

tres classes  $\mathfrak{K}$ ,  $\mathfrak{K} + H$ ,  $\mathfrak{K} + H'$  plures ancipites esse non posse; si enim tum  $\mathfrak{K}$  tum  $\mathfrak{K} + H$  ancipites essent siue cum oppositis suis  $\mathfrak{K}'$ ,  $\mathfrak{K}' + H$  resp. identicae, foret  $\mathfrak{K} + H = \mathfrak{K}' H$ ; eadem conclusio resultat ex suppositione,  $\mathfrak{K}$  et  $\mathfrak{K} + H$  esse ancipites; denique si  $\mathfrak{K} + H$ ,  $\mathfrak{K} + H'$  ancipites siue cum oppositis suis  $\mathfrak{K}' + H'$ ,  $\mathfrak{K}' + H$  identicae essent, fieret  $\mathfrak{K} + H + \mathfrak{K}' + H = \mathfrak{K}' + H + \mathfrak{K} + H'$ , vnde  $2H = 2H'$ , siue  $H' = H$ . Quamobrem unica tantum classis anceps pr. prim. dabitur, quae cum  $L$  composita ipsam  $\mathfrak{L}$  producit, adeoque omnes  $L$ ,  $L'$ ,  $L''$  etc. erunt diuersae.

Multitudo classium ancipitum in ordine *deriuato* manifesto aequalis est multitudini classium ancipitum in ordine primitivo ex quo est deriuatus, adeoque per praecedentia semper poterit assignari.

**260. PROBLEMA.** *Classis proprie primitua K determinantis D oritur ex duplicatione classis proprie primituae k eiusdem determinantis: quaeruntur omnes similes classes, ex quarum duplicatione classis K oritur.*

*Sol.* Sit  $H$  classis principalis det.  $D$  atque  $H'$ ,  $H''$ ,  $H'''$  etc. reliquae classes ancipites pr. primituae eiusdem determinantis; classes quae ex harum compositione cum  $k$  oriuntur,  $k + H$ ,  $k + H'$ ,  $k + H''$  etc. designentur per  $k'$ ,  $k''$ ,  $k'''$  etc. Tunc omnes classes  $k$ ,  $k'$ ,  $k''$  etc. erunt pr. primituae det.  $D$  et inter se diuersae; aequa facile perspicitur, ex singularum duplicatione oriri classem  $K$ . Denotante autem  $\mathfrak{K}$  classem quamcunque pr. prim. det.  $D$ , quae duplicata

producit classem  $K$ , necessario inter classes  $k, k', k''$  etc. contenta erit. Ponatur enim  $\mathfrak{K} = k + \mathfrak{h}$ , ita ut  $\mathfrak{h}$  sit classis pr. prim. det.  $D$  (art. 249), eritque  $2k + 2\mathfrak{h} = 2\mathfrak{K} = K = 2k$ , vnde facile concluditur,  $2\mathfrak{h}$  coincidere cum classe principali,  $\mathfrak{h}$  esse ancipitem siue inter  $H, H', H''$  etc. contentam, atque  $\mathfrak{K}$  inter  $k, k', k''$  etc.; quamobrem hae classes completam problematis solutionem exhibent.

Ceterum manifestum est, in eo casu, vbi  $D$  sit negatiuus, e classibus  $k, k', k''$  etc. semissem fore classes positivias, semissem negatiuas.

Quum igitur quaevis classis pr. prim. det.  $D$ , quaé ex vlli classis similis duplicatione oriri potest, omnino ex totidem classium similiūm duplicatione proueniat, quot classes ancipites pr. prim. det.  $D$  dantur: perspicuum est, si multitudine cunctarum classium pr. prim. det.  $D$  sit  $r$ , multitudine omnium classium ancipitum pr. prim. huius det.  $n$ , multitudinem omnium classium pr. prim. eiusdem det. quae ex duplicatione similis classis produci possint fore  $\frac{r}{n}$ . Eadem formula resultat, si, pro det. negatiuo, charactēres  $r, n$  multitudinem classium *positivarum* designant, ille *omnium* pr. prim., hic solarum ancipitum. Ita e. g. pro  $D = -161$  multitudine omnium classium pr. pr. positivarum est 16, multitudine ancipitum 4, vnde multitudine omnium classium quae per duplicationem alicuius classis oriri possunt debet esse 4. Et reuera inuenitur,

omnes classes in genere principali contentas hac proprietate esse praeditas; scilicet classis principalis (1, 0, 161) oritur ex duplicatione quatuor classium ancipitum; (2, 1, 18) ex duplicatione classium (9, 1, 18), (9, — 1, 18), (11, 2, 15), (11, — 2, 15); (9, 1, 18) ex dupl. classium (3, 1, 54), (6, 1, 27), (5, — 2, 33), (10, 3, 17); denique (9, — 1, 18) ex duplicatione classium (3, — 1, 54), (6, — 1, 27), (5, 2, 33), (10, — 3, 17).

261. THEOREMA. *Semissi omnium characterum assignabilium pro determinante positivo non quadrato nulla genera proprie primitiva respondere possunt; pro determinante negativo autem nulla genera proprie primitiva positiva.*

*Dem.* Sit  $m$  multitudo omnium generum proprie primitiorum (positiorum) determinantis  $D$ ;  $k$  multitudo classium in singulis generibus contentarum, ita ut  $km$  sit multitudo omnium classium proprie primituarum (posituarum);  $n$  multitudo omnium characterum diuersorum pro hoc det. assignabilium. Tunc per art. 258 multitudo omnium classium ancipitum (posituarum) pr. primituarum erit  $\frac{1}{2}n$ ; hinc per art. praec. multitudo omnium classium pr. prim. quae ex duplicatione similis classis oriri possunt erit  $\frac{2km}{n}$ .

Sed per art. 247 hae classes omnes pertinent ad genus principale, in quo continentur  $k$  classes; si itaque omnes classes generis principalis ex duplicatione alicuius classis prouenire possunt (quod reuera semper locum habere in sequentibus de-