Sectio Sexta

VARIAE DISQVISITIONVM PRAECEDENTIVM APPLICATIONES.

308. Quam fertilis sit arithmetica sublimior veritatibus, quae in aliis quoque matheseos partibus vsum praestent, pluribus iam passim locis addigitauimus; quasdam vero applicationes, quae expositionem ampliorem merentur, seorsim tractare non inutile duximus, non tam vt hoc argumentum, quo plura volumina facile impleri possent, exhauriatur, quam potius vt per aliqua specimina illustretur. In hacce quidem sectione primo de resolutione fractionum in simpliciores agemus; dein de conuersione fractionum communium in decimales; tum methodum nouam exclusionis explicabimus, solutioni aequationum indeterminatarum secundi gradus inseruientem; tandem methodos nouas expeditas trademus, numeros primos a compositis dignoscendi, horumque factores explorandi. In sectione sequente autem theoriam generalem generis peculiaris functionum, per totam analysin latissime patentis, quatenus cum arithmetica sublimiori arctissime connexa est, stabiliemus, imprimisque theoriam sectionis circuli, cuius prima tantum elementa

hactemus innotuerunt, nouis incrementis amplificare studebimus.

309. Problema. *Fractionem $\frac{m}{n}$, cuius denominator n est productum e duobus numeris inter se primis a, b, in duas alias discerpere, quarum denominatores sint a, b.*

Sol. Sint fractiones quaesitae $\frac{x}{a}$, $\frac{y}{b}$, fierique debebit $bx + ay = m$; hinc x erit radix congruentiae $bx \equiv m (\text{mod. } a)$, quae per sect. II erui poterit, y vero fiet $= \frac{m - bx}{a}$.

Ceterum constat, congruentiam $bx \equiv m$ radices infinite multas, sed secundum a congruas, habere, vnica vero tantum positiua minorque quam a dabitur; fieri autem potest etiam, vt y euadat negatiuus. Vix necesse erit monere, y etiam per congruentiam $ay \equiv m (\text{mod.} b)$, atque x per aequationem $x = \frac{m - ay}{b}$ inueniri posse. — E. g. proposita fractione $\frac{58}{77}$, erit 4 valor expr. $\frac{58}{11} (\text{mod. } 7)$, vnde $\frac{58}{77}$ resoluitur in $\frac{4}{7} + \frac{2}{11}$.

310. Si fractio $\frac{m}{n}$ proponitur, cuius denominator n est productum e factoribus quotcunque inter se primis a, b, c, d etc.: per art. praec. primo in duas resolui potest, quarum denominatores sint a et bcd etc.; secunda iterum in duas denominatorum b et cd etc.; posterior rursus in duas et sic porro, vnde tandem fractio proposita

sub hanc formam redigetur $\frac{m}{n} = \frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} + \frac{\gamma}{c} + \frac{\delta}{d}$ etc. Numeratores α, β, γ, δ etc. manifesto positiuos ac denominatoribus suis minores accipere licebit, praeter vltimum, qui reliquis determinatis non amplius est arbitrarius, atque etiam negatiuus aut denominatore maior fieri potest (siquidem non supponimus $m < n$). Tum plerumque e re erit, ipsum sub formam $\frac{\varepsilon}{e} \mp k$ redigere, ita vt ε sit positiuus ac minor quam e, k vero integer. Denique patet, a, b, c etc. ita accipi posse, vt sint vel numeri primi vel numerorum primorum potestates.

Ex. Fractio $\frac{391}{924}$, cuius denominator $= 4.3.7.11$ hoc modo resoluitur in $\frac{1}{4} + \frac{40}{231}$; $\frac{40}{231}$ in $\frac{2}{3} - \frac{38}{77}$; $-\frac{38}{77}$ in $\frac{1}{7} - \frac{7}{11}$; vnde, scribendo $\frac{4}{11} - 1$ pro $-\frac{7}{11}$ fit $\frac{391}{924} = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} + \frac{4}{11} - 1$.

311. Fractio $\frac{m}{n}$ *vnico tantum modo sub formam* $\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} +$ etc. $\mp k$ reduci potest, ita vt α, β etc. sint positiui ac minores quam a, b etc. scilicet supponendo $\frac{m}{n} = \frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b} + \frac{\gamma}{c} +$ etc. $\mp k = \frac{\alpha'}{a} + \frac{\beta'}{b} + \frac{\gamma'}{c} +$ etc. $\mp k'$, atque etiam α', β' etc. positiuos ac minores quam a, b etc., necessario erit $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$, $\gamma = \gamma'$ etc., $k = k'$. Multiplicando enim per $m = abc$ etc., patet fieri $m \equiv \alpha bcd$ etc. $\equiv \alpha' bcd$ etc. (mod. a), vnde quoniam bcd etc. ad a primus