aequatio $xx + pyy - qrzz = 0$ resolubilis esset contra obs. praec. Hinc etc.

IV. Si p est numerus primus formae $4n + 1$, q primus formae $4n + 3$, nequit simul esse pRq, qNp. Accipiatur numerus primus auxiliaris r formae $4n + 1$ qui sit non residuum vtriusque p, q. Tunc erit (per II) qNr et (per III) pNr; hinc $pqRr$; si itaque esset pRq, qNp, haberetur etiam $prNq$, $-prRq$; $qrRp$; quare aequatio $pxx - qyy + rzz = 0$ resolubilis esset, *Q. E. A.* — Hinc deriuantur casus 3 et 6 art. 131.

V. Designantibus p, q numeros primos formae $4n + 3$, nequit simul esse pNq, qNp. Supponendo enim fieri posse, et accipiendo numerum primum auxiliarem r formae $4n + 1$ qui sit non residuum vtriusque p, q erit $qrRp$, $prRq$; porro (per II) pNr, qNr, vnde $pqRr$ et $-pqRr$; hinc aequatio $-pxx - qyy + rzz = 0$ possibilis, contra obs. praec. Hinc deducitur casus 8 art. 131.

297. Demonstrationem praec. proprius contemplando quisque facile intelliget, casus I et II ita absolutos esse vt nihil obiici possit. At demonstrationes casuum reliquorum innituntur existentiae numerorum auxiliariorum, qua nondum demonstrata methodus manifesto omnem vim perdit. Quae suppositiones, etsi tam speciosae sint, vt minus attendenti demonstratione ne opus quidem habere videri possint, atque certe theorema demonstrandum ad maximum *probabilitatis* gradum euehant, tamen si rigor geometricus

desideretur, neutiquam gratuito sunt admittendae. Quod quidem attinet ad suppositionem in IV et V, exstare numerum primum r formae $4n + 1$, qui duorum aliorum primorum datorum p, q non residuum sit, e Sect. IV facile concluditur, omnes numeros ipso $4pq$ minores ad ipsumque primos (quorum multitudo est $2(p-1)(q-1)$) in quatuor classes aequaliter distribui, quarum vna contineat non residua vtriusque p, q, tres reliquae residua ipsius p non residua ipsius q, non residua ipsius p residua ipsius q, residua vtriusque p, q; et in singulis classibus semissem fore numeros formae $4n + 1$, semissem formae $4n + 3$. Habebuntur itaque inter illos $\frac{1}{4}(p-1)(q-1)$ non residua vtriusque p, q formae $4n + 1$, qui sint g, g', g'' etc.; numeri $\frac{7}{4}(p-1)(q-1)$ reliqui sint h, h', h'' etc. Manifesto omnes numeri in formis $4pqt + g$, $4pqt + g'$, $4pqt + g''$ etc. (G) contenti quoque erunt non residua ipsorum p, q formae $4n + 1$. Iam patet, ad suppositionem stabiliendam demonstrari tantummodo debere, sub formis (G) certo contineri *numeros primos*, quod sane iam per se valde plausibile videtur, quum hae formae vna cum his $4pqt + h$, $4pqt + h'$ etc. (H) omnes numeros ad $4pq$ primos adeoque etiam omnes numeros absolute primos (praeter 2, p, q) comprehendant, nullaque ratio adsit, quin numerorum primorum series inter illas formas aequaliter distributi sint, ita vt pars octaua referantur ad (G), reliqui ad (H). Attamen perspicuum est, tale ratiocinium a rigore geometrico longe abesse. Ill. Le Gendre ipse fatetur, demonstrationem theorematis, sub tali forma $kt + l$, designantibus

k, l numeros inter se primos datos, t indefinitum, certo contineri numeros primos, satis difficilem videri, methodumque obiter addigitat, quae forsan illuc conducere possit; multae vero disquisitiones praeliminares necessariae nobis videntur, antequam hacce quidem via ad demonstrationem rigorosam peruenire liceat. — — Circa aliam vero suppositionem (III, meth. secunda) dari numerum primum r formae $4n + 3$ cuius non residuum sit alius numerus primus datus p formae $4n + 1$, ill. Le Gendre nihil omnino adiecit. Supra demonstrauimus (art. 129), numeros primos quorum *N.R.* sit p certo dari, sed methodus nostra haud idonea videtur ad existentiam talium numerorum primorum *qui simul sint formae* $4n + 3$ ostendendam (vt hic requiritur neque vero in dem. nostra prima). Ceterum veritatem quidem huius suppositionis ita facile probare possumus. Per art. 287 dabitur genus positiuum formarum binariarum det. $- p$, cuius character 3, 4; Np; sit (a, b, c) talis forma atque a impar (quod supponere licet). Tum a erit formae $4n + 3$ atque vel ipse primus vel saltem factorem primum r formae $4n + 3$ implicabit. Erit autem $- pRa$, adeoque etiam $- pRr$, vnde pNr. At probe notandum est, propp. artt. 263, 287 theorematl fundamentali inniti, adeoque circulum vitiosum fore, si qua huius pars illis superstruatur. — — Denique suppositio in methodo prima II adhuc multo magis gratuita est, ita vt non opus sit plura de illa hic adiicere.

Liceat obseruationem addere circa casum V, qui per methodum praec. quidem non satis pro-