est, necessario $\alpha \equiv \alpha'$ adeoque $\alpha = \alpha'$, et perinde $\beta = \beta'$ etc., vnde etiam sponte $k = k'$. Iam quum prorsus arbritrarium sit, cuiusnam denominatoris numerator primus supputetur, manifestum est, *omnes* numeratores ita inuestigari posse, vt α in art. praec. puta β per congruentiam βacd etc. $\equiv m$ (mod. b), γ per hanc γabd etc. $\equiv m$ (mod. c) etc.; summa omnium fractionum sic inuentarum vel propositae $\frac{m}{n}$ aequalis erit, vel differentia numerus integer $= k$, qua via simul confirmationem calculi nanciscimur. Ita in ex. art. praec. valores expr. $\frac{391}{231}$ (mod. 4), $\frac{391}{308}$ (mod. 3), $\frac{391}{132}$ (mod. 7), $\frac{391}{84}$ (mod. 11) statim suppeditant numeratores 1, 2, 1, 4 denominatoribus 4, 3, 7, 11 respondentes, summaque harum fractionum propositam vnitate superare inuenitur.

312. Definitio. Si fractio communis in decimalem conuertitur, seriem figurarum decimalium *) (excluso si quis adest numero integro), siue finita sit, siue in infinitum excurrat, fractionis *mantissam* vocamus, expressionem, alias tantummodo apud logarithmos vsitatam, in significatione latiori accipientes. Ita e. g. fractionis $\frac{1}{8}$ mantissa est 125, mantissa fractionis $\frac{35}{16}$ 1875, fractionis $\frac{2}{37}$ mantissa 054054... in inf.

Ex hac definitione statim patet, fractiones eiusdem denominatoris $\frac{l}{n}$, $\frac{m}{n}$ easdem vel diuersas

*) Breuitatis caussa disquisitionem sequentem ad systema vulgare decadicum restringimus, quum facile ad quoduis aliud extendi possit.

mantissas habere, prout numeratores l, m secundum m congrui sint vel incongrui. Mantissa finita non mutatur, si ad dextram cifrae quotcunque apponantur. Mantissa fractionis $\frac{10m}{n}$ obtinetur, rescindendo a mantissa fractionis $\frac{m}{n}$ figuram primam et generaliter mantissa fractionis $\frac{10^\nu m}{n}$ inuenitur rescindendo ν figuras primas mantissae ipsius $\frac{m}{n}$. Mantissa fractionis $\frac{1}{n}$ statim figura significatiua (i. e. a cifra diuersa) incipit, si $n < 10$; si vero $n = 10$ vel < 10, multitudoque figurarum e quibus constat est k, primae $k - 1$ figurae mantissae ipsius $\frac{1}{n}$ erunt cifrae atque demum sequens k^{ta} erit significatiua. Hinc facile deducitur, si $\frac{l}{n}$, $\frac{m}{n}$ mantissas diuersas habeant (i. e. si l, m sec. n incongrui), has certo in primis k figuris conuenire non posse, sed saltem in k^{ta} discrepare debere.

313. Problema. *Dato denominatore fractionis $\frac{m}{n}$ atque primis k figuris ex ipsius mantissa, inuenire numeratorem m, quem ipso n minorem supponimus.*

Sol. Considerentur illae k figurae tamquam numerus integer, qui per n multiplicetur, productumque per 10^k diuidatur (siue k vltimae figurae resecentur). Si quotiens est integer (siue figurae resectae cifrae), ipse manifesto erit numerator quaesitus atque mantissa data completa;

sin minus, numerator quaesitus erit integer proxime maior, siue ille quotiens vnitate auctus, postquam figurae decimales sequentes reiectae sunt. Ratio huius regulae tam facile ex iis quae ad finem art. praec. obseruauimus cognoscitur, vt explicatione vberiori opus non habeat.

Ex. Si constat, duas figuras primas mantissae fractionis, cuius denominator 23, esse 59, habemus productum $23 \cdot 59 = 1357$, a quo duas vltimas figuras abiiciendo, vnitatemque addendo, numerator quaesitus prodit $= 16$.

314. Inchoamus a consideratione talium fractionum, quarum denominatores sunt numeri primi vel numerorum primorum potestates, posteaque reliquas ad has reducere ostendemus. Et primo statim obseruamus, mantissam fractionis $\frac{a}{p^\mu}$ (cuius numeratorem a per numerum primum p non diuisibilem esse semper supponimus) finitam esse, atque ex μ figuris constare, si $p = 2$ aut $= 5$; in casu priori haec mantissa, tamquam numerus integer considerata, erit $= 5^\mu a$, in posteriori $= 2^\mu a$. Haec tam obuia sunt, vt expositione non egeant.

Si vero p est alius numerus primus, $10^r a$ per p^μ numquam diuisibilis erit, quantumuis magnus accipiatur r, vnde sponte sequitur, mantissam fractionis $F = \frac{a}{p^\mu}$ nececessario in infinitum progredi. Supponamus, 10^e esse potestatem