Accipiendo autem pro excludente numerum idoneum alium E', prorsus simili modo inuenientur tot numeri α', β', γ' etc., quot non residua diuersa quadratica habet, quibus y secundum modulum E' congruus esse nequit. Quare denuo ex Ω' eiicere licebit omnes numeros sub formis $E't + \alpha'$, $E't + \beta'$, $E't + \gamma'$ etc. contentos. Hoc modo continuari poterit, alios aliosque semper excludentes adhibendo, donec multitudo numerorum ex Ω tantum deminuta fuerit, vt non difficilius videatur, omnes superstites tentamini reuera subiicere, quam exclusiones nouas instituere.

Ex. Proposita aequatione $xx = 22 + 97y$, limites valorum ipsius y erunt $-\frac{22}{97}$ et $24\frac{1}{4} - \frac{22}{97}$, vnde (quoniam inutilitas valoris o per se est obuia) Ω comprehendet numeros $1, 2, 3 \ldots 24$. Pro $E = 3$ habetur vnicum non residuum $a = 2$; vnde fit $\alpha = 1$; excludendi sunt itaque ex Ω omnes numeri formae $3t + 1$; multitudo remanentium Ω' erit 16. Simili modo pro $E = 4$ habetur $a = 2$, $b = 3$, vnde $\alpha = 0$, $\beta = 1$; quare reiici debent numeri formae $4t$ et $4t + 1$ restantque hi octo 2, 3, 6, 11, 14, 15, 18, 23. Perinde pro $E = 5$ reiiciendi inueniuntur numeri formarum $5t$ et $5t + 3$; remanentque hi 2, 6, 11, 14. Excludens 6 remoueret numeros formarum $6t + 1$ et $6t + 4$, hi vero (qui cum numeris formae $3t + 1$ conueniunt) iam absunt. Excludens 7 eiicit numeros formarum $7t + 2$, $7t + 3$, $7t + 5$, ac relinquit hos 6, 11, 14. Hi pro y substituti producunt resp. $V = 604, 1089, 1380$, e quibus valor secundus solus est quadratus, vnde $x = \pm 33$.

521. Quum operatio cum excludente E instuta e valoribus ipsius V, valoribus ipsius y in Ω respondentibus, omnes eos releget, qui sunt non residua quadratica ipsius E, residua vero eiusdem numeri non attingat; facile intelligitur, vsum excludentium E et $2E$ nihil differre, si E sit impar, quum in hoc casu E et $2E$ eadem residua et non residua habeant. Hinc patet, si successiue numeri 3, 4, 5 etc. tamquam excludentes adhibeantur, numeros impariter pares 6, 10, 14 etc. tamquam superfluos praetereundos esse. Porro perspicuum est, operationem duplicem, cum excludentibus E, E' institutam, omnes eos valores ipsius V remouere, qui vel vtriusque E, E' vel vnius non residua sint, eosque qui sint, vtriusque residua remanere. Iam quum in eo casu, vbi E et E' diuisorem communem non habent, illi numeri eiecti omnes sint non residua, atque hi superstites residua producti EE', manifestum est, vsum excludentis EE' in hoc casu omnino tantundem efficere, ac vsum duorum E, E', adeoque illum, post hunc, superfluum fieri. Quare eos quoque excludentes omnes praeterire licebit, qui in duos factores inter se primos resolui possunt, sufficietque iis vti, qui sunt vel numeri primi (ipsum m non metientes) vel primorum potestates. Denique manifestum est, post vsum excludentis p^μ, qui sit potestas numeri primi p, excludentem p seu p^ν, quando $\nu < \mu$ superfluum fieri; quum enim p^μ inter valores ipsius V sola sui residua reliquerit, a potiori non-residua ipsius p aut potestatis cuiusuis inferioris p^ν non amplius aderunt. Si vero p aut p^ν iam ante p^μ adhibitus est, hic manifesto

tales tantum valores ipsius V eiicere potest, qui simul sunt residua ipsius p (aut p') atque non residua ipsius $p^{\varkappa}$; quare huiusmodi tantum non-residua ipsius $p^{\varkappa}$ pro a, b, c etc. accipere sufficiet.

322. Computus numerorum α, $\mathfrak{C}$, γ etc. cuiuis excludenti dato E respondentium multum contrahitur per obseruationes sequentes. Sint $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ etc. radices congruentiarum $my \equiv a$, $my \equiv b$, $my \equiv c$ etc. (mod. E) atque k radix huius $my \equiv -A$, patetque fieri $\alpha \equiv \mathfrak{A} + k$, $\mathfrak{C} \equiv \mathfrak{B} + k$, $\gamma \equiv \mathfrak{C} + k$ etc. Iam si ipsos $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ etc. reuera per solutionem illarum congruentiarum eruere oporteret, haec via ipsos α, $\mathfrak{C}$, γ etc. inueniendi nihil vtique breuior foret, quam ea quam supra ostendimus: sed illud neutiquam est necessarium. Si enim, primo, E est numerus primus, atque m residuum qu. ipsius E, patet per art. 98, ipsos $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ etc., qui sunt valeres expr. $\frac{a}{m}$, $\frac{b}{m}$, $\frac{c}{m}$ etc. (mod. E), fieri non residua diuersa ipsius E, adeoque cum ipsis α, $\mathfrak{C}$, γ etc. omnino conuenire, abstrahendo ab ipsorum ordine, cuius nihil hic refert; si vero in eadem suppositione m est non-residuum ipsius E, numeri $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ etc. cum omnibus residuis quadraticis, abiecto o, conuenient. Si E est quadratum numeri primi (imparis), $= pp$, atque p iam tamquam excludens applicatus, sufficit per art. praec., pro a, b, c etc. ea non residua ipsius pp assumere qui sunt residua ipsius p, i. e. numeros p, $2p$, $3p \ldots pp - p$ (scilicet omnes numeros infra pp praeter o qui per p sunt diuisibi-