vbi nouem coëfficientes α, β etc. omnes supponuntur esse numeri integri, breuitatis caussa neglectis indeterminatis simpliciter dicemus, f transire in g per substitutionem (S)

$$\begin{matrix} \alpha, & \beta, & \gamma \\ \alpha', & \beta', & \gamma' \\ \alpha'', & \beta'', & \gamma'' \end{matrix}$$

atque f *implicare* ipsam g, siue g *sub* f *contentam* esse. Ex tali itaque suppositione sponte sequuntur sex aequationes pro sex coëfficientibus in g, quas apponere non erit necessarium; hinc autem per calculum facilem sequentes conclusiones euoluuntur:

I. Designato breuitatis caussa numero $\alpha\beta'\gamma'' + \beta\gamma'\alpha'' + \gamma\alpha'\beta'' - \gamma\beta'\alpha'' - \alpha\gamma'\beta'' - \beta\alpha'\gamma''$ per k, inuenitur post debitas reductiones $E = kkD$, vnde patet, D metiri ipsum E et quotientem esse quadratum. Patet itaque, numerum k pro transformationibus formarum ternariarum simile quid esse, ac numerum $\alpha\delta - \beta\gamma$ in art. 157 pro transformationibus formarum binariarum, puta radicem quadratam ex quotiente determinantium, vnde coniectare possemus, diuersitatem signi ipsius k etiam hic stabilire differentiam essentialem inter transformationes atque implicationes proprias et improprias. Sed rem propius contemplando perspicuum est, f transire in g etiam per hanc substitutionem

$$\begin{matrix} -\alpha, & -\beta, & -\gamma \\ -\alpha', & -\beta', & -\gamma' \\ -\alpha'', & -\beta'', & -\gamma'' \end{matrix}$$

ponendo autem in valore ipsius k pro α, $-\alpha$, pro β, $-\beta$ etc. prodebit $-k$, quare haec substitutio substitioni S dissimilis foret, et quaeuis forma ternaria, aliam vno modo implicans, eandem etiam altero modo implicaret. Talis itaque distinctio, quoniam in formis ternariis nullum vsum habet, hic omnino proscribetur.

II. Denotando per F, G formas ipsis f, g resp. adiunctas, determinantur coëfficientes in F per coëfficientes in f, coëfficientesque in G per valores coëfficientium formae g ex aequationibus quas suppeditat substitutio S notos. Exprimendo coëfficientes formae f per literas, ex comparatione valorum coëfficientium formarum F, G nullo negotio confirmatur, F implicare formam G atque in eam transmutari per substitutionem (S')

$$\begin{array}{lll} \beta'\gamma''-\beta''\gamma', & \gamma'\alpha''-\gamma''\alpha', & \alpha'\beta''-\alpha''\beta' \\ \beta''\gamma-\beta\gamma'', & \gamma''\alpha-\gamma\alpha'', & \alpha''\beta-\alpha\beta'' \\ \beta\gamma'-\beta'\gamma, & \gamma\alpha'-\gamma'\alpha, & \alpha\beta'-\alpha'\beta \end{array}$$

Calculum ipsum nullis difficultatibus obnoxium non adscribimus.

III. Forma g per substitutionem (S'')

$$\begin{array}{lll} \beta'\gamma''-\beta''\gamma', & \beta''\gamma-\beta\gamma'', & \beta\gamma'-\beta'\gamma \\ \gamma'\alpha''-\gamma''\alpha', & \gamma''\alpha-\gamma\alpha'', & \gamma\alpha'-\gamma'\alpha \\ \alpha'\beta''-\alpha''\beta', & \alpha''\beta-\alpha\beta'', & \alpha\beta'-\alpha'\beta \end{array}$$

manifesto in eandem formam transmutatur, in quam f transit per hanc

$$\begin{matrix} k, & 0, & 0 \\ 0, & k, & 0 \\ 0, & 0, & k \end{matrix}$$

siue in eam, quae oritur multiplicando singulos coëfficientes formae f per kk. Hanc formam designabimus per f'.

IV. Prorsus simili modo probatur, formam G per substitutionem (S''')

$$\begin{matrix} \alpha, & \alpha', & \alpha'' \\ \beta, & \beta', & \beta'' \\ \gamma, & \gamma', & \gamma'' \end{matrix}$$

transire in formam, quae oritur ex F, multiplicando singulos coëfficientes per kk. Hanc formam exprimemus per F'.

Substitutionem S''' oriri dicemus *per transpositionem* substitutionis; Si tunc manifesto S rursus prodit ex transpositione substitutionis S'''; atque S', S'' altera ex alterius transpositione. — Substitutio S' commode appellari potest substitutioni S *adiuncta*, vnde substitutioni S''' adiuncta erit S''.

269. Si non modo forma f implicat ipsam g, sed etiam haec illam, formae f, g *aequiualentes* vocabuntur. In hoc itaque casu non modo D ipsum E metietur, sed etiam E ipsum D, vnde facile concluditur esse, debere $D = E$. Vice versa autem, si forma f implicat formam g eiusdem determinantis, hae duae for-