reducitur ad inuestigationem repraesentationum propriarum numeri $-M$ per formam $-xx - yy - zz = f$; hae vero per praecepta art. 280 ita eruuntur:

I. Euoluantur omnes classes formarum binariarum determinantis $-M$, quarum formae per $XX + YY + ZZ = F$ (cui formae ternariae adiuncta est f) proprie repraesentari possunt. Quando $M \equiv 0$, 4 vel 7 (mod. 8), tales classes per art. 288 non dantur, adeoque M in tria quadrata quae diuisorem communem non habeant discerpi nequit *). Quando vero $M \equiv 1, 2, 5$ vel 6, dabitur genus positiuum proprie primitiuum, et quando $M \equiv 3$, improprie primitiuum, quod omnes illas classes complectetur: designemus multitudinem harum classium per k.

II. Eligantur iam ex hisce classibus k formae ad lubitum, e singulis vna, quae sint ϕ, ϕ', ϕ'' etc.; inuestigentur omnes omnium repraesentationes propriae per F, quarum itaque multitudo erit $3 \cdot 2^{\mu+1} k = K$, designante μ multitudinem factorum primorum (imparium) ipsius M; denique e quauis huiusmodi repraesentatione vt $X = mt + nu$, $Y = m't + n'u$, $Z = m''t + n''u$

*) Haec impossibilitas etiam inde manifesta, quod summa trium quadratorum imparium necessario fit $\equiv 3$ (mod. 8); summa duorum imparium cum vno pari vel $\equiv 2$ vel $\equiv 6$; summa vnius imparis cum duobus paribus vel $\equiv 1$ vel $\equiv 5$; denique summa trium parium vel $\equiv 0$ vel $\equiv 4$; sed in casu postremo repraesentatio manifesto est impropria.

deriuetur repraesentatio ipsius M per $xx + yy + zz$ haec $x = m'n'' - m''n'$, $y = m''n - mn''$, $z = mn' - m'n$. In complexu harum K repraesentationum, quem per Ω designemus, omnes repraesentationes ipsius M necessario contentae erunt.

III. Superest itaque tantummodo, vt inquiramus, num in Ω repraesentationes *identicae* occurrere possint; et quum ex art. 280, III iam constet, eas repraesentationes in Ω, quae e formis diuersis *e. g.* ex φ et φ' deriuatae sint, necessario diuersas esse, sola disquisitio restat, an repraesentationes diuersae eiusdem formae, *e. g.* ipsius φ, per F, repraesentationes identicas numeri M per $xx + yy + zz$ producere possint. Iam statim manifestum est, si inter repraesentationes ipsius φ reperiatur haec $(r) \ldots X = mt + nu$, $Y = m't + n'u$, $Z = m''t + n''u$, inter easdem fore hanc $(r') \ldots X = -mt - nu$, $Y = -m't - n'u$, $Z = -m''t - n''u$, atque ex vtraque deriuari eandem repraesentationem ipsius M, quae designetur per (R); examinemus itaque, num eadem (R) ex aliis adhuc repraesentationibus formae φ sequi possit. Ex art. 280, III facile deducitur, statuendo ibi $\chi = \varphi$, si omnes transformationes propriae formae φ in se ipsam exhibeantur per $t = \alpha t + \beta u$, $u = \gamma t + \delta u$, omnes eas repraesentationes formae φ, e quibus R sequatur, expressum iri per $x = (\alpha m + \gamma n)t + (\beta m + \delta n)u$, $y = (\alpha m' + \gamma n')t + (\beta m' + \delta n')u$, $z = (\alpha m'' + \gamma n'')t + (\beta m'' + \delta n'')u$. At e theoria transformationum formarum binariarum det. negatiui in art. 179 explicata sequitur, in omnibus casibus praeter $M = 1$ et $M = 3$, duas tantummodo transformationes proprias formae φ in se ipsam dari, puta $\alpha, \beta, \gamma, \delta = 1, 0, 0, 1$ et $= -1, 0, 0, -1$ resp. (quum enim φ sit forma primitiua, id quod in art. 179 designabatur per m erit vel 1 vel 2, et proin, praeter casus exceptos, certo (1) locum ibi habebit). Quare (R) e solis r, r' prouenire poterit, adeoque quaeuis repraesentatio propria numeri M bis et non pluries in Ω reperietur, et multitudo omnium repraess. propriarum diuersarum ipsius M erit $\frac{1}{2}K = 3.2^{\mu+1}k$.

Quod attinet ad casus exceptos, multitudo transformationum propriarum formae φ in se ipsam per art. 179 erit 4 pro $M = 1$, et 6 pro $M = 3$; reueraque facile confirmatur, multitudinem repraesentationum propriarum numerorum 1, 3 esse $\frac{1}{4}K$, $\frac{1}{6}K$ resp.; scilicet vterque numerus vnico tantum modo in tria quadrata discerpi potest, 1 in $1 + 0 + 0$, 3 in $1 + 1 + 1$, discerptio ipsius 1 suppeditat sex, discerptio ipsius 3 octo repraesentationes diuersas; K vero fit $= 24$ pro $M = 1$ (vbi $\mu = 0$, $k = 1$) et $= 48$ pro $M = 3$ (vbi $\mu = 1$, $k = 1$).

Ceterum obseruamus, si h designet multitudinem classium in genere principali, cui multitudo classium in quouis alio genere proprie primitiuo per art. 252 aequalis est, fore $k = h$ pro $M \equiv 1, 2, 5$ vel 6 (mod. 8), sed $k = \frac{1}{3}h$ pro $M \equiv 3$ (mod. 8), vnico casu $M = 3$ excepto vbi $k = h = 1$. Pro numeris itaque formae $8n + 3$ multitudo repraesentationum *generaliter*