etc.), quoniam numeri μ, μ', μ'' etc. ordine tantum ab his λ, λ', λ'' etc. discrepant, cuius in functione inuariabili nihil interest. Hinc colligitur, W' omnino identicam fore cum W; quamobrem radix $[q]$ eundem coëfficientem in W habebit vt $[p]$. *Q. E. D.*

Hinc manifestum est, W reduci posse sub formam $A + a(f, 1) + a'(f, g) + a''(f, gg)$ ... $+ a^{\epsilon}(f, g^{e-1})$, ita vt coëfficientes A, $a \ldots a^{\epsilon}$ sint quantitates determinatae, quae insuper integri erunt, si omnes coëfficientes rationales in F sunt integri. — Ita e. g. si $n = 19$, $f = 6$, $\lambda = 1$, atque functio ϕ designat aggregatum productorum e binis indeterminatis, eius valor reducitur ad $3 + (6, 1) + (6, 4)$.

Porro facile perspicietur, si postea pro t, u, v etc. radices ex alia periodo $(f, k\lambda)$ substituantur, valorem ipsius F fieri $A + a(f, k) + a'(f, kg) + a''(f, kgg) +$ etc.

348. Quum in aequatione quacunque $x^f - \alpha x^{f-1} + \beta x^{f-2} - \gamma x^{f-3} \ldots = 0$ coëfficientes α, β, γ etc. sint functiones inuariabiles radicum, puta α summa omnium, β summa productorum e binis, γ summa productorum e ternis etc.: in aequatione cuius radices sunt radices in periodo (f, λ) contentae coëfficiens primus erit $= (f, \lambda)$, singuli reliqui vero sub formam talem $A + a(f, 1) + a'(f, g) \ldots + a^{\epsilon}(f, g^{e-1})$ reduci poterunt, vbi omnes A, a, a' etc. erunt integri; praetereaque patet, aequationem cuius radices sint radices in quacunque alia periodo $(f, k\lambda)$ contentae ex illa

deriuari, si in singulis coëfficientibus pro $(f, 1)$ substituatur (f, k); pro (f, g), (f, kg) et generaliter pro (f, p), (f, kp). Hoc itaque modo assignari poterunt e aequationes $z = 0$, $z' = 0$, $z'' = 0$ etc., quarum radices sint radices contentae in $(f, 1)$, in (f, g), (f, gg) etc., quamprimum e aggregata $(f, 1)$, (f, g), (f, gg) etc. innotuerunt, aut potius quamprimum *vnum* quodcunque eorum inuentum est, quoniam per art. praec. ex vno omnia reliqua rationaliter deducere licet. Quo pacto simul functio X in e factores f dimensionum resoluta habetur: productum enim e functionibus z, z', z'' etc. manifesto erit $= X$.

Ex. Pro $n = 19$ summa omnium radicum in periodo $(6, 1)$ est $= (6, 1) = \alpha$; summa productorum e binis fit $= 3 + (6, 1) + (6, 4) = \beta$; similiter summa productorum e ternis inuenitur $= 2 + 2(6, 1) + (6, 2) = \gamma$; summa productorum e quaternis $= 3 + (6, 1) + (6, 4) = \delta$; summa productorum e quinis $= (6, 1) = \varepsilon$; productum ex omnibus $= 1$; quare aequatio $z = x^6 - \alpha x^5 + \beta x^4 - \gamma x^3 + \delta xx - \varepsilon x + 1 = 0$ omnes radices in $(6, 1)$ contentas complectitur. Quodsi in coëfficientibus α, β, γ etc. pro $(6, 1)$, $(6, 2)$, $(6, 4)$ resp. substituantur $(6, 2)$, $(6, 4)$, $(6, 1)$, prodibit aequatio $z' = 0$, quae radices in $(6, 2)$ complectetur; et si eadem commutatio hic denuo applicatur, habebitur aequatio $z'' = 0$, radices in $(6, 4)$ complectens, productumque $zz'z''$ erit $= X$.

349. Plerumque commodius est, praesertim quoties f est numerus magnus, coëfficientes

β, γ etc. secundum theorema Newtonianum e summis potestatum radicum deducere. Scilicet sponte patet, summam quadratorum radicum in (f, λ) contentarum esse $= (f, 2\lambda)$, summam cuborum $= (f, 3\lambda)$ etc. Scribendo itaque breuitatis caussa pro (f, λ), $(f, 2\lambda)$, $(f, 3\lambda)$, etc. q, q', q'' etc. erit $\alpha = q$, $2\beta = \alpha q - q'$, $3\gamma = \beta q - \alpha q' + q''$ etc., vbi producta e duabus periodis per art. 345 statim in summas periodorum sunt conuertenda. Ita in exemplo nostro, scribendo pro $(6, 1)$, $(6, 2)$, $(6, 4)$ resp. p, p', p'' fiunt q, q', q'', q''', q^{IV}, q^{V} resp. $= p, p', p', p'', p', p''$; hinc $\alpha = p$, $2\beta = pp - p' = 6 + 2p + 2p''$; $3\gamma = (3 + p + p'')p - pp' + p' = 6 + 6p + 3p'$; $4\delta = (2 + 2p + p')p - (3 + p + p'')p' + pp' - p'' = 12 + 4p + 4p''$ etc. Ceterum sufficit semissem coëfficientium tantum hoc modo computare; etenim non difficile probatur, vltimos ordine inuerso primis vel aequales esse puta vltimum $= 1$, penultimum $= \alpha$, antepenultimum $= \beta$ etc., vel ex iisdem resp. deduci, si pro $(f, 1)$, (f, g) etc. substituantur $(f, -1)$, $(f, -g)$ etc. siue $(f, n - g)$, $(f, n - 1)$ etc. Casus prior locum habet quando f est par; posterior quando f impar; coëfficiens vltimus autem semper fit $= 1$. Fundamentum huius rei innititur theoremati art. 79; sed breuitatis caussa huic argumento non immoramur.

350. Theorema. *Sit $n - 1$ productum e tribus integris positiuis α, β, γ; constet periodus $(\beta\gamma, \lambda)$, quae est $\beta\gamma$ terminorum, ex β periodis minoribus γ terminorum his (γ, λ), (γ, λ'), (γ, λ'') etc., supponamusque, si in functione β indeterminatarum, si-*