

II. 5; IV. 2 respondent determinantibus non pluribus quam 48, 32, 42, 68 resp., e quibus maxi-
mi — 652, — 862, — 1518, — 1012. Quum
tabula, ex qua haec exempla sumsimus, longe
ultra maximos determinantes hic occurrentes pro-
ducta sit *), nec vlli amplius prodierint ad illas
classificationes pertinentes: nullum dubium esse
videtur, quin series adscriptae reuera abruptae
sint, et per analogiam conclusionem eandem ad
quasvis alias classificationes extendere licebit. E.
g. quum in tota milliade decima determinantium
nullus se obtulerit, cui multitudo classium infra
24 responderet: maxime est verisimile, classifica-
tiones I. 23; I. 21 etc.; II. 11; II. 10 etc.; IV. 5;
IV. 4; IV. 3; VIII. 2 iam ante — 9000 desiisse,
aut saltem per paucis determinantibus ultra —
10000 competere. Demonstrationes autem *rigo-
rosae* harum obseruationum per difficultes esse vi-
dentur. — Non minus admiratione dignum est,
quod omnes determinantes, quorum formae in
32 aut plura genera distribuantur, ad minimum
binas classes in singulis generibus habeant, adeo-
que classificationes XXXII. 1, LXIV. 1 etc. om-
nino excidant (minimo ex huiusmodi dett., —
9240, respondet XXXII. 2); sisque probabile
videtur, multitudine generum crescente continuo
plures classificationes excidere. Hoc respectu 65
determinantes supra traditi, quibus classificationes
I. 1; II. 1; IV. 1; VIII. 1; XVI. 1 respondent, val-

*) Dum haec imprimuntur, usque ad — 3000 uno tractu, nec
non per totam milliadem decimam, pluresque alias centades
dispersas, quibus acedunt permulti determinantes singula-
res sedulo electi.

de sunt memorabiles, perspiciturque facile, illos omnes ac solos his duabus proprietatibus insignibus gaudere, vt omnes classes formarum ad ipsos pertinentes ancipites sint, et formae quaecunque in eodem genere contentae necessario tum proprietum improprie aequiualeant. Ceterum iidem 65 numeri (sub aspectu paullulum diuerso cuius mentio infra fiet et cum criterio demonstratu facili) iam ab ill. Eulero traditi sunt *Nouv. Mem. de l'Ac. de Berlin* 1776 p. 338.

304. Multitudo classium pr. primituarum, quas formae binariae det. positui *quadrati* kk constituunt, omnino a priori assignari potest, multitudinique numerorum ad $2k$ primorum ipsoque minorum aequalis est; vnde per ratiocinia non difficilia sed hic supprimenda deducitur, multitudinem mediocrem classum ad tales determinantes circa kk pertinentium proxime exprimi per $\frac{8^k}{\pi\pi}$. — Determinantes positui nonquadrati autem hoc respectu phaenomena prorsus singularia offerunt. Scilicet quum classum multitudo parua, e. g. classificatio I. 1 aut I. 3 aut II. 1 etc. pro determinantibus negatiuis et quadratis paruis tantum et mox omnino cessantibus locum habeat: contra e determinantibus posituiis nonquadratis, saltem non permagnis, pars longe maxima tales classificationes praebent, vbi unica clasis in quovis genere continetur, ita vt haec I. 3; I. 5; II. 2; II. 3; IV. 2 etc. sint rarissimae. Ita e. g. inter 90 dett. non qu. infra 100 reperiuntur 31, 48, 27, quibus respondent classificationes I. 1, II. 1, IV. 1 resp; unicus tantum (37) habet

I. 3; duo (34 et 82) habent II. 2; unus (75)
 II. 3. Attamen, determinantibus crescentibus,
 classium multitudines maiores sensim frequentio-
 res fiunt; ita inter 96 dett. non qu. a 101 vsque
 ad 200 duo (101, 197) habent I. 3; quatuor
 (145, 146, 178, 194) II. 2; tres (141, 148,
 189) II. 3. Ex 197 dett. a 801 vsque ad 1000
 tres habent I. 3; quatuor II. 2; quatuordecim
 II. 3; duo II. 5; duo II. 6; quindecim IV. 2;
 sex IV. 3; duo IV. 4; quatuor VIII. 2; reliqui
 145 vnam classem in quois genere. — Quaestio
 curiosa foret, nec geometrarum sagacitate indi-
 gnā, secundum quam legem determinantes vnam
 classem in quois genere hābentes continuo ra-
 riores fiant inuestigare; hactenus nec per theo-
 riā decidere possumus, nec per obseruationem
 satis certo coniectare, vtrum tandem omnino
 abrumpantur (quod tamen parum probabile vi-
 detur), aut saltem *infinite rari* euadant, an
 ipsorum frequentia ad limitem fixum continuo
 magis accēdat. Multitudo classium mediocris in
 ratione parum maiori increscit, quam multitudo
 generum, longeque lentius quam radices quadra-
 tae e determinantibus; inter 800 et 1000 illa
 inuenitur = 5,01. Liceat his obseruationibus
 aliam adiicere, quae analogiam inter determi-
 nantes positiuos et negatiuos quodammodo resti-
 tuit. Scilicet inuenimus, pro determinante posi-
 tiuo D non tam multitudinem classium ipsam,
 quam potius hanc multitudinem per logarith-
 mum quantitatis $t + u\sqrt{D}$ multiplicatam (de-
 signantibus t, u numeros minimos, praeter 1, 0,
 aequationi $tt - Duu = 1$ satisfacientes) mul-
 titudini classium pro determinante negatiuo pluri-