$-N$, N', $-N'$, N'', $-N''$ etc. (quos ita accipere licet vt nullus sit $> \frac{1}{2}M$), quaeuis repraesentatio numeri M per formam propositam ad aliquem horum valorum pertinebit. Ante omnia itaque valores illi erui debebunt; tunc repraesentationes ad singulos pertinentes deinceps inuestigari. Repraesentationes ad valorem N pertinentes non dabuntur, nisi formae (a, b, c) et $(M, N, \frac{NN-D}{M})$ proprie aequiualentes sunt; si vero sunt, quaeratur transformatio aliqua propria prioris in posteriorem, quae sit α, β, γ, δ. Tum habebitur repraesentatio numeri M per formam (a, b, c) ad valorem N pertinens haec: $x = \alpha$, $y = \gamma$, omnesque repraesentationes ad hunc valorem pertinentes exhibebuntur per formulam $x = \frac{1}{m}(\alpha t - (\alpha b + \gamma c)u)$, $y = \frac{1}{m}(\gamma t + (\alpha a + \gamma b)u)$, designante m diuisorem communem maximum numerorum a, $2b$, c; et t, u indefinite omnes numeros aequationi $tt - Duu = mm$ satisfacientes. — Ceterum manifestum est, formulam hanc generalem eo simpliciorem euadere, quo simplicior sit transformatio α, β, γ, δ ex qua deducta est; quare haud inutile erit, transformationem simplicissimam formae (a, b, c) in $(M, N, \frac{NN-D}{M})$ secundum art. praec. antea eruere, et ex hac formulam deducere. — Prorsus eodem modo repraesentationes ad valores reliquos $-N$, N', $-N'$ etc. pertinentes (si quae dantur) per formulas generales exhiberi possunt.

Ex. Quaeruntur omnes repraesentationes numeri 585 per formulam $42xx + 62xy + 21yy$.

Quod ad repraesentationes per valores ipsorum x, y inter se non primos pertinet, statim patet alias huius generis dari non posse, quam in quibus diuisor communis maximus ipsorum x, y sit 3: quum 585 per vnicum quadratum 9 diuisibilis sit. Quando itaque omnes repraesentationes numeri $\frac{585}{9}$ i. e. 65 per formam $42x'x' + 62x'y' + 21y'y'$ inuentae sunt, in quibus x' ad y' primus; omnes repraesentationes numeri 585 per formam $42xx + 62xy + 21yy$, in quibus x ad y primus, ex illis deriuabuntur ponendo $x = 3x'$, $y = 3y'$. Valores expressionis $\sqrt{79}$ (mod. 65) sunt ± 12, ± 27. Repraesentatio numeri 65 ad valorem $+ 12$ pertinens inuenitur $x' = 2$, $y' = - 1$; quocirca omnes repraesentationes ipsius 65 ad hunc valorem pertinentes exhibebuntur per formulam $x' = 2t - 41u$, $y' = - t + 53u$, adeoque omnes repraesentationes ipsius 585 *hinc* oriundae per formulam $x = 6t - 123u$, $y = - 3t + 159u$. Simili modo inuenitur formula generalis omnes repraesentationes numeri 65 ad valorem $- 12$ pertinentes exhibens $x' = 22t - 199u$, $y' = - 23t + 211u$; et formula omnes repraesentationes numeri 585 hinc oriundas complectens $x = 66t - 597u$, $y = - 69t + 633u$. Ad valores $+ 27$ et $- 27$ autem nulla repraesentatio numeri 65 pertinet. — Vt repraesentationes numeri 585 per valores ipsorum x, y inter se primos inueniantur, primo valores expressionis $\sqrt{79}$ (mod. 585) eruere oportet, qui sunt ± 77, ± 103, ± 157, ± 248. Ad valores ± 77, ± 103, ± 248 inuenitur nullam repraesentationem pertinere; ad valorem $+ 157$ autem pertinet repraesentatio $x = 3$, $y = 1$, vnde deducitur formula generalis omnes repraesentationes ad hunc valorem pertinentes exhibens $x = 3t - 114u$, $y = t + 157u$; similiterque inuenitur repraesentatio ad -157 pertinens $x = 83$, $y = -87$, et formula in qua omnes similes sunt contentae $x = 83t - 746u$, $y = -87t + 789u$. Habentur itaque quatuor formulae generales sub quibus omnes repraesentationes numeri 585 per formam $42xx + 62xy + 21yy$ contentae sunt

$$\begin{array}{ll} x = 6t - 123u & y = -3t + 159u \\ x = 66t - 597u & y = -69t + 633u \\ x = 3t - 114u & y = t + 157u \\ x = 83t - 746u & y = -87t + 789u \end{array}$$

vbi t, u indefinite omnes numeros integros denotant, qui aequationi $tt - 79uu = 1$ satisfaciunt.

Applicationibus specialibus disquisitionum praecedentium de formis determinantis positiui non-quadrati breuitatis gratia non immoramur, quippe quas simili modo vt artt. 176, 182 quisque, sine negotio, proprio marte instituere poterit statimque ad formas determinantis positiui quadrati, quae solae adhuc supersunt, properamus.

206. Problema. *Proposita forma* (a, b, c) *determinantis quadrati* hh, *designante* h *ipsius radicem positiuam, inuenire formam* (A, B, C) *illi proprie aequiualentem, in qua* A *iaceat inter limites* 0 *et* $2h - 1$ *incl.,* B *sit* $= h$, $C = 0$.

Sol. I. Quoniam $hh = bb - ac$, erit $(h - b) : a = c : -(h + b)$. Sit huic rationi aequalis ratio $\beta : \delta$, ita vt β ad δ sit primus, determinenturque α, γ ita vt sit $\alpha\delta - \beta\gamma = 1$, quae