$= 0$, $(p'' - p')\,kn = 0$, vnde erit *necessario* $p' = p''$, prorsusque simili modo $q' = q''$. — Tribuendo itaque formis (h, i, k), (h', i', k') *easdem* indeterminatas t, u, designandoque indeterminatas formae F per T, U, transibit F per substitutionem $T = ptt + 2p'tu + p'''uu$, $U = qtt + 2q'tu + q'''uu$ in $(htt + 2itu + kuu)^2$.

II. Si forma F oritur e duplicatione formae f, orietur etiam e duplicatione cuiusuis aliae formae cum f in eadem classe contentae siue classis formae F e duplicatione classis formae f (V. art. 238). Ita in ex. art. praec. (5, 2, 31) orietur etiam e duplicatione formae (11, 5, 16), ipsi (11, — 17, 40) proprie aequiualentis. Ex vna classe, per cuius dupl. classis formae F oritur, *omnes* (si plures dantur) inueniuntur adiumento probl. 260; in exemplo nostro alia huiusmodi classis positiua non dabitur, quia vna tantummodo classis anceps proprie primitiua positiua det. — 151 exstat (puta principalis); quum e compositione classis vnicae ancipitis negatiuae (— 1, 0, — 151), cum classe (11, 5, 16) oriatur classis (— 11, 5, — 16), haec erit vnica negatiua, e cuius duplicatione classis (5, 2, 31) oritur.

III. Quum per solutionem ipsam probl. art. praec. euictum sit, quamuis classem formarum binariarum proprie primitiuam (positiuam) ad genus principale pertinentem ex alicuius classis pr. prim. eiusdem det. duplicatione oriri posse: theorema art. 261, per quod certi eramus, *ad minimum* semissi omnium characterum pro determinante non quadrato dato D assignabilium genera proprie primitiua (positiua) respondere non posse, eo iam ampliatur, vt *praecise* semissi omnium horum characterum talia genera reuera respondeant, alterique ideo semissi nulla respondere possint (V. demonstr. illius theor.). Quare quum in art. 263 omnes illi characteres assignabiles in duas species P, Q aequaliter distributi sint, e quibus posteriores Q formis pr. prim. (positiuis) respondere non posse probatum erat, de reliquis autem P incertum maneret, an singulis genera semper reuera responderent: nunc hoc dubium penitus est sublatum, certique sumus, in toto characterum complexu P nullum adesse cui genus non respondeat. — Hinc facile quoque deducitur, pro determinante negatiuo in ordine pr. prim. *negatiuo*, in quo omnes P impossibiles *solosque* Q possibiles esse in art. 264, I ostensum est, *omnes* Q reuera possibiles esse. Designante enim K characterem quemcunque ex Q, f formam arbitrariam ex ordine pr. prim. neg. formarum det. D, atque K' ipsius characterem, hic erit ex Q; vnde facile perspicitur, characterem ex K, K' compositum (ad normam art. 246) ad P pertinere, adeoque formas pr. primitiuas positiuas det. D exstare quae ei respondeant; ex compositione talis formae cum f manifesto orietur forma pr. prim. neg. det. D cuius character erit K. — Prorsus simili ratione probatur, in ordine improprie primitiuo eos characteres qui per praecepta art. 274 II, III *soli* possibiles inueniuntur *omnes* possibiles esse, siue sint P siue Q. — Haecce theoremata, ni vehementer fallimur, ad pulcherrima in theoria formarum binariarum sunt referenda, eo magis quod licet summa simplicitate gaudeant, tamen tam recondita sint vt ipsarum demonstrationem rigorosam absque tot aliarum disquisitionum subsidio condere non liceat.

Transimus iam ad aliam applicationem digressionis praecedentis, ad discerptionem tum numerorum tum formarum binariarum in terna quadrata, cui praemittimus sequens

288. PROBLEMA. *Designante M numerum positiuum, inuenire conditiones sub quibus formae binariae primitiuae negatiuae determinantis $-M$ dari possint, quae sint residua quadratica ipsius M siue pro quibus* 1 *sit numerus characteristicus.*

Sol. Designemus per Ω complexum omnium characterum particularium quos praebent relationes numeri 1 tum ad singulos diuisores primos (impares) ipsius M tum ad numerum 8 vel 4 quando ipsum M metitur; manifesto hi characteres erunt Rp, Rp', Rp'' etc., denotantibus p, p', p'' etc., illos diuisores primos; atque 1, 4 quando 4; 1, 8 quando 8 ipsum M metitur. Praeterea vtamur literis P, Q in eadem significatione vt in art. praec. siue vt in 263. Iam distinguamus casus sequentes.

I. Quando M per 4 diuisibilis est, Ω erit character integer, patetque ex art. 233 V, 1 talium tantummodo formarum numerum characteristicum esse posse, quarum character sit Ω. Sed manifestum est, Ω fore characterem formae principalis $(1, 0, M)$, adeoque ad P pertinere et proin formae proprie primitiuae negatiuae competere non posse; quare quum formae impro-