

$11k + 1, 3, 4, 5, 9$, formae non diuisorum autem erunt $11k + 2, 6, 7, 8, 10$. Erit itaque — 11 non-residuum omnium numerorum imparium, qui in aliqua posteriorum formarum continentur, residuum autem omnium primorum ad aliquam priorum pertinentium.

Similes formae dantur pro diuisoribus atque non-diuisoribus ipsius $xx - A$, quemcunque numerum designet A . Sed facile perspicitur, eos ipsius A valores tantummodo considerari oportere, qui per nullum quadratum sint diuisibiles; patet enim si fuerit $A = a^2 A'$, omnes diuisores *) ipsius $xx - A$ etiam fore diuisores ipsius $xx - A'$, similiterque non-diuisores. — Distinguemus autem tres casus, 1) quando A est formae $\pm (4n + 1)$ vel $-(4n - 1)$. 2) quando A est formae $-(4n + 1)$ vel $+(4n - 1)$. 3) quando A est par siue formae $\pm(4n + 2)$

148. *Casus primus*, quando A est formae $\pm(4n + 1)$ vel $-(4n - 1)$. Resoluatur A in factores suos primos, tribuaturque iis qui sunt formae $4n + 1$ signum positium, iis vero qui sunt formae $4n - 1$ signum negatiuum (vnde fiet productum ex ipsis $= A$). Sint hi factores a, b, c, d etc. Distribuantur omnes numeri ipso A minores et ad A primi in duas classes, et quidem in primam classem omnes nu-

*) Nempe qui sint primi ad A .

meri qui sunt nullius ex numeris a, b, c, d etc. non-residua, aut duorum, aut quatuor aut generaliter multitudinis paris; in secundam vero ii, qui sunt non-residua vnus ex numeris a, b, c etc. aut trium etc. aut generaliter multitudinis imparis. Designentur priores per r, r', r'' , etc. posteriores per n, n', n'' etc. Tum formae $Ak + r, Ak + r', Ak + r''$ etc. erunt formae diuisorum ipsius $xx - A$, formae vero $Ak - n, Ak - n'$ etc. erunt formae non-diuisorum ipsius $xx - A$ (i. e. numerus quicunque primus, praeter 2, erit diuisor aut non-diuisor ipsius $xx - A$ prout in aliqua formarum priorum aut posteriorum continetur). Si enim p est numerus primus positius atque alicuius ex numeris a, b, c etc. residuum vel non-residuum, hic ipse numerus ipsius p residuum vel non-residuum erit (theor. fund.). Quare si inter numeros a, b, c etc. sunt m , quorum non-residuum est p , totidem erunt non-residua ipsius p , adeoque si p in aliqua formarum priorum continetur, erit m par et ARp , si vero in aliqua posteriorum, erit m impar atque ANp .

Ex. Sit $A = + 105, = - 3 \times + 5 \times - 7$. Tum numeri r, r', r'' , etc. erunt hi: 1, 4, 16, 46, 64, 79, (qui sunt non-residua nullius numerorum 3, 5, 7); 2, 8, 23, 32, 53, 92 (qui sunt non-residua numerorum 3, 5, 7); 26, 41, 59, 89, 101, 104 (qui sunt non-residua numerorum 3, 7); 13, 52, 73, 82, 97, 103 (qui sunt non-residua numerorum 5, 7). — Numeri autem n, n', n'' etc. erunt hi: 11, 29, 44, 71, 74, 86; 22, 37, 43, 58, 67, 88; 19, 31, 34, 61, 76, 94; 17, 38, 47, 62, 68,

83. Seni primi sunt non-residua ipsius 3, seni posteriores non-residua ipsius 5, tum sequuntur non-residua ipsius 7, tandem ii qui sunt non-residua omnium trium simul.

Facile ex combinationum theoria atque artt. 32, 96 deducitur, numerorum n, n', n'' etc. multitudinem fore $= t \left(1 + \frac{l \cdot l - 1}{1 \cdot 2} + \frac{l \cdot l - 1 \cdot l - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{l \cdot l - 1 \cdot l - 2 \cdot l - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \dots \right)$, numerorum n, n', n'' etc. multitudinem $= t \left(1 + \frac{l \cdot l - 1 \cdot l - 2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{l \cdot l - 1 \cdot l - 2 \cdot l - 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \dots \right)$, vbi l designat multitudinem numerorum a, b, c etc.; $t = 2^{l-1} (a-1) (b-1) (c-1)$ etc., et vtraque series continuanda donec abrumpatur. (Dabuntur scilicet t numeri, qui sunt residua omnium a, b, c etc. $\frac{t \cdot l \cdot l - 1}{1 \cdot 2}$, qui sunt non-residua duorum etc.

sed demonstrationem hanc fusius explicare breuitas non permittit). Vtriusque autem seriei summa *) est $= 2^{l-1}$. Scilicet posterior prodit ex hac $1 + (l-1) + \frac{l-1}{1} \cdot \frac{l-2}{2}$ etc. iungendo terminum secundum et tertium, quartum et quintum etc. posterior vero ex eadem iungendo terminum primum atque secundum, tertium et quartum etc. Dabuntur

*) Neglecto factore t .