casu f valores tum eodem signo affectos vt aA' tum opposito, obtinere poterit, eritque adeo forma indefinita.

Pro eo casu, vbi $A' = 0$, neque vero $a = 0$, fit $g = (ax + b''x' + b'x'')^2 - x'(A''x' - 2Bx'')$. Tribuendo ipsi x' valorem arbitarium (qui tamen non $= 0$), accipiendoque x'' ita vt $\frac{A''x'}{2B} - x''$ signum idem obtineat vt Bx' (quod fieri posse facile perspicitur, quum B nequeat esse $= 0$, hinc enim foret $BB - A'A'' = aD = 0$, adeoque etiam $D = 0$, quem casum excludimus), erit $x'(A''x' - 2Bx'')$ quantitas positiua, vnde facile patet, x ita determinari posse, vt g obtineat valorem negatiuum. Manifesto hi valores etiam ita accipi poterunt, vt, si desideretur, omnes sint integri. Denique patet, si ipsis x', x'' valores quicunque tribuantur, ipsum x tam magnum accipi posse, vt g fiat positiuus. Hinc concluditur, in hoc casu formam f esse indefinitam.

Denique si $a = 0$, erit $f = a'x'x' + 2bx'x'' + a''x''x'' + 2x(b''x' + b'x'')$. Accipiendo itaque x', x'' ad lubitum, ita tamen vt $b''x' + b'x''$ non sit $= 0$ (quod manifesto fieri poterit, nisi simul b' et b'' sint $= 0$; tunc autem foret $D = 0$), nullo negotio perspicitur, x ita determinari posse, vt f obtineat valores tum positiuos, tum negatiuos. Quare etiam in hocce casu f erit forma indefinita.

Eodem modo, vt hic ex numeris aD, A' indolem formae f diiudicauimus, etiam aD et A''

adhiberi possunt, ita vt f sit forma definita, si tum aD tum A'' sit negatiuus; indefinita in omnibus reliquis casibus. Nec non prorsus simili modo eidem fini inseruire potest consideratio numerorum $a'D$ et A, vel horum $a'D$ et A'', vel horum $a''D$ et A, vel denique ipsorum $a''D$ et A'.

Ex his omnibus colligitur, in forma definita sex numeros A, A', A'', aD, $a'D$, $a''D$ esse negatiuos, et quidem in forma positiua a, a', a'' erunt positiui, D negatiuus; in negatiua autem a, a', a'' erunt negatiui, D positiuus. Hinc patet, omnes formas ternarias determinantis dati positiui distribui in negatiuas et indefinitas; omnes autem determinantis negatiui in positiuas et indefinitas; denique formas positiuas determinantis positiui, seu negatiuas determinantis negatiui omnino non dari. — Ibinde facile perspicitur, formae definitae semper adiunctam esse definitam et quidam *negatiuam*, indefinitae indefinitam.

Quum omnes numeri per formam ternariam datam repraesentabiles manifesto etiam per omnes formas huic aequiualentes repraesentari possint: formae ternariae in eadem classe contentae vel omnes erunt indefinitae, vel omnes positiuae, vel omnes negatiuae. Quamobrem has formarum denominationes etiam ad classes integras transferre licebit.

272. Theorema in art. praec. propositum, quod omnes formae ternariae determinantis dati

in multitudinem *finitam* classium distribuuntur, per methodum ei qua in formis binariis vsi sumus analogam tractabimus, scilicet ostendendo, primo, quo pacto quaeuis forma ternaria ad formam simpliciorem reduci possit, dein, formarum simplicissimarum (ad quas per tales reductiones perueniatur), multitudinem pro quouis determinante dato esse finitam. Supponamus generaliter, propositam esse formam ternariam $f = \begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ b, & b', & b'' \end{pmatrix}$ determinantis D (a cifra diuersi), quae per substitutionem (S)

$$\begin{matrix} \alpha, & \beta, & \gamma \\ \alpha', & \beta', & \gamma' \\ \alpha'', & \beta'', & \gamma'' \end{matrix}$$

transeat in aequiualentem $g = \begin{pmatrix} m, & m', & m'' \\ n, & n', & n'' \end{pmatrix}$; versabiturque negotium nostrum in eo, vt α, β, γ etc. ita definiantur, vt forma g simplicior euadat quam f. Sint formae ipsis f, g adiunctae resp. $\begin{pmatrix} A, & A', & A'' \\ B, & B', & B'' \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} M, & M', & M'' \\ N, & N', & N'' \end{pmatrix}$, quae designentur per F, G. Tunc per art. 269. F transibit in G per substitutionem ipsi S adiunctam, G autem in F per substitutionem ex transpositione ipsius S oriundam. Numerum $\alpha\beta'\gamma'' + \alpha'\beta''\gamma + \alpha''\beta\gamma' - \alpha''\beta'\gamma - \alpha\beta''\gamma' - \alpha'\beta\gamma''$, qui esse debebit vel $= +1$ vel $= -1$, denotabimus per k. Quibus ita factis, obseruamus

I. Si fiat $\gamma = 0$, $\gamma' = 0$, $\alpha'' = 0$, $\beta'' = 0$, $\gamma'' = 1$, fore