1, 0, — 85) (— 2, 1, — 43), (— 2, — 1, — 43) (— 5, 0, — 17), (— 10, 5, — 11), (— 10, — 5, — 11).

Per methodum alteram limes valorum ipsius b habetur $\sqrt{\frac{85}{3}}$, qui situs est inter 5 et 6. Pro $b = 0$, prodeunt formae (1, 0, 75), (— 1, 0, — 85), (5, 0, 17), (— 5, 0, — 17), pro $b = \pm 1$ hae: (2, $\pm$ 1, 43) (— 2, $\pm$ 1, — 43). Pro $b = \pm 2$ nullae habentur, quia 89 in duos factores, qui ambo non > 4, resolui nequit. Idem valet de $\pm$ 3, $\pm$ 4. Tandem pro $b = \pm 5$, proueniunt (10, $\pm$ 5, 11), (— 10, $\pm$ 5, — 11).

175. Si ex omnibus formis reductis determinantis dati, formarum binarum, quae, licet non identicae, tamen proprie sunt aequiualentes, alterutra reiicitur: formae remanentes hac insigni proprietate erunt praeditae, vt, quaeuis forma eiusdem determinantis alicui ex ipsis proprie sit aequiualens, et quidem vnicae tantum (alias enim inter ipsas aliquae proprie aequiualentes forent). Vnde patet, *omnes formas eiusdem determinantis in totidem classes distribui posse quot formae remanserint*, referendo scilicet formas eidem reductae proprie aequiualentes in eandem classem. Ita pro $D = 85$, remanent formae (1, 0, 85), (2, 1, 43), (5, 0, 17), (10, 5, 11), (— 1, 0, — 84), (— 2, 1, — 43), (— 5, 0, — 17), (— 10, 5 — 11); quare omnes formae determinantis — 85 in octo classes distribui poterunt, prout formae primae, aut secundae etc. proprie aequiualent. Perspicuum vero est, formas in eadem

classe locatas proprie aequiualentes fore, formas ex diuersis classibus proprie aequiualentes esse non posse. Sed hoc argumentum de classificatione formarum infra multo fusius exsequemur. Hic vnicam obseruationem adiicimus. Iam supra ostendimus, si determinans formae (a, b, c) fuerit negatiuus $= -D$, a et c eadem signa habere (quia scilicet $ac = bb + D$ adeoque positiuus); eadem ratione facile perspicitur, si formae (a, b, c), (a', b', c') sint aequiualentes, omnes a, c, a', c' eadem signa habituros. Si enim prior in posteriorem per substitut: $x = \alpha x' + \beta y'$, $y = \gamma x' + \delta y'$ transit: erit $a\alpha\alpha + 2b\alpha\gamma + c\gamma\gamma = a'$, hinc $aa' = (a\alpha + b\gamma)^2 + D\gamma\gamma$, adeoque certo non negatiuus; quoniam vero neque a, neque $a' = 0$ esse potest, erit aa' positiuus et proin signa ipsorum a, a' eadem. Hinc manifestum est, formas quarum termini exteri sint positiui, ab iis quarum termini exteri sint negatiui, prorsus esse separatas, sufficitque ex formis reductis eas tantum considerare quae terminos suos exteros positiuos habent, nam reliquae totidem sunt multitudine, et ex illis oriuntur, tribuendo terminis exteris signa opposita; idemque valet de formis ex reductis reiiciendis et remanentibus.

176. Ecce itaque pro determinantibus quibusdam negatiuis tabulam formarum, secundum quas omnes reliquae eiusdem determinantis in classes distingui possunt; apponimus autem, ad annotat. art. praec., semissem tantum, scilicet eas quarum termini exteri positiui.

D	
1	(1, 0, 1).
2	(1, 0, 2).
3	(1, 0, 3), (2, 1, 2).
4	(1, 0, 4), (2, 0, 2).
5	(1, 0, 5), (2, 1, 3).
6	(1, 0, 6), (2, 0, 3).
7	(1, 0, 7), (2, 1, 4).
8	(1, 0, 8), (2, 0, 4), (3, 1, 3).
9	(1, 0, 9), (2, 1, 5), (3, 0, 3).
10	(1, 0, 10), (2, 0, 5).
11	(1, 0, 11), (2, 1, 6), (3, 1, 4), (3 — 1, 4).
12	(1, 0, 12), (2, 0, 6), (3, 0, 4), (4, 2, 4).

Superfluum foret hanc tabulam hic vlterius continuare, quippe quam infra multo aptius disponere docebimus.

Patet itaque, quamuis formam determinantis -1, formae $xx + yy$ proprie aequiualere, si ipsius termini exteri sint positiui, vel huic $-xx - yy$, si sint negatiui; quamuis formam determinantis -2, cuius termini exteri positiui, formae $xx + 2yy$ etc.; quamuis formam determinantis -11, cuius termini exteri positiui, alicui ex his $xx + 11yy$, $2xx + 2xy + 6yy$, $3xx + 2xy + 4yy$, $3xx - 2xy + 4yy$ etc.

177. Problema. *Habetur series formarum, quarum quaeuis praecedenti a parte posteriori contigua: desideratur transformatio aliqua propria primae in formam quamcunque seriei.*

Solutio. Sint formae $(a,b,a') = F$; $(a', b', a'') = F'$; $(a'', b'', a''') = F''$; $(a''', b''', a^{\text{IV}}) = F'''$