forte pro determinante aliquo aliae classes praeter principalem, vel alia genera praeter genus principale non dentur, vti e. g. euenit plerumque quando D est numerus primus positiuus formae $4n + 1$.

232. Quamquam ea quae de formarum characteribus explicata sunt proxime eum in finem sunt allata, vt subdiuisio ordinis *positiui proprie primitiui* inde petatur: tamen nihil impedit quominus eadem etiam ad formas classesque negatiuas aut ad improprie primitiuas applicentur, atque tum ordo improprie primitiuus positiuus, tum ordo proprie primitiuus negatiuus, tum ordo improprie primitiuus negatiuus ex eodem principio in genera subdiuidantur. Ita postquam e. g. ordo proprie primitiuus formarum determinantis 145 in duo genera sequentia subdiuisus est

$R5, R26$	$(1, 0, -145), (5, 0, -29)$
$N5, N26$	$(3, 1, -48), (3, -1, 48)$

etiam ordo improprie primitiuus perinde in duo genera subdiuidi potest:

$R5, R29$	$(4, 1, -36), (4, -1, -36)$
$N5, N29$	$(2, 1, -72), (10, 5, -12)$

vel, sicuti classes positiuae formarum determinantis — 129 in quatuor genera distribuuntur:

$1,4; R3; R43$	$(1, 0, 129), (10, 1, 13), (10, -1, 13)$
$1,4; N3; N43$	$(2, 1, 65), (5, 1, 26), (5, -1, 26)$
$3,4; R3; N43$	$(3, 0, 43), (7, 2, 19), (7, -2, 19)$
$3,4; N3; R43$	$(7, 3, 23), (11, 5, 14), (11, -5, 14)$

etiam classes negatiuae in quatuor ordines discedunt

$3, 4; N3; N43$	$(-1,0,-129), (-10,1,-13), (-10,-1,-13)$
$3, 4; R3; R43$	$(-2,1,-65), (-5,1,-16), (-5,-1,-26)$
$1, 4; N4; R43$	$(-3,0,-43), (-7,2,-19), (-7,-2,-19)$
$1, 4; R3; N43$	$(-6,3,-23), (-11,5,-14), (-11,-5,-14)$

Attamen quum systema classium negatiuarum systemati positiuarum semper tam simile euadat, plerumque superfluum videbitur illud seorsim construere. Ordinem improprie primitiuum autem ad proprie primitiuum reducere infra docebimus.

Tandem quod attinet ad ordines deriuatos: pro horum subdiuisione regulae nouae non sunt necessariae. Quum enim quiuis ordo deriuatus ex aliquo ordine primitiuo (determinantis minoris) originem trahat, illiusque classes singulae ad singulas huius sponte referantur: manifesto subdiuisio ordinis deriuati e subdiuisione ordinis primitiui peti poterit.

233. Si forma (primitiua) $F = (a, b, c)$ ita est comparata, vt inueniri possint duo numeri g, h tales vt fiat $gg \equiv a$, $gh \equiv b$, $hh \equiv c$ secundum modulum datum m, dicemus formam illam esse residuum quadraticum numeri m atque $gx + hy$ valorem expressionis $\sqrt{}\ (axx + 2bxy + cyy)$ (mod. m), siue breuius (g, h) valorem expr. $\sqrt{}\ (a, b, c)$ vel $\sqrt{}\ F$ (mod. m).

Generalius, si multiplicator M, ad modulum m primus, eius est indolis vt fieri possit $gg \equiv aM$, $gh \equiv bM$, $hh \equiv cM$ (mod. m), dicemus $M \times (a, b, c)$ siue MF esse res. quad. ipsius m, atque (g, h) valorem expressionis $\sqrt{M(a, b, c)}$ vel $\sqrt{MF}$ (mod. m). Ita e. g. forma $(3, 1, 54)$ est res. quadr. ipsius 23 atque $(7, 10)$ valor expr. $\sqrt{(3, 1, 54)}$ (mod. 23); similiter $(2, -4)$ valor expr. $\sqrt{5}$ $(10, 3, 17)$ (mod. 23). Vsus harum definitionum infra ostendetur: hic notentur propositiones sequentes:

I. Si $M(a, b, c)$ est R. Q. numeri m, hic determinantem formae (a, b, c) metietur. Si enim (g, h) est valor expressiones $\sqrt{M(a, b, c)}$ (mod. m), siue $gg \equiv aM$, $gh \equiv bM$, $hh \equiv cM$ (mod. m): erit $bbMM - acMM \equiv 0$, siue $(bb - ac)\,MM$ per m diuisibilis. Quoniam autem M ad m primus esse supponitur, etiam $bb - ac$ per m diuisibilis erit.

II. Si $M(a, b, c)$ est R. Q. ipsius m, atque m aut numerus primus aut potestas numeri primi, puta $= p^u$: character particularis formae (a, b, c) respectu numeri p erit vel Rp, vel Np, prout M est residuum vel non-residuum ipsius p. Hoc statim inde sequitur, quod tum aM tum cM est residuum ipsius m siue ipsius p, atque ad minimum vnus numerorum a, c per p non diuisibilis (art. 230).

Simili modo, si (manentibus reliquis) $m = 4$, erit vel 1, 4 vel 3, 4 character part. formae (a, b, c) prout $M \equiv 1$ vel $\equiv 3$; nec non si