2} secundum modulum n eruenda. Resoluatur $n - 1$ in factores, et quidem, si problema ad aequationes gradus quam infimi reducere lubet, in factores primos; sint hi (ordine prorsus arbitrario) α, β, $\gamma \ldots \zeta$, ponaturque $\frac{n-1}{\alpha} = \beta\gamma \ldots \zeta = a$, $\frac{n-1}{\alpha\beta} = \gamma \ldots \zeta = b$ etc. Distribuantur omnes radices Ω in α periodos a terminorum; hae singulae rursus in β periodos b terminorum; hae singulae denuo in γ periodos etc. Quaeratur per art. 350 aequatio a^{ti} gradus (A), cuius radices sint illa α aggregata a terminorum, quorum itaque valores per resolutionem huius aequationis innotescent.

At hic difficultas oritur, quum incertum videatur, cuinam radici aequationis (A) quoduis aggregatum aequale statuendum sit, puta quaenam radix per $(a, 1)$, quaenam per (a, g) etc. denotari debeat: huic rei sequenti modo remedium afferri poterit. Per $(a, 1)$ designari potest radix quaecunque aequationis (A); quum enim quaeuis radix huius aequ. sit aggregatum a radicum ex Ω, omninoque arbitrarium sit, quaenam radix ex Ω per $[1]$ denotetur, manifesto supponere licebit, aliquam ex iis radicibus, e quibus radix quaecunque data aequ. (A) constat, per $[1]$ exprimi, vnde illa radix aequ. (A) fiet $(a, 1)$; radix $[1]$ vero hinc nondum penitus determinatur, sed etiamnum prorsus arbitrarium seu indefinitum manet, quamnam radicem ex iis quae $(a, 1)$ constituunt pro $[1]$ adoptare velimus. Simulac vero $(a, 1)$ determinatum est, etiam omnia reliqua aggregata a terminorum rationaliter inde deduci poterunt (art. 346). Hinc simul patet, vnicam tantummodo radicem per huius resolutionem eruere oportere. — Potest etiam methodus sequens, minus directa, ad hunc finem adhiberi. Accipiatur pro $[1]$ radix determinata, i. e. ponatur $[1] = \cos\frac{kP}{n} + i\sin\frac{kP}{n}$, integro k ad lubitum electo, ita tamen vt per n non sit diuisibilis; quo facto etiam $[2]$, $[3]$ etc. radices determinatas indicabunt, vnde etiam aggregata $(a, 1)$, (a, g) etc. quantitates determinatas designabunt. Quibus e tabulis sinuum leui tantum calamo computatis, puta ea praecisione, vt quae maiore quaeue minora sint decidi possit, nullum dubium superesse poterit, quibusnam signis singulae radices aequ. (A) sint distinguendae.

Quando hoc modo omnia α aggregata a terminorum innenta sunt, inuestigetur per art. 350

aequatio (B) β^{ti} gradus, cuius radices sint β aggregata b terminorum sub $(a, 1)$ contenta; coëfficientes huius aequationis omnes erunt quantitates cognitae. Quum adhuc arbitrarium sit, quaenam ex $a = \beta b$ radicibus sub $(a, 1)$ contentis per [1] denotetur, quaelibet radix data aequ. (B) per $(b, 1)$ exprimi poterit, quia manifesto supponere licet, aliquam b radicum e quibus composita est per [1] denotari. Inuestigetur itaque vna radix quaecunque aequationis (B) per eius resolutionem, statuatur $= (b, 1)$, deriuenturque inde per art. 346 omnia reliqua aggregata b terminorum. Hoc modo simul calculi confirmationem nanciscimur, quum semper ea aggregata b terminorum, quae ad easdem periodos a terminorum pertinent, summas notas conficere debeant. — In quibusdam casibus aeque expeditum esse potest, $\alpha - 1$ alias aequationes β^{ti} gradus eruere, quarum radices sint resp. singula β aggregata b terminorum in reliquis periodis a terminorum, (a, g), (a, gg) etc. contenta, atque *omnes* radices tum harum aequationum tum aequationis B per resolutionem inuestigare: tunc vero simili modo vt supra adiumento tabulae sinuum decidere oportebit, quibusnam periodis b terminorum singulae radices hoc modo prodeuntes aequales statui debeant. Ceterum ad hocce iudicium varia alia artificia adhiberi possunt, quae hoc loco complete explicare non licet; vnum tamen, pro eo casu vbi $\beta = 2$, quod imprimis vtile est, ac per exempla breuius quam per praecepta declarari poterit, in exemplis sequentibus cognoscere licebit.