erit finita, et proin etiam multitudo omnium solutionum aequationis propositae (si quae omnino dantur) finita erit.

3° Quando $bb - ac$ est positiuus non-quadratus, vel quadratus et simul $M = 0$: numerus M, si vllo modo, *infinitis modis diuersis* per formam (a, b, c) repraesentari poterit; sed quoniam impossibile est, has repraesentationes omnes *ipsas* inuenire et tentare vtrum valores integros ipsorum x, y praebeant an fractos, necessarium est regulam tradere, per quam, quando forte nulla omnino repraesentatio valores integros ipsorum x, y praebere potest, de hac re *certi* fieri possimus (nam quotcunque repraesentationes in hoc casu *tentatae* fuerint, absque tali regula ad certitudinem numquam perueniremus); quando vero aliae repraesentationes dant valores integros ipsorum x, y, aliae fractos: docendum erit quomodo hae ab illis a priori generaliter dignosci possint.

4° Quando $bb - ac = 0$: valores ipsorum x, y per formulas praecedentes omnino non possunt determinari; quare pro hoc casu *methodus peculiaris* inuestigari debebit.

217. Pro eo casu, vbi $bb - ac$ est numerus positiuus non-quadratus, supra docuimus, omnes repraesentationes numeri M per formam $app + 2bpq + cqq$ (si quae omnino dentur) exhiberi posse, per vnam vel per plures formulas tales $p = \frac{1}{m}(\mathfrak{A}t + \mathfrak{B}u)$, $q = \frac{1}{m}(\mathfrak{C}t + \mathfrak{D}u)$, denotantibus $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ numeros integros da-

tos, m diuisorem communem maximum numerorum a, $2b$, c; denique t, u indefinite omnes numeros integros aequationi $tt - (bb - ac)\,uu = mm$ satisfacientes. Quoniam omnes valores ipsorum t, u tum positiue tum negatiue accipi possunt: pro singulis illarum formarum *quaternas* alias substituere poterimus, $p = \frac{1}{m}(\mathfrak{A}t + \mathfrak{B}u)$, $q = \frac{1}{m}(\mathfrak{C}t + \mathfrak{D}n)$; $p = \frac{1}{m}(\mathfrak{A}t - \mathfrak{B}u)$, $q = \frac{1}{m}(\mathfrak{C}t - \mathfrak{D}u)$; $p = \frac{1}{m}(-\mathfrak{A}t + \mathfrak{B}u)$, $q = \frac{1}{m}(-\mathfrak{C}t + \mathfrak{D}u)$; $p = -\frac{1}{m}(\mathfrak{A}t + \mathfrak{B}u)$, $q = -\frac{1}{m}(\mathfrak{C}t + \mathfrak{D}u)$, ita vt multitudo omnium formularum nunc quater maior sit quam antea, t et u vero non amplius omnes numeros aequationi $tt - (bb - ac)\,uu = mm$ satisfacientes exprimant, sed positiuos tantum. Quaeuis harum formarum itaque seorsim considerari, et qui valores ipsorum t, u praebeant valores integros ipsorum x, y, inuestigari debebit.

Ex formula $p = \frac{1}{m}(\mathfrak{A}t + \mathfrak{B}u)$, $q = \frac{1}{m}(\mathfrak{C}t + \mathfrak{D}u)$ ... [1] sequuntur valores ipsorum x, y hi: $x = \dfrac{\mathfrak{A}t + \mathfrak{B}u + mcd - mbe}{m(bb - ac)}$, $y = \dfrac{\mathfrak{C}t + \mathfrak{D}u + mae - mbd}{m(bb - ac)}$. Supra vero ostendimus, omnes valores (positiuos) ipsorum t constituere progressionem recurrentem t°, t', t'' etc., similiter valores respondentes ipsius u quoque seriem recurrentem formare u°, u', u'' etc.; praeterea assignari posse numerum ϱ talem, vt secundum modulum quemcunque datum fiat $t^\varrho \equiv t^\circ$, $t^{\varrho+1} \equiv t'$, $t^{\varrho+2} \equiv t''$ etc., $u^\varrho \equiv u^\circ$, $u^{\varrho+1} \equiv u'$ etc. Pro hoc modulo accipiemus numerum $m\,(bb - ac)$, designabimusque breuitatis gratia valores ipsorum x, y qui prodeunt ponendo $t = t^\circ$, $u = u^\circ$, et quibus tribuemus indicem o, per x°, y°; similiterque eos qui prodeunt faciendo $t = t'$, $u = u'$, per x', y' quibus tribuemus indicem 1, etc. Tunc nullo negotio perspicietur, si x^h, y^h fuerint numeri integri atque ϱ rite determinatus, etiam $x^{h+\varrho}$, $y^{h+\varrho}$; nec non $x^{h+2\varrho}$, $y^{h+2\varrho}$ et generaliter $x^{h+k\varrho}$, $y^{h+k\varrho}$, integros fore; et contra si x^h vel y^h sit fractus, etiam $x^{h+k\varrho}$, vel $y^{h+k\varrho}$ fractum fore. Hinc facile concluditur, si valores ipsorum x, y, quibus indices o, 1, 2 .... $\varrho - 1$ competunt, euoluantur, et pro nullo horum indicum *tum* x, *tum* y integer sit, nullum omnino indicem dari, pro quo tum x, tum y valores integros recipiant, in quo casu ex formula [1] nulli valores integri ipsorum x, y deduci poterunt. Si vero inter illos indices aliqui sunt, puta μ, μ', μ'' etc. quibus valores integri ipsorum x, y respondent, omnes valores integri ipsorum x, y, qui quidem ex formula [1] obtineri possunt, ii erunt, quorum indices sub aliqua formularum $\mu + k\varrho$, $\mu' + k\varrho$, $\mu'' + k\varrho$ etc. sunt contenti, denotantae k indefinite omnes numeros integros positiuos, inclusa etiam cifra.

Formulae reliquae sub quibus valores ipsorum p, q contenti sunt, prorsus eodem modo sunt tractandae. Si contingeret, vt ex nulla omnium harum formularum valores integri ipsorum x, y