

minantis D *reduci potest ad aliam aequivalentem, cuius coëfficiens primus non sit maior quam* $\frac{4}{3}\sqrt[3]{D}$, *atque coëfficiens tertius formae ipsi adiunctae non maior quam* $\frac{4}{3}\sqrt[3]{D^2}$ *sine respectu signi, siquidem forma proposita his proprietatibus ipsa nondum est praedita.* — Ceterum loco coëfficientis primi formae f atque tertii formae ipsi f adiunctae prorsus simili modo tractare potuissemus vel coëfficientem primum formae ipsius et secundum adiunctae; vel secundum formae ipsius et primum vel tertium adiunctae; vel tertium formae ipsius et primum vel secundum adiunctae, quibus viis perinde ad finem nobis propositum perveniremus: sed e re est, methodo vni constanter adhaerere, quo facilius operationes huc pertinentes ad algorithmum fixum reduci possint. Denique observamus, duobus coëfficientibus, quos infra limites fixos deprimere docuimus, limites adhuc minores constitui posse, si formae definitae ab indefinitis separentur; hoc vero ad institutum praesens non est necessarium.

273. Ecce iam quaedam exempla, per quae praecepta praecedentia magis illustrabuntur.

Ex. 1. Sit $f = \begin{pmatrix} 19, 21, 50 \\ 15, 28, 1 \end{pmatrix}$, eritque $F = \begin{pmatrix} -825, -166, -398 \\ 257, 573, -370 \end{pmatrix}$, $D = -1$. Quum $(19, 1, 21)$ sit forma binaria reducta, cui alia, termini primi minoris quam 19, non aequivalet, reductio prima hic non est applicabilis; forma binaria $(A'', B, A') = (-398, 257, -166)$ autem per theoriam aequivalentiae formarum binariarum

in simpliciore aequiualentem $(-2, 1, -10)$ transmutabilis inuenitur, in quam transit per substitutionem $2, 7, 3, 11$. Faciendo itaque $\epsilon' = 2, \gamma' = -7, \epsilon'' = -3, \gamma'' = 11$, applicanda erit ad formam f substitutio

$$\begin{array}{ccc} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 2, & -7 \\ 0, & -3, & 11 \end{array}$$

per quam inuenitur transire in hanc $\left(\begin{array}{ccc} 19, & 354, & 4769 \\ -1299, & 301, & -82 \end{array} \right) \dots f'$. Coëfficiens tertius formae, huic adiunctae, est -2 , quo respectu f' simplicior est censenda quam f .

Ad formam f' applicari potest reductio prima. Scilicet quum forma binaria $(19, -82, 354)$ transmutetur in $(1, 0, 2)$ per substitutionem $13, 4, 3, 1$: applicanda erit ad formam f substitutio

$$\begin{array}{ccc} 13, & 4, & 0 \\ 3, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{array}$$

per quam transit in hanc $\left(\begin{array}{ccc} 1, & 2, & 4769 \\ -95, & 16, & 0 \end{array} \right) \dots f''$

Ad formam f'' , cui adiuncta est $\left(\begin{array}{ccc} -513, & -4513, & -2 \\ -95, & 32, & 1520 \end{array} \right)$, denuo applicari potest reductio secunda. Scilicet $(-2, -95, -4513)$ transit per substitutionem $47, 1, -1, 0$ in $(-1, 1, -2)$; quamobrem ad f'' applicanda erit substitutio

$$\begin{array}{ccc} 1, & 0, & 0 \\ 0, & 47, & -1 \\ 0, & 1, & 0 \end{array}$$

per quam transit in $\begin{pmatrix} 1, 257, 2 \\ 1, 0, 16 \end{pmatrix} \dots f'''$.
Huius coëfficiens primus per reductionem primam amplius diminui non potest, neque formae, ipsi adiunctae, tertius per secundam.

Ex. 2. Proposita sit forma $\begin{pmatrix} 10, 26, 2 \\ 7, 0, 4 \end{pmatrix}$
 $\dots f$, cui adiuncta est $\begin{pmatrix} -3, -20, -244 \\ 70, -28, 8 \end{pmatrix}$ et
cuius determinans = 2. Hic successiue reperiuntur, applicando alternatim reductionem secundam et primam,

substitutiones	per quas transit	in
$\begin{array}{ccc} 1, & 0, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \\ 0, & 4, & -1 \end{array}$	f	$\begin{pmatrix} 10, 2, 2 \\ -1, 0, 4 \end{pmatrix} = f'$
$\begin{array}{ccc} 0, & -1, & 0 \\ 1, & -2, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{array}$	f'	$\begin{pmatrix} 2, 2, 2 \\ 2, -1, 0 \end{pmatrix} = f''$
$\begin{array}{ccc} 1, & 0, & 0 \\ 0, & -1, & 0 \\ 0, & 2, & -1 \end{array}$	f''	$\begin{pmatrix} 2, 2, 2 \\ -2, 1, -2 \end{pmatrix} = f'''$
$\begin{array}{ccc} 1, & 0, & 0 \\ 1, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{array}$	f'''	$\begin{pmatrix} 0, 2, 2 \\ -2, -1, 0 \end{pmatrix} = f''''$