

$\mathfrak{C}_\gamma$  terminorum determinata sint, radicem [1] eatenus tantum definitam esse, vt aliqua ex  $\mathfrak{C}_\gamma$  radicibus in  $(\mathfrak{C}_\gamma, 1)$  contentis hoc signo denotari debeat; et perin omnino arbitrarium esse, quidnam ex  $\mathfrak{C}$  aggregatis ipsum  $(\mathfrak{C}_\gamma, 1)$  constituentibus per  $a$  designare velimus. Quodsi iam, aliquo aggregato determinato per  $a$  expresso supponatur fieri  $t = \mathfrak{E}$ , facile perspicietur, si postea aggregatum id, quod modo designabatur per  $b$ , per  $a$  denotare lubeat, ea quae antea erant  $c, d \dots a, b$  nunc fieri  $b, c \dots m, a$ , adeoque valorem ipsius  $t$  nunc  $= \frac{\mathfrak{E}}{R} = \mathfrak{E}R^{\mathfrak{C}-1}$ . Simili modo si per  $a$  id aggregatum exprimere placet quod ab initio erat  $c$ , valor ipsius  $t$  fiet  $= \mathfrak{E}R^{\mathfrak{C}-2}$ , et ita porro  $t$  cuicunque quantitatium  $\mathfrak{E}, \mathfrak{E}R^{\mathfrak{C}-1}, \mathfrak{E}R^{\mathfrak{C}-2}$  etc. aequalis censi potest, i. e. cuilibet radici aequ.  $x^{\mathfrak{C}} - T = 0$ , prout aliud aliudue aggregatum sub  $(\mathfrak{C}_\gamma, 1)$  contentum per  $(\gamma, 1)$  expressum supponatur. Q. E. D.

III. Postquam quantitas  $t$  hoc modo determinata est,  $\mathfrak{C} - 1$  alias inuestigare oportet, quae ex  $t$  prodeunt, si in eius expressione pro  $R$  successiue  $RR, R^3, R^4 \dots R^{\mathfrak{C}}$  substituuntur, puta  $t' = a + RRb + R^4c \dots + R^{2\mathfrak{C}-2}m$ ,  $t'' = a + R^3b + R^6c \dots + R^{3\mathfrak{C}-3}m$  etc. Vltima quidem iam habetur, quum manifesto fiat  $= a + b + c \dots + m = (\mathfrak{C}_\gamma, 1)$ ; reliquae vero sequenti modo erui possunt. Si per praecepta art. 345, simili modo vt  $t^{\mathfrak{C}}$  antea in I, productum  $t^{\mathfrak{C}-2}t'$  euoluitur, probabitur per methodum praecedenti prorsus analogam, quod inde prodeat ad formam talem  $\mathfrak{N} + \mathfrak{N}(\mathfrak{C}_\gamma, 1) + \mathfrak{N}'(\mathfrak{C}_\gamma, g) +$

$\mathcal{X}''(\mathcal{C}_y, gg)$  etc.  $= T'$  reduci posse, ita vt  $\mathcal{N}$ ,  $\mathcal{X}$ ,  $\mathcal{X}'$  etc. sint functiones rationales integrae ipsius  $R$ , adeoque  $T'$  quantitas nota, vnde habebitur  $t' = \frac{T'tt}{T}$ . Prorsus eodem modo, si ex euolutione producti  $t^{\mathcal{C}-3}t''$  prodire supponitur  $T''$ , haec expressio similem formam habebit et proin ex eius valore noto deriuabitur  $t''$  per aequationem  $t'' = \frac{T''t^3}{T}$ ; perinde  $t'''$  per aequationem talem inuenietur  $t''' = \frac{T'''t^4}{T}$  ita vt  $T'''$  sit quantitas nota etc.

Haec methodus non foret applicabilis, si fieri posset  $t = 0$ , vnde etiam esse deberet  $T = T' = T''$  etc.  $= 0$ ; sed probari potest hoc esse impossibile, etsi demonstrationem propter prolixitatem hoc loco suppressere oporteat. — Dantur etiam artificia peculiaris per quae fractiones  $\frac{T'}{T}$ ,  $\frac{T''}{T}$  etc. in functiones rationales *integras* ipsius  $R$  conuertere licet; nec non methodi breuiores pro eo casu vbi  $\alpha = 1$  valores ipsarum  $t'$ ,  $t''$  etc. eruendi, quae omnia hic silentio praeterire debemus.

IV. Denique simulac  $t$ ,  $t'$ ,  $t''$  etc. inuentae sunt, habebitur statim per obs. III art. praec.  $t + t' + t'' +$  etc.  $= \mathcal{C}a$ , vnde valor ipsius  $a$  notus erit, ex quo per art. 346 valores omnium reliquorum aggregatorum  $\gamma$  terminorum deriuari poterunt. — Valores ipsorum  $b$ ,  $c$ ,  $d$  etc. etiam per aequationes sequentes elici possunt, quarum ratio cuius attendenti facile patebit:  $\mathcal{C}b = R^{\mathcal{C}-1}t +$



$$R^{\epsilon-2}t' + R^{\epsilon-3}t'' + \text{etc.}, \quad \epsilon c = R^{2\epsilon-2}t + R^{2\epsilon-4}t' + R^{2\epsilon-6}t'' \text{ etc.}, \quad \epsilon d = R^{3\epsilon-3}t + R^{3\epsilon-6}t' + \text{etc. etc.}$$

Ex magno numero observationum ad disquisitionem praec. pertinentium hic vnam tantum attingimus. Quod attinet ad solutionem aequationis purae  $x^{\epsilon} - T = 0$ , facile patet,  $T$  in plerisque casibus valorem imaginarium  $P + iQ$  habere, vnde illa solutio partim a sectione anguli (cuius tangens  $= \frac{Q}{P}$ ) partim a sectione rationis (ynitatis ad  $\sqrt{(PP + QQ)}$ ) in  $\epsilon$  partes, vt constat, pendebit. Vbi valde mirabile est (quod tamen fusius hic non exsequimur), valorem ipsius  $\sqrt[\epsilon]{(PP + QQ)}$  semper *rationaliter* per quantitates iam notas exprimi posse, ita vt, praeter extractionem radicis quadraticeae, ad solutionem *sola* sectio anguli requiratur, e. g. pro  $\epsilon = 3$  sola trisectio anguli, quum pro plerisque aliis aequationibus cubicis, quarum radices omnes reales sunt, simul anguli et rationis trisectio euitari nequeat.

Tandem quum nihil obstat, quo minus statuamus  $\alpha = 1$ ,  $\gamma = 1$  adeoque  $\epsilon = n - 1$ : manifestum est, solutionem aequationis  $x^n - 1 = 0$  statim reduci posse ad solutionem aequationis purae  $n - 1^{\text{ti}}$  gradus  $x^{n-1} - T = 0$ , vbi  $T$  per radices aequationis  $x^{n-1} - 1 = 0$  determinabitur. Vnde adiumento observationis modo factae colligitur, sectionem circuli integri in  $n$  partes requirere 1<sup>o</sup> sectionem circuli integri in  $n - 1$  partes, 2<sup>o</sup> sectionem alius arcus, qui illa sectione facta construi potest, in  $n - 1$  partes, 3<sup>o</sup> extractionem vnus radicis quadraticeae, et quidem ostendi potest, hanc semper esse  $\sqrt{n}$ .