

Multitudo generum, in quaे omnes formae (pr. prim. pos.) determinantis dati positui vel negatiui $\pm D$ distribuuntur, semper est 1, 2, 4 vel altior potestas numeri 2, cuius exponens pendet a factoribus ipsius D , et per disquisitiones praec. omnino a priori inueniri potest. Iam quum in serie numerorum naturali numeri pri-
mi cum magis minusquæ compositis permixti sint, euenit, vt pro pluribus determinantibus successiuis $\pm D$, $\pm(D+1)$, $\pm(D+2)$ etc. multitudo gene-
rum nunc crescat nunc decrescat, nullusque in hac serie perturbata ordo adesse videatur. Nihilominus si multitudines generum multis dett. successiuis $\pm D$, $\pm(D+1)$... $\pm(D+m)$ responden-
tes adduntur, summaque per determinantium multitudinem diuiditur, *multitudo generum me-
diocris* prouenit, quae circa medium determinan-
tium $\pm(D+\frac{1}{2}m)$ locum habere censerit pot-
erit, progressionemque valde regularem consti-
tuit. Supponimus autem, non modo m esse satis
magnum, sed etiam D multo maiorem, vt ratio
determinantium extremorum D , $D+m$ non ni-
mis a ratione aequalitatis discrepet. Regulari-
tas illius progressionis ita intelligenda est: si D'
est numerus multo maior quam D , multitudo
generum mediocris circa determinantem $\pm D'$
sensibiliter maior erit quam circa D ; si vero D' ,
 D non nimis differunt, etiam generum multitu-
dines mediocres circa D et D' fere aequales
erunt. Ceterum multitudo mediocris generum
circa determinantem posituum $+D$ semper fere
aequalis inuenitur multitudini mediocri circa ne-
gatiuum, eoque exactius quo maior est D , quum
pro valore paruo prior paullulum maior euadat

quam posterior. Hae obseruationes magis illustrabuntur per exempla sequentia, e tabula classificationis formarum binariarum plures quam 4000 determinantes complectente excerpta. Inter centum determinantes a 801 vsque ad 900 reperiuntur 7 quibus vnicum genus respondet; 32, 52, 8, 1 quibus resp. 2, 4, 8, 16 genera respondent, hinc omnino emergunt genera 359, vnde multitudo mediocris = 359. Centum determinantes negatiui a - 801 vsque ad - 900 producunt genera 360. Exempla sequentia omnia desumuntur a determinantibus negatiuis. In centade 16 (a - 1501 vsque ad - 1600) mult. med. generum inuenitur 3,89; in centade 25 est 4,01; in centade 51 prodit 4,24; e sexcentis dett. - 9401 ... - 10000 computatur 4,59. Ex his exemplis patet, multitudinem generum mediocrem multo lentius crescere, quam determinantes ipsos; sed quaeritur, quaenam sit lex huius progressionis? — Per disquisitionem theoreticam satis difficilem, quam hic explicare nimis prolixum foret, inuentum est, multitudinem generum mediocrem circa determinantem $+ D$ vel $- D$ quam proxime exhiberi per formulam $\alpha \log D + \epsilon$, vbi α , ϵ sunt quantitates constantes, et quidem $\alpha = \frac{4}{\pi\pi} = 0,4052847346$ (designante π semiperipheriam circuli cuius radius 1), $\epsilon = 2g + 3aa\pi - \frac{1}{2}\alpha \log 2 = 0,8830460462$, vbi g est summa seriei $1 - \log(1+1) + \frac{1}{2} - \log(1+\frac{1}{2}) + \frac{1}{3} - \log(1+\frac{1}{3}) + \text{etc.} = 0,5772156649$ (V. Euler Inst. Calc. Diff. p. 444); h vero summa seriei $\frac{1}{4}\log 2 + \frac{1}{9}\log 3 + \frac{1}{16}\log 4 + \text{etc.}$, quae per approximationem inuenta est = 0,9375482543. Ex

hac formula patet, multitudinem mediocrem generum crescere in progressione arithmeticā, si determinantes augēantur in geometricā. Valores huius formulae pro $D = 850\frac{1}{2}$, $1550\frac{1}{2}$, $2450\frac{1}{2}$, $5050\frac{1}{2}$, $9700\frac{1}{2}$ inueniuntur $3,627$; $3,86$; $4,046$; $4,339$; $4,601$, qui a multitudinibus mediocribus supra datis parum discrepant. Quo maior fuerit determinans medius, et e quo pluribus multitudo mediocris computetur, eo minus a valore formulae differet. Adiumento huius formulae etiam aggregatum multitudinum generum determinantibus successiuis $\pm D$, $\pm(D + 1)$... $\pm(D + m)$ respondentium quam proxime erui potest, si multitudines mediocres singulis respondentes computantur et in summam colliguntur, quantumuis diuersi sint extremi D , $D + m$. Haec summa erit $= \alpha(\log D + \log(D + 1) + \text{etc.} + \log(D + m)) + \epsilon(m + 1)$ siue satis exacte $= \alpha((D + m)\log D + m) - (D - 1)\log(D - 1)) + (\epsilon - \alpha)(m + 1)$. Hoc modo summa mult. gen. pro dett. — 1 vsque ad — 100 inuenitur = 234,4 quum reuera sit 233; similiter, a — 1 vsque ad — 2000, = 7116,6, quum sit 7108; a — 9001 vsque ad — 10000 vbi est 4595 formula praebeat 4594,9 qualis consensus vix exspectari posuisset.

302. Respectu *multitudinis classium* (pr. p̄mit. posit., quod semper subintelligendum), determinantes positui prorsus aliter se habent quam regatiui; quamobrem utrosque seorsim considerabim̄. In eo hi cum illis conueniunt, quod pro determinante dato in singulis generibus classes aequae mutuae continentur, adeoque multitudo omnium classiū aequalis est producto e multi-