patet, omnia ratiocinia pro casu praec. adhibita, in quibus non supponatur D esse negatiuum, etiam hic valere. Designantibus itaque p, q, r idem vt illic, etiam hic erit $\frac{4Drr}{hh'h'}$ integer, at non amplius negatiuus sed positiuus insuperque quadratus, quo posito $= gg$, erit $(\frac{2rp}{hh'})^2 - ggqq = 4$, *Q. E. A.*, quia differentia duorum quadratorum nequit esse 4, nisi quadratum minus fuerit 0; quamobrem suppositio consistere nequit.

Pro casu *tertio* autem, vbi D est numerus positiuus non quadratus, regulam generalem pro comparanda multitudine formarum pr. primitiuarum in V, V', V'' etc. cum multitudine classium diuersarum inde resultantium hucusque non habemus. Id quidem asserere possumus, hanc vel illi aequalem vel ipsius partem aliquotam esse; quin etiam nexum singularem inter quotientem horum numerorum et valores minimos ipsorum t, u aequationi $tt - Duu = AA$ satisfacientes deteximus, quem hic explicare nimis prolixum foret; an vero possibile sit, illum quotientem in omnibus casibus ex sola inspectione numerorum D, A cognoscere (vt in casibus praecc.), de hac re nihil certi pronunciare possumus. Ecce quaedam exempla, quorum numerum quisque facile augere poterit. Pro $D = 13$, $A = 2$, multitudo formarum pr. prim. in V etc. est 3, quae omnes sunt aequiualentes siue vnicam classem efficiunt; pro $D = 37$, $A = 2$, etiam tres formae pr. prim. in V etc. habentur, quae ad tres classes diuersas pertinent.; pro $D = 588$,

$A = 7$, habentur octo formae pr. prim. in V etc. quae efficiunt quatuor classes; pro $D = 869$, $A = 17$ in V etc. sunt 18 formae pr. primitiuae, totidem pro $D = 1445$, $A = 17$, sed quae pro illo determinante in duas classes discedunt, pro hoc in sex.

VI. Ex applicatione huius theoriae generalis ad eum casum, vbi O est ordo improprie primitiuus, colligitur, multitudinem classium in hoc ordine contentarum fore ad multitudinem omnium classium in ordine proprie primitiuo, vt 1 ad multitudinem classium diuersarum quas hae tres formae $(1, 0, -D)$, $(4, 1, \frac{1-D}{4})$, $(4, 3, \frac{9-D}{4})$ efficiunt. Et quidem hinc resultabit vnica classis, quando $D \equiv 1$ (mod. 8), quia in hoc casu forma secunda et tertia sunt improprie primitiuae; quando vero $D \equiv 5$ (mod. 8), illae tres formae omnes erunt proprie primitiuae totidemque classes diuersas producent si D est negatiuus, vnico casu excepto, vbi $D = -3$, in quo vnicam classem constituunt; denique casus vbi D est positiuus (formae $8n + 5$) ad eos pertinet, pro quibus regula generalis hactenus desideratur. Id tamen asserere possumus, illas tres formas in hoc casu vel ad tres classes diuersas pertinere vel ad vnicam, numquam ad duas; facile enim perspicitur, si formae $(1, 0, -D)$, $(4, 1, \frac{1-D}{4})$, $(4, 3, \frac{9-D}{4})$ resp. pertineant ad classes K, K', K'' fore

$K + K' = K'$, $K' + K' = K''$, adeoque, si K et K', identicae esse supponantur, etiam K' et K'' identicas fore; simili ratione si K et K'' supponuntur esse identicae, etiam K' et K'' erunt; denique quum sit $K' + K'' = K$, ex suppositione, K' et K'' identicas esse, sequitur, etiam K et K'' coincidere; vnde colligitur, vel omnes tres classes K, K', K'' esse diuersas, vel omnes tres identicas. E. g. infra 600 dantur 75 numeri formae $8n + 5$, inter quos sunt 17 determinantes pro quibus casus prior locum habet siue multitudo classium in ordine pr. primitiuo ter maior est quam in impr. primitiuo, puta 37, 101, 141, 189, 197, 269, 325, 333, 349, 373, 381, 389, 397, 405, 485, 557, 573; pro 58 reliquis casus posterior valet, siue multitudo classium in vtroque ordine est aequalis.

VII. Vix opus erit, obseruare, per disquisitionem praecedentem non solum multitudines classium in ordinibus diuersis eiusdem determinantis comparari posse, sed illam etiam ad quosuis determinantes diuersos qui rationem quadratorum inter se teneant esse applicabilem. Scilicet designante O ordinem quemcunque det. dmm, O′ ordinem det. $dm'm'$, O comparari poterit cum ordine proprie primitiuo det. dmm; atque hic cum ordine deriuato ex ordine pr. prim. det. d, siue, quod respectu multitudinis classium eodem redit, cum hoc ordine ipso; et cum eodem prorsus simili ratione comparari poterit ordo O′.

257. Inter omnes classes in ordine dato determinantis dati imprimis classes ancipites disqui-