$\equiv 1$, mod. 8), vel $\mathfrak{n} = 2$ (si $\nu > 0$ simulque $\frac{D}{AA}$ integer), vel $\mathfrak{n} = 3$ (si $\nu > 0$ simulque $\frac{4D}{AA} \equiv 5$, mod. 8); porro $\mathfrak{a} = \mathfrak{A}$ (si $\mathfrak{A}$ ipsum $\frac{4D}{AA}$ metitur), vel $\mathfrak{a} = \mathfrak{A} \pm 1$ (si $\mathfrak{A}$ ipsum $\frac{4D}{AA}$ non metitur, accipiendo signum superius vel inferius prout $\frac{4D}{AA}$ est non- residuum vel res. qu. ipsius $\mathfrak{A}$), denique $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$ etc. eodem modo ex $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ deriuari vt $\mathfrak{a}$ ex $\mathfrak{A}$. Demonstrationem fusius hic explicare, breuitas non permittit.

V. Iam quod attinet ad multitudinem classium, quas suppeditant formae pr. primitiuae in V, V', V'' etc., tres casus sequentes sunt distinguendi.

Primo, quando D est numerus negatiuus, singulae formae pr. primitiuae in V, V' etc. constituent classem peculiarem, siue multitudo ipsa classium quaesitarum exprimetur per formulam in obseru. praec. traditam, duobus casibus exceptis, scilicet vbi $\frac{4D}{AA}$ vel $= -4$ vel $= -3$, siue vbi D vel $= -AA$ vel $= -\frac{3}{4}AA$. Ad demonstrationem huius theorematis manifesto ostendi tantummodo debet, fieri non posse, vt duae formae diuersae ex V, V', V'' etc. sint proprie aequiualentes. Supponamus itaque, (hh, i, k), $(h'h', i', k')$ esse duas formas diuersas pr. primitiuas ex V, V', V'' etc. ad eandem classem pertinentes, transeatque prior in posteriorem per substitutionem propriam α, β, γ, δ; vnde habebuntur aequationes $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, $hh\alpha\alpha + 2i\alpha\gamma + k\gamma\gamma = h'h'$, $hh\alpha\beta + i(\alpha\delta + \beta\gamma) + k\gamma\delta = i'$. Hinc facile concluditur, *primo* γ certo non esse $= 0$ (vnde sequeretur, esse $\alpha = \pm 1$, $hh = h'h'$, $i' \equiv i$ (mod. hh) adeoque formas propositas identicas, contra hyp.); *secundo*, γ diuisibilem esse per diuisorem maximum communem numerorum h, h'; (ponendo enim hunc diuisorem $= r$, hic manifesto etiam metietur ipsos $2i$, $2i'$, ad k vero erit primus; praeterea rr metietur ipsum $hhk - h'h'k' = ii - i'i'$; vnde facile deducitur, r etiam metiri ipsum $i - i'$; habetur autem $\alpha i' - \beta h'h' = \alpha i + \gamma k$, vnde γk et proin etiam γ diuisibilis erit per r); *tertio*, esse $(\alpha hh + \gamma i)^2 - D\gamma\gamma = hhh'h'$. Ponendo itaque $\alpha hh + \gamma i = rp$, $\gamma = rq$, p et q erunt integri quorum posterior non $= 0$, atque $pp - Dqq = \frac{hhh'h'}{rr}$. Sed $\frac{hhh'h'}{rr}$ erit numerus minimus per hh et $h'h'$ simul diuisibilis adeoque ipsum AA et proin etiam ipsum $4D$ metietur, quare $\frac{4Drr}{hhh'h'}$ erit integer (negatiuus), quem statuendo $= -e$, erit $pp - Dqq = -\frac{4D}{e}$ siue $4 = (\frac{2rp}{hh'})^2 + eqq$, in qua aequatione pars $(\frac{2rp}{hh'})^2$ tamquam quadratum ipso 4 minus necessario erit vel 0 vel 1. In casu priori erit $eqq = 4$, et $D = -(\frac{hh'}{rq})^2$, vnde sequitur, $\frac{4D}{AA}$ esse quadratum signo negatiuo affectum adeoque certo non $\equiv 1$ (mod. 4), neque adeo O ordinem improprie primitiuum neque ex improprie primitiuo deriuatum. Hinc $\frac{D}{AA}$ erit integer, vnde facile deducitur, e per 4 esse diuisibilem, $qq = 1$, $D = -(\frac{hh'}{r})^2$ atque etiam $\frac{AA}{D}$ integrum. Hinc necessario erit $D = -AA$ siue $\frac{D}{AA} = -1$, quae est exceptio prima. In casu posteriori erit $eqq = 3$, vnde $e = 3$ et $4D = -3(\frac{hh'}{r})^2$; hinc $3(\frac{hh'}{rA})^2$ erit integer, qui, quoniam per quadratum integrum $(\frac{rA}{hh'})^2$ multiplicatus producit 3, non poterit esse alius quam 3; hinc $4D = -3AA$ siue $D = -\frac{3}{4}AA$, quae est exceptio secunda. In omnibus igitur reliquis casibus omnes formae pr. primitiuae in V, V', V'' etc. ad classes diuersas pertinebunt. — Pro casibus exceptis ea, quae ex disquisitione haud difficili sed hic breuitatis caussa supprimenda resultauerunt, apposuisse sufficiat. Scilicet in priori, ex formis pr. primitiuis in V, V', V'' etc. binae semper ad eandem classem pertinebunt, in posteriori ternae, ita vt multitudo omnium classium quaesitarum in illo casu fiat semissis, in hoc triens valoris expressionis in obs. praec. traditae.

Secundo quando D est numerus positiuus quadratus: singulae formae pr. primitiuae in V, V', V'' etc. sine exceptione classem peculiarem constituunt. Supponamus enim, (hh, i, k), $(h'h', i', k')$ esse duas tales formas diuersas proprie aequiualentes, transeatque prior in posteriorem per substitutionem propriam $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Tum