versa in quauis classe ancipite pr. primitiua det. D saltem vna illarum formarum contenta esse debet; in tali enim classe certo adsunt formae ancipites et cuiuis formae ancipiti pr. primitiuae (a, b, c) det. D aliqua formarum art. praec. aequiualet, scilicet vel $(a, 0, -\frac{D}{a})$ vel $(a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a - \frac{D}{a})$, prout b vel $\equiv 0$ vel $\equiv \frac{1}{2}a$ (mod. a). Problema itaque eo reductum est, vt quot classes diuersas illae formae constituant inuestigemus.

Si forma $(a, 0, c)$ est inter formas art. praec., forma $(c, 0, a)$ inter easdem occurret et ab illa semper erit diuersa, vnico casu excepto vbi $a = c = \pm 1$ adeoque $D = -1$, quem aliquantisper seponemus. Quoniam vero hae formae manifesto ad eandem classem pertinent, sufficit vnam retinere, et quidem reiiciemus eam, cuius terminus primus est maior quam tertius; eum casum vbi $a = -c = \pm 1$ siue $D = 1$ quoque seponemus. Hoc modo omnes formas $(A, 0, C)$ ad semissem reducere possumus, retinendo e binis semper vnam; et in omnibus remanentibus erit $A < \sqrt{\pm D}$.

Simili modo si inter formas art. praec. occurrit forma $(2b, b, c)$, inter easdem reperietur $(4c - 2b, 2c - b, c) = (-\frac{2D}{b}, -\frac{D}{b}, c)$, quae illi proprie aequiualens et ab ipsa diuersa erit, vnico quem seponimus casu excepto vbi $c = b = \pm 1$ siue $D = -1$. Ex his duabus formis eam retinere sufficit, cuius terminus primus est minor quam terminus primus alterius (magnitudine aequales, signis diuersi in hoc casu esse nequeunt); vnde patet, etiam omnes formas $(2B, B, C)$ ad semissem reduci posse, e binis vnam semper eiiciendo; et in remanentibus esse $B < \frac{D}{B}$ siue $B < \sqrt{\pm D}$. Hoc modo ex omnibus formis art. praec. semissis tantum remanet, quarum complexum per W designabimus, nihilque superest, nisi vt ostendamus, quot classes diuersae ex his formis oriantur. Ceterum manifestum est, in eo casu vbi D sit negatiuus totidem formas positiuas in W affore quot negatiuas.

I. Quando D est negatiuus, singulae formae in W pertinebunt ad classes diuersas. Nam omnes formae $(A, 0, C)$ erunt reductae; similiter omnes formae $(2B, B, C)$ reductae erunt, praeter eas in quibus $C < 2B$; in tali vero forma erit $2C < 2B + C$; vnde (quoniam $B < \frac{D}{B}$ i. e. $B < 2C - B$, adeoque $2B < 2C$, siue $B < C$), $2C - 2B < C$ et $C - B < \frac{1}{2}C$ et proin $(C, C - B, C)$, quae manifesto illi aequiualet, forma reducta. Hoc modo totidem formae reductae habentur, quot formae habentur in W, et quum facile perspiciatur, inter illas neque identicas neque oppositas occurrere posse, (vnico casu excepto vbi $C - B = 0$, in quo erit $B = C = \pm 1$, adeoque $D = -1$, quem iam seposuimus): omnes ad classes diuersas pertinebunt. Hinc colligitur, multitudinem omnium classium ancipitum pr. primitiuarum det. D multitudini formarum in W

seu semissi multitudinis formarum art. praec. aequalem esse; in casu excepto autem $D = -1$ per compensationem idem euenit, scilicit duae classes habentur, ad quarum alteram pertinent formae $(1, 0, 1)$, $(2, 1, 1)$, ad alteram hae $(-1, 0, -1)$, $(-2, -1, -1)$. Generaliter itaque pro determinante negatiuo multitudo omnium classium ancipitum pr. prim. aequalis est multitudini omnium characterum assignabilium formarum primitiuarum huius determinantis; multitudo classium ancipitum pr. prim. positiuarum autem semissis erit.

II. Quando D est positiuus quadratus $= hh$, haud difficile demonstratur, singulas formas in W ad classes diuersas pertinere; sed pro hoc casu ad problematis solutionem adhuc breuius sequenti modo peruenire possumus. Quum per art. 210 in quauis classe ancipite pr. prim. det. hh, neque in vlla alia, contineatur forma reducta vna $(a, h, 0)$, in qua a est valor expr. $\surd 1 \pmod{2h}$ inter 0 et $2h - 1$ incl. situs: perspicuum est, totidem classes ancipites pr. prim. det. hh dari, quot valores expressos illa habeat. Ex art. 105 autem nullo negotio deducitur, multitudinem horum valorum esse 2^n vel 2^{n+1} vel 2^{n+2}, prout h sit impar vel impariter par vel pariter par, siue prout $D \equiv 1$ vel $\equiv 4$ vel $\equiv 0 \pmod{8}$, designante n multitudinem diuisorum primorum imparium ipsius h siue ipsius D. Hinc colligitur, multitudinem classium ancipitum pr. prim. semper esse semissem multitudinis omnium formarum in art. praec. erutarum, siue multitudini formarum in W vel omnium characterum possibilium aequalem.