

mus, primo inuestigando valores ipsius  $x$ , dein  
 valores ipsius  $y$ . Limes illorum in hoc casu est  
 $\sqrt{3619120_3^2}$ , qui cadit inter 1902 et 1903; valor  
 expr.  $\frac{A}{3}$  (mod. 455) est 354 atque valores expr.  
 $\sqrt{354}$  (mod. 455) hi  $\pm 82$ ,  $\pm 152$ ,  $\pm 173$ ,  
 $\pm 212$ . Hinc  $\Omega$  constat e 33 numeris sequenti-  
 bus: 82, 152, 173, 212, 243, 282, 303, 373,  
 537, 607, 628, 667, 698, 737, 758, 828, 992,  
 1062, 1083, 1122, 1153, 1192, 1213, 1283,  
 1447, 1517, 1538, 1577, 1608, 1647, 1668,  
 1738, 1902. Numerus 3 in hoc casu ad exclu-  
 sionem adhiberi nequit, quia ipsum  $m$  metitur. Pro  
 excludente 4 habemus  $a = 2$ ,  $b = 3$ , vnde  
 $\alpha = 0$ ;  $\epsilon = 3$ ;  $g = 0$ , atque valores expr.  
 $\sqrt{g}$  (mod. 4) hos 0 et 2; hinc sequitur, omnes  
 numeros formarum  $4t$  et  $4t + 2$ , i. e. omnes  
 pares ex  $\Omega$  eiiciendos esse; designentur (sede-  
 cim) reliqui per  $\Omega'$ . Pro  $E = 5$ , qui etiam  
 ipsum  $n$  metitur, habemus radices congruentia-  
 rum  $mz \equiv A - 2n$  et  $mz \equiv A - 3n$  (mod.  
 25) has 9 et 24, quae ambae sunt residua ipsius  
 25, valoresque expressionum  $\sqrt{9}$  et  $\sqrt{24}$  (mod.  
 25) fiunt  $\pm 3$ ,  $\pm 7$ ; electis ex  $\Omega'$  omnibus nu-  
 meris formarum  $25t \pm 3$ ,  $25t \pm 7$  restant hi  
 decem ( $\Omega''$ ): 173, 373, 537, 667, 737, 1083,  
 1213, 1283, 1517, 1577. Pro  $E = 7$ , habe-  
 mus congruentiarum  $mz \equiv A - 3n$ ,  $mz \equiv A$   
 $- 5n$ ,  $mz \equiv A - 6n$  (mod. 49) radices 32,  
 39, 18, quae omnes sunt residua ipsius 49, at-  
 que valores expr.  $\sqrt{32}$ ,  $\sqrt{39}$ ,  $\sqrt{18}$  (mod. 49)  
 hos  $\pm 9$ ,  $\pm 23$ ,  $\pm 19$ ; electis ex  $\Omega'''$  numeris for-  
 marum  $49t \pm 9$ ,  $49t \pm 19$ ,  $49t \pm 23$  rema-  
 nent hi quinque ( $\Omega''''$ ): 537, 737, 1083, 1213;

1517. Pro  $E = 8$  habemus  $a = 5$ , vnde  $a = 5$ , qui est non residuum ipsius 8; quare excludens 8 non potest adhiberi. Numerus 9 ex eadem ratione praetereundus est vt 3. Pro  $E = 11$  numeri  $a, b$  etc. fiunt 2, 6, 7, 8, 10;  $v = 0$ ; vnde numeri  $a, b$  etc. = 8, 10, 5, 9, 1, e quibus tres sunt residua ipsius 11 putato, 0, 1, 5; hinc deducitur, ex  $\Omega'''$  reiiciendos esse numeros formarum  $11t$ ,  $11t \pm 1$ ,  $11t \pm 4$ , quo facto remanent 537, 1083, 1213. Quos tentando producent pro  $K$  resp. valores 21961, 16129, 14161, e quibus secundus ac tertius soli sunt quadrata. Quare aequ. prop. duas solutiones per valores positivos ipsorum  $x, y$  admittit,  $x = 1083, y = 127$ , et  $x = 1213, y = 119$ .

II. Si alteram eiusdem aequationis incognitam per exclusiones indagare placet, ponatur haec sub formam  $455xx + 3yy = 10857362$ , commutando  $x$  cum  $y$ , vt omnia signa art. 323, 324 retinere liceat. Limes valorum ipsius  $x$  hic cadit inter 154 et 155; valor expr.  $\frac{A}{m}$  (mod.  $n$ ) est 1; valores huius  $\sqrt{1}$  (mod. 3) sunt + 1 et - 1. Quare  $\Omega$  continet omnes numeros formarum  $3t + 1$  et  $3t - 1$ , i. e. omnes per 3 non diuisibles vsque ad 154 incl., quorum multitudo est 103; applicando autem pracepta supra data inuenitur.

| pro excl. | reiiciendos esse numeros formarum                  |
|-----------|--|
| 3         | $9t \pm 4$   |
| 4         | $4t, 4t + 2$ siue omnes pares                      |
| 9         | $27t \pm 1, 27t \pm 10$                            |
| 11        | $11t, 11t \pm 1, 11t \pm 5$                        |
| 17        | $17t \pm 3, 17t \pm 4, 17t \pm 5, 17t \pm 7$       |
| 19        | $19t \pm 2, 19t \pm 3, 19t \pm 8, 19t \pm 9$       |
| 23        | $23t, 23t \pm 5, 23t \pm 7, 23t \pm 9, 23t \pm 10$ |

His deletis superstites inueniuntur 119, 127, 137, e quibus duo priores soli ipsi  $V$  valorem quadratum conciliant, easdemque solutiones suggerunt, ad quas supra peruenimus.

326. Methodus praecedens iam per se tam expedita est, vt vix quidquam optandum relinquit; attamen per multifaria artifacia magnopere adhuc contrahi potest, e quibus hic pauca tantum attingere licet. Restringemus itaque disquisitionem ad eum casum, vbi excludens est numerus primus impar ipsum  $A$  non metiens, siue talis primi potestas, praesertim quoniam casus reliqui vel ad hunc reduci vel methodo analogam tractari possunt. Supponendo *primo*, excludentem  $E = p$  esse numerum primum ipsos  $m, n$  non metientem, atque valores expr.  $\frac{A}{m}, -\frac{na}{m}, -\frac{nb}{m}, -\frac{nc}{m}$  etc. (mod.  $p$ ) resp.  $k, \alpha, \beta, \gamma$  etc.: numeri  $\alpha, \beta, \gamma$  etc. inueniuntur per congruentias  $\alpha \equiv k + \alpha, \beta \equiv k + \beta, \gamma \equiv k + \gamma$  etc. (mod.  $p$ ). Numeri  $\alpha, \beta, \gamma$  etc. autem per artificium ei prorsus simile quo in art. 322 vsi sumus sine congruentiarum computatio-