

quae per methodum traditam vel non vel pluries obtineatur.

Quodsi iam eodem modo reliqui diuisores quadrati ipsius D tractantur, repraesentationesque ad singulos pertinentes eruuntur, cunctae repraesentationes impropriae formae ϕ per f habebuntur.

Ceterum ex hac solutione facile deducitur, theorema, ad finem art. praec. pro repraes. propriis traditum etiam ad improprias patere, scilicet generaliter nullam formam binariam positivam det. negatiui per ternariam negativam repraesentari posse etc.; patet enim, si ϕ sit formae talis binaria, quae propter illud theorema per f proprie repraesentari nequeat, etiam omnes formas determinantium $\frac{D}{ee}$, $\frac{D}{e'e'}$ etc., ipsam ϕ implicantes per f proprie repraesentari non posse, quum hae formae omnes determinantem eodem signo affectum habeant vt ϕ , et, quoties hi determinantes negatiui sunt, vel omnes euadant formae positivae vel negativae, prout ϕ ad illas vel ad has pertinet.

285. De quaestionibus problema tertium nobis propositum constituentibus (ad quod duo priora in praec. sunt reducta), scilicet propositis duabus formis ternariis eiusdem determinantis, diiudicare, vtrum aequivalentes sint necne, et in casu priori omnes transformationes alterius in alteram inuenire, pauca tantum hoc loco inserere possumus, quum solutio completa, qualem

pro problematibus analogis in formis binariis tradidimus, hic adhuc maioribus difficultatibus sit obnoxia. Quamobrem ad quosdam casus particulares, propter quos praecipue haecce digressio instituta est, disquisitionem nostram limitabimus.

I. Pro determinante $+ 1$ supra ostensum est, omnes formas binarias in duas classes distribui, quarum altera omnes formas indefinitas, altera omnes definitas (negatiuas) contineat. Hinc statim concluditur, duas formas ternarias quascunque det. 1 aequiuales esse, si vel vtraque sit definita vel vtraque indefinita; si vero altera sit definita, altera indefinita, aequiualem locum non habere (propositionis pars posterior manifesto valet generaliter pro formis determinantis cuiuscunque). — Simili modo duae formae quaecunque determinantis — 1 certo aequiualebunt, si vel vtraque definita est, vel vtraque indefinita. — Duae formae definitae determinantis 2 semper aequiualebunt; duae indefinitae non aequiualebunt; si in altera tres coefficients primi omnes pares sunt, in altera vero non omnes sunt pares; in casibus reliquis (si vel vtraque tres coefficients primos simul pares habet, vel neutra) aequiualebunt. — Hoc modo adhuc multo plures propositiones speciales exhibere possemus, si supra (art. 277) plura exempla euoluta fuissent.

II. Pro omnibus hisce casibus poterit etiam, designantibus f, f' formas ternarias aequiuales, transformatio vna alterius in alteram inueniri. Nam pro omnibus casibus in quauis classe formarum ternariarum multitudo satis parua forma-

rum supra assignata est, ad quarum aliquam per methodos vniformes quaeuis forma eiusdem classis reduci possit; has omnes ad vnicam reducere ibidem docuimus. Sit F haec forma in ea classe in qua sunt f , f' , poteruntque per praecepta supra tradita inueniri transformationes formarum f , f' in F , nec non formae F in f , f' . Hinc per art. 270 deduci poterunt transformationes formae f in f' formaeque f' in f .

III. Superesset itaque tantummodo, ostendere, quo pacto ex vna transformatione formae ternariae f in aliam f' omnes transformationes possibiles deriuari possint. Hoc problema pendet ab alio simpliciore, scilicet inuenire omnes transformationes formae ternariae f in se ipsam. Nimirum si f per plures substitutiones (γ) , (γ') , (γ'') etc. in se ipsam et per substitutionem (t) in f' transit, patet si ad normam art. 270. combinetur transformatio (t) cum (γ) , (γ') , (γ'') etc., prodire transformationes per quas omnes f in f' transeat; praeterea per calculum facile probatur, quamuis transformationem formae f in f' hoc modo deduci posse e combinatione transformationis datae t formae f in f' cum aliqua (et quidem *unica*) transformatione formae f in se ipsam, adeoque ex combinatione transformationis datae formae f in f' cum *omnibus* transformationibus formae f in se ipsam oriri *omnes* transformationes formae f in f' , et quidem singulas semel tantum.

Inuestigationem omnium transformationum formae f in se ipsam ad eum casum hic restrin-