in *formas binarias*, *ternarias*, *quaternarias* etc. commode distinguere possumus. Formae itaque, hactenus simpliciter sic dictae, vocabuntur *formae binariae secundi gradus;* tales autem functiones vt $Axx + 2Bxy + Cyy + 2Dxz + 2Eyz + Fzz$ (denotantibus A, B, C, D, E, F integros datos) dicentur *formae ternariae secundi gradus* et sic porro. Proxime quidem Sectio praesens solis formis binariis secundi gradus est dicata; sed quoniam complures veritates ad has spectantes, eaeque pulcherrimae, adhuc supersunt, quarum fons proprius in theoria formarum ternariarum secundi gradus est querendus, breuem ad hanc theoriam digressionem hic intercalamus, in qua ex primis eius elementis ea trademus, quae ad perfectionem theoriae formarum binariarum sunt necessaria, quod geometris acceptius fore speramus, quam si illas vel supprimeremus, vel per methodos minus genuinas erueremus. Exactiorem autem de hoc argumento grauissimo disquisitionem ad aliam occasionem nobis reseruare debemus, tum quod ipsius vbertas limites huius operis iam nunc longe egrederetur, tum quod spes est, luculentis adhuc incrementis eam in posterum locupletatum iri. Formae vero tum quaternariae, quinariae etc. secundi gradus, tum omnes superiorum graduum hoc quidem loco ab instituto nostro penitus excluduntur *), sufficiatque hunc campum vastissimum geometrarum attentioni commendauisse, in quo materiem ingen-

*) Propter hanc rationem formae binariae vel ternariae *secundi gradus* in sequentibus semper sunt intelligendae, quoties de talibus formis simpliciter loquemur.

tem vires suas exercendi, Arithmeticamque subli-miorem egregiis incrementis augendi inuenient.

267. Ad perspicuitatem multum proderit, inter tres indeterminatas, in formam ternariam ingredientes, simili modo vt in formis binariis, ordinem fixum stabilire, ita vt *indeterminata prima*, *secunda* et *tertia* ab inuicem distinguantur; in disponendis autem singulis formae partibus hunc ordinem semper obseruabimus, vt primum locum obtineat ea pars quae quadratum indeterminatae primae implicat, in sequentibus eae quae implicant quadratum indeterminatae secundae, quadratum tertiae, productum duplum secundae in tertiam, productum duplum primae in tertiam, productum duplum primae in secundam deinceps sequantur; denique numeros integros determinatos per quos haec quadrata et producta dupla multiplicata sunt eodem ordine *coëfficientem primum*, *secundum*, *tertium*, *quartum*, *quintnm*, *sextum* vocabimus. Ita $axx + a'x'x' + a''x''x'' + 2bx'x'' + 2b'xx'' + 2b''xx'$ erit forma ternaria rite ordinata, cuius indeterminata prima x, secunda x', tertia x'', coëfficiens primus a etc., quartus b etc. Sed quoniam ad breuitatem multum conferet, si non semper necesse est, indeterminatas formae ternariae per literas peculiares denotare, eandem formam, quatenus ad indeterminatas non respicimus, etiam hoc modo $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ b, & b', & b'' \end{pmatrix}$ designabimus.

Ponendo $bb - a'a'' = A$, $b'b' - aa'' = A'$, $b''b'' - aa' = A''$, $ab - b'b'' = B$, $a'b' - bb'' = B'$, $a''b'' - bb' = B''$, oritur alia forma

$\begin{pmatrix} A, & A', & A'' \\ B, & B', & B'' \end{pmatrix} \ldots F$, quam *formae* $\begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ b, & b', & b'' \end{pmatrix}$ $\ldots f$, *adiunctam* dicemus. Hinc rursus inuenitur, denotando breuitatis caussa numerum $abb + a'b'b' + a''b''b'' - aa'a'' - 2bb'b''$ per D, $BB - A'A'' = aD$, $B'B' - AA'' = a'D$, $B''B'' - AA' = a''D$, $AB - B'B'' = bD$, $A'B' - BB'' = b'D$, $A''B'' - BB' = b''D$, vnde patet, formae F adiunctam esse formam $\begin{pmatrix} aD, & a'D, & a''D \\ bD, & b'D, & b''D \end{pmatrix}$. Numerum D, a cuius indole proprietates formae ternariae f imprimis pendent, *determinantem* huius formae vocabimus; hoc modo determinans formae F fit $= DD$, siue aequalis quadrato determinantis formae f, cui adiuncta est.

Ita e. g. formae ternariae $\begin{pmatrix} 29, & 13, & 9 \\ 7, & -1, & 14 \end{pmatrix}$ adiuncta est $\begin{pmatrix} -68, & -260, & -181 \\ 217, & -111, & 133 \end{pmatrix}$, vtriusque determinans $= 1$.

Formae ternariae determinantis 0 ab inuestigatione sequente omnino excludentur, quippe quae, vt in formarum ternariarum theoria, alia occasione vberius tradenda, ostendetur, *specie* tantum sunt ternariae, reueraque binariis aequipollentes.

268. Si forma aliqua ternaria f determinantis D, cuius indeterminatae sunt x, x', x'' (puta prima $= x$ etc.) in formam ternariam g determinantis E, cuius indeterminatae sunt y, y', y'', transmutatur per substitutionem talem

$$\begin{aligned} x &= \alpha y + \beta y' + \gamma y'' \\ x' &= \alpha' y + \beta' y' + \gamma' y'' \\ x'' &= \alpha'' y + \beta'' y' + \gamma'' y'' \end{aligned}$$