quem quidem ostendimus esse $= \sqrt{dd'} = \sqrt{DDnnn'n'}$, sed cuius *signum* hinc nondum determinatur. Ad hunc finem ex aequ. fundamentalibus 1 — 11 eruimus $DPQ = \Delta aa'$ (quae aequ. obtinetur ex 5. 6 — 1. 11), adeoque $Daa'nn' = \Delta aa'$, vnde, nisi aliquis numerorum $a$, $a'$ est $= 0$, fit $\Delta = Dnn'$. Sed prorsus simili modo ex aequatt. fundd. octo aliae deduci possunt in quibus ad laeuam $Dnn'$ ad dextram $\Delta$ multiplicati habeantur per $2ab'$, $ac'$, $2ba'$, $4bb'$, $2bc'$, $ca'$, $2cb'$, $cc'$ *), vnde facile concluditur propterea quod neque omnes $a$, $2b$, $c$, neque omnes $a'$, $2b'$, $c'$ possunt esse $= 0$, in omnibus casibus fieri $\Delta = Dnn'$, adeoque $\Delta$ idem signum habere vt $D$, $d$, $d'$ vel oppositum, prout $n$, $n'$ eadem signa habeant vel diuersa.

Porro obseruamus, numeros $aa'$, $2ab'$, $ac'$, $2ba'$, $4bb'$, $2bc'$, $ca'$, $2cb'$, $cc'$, $2bb' + 2\Delta$, $2bb' - 2\Delta$ omnes per $mm'$ diuisibiles esse. De nouem prioribus hoc per se manifestum est, de duobus reliquis autem simili modo demonstrari potest vt antea ostendimus $R$ et $S$ per $e$ diuisibiles esse. Scilicet patet, $4bb + 4\Delta$ et $4bb' - 4\Delta$ per $mm'$ diuisibiles esse (quoniam $4\Delta = \sqrt{16dd'}$ atque $4d$ per $mm$, $4d'$ per $m'm'$ diuisibilis, adeoque $16dd'$ per $mmm'm'$ et $4\Delta$ per $mm'$) et differentiam quotientium parem; productum ex quotientibus facile demonstratur esse par, vnde vterque quotiens par, et $2bb' + 2\Delta$, $2bb' - 2\Delta$ per $mm'$ diuisibiles.

*) Analysin quam lectores facile detegere poterunt breuitatis caussa supprimere oportet.

Iam ex vndecim aequationibus fundamentalibus facile deducuntur sex sequentes:

$$
\begin{aligned}
APP &= aa'q'q' - 2ab'qq' + ac'qq \\
AQQ &= aa'q''q'' - 2ba'qq'' + ca'qq \\
ARR &= aa'q'''q''' - 2(bb' + \Delta)qq'' + cc'qq \\
ASS &= ac'q''q'' - 2(bb' - \Delta)q'q'' + ca'q'q' \\
ATT &= ac'q'''q''' - 2bc'q'q''' + cc'q'q' \\
AUU &= ca'q'''q''' - 2cb'q''q''' + cc'q''q''
\end{aligned}
$$

Hinc sequitur, omnes $APP$, $AQQ$ etc. diuisibiles esse per $mm'$, vnde facile deriuatur, quoniam $kk$ diuisor communis maximus numerorum $PP$, $QQ$, $RR$ etc., etiam $Akk$ per $mm'$ diuisibilem esse. Substitutis autem pro $a$, $2b$, $c$, $a'$, $2b'$, $c'$ valoribus suis $\frac{P}{n'}$ etc. siue $\frac{1}{n'}(pq' - qp')$ etc., transibunt in sex alias aequationes, in quibus ad dextram habebuntur producta ex quantitate $\frac{1}{nn'}(q'q'' - qq''')$ in $PP$, $QQ$, $RR$ etc. Calculum facillimum lectoribus relinquimus. Hinc sequitur (quoniam omnes $PP$, $QQ$ etc. esse $= 0$ nequeunt) $Ann' = q'q'' - qq'''$.

Simili modo ex aequationibus fundamentalibus deriuantur sex aliae aequationes, a praecedentibus in eo tantummodo discrepantes, quod pro $A$ vbique habetur $C$ et pro $q$, $q'$, $q''$, $q'''$ resp. $p$, $p'$, $p''$, $p'''$, quas ipsas breuitatis caussa non adscribimus. Hinc eodem modo sequitur, $Ckk$ per $mm'$ diuisibilem esse atque $Cnn' = p'p'' - pp'''$.

Denique ex eodem fonte petuntur sex aequationes hae:

$$BPP = -aa'p'q' + ab'(pq' + qp') - ac'pq$$
$$BQQ = -aa'p''q'' + ba'(pq'' + qp'') - ca'pq$$
$$BRR = -aa'p'''q''' + (bb' + \Delta)(pq''' + qp''') - cc'pq$$
$$BSS = -ac'p''q'' + (bb' - \Delta)(p'q'' + q'p'') - ca'p'q'$$
$$BTT = -ac'p'''q''' + bc'(p'q''' + q'p''') - cc'q'q'$$
$$BUU = -ca'p'''q''' + cb'(p''q''' + q''p''') - cc'q''q''$$

vnde perinde vt ante concluditur, $2Bkk$ diuisibilem esse per $mm'$ atque $2Bnn' = pq''' + qp''' - p'q'' - q'p''$.

Quoniam itaque $Akk$, $2Bkk$, $Ckk$ per $mm'$ sunt diuisibiles, facile perspicietur, etiam $Mkk$ per $mm'$ diuisibilem esse debere. Ex aequationibus fundamentalibus autem colligitur, $M$ metiri ipsos $aa'$, $2ab'$, $ac'$, $2ba'$, $4bb'$, $2bc'$, $ca'$, $2cb'$, $cc'$, adeoque etiam ipsos $am'$, $2bm'$, $cm'$ (qui sunt diuisores comm. max. trium primorum mediorum et vltimorum resp.); denique etiam ipsum $mm'$ qui est horum diu. comm. max. Hinc patet, in eo casu vbi forma $F$ ex formis $f$, $f'$ composita est siue $k = 0$, necessario esse $M = mm'$. Quae est CONCLVSIO QVINTA.

Si diu. comm. max. numerorum $A$, $B$, $C$ est $\mathfrak{M}$, hic erit vel $= M$ (quando forma $F$ est proprie primitiua vel ex proprie primitiua deriuata) vel $= \frac{1}{2}M$ (quando $F$ est forma improprie primitiua vel ex improprie prim. deriuata); similiter designando diuisores comm. max. numerorum $a, b, c$; $a', b', c'$ resp. per $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{m}'$ erit $\mathfrak{m}$ vel $= m$ vel $\frac{1}{2}m$, et $\mathfrak{m}'$ vel $= m'$ vel $= \frac{1}{2}m'$. Iam patet, $\mathfrak{m}\mathfrak{m}$ metiri ipsum $d$, $\mathfrak{m}'\mathfrak{m}'$ ipsum $d'$, adeoque $\mathfrak{m}\mathfrak{m}\mathfrak{m}'\mathfrak{m}'$