

longi fiamus, vberiore huius rei tractationem suppressimus, ad alia difficiliora properantes.

244. Si per formam aliquam  $f$  repraesentari potest numerus  $a$ , per formam  $f'$  numerus  $a'$ , atque forma  $F$  in  $ff'$  est transformabilis: nullo negotio perspicitur, productum  $aa'$  per formam  $F$  repraesentabile fore. Hinc statim sequitur, quando determinantes harum formarum sint negatiui, formam  $F$  posituiam fore si vel vtraque  $f, f'$  sit posituiua vel vtraque negatiua; contra  $F$  fieri negatiuiam si altera formarum  $f, f'$  sit posituiua altera negatiua. Subsistamus in eo imprimis casu, quem in art. praect. considerauimus, vbi  $F$  ex  $f, f'$  composita est, atque  $f, f'$  et  $F$  eundem determinantem  $D$  habent. Supponamus insuper, repraesentationes numerorum  $a, a'$  per formas  $f, f'$  fieri per valores indeterminatarum inter se primos, atque priorem pertinere ad valorem  $b$  expressionis  $\sqrt{D} \pmod{a}$ , posteriorem ad valorem  $b'$  expr.  $\sqrt{D} \pmod{a'}$ , ponaturque  $bb - D = ac, b'b' - D = a'c'$ . Tunc per art. 168 formae  $(a, b, c), (a', b', c')$  proprie aequiualebunt formis  $f, f'$ ; quare  $F$  etiam ex illis duabus formis composita erit. Sed ex iisdem formis composita erit forma  $(A, B, C)$ , si, posito numerorum  $a, a', b + b'$  diuisore communi maximo  $= \mu$ , statuitur  $A = \frac{aa'}{\mu\mu}, B \equiv b$  et  $b'$  sec. modulus  $\frac{a}{\mu}, \frac{a'}{\mu}$  resp.,  $AC = BB - D$ ; quare haec forma proprie aequiualebit formae  $F$ . Iam per formam  $Axx + 2Bxy + Cyy$  repraesentatur numerus  $aa'$ , faciendo  $x = \mu, y = 0$ , quorum valorum diuisor comm. max. est  $\mu$ ; quare  $aa'$

etiam per formam  $F$  repraesentari poterit ita ut valores indeterminatarum habeant diuisorem communem maximum  $\mu$  (art. 166). Quoties igitur euadit  $\mu = 1$ ,  $aa'$  per formam  $F$  repraesentari poterit tribuendo indeterminatis valores inter se primos, repraesentatioque haec pertinebit ad valorem  $B$  expr.  $\sqrt{D}$  (mod.  $aa'$ ), ipsis  $b$ ,  $b'$  secundum modulos  $a$ ,  $a'$  resp. congruum. Condicio  $\mu = 1$  semper locum habet, quando  $a$ ,  $a'$  inter se primi sunt; generaliter autem, quando diu. comm. max. ipsorum  $a$ ,  $a'$  ad  $b + b'$  est primus.

245. THEOREMA. Si forma  $f$  ad eundem ordinem referenda est ut  $g$ , similiterque  $f'$  est ex eodem ordine ut  $g'$ : forma  $F$  ex  $f$ ,  $f'$  composita eundem determinantem habebit ex eodemque ordine erit ut forma  $G$  ex  $g$ ,  $g'$  composita.

*Dem.* Sint formae  $f, f', F = (a, b, c), (a', b', c'), (A, B, C)$  resp., ipsarumque determinantes  $= d, d', D$ . Porro sit numerorum  $a, 2b, c$  diu. comm. max.  $= m$ ; numerorum  $a, b, c$  diu. comm. max.  $= m$ ; similesque significationes habeant  $m', m'$  respectu formae  $f'$ , et  $M, M$  respectu formae  $F$ . Tunc ordo formae  $f$  determinabitur per numeros  $d, m, m$ , unde iidem numeri etiam pro forma  $g$  valebunt; eadem ratione numeri  $d', m', m'$  idem erunt pro forma  $g'$  quod sunt pro forma  $f'$ . Iam per art. 235, numeri  $D, M, M$  determinati sunt per  $d, d', m, m', m, m'$ ; scilicet erit  $D$  diuisor communis maximus ipsorum  $dm'm', d'mm$ ;  $M = mm'$ ; atque  $M = mm'$  (si simul  $m = m, m' = m'$ ), vel  $= 2mm'$  (si  $m = 2m$ , aut  $m' = 2m'$ ). Quae



proprietates ipsorum  $D$ ,  $M$ ,  $\mathfrak{M}$ , quum inde sequantur, quod  $F$  ex  $f$ ,  $f'$  composita est: facile perspicitur,  $D$ ,  $M$  et  $\mathfrak{M}$  etiam pro forma  $G$  valere, adeoque  $G$  esse ex eodem ordine ut  $F$ .  
 $Q. E. D.$

Ex hac ratione ordinem in quo est forma  $F$  compositum dicemus ex ordinibus in quibus sunt formae  $f$ ,  $f'$ . Ita e. g. ex duobus ordinibus proprie primitiuis semper compositus est similis ordo; ex proprie primitiuo et improprie primitiuo, improprie primitiuus. — Simili modo intelligendum est, si ordo aliquis ex pluribus aliis ordinibus compositus vocabitur.

246. PROBLEMA. *Propositis duabus formis primitiuis quibuscunque  $f$ ,  $f'$ , ex quarum compositione oritur  $F$ : ex generibus ad quae pertinent  $f$ ,  $f'$  definire genus ad quod referenda erit  $F$ .*

*Sol. I.* Consideremus primo eum casum ubi ad minimum vna formarum  $f$ ,  $f'$  e. g. prior est proprie primitiua, designemusque determinantes formarum  $f$ ,  $f'$ ,  $F$  per  $d$ ,  $d'$ ,  $D$ . Tunc  $D$  erit diuisor communis maximus numerorum  $dm'm'$ ,  $d'$ , ubi  $m'$  est aut 1 aut 2, prout forma  $f'$  est proprie aut improprie primitiua;  $F$  autem in casu illo pertinebit ad ordinem proprie primitiuum, in hoc ad improprie primitiuum. Iam genus formae  $F$  definietur per ipsius characteres particulares, nempe tum respectu singulorum diuisorum primorum imparium ipsius  $D$ , tum, pro quibusdam casibus, respectu numerorum 4 aut 8. Hos igitur singulos determinare oportebit.