Ceterum multitudo classium ex his formis in his tribus casibus prodeuntium formarum multitudine multo minor est. Scilicet facile confirmatur

I. Formam $\begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}$ transire in $\begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0, & 1, & 1 \\ 0, & \pm 1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0, & 1, & -1 \\ 0, & \pm 1, & 0 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 1, & 1, & -1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ resp. per substitutiones

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc} 1, & 0, & 0 & 0, & 0, & 1 & 0, & 0, & 1 & 1, & 0, & -1 \\ 0, & 1, & 0 & 0, & 1, & -1 & 0, & 1, & 1 & 1, & 1, & -1 \\ 0, & 0, & -1 & \pm 1, & 1, & 0 & \pm 1, & -1, & -1 & 0, & -1, & 1 \end{array}$$

formam $\begin{pmatrix} 1, & 1, & -1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ autem in $\begin{pmatrix} 1, & -1, & 1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1, & 1, & 1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ per solam indeterminatarum permutationem. Quare illae decem formae ternariae det. 1 ad has duas reducuntur $\begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1, & -1, & -1 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$; pro priori, si magis arridet, etiam haec $\begin{pmatrix} 1, & 0, & 0 \\ 1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ accipi potest. Quum forma prior indefinita sit, posterior definita, manifestum et quamuis formam ternariam indefinitam det. 1 aequiualere formae $xx + 2yz$, quamuis definitam huic $-xx - yy - zz$.

II. Prorsus simili modo inuenitur, quamlibet formam ternariam indefinitam determinantis -1 aequiualere formae $-xx$

$+ 2yz$, quamlibet definitam huic $xx + yy + zz$.

III. Pro determinante 2 ex octo formis (II) statim reiici possunt secunda, sexta et septima, quippe quae ex prima per solam indeterminatarum permutationem oriuntur, similique ratione etiam quinta quae e tertia, et octaua quae e quarta perinde proueniunt; tres reliquae, cum sex formis I, tres classes constituunt; scilicet $\begin{pmatrix} 0, & 2, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}$ transit in $\begin{pmatrix} 0, & 2, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}$ per substitutionem

$$\begin{matrix} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & -1 \end{matrix}$$

formaque $\begin{pmatrix} 1, & 1, & -2 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ in $\begin{pmatrix} 0, & 2, & 1 \\ 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0, & 2, & 1 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0, & 2, & -1 \\ 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0, & 2, & -1 \\ 0, & -1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1, & -1, & 2 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ resp. per substitutiones

$$\begin{array}{ccc|ccc|ccc|ccc|ccc} 1, & 0, & 1 & 1, & 0, & -1 & 1, & 0, & 0 & 1, & 0, & 0 & 1, & 0, & 0 \\ 1, & 2, & 0 & 1, & 2, & 0 & 1, & 2, & -1 & 1, & 2, & 1 & 0, & 1, & 2 \\ 1, & 1, & 0 & 1, & 1, & 0 & 1, & 1, & -1 & 1, & 1, & 1 & 0, & 1, & 1 \end{array}$$

Quaeuis itaque forma ternaria determinantis 2 ad aliquam ex his tribus est reducibilis $\begin{pmatrix} 0, & 2, & 0 \\ 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1, & 1, & -2 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1, & -1, & -2 \\ 0, & 0, & 0 \end{pmatrix}$; loco primae si magis placet etiam $\begin{pmatrix} 2, & 0, & 0 \\ 1, & 0, & 0 \end{pmatrix}$ accipi potest. Manifesto autem quaeuis forma ternaria definita necessario aequiualebit tertiae $-xx-yy-2zz$, quum duae priores sint indefinitae; quaeuis indefinita primae vel secundae, et quidem primae $2xx+2yz$, si ipsius coëfficiens primus, secundus et tertius simul sunt pares (quoniam facile perspicitur, talem formam per substitutionem quamcunque in similem formam transire, adeoque formae secundae aequiualere non posse), secundae $xx+yy-2zz$ autem, si ipsius coëfficiens primus, secundus et tertius non simul pares sunt, sed vnus, duo omnesue impares (in talem enim formam ex simili ratione forma prima $2xx+2yz$ per nullam substitutionem transformabilis esse poterit).

Quod igitur in exemplis artt. 273, 274 euenit, vt forma definita $\begin{pmatrix}19, & 21, & 50\\ 15, & 28, & 1\end{pmatrix}$ determinantis -1 ad hanc $xx+yy+zz$, atque forma indefinita $\begin{pmatrix}10, & 26, & 2\\ 7, & 0, & 4\end{pmatrix}$ determinantis 2 ad $2xx-2yz$ siue (quod eodem redit) ad $2xx+2yz$ reduceretur, per disquisitiones praecedentes a priori praeuideri potuisset.

278. Per formam ternariam, cuius indeterminatae sunt x, x', x'', *repraesentantur* tum numeri, tribuendo ipsis x, x', x'' valores determinatos, tum formae binariae per huiusmodi substitutiones $x=mt+nu$, $x'=m't+n'u$, $x''=m''t+n''u$, designantibus m, n, m' etc. numeros determinatos; t, u indeterminatas formae repraesentatae. Ad theoriam itaque completam formarum ternariarum requireretur solutio se-