cessario ad aliquem e valoribus remanentibus pertinere debere, et quidem ad vnicum tantum. Quare hi valores successiue sunt percurrendi, repraesentationesque ad singulos pertinentes inuestigandae. Vt inueniantur repraesentationes ad valorem *datum* (B, B') pertinentes, primo determinanda est forma ternaria $g = \begin{pmatrix} a, & a', & a'' \\ b, & b', & b'' \end{pmatrix}$, cuius determinans $= \Delta$ et in qua $a = p$, $b'' = q$, $a' = r$, $ab - b'b'' = B$, $a'b' - bb'' = B'$; valores ipsorum a'', b, b' hinc inueniuntur adiumento aequationum in II art. 276, ex quibus facile perspicitur, in eo casu vbi Δ, D inter se primi sint, b, b', a'' necessario fieri integros (nempe quoniam hi tres numeri, multiplicati tum per D tum per Δ integros producunt). Iam si vel aliquis coëfficientium b, b', b'' fractus est, vel formae f, g non sunt aequiualentes: nullae repraesentationes formae φ per f ad (B, B') pertinentes dari possunt; si vero b, b', a'' sunt integri, formaeque f, g aequiualentes, quaeuis transformatio illius in hanc, vt

$$\begin{matrix} \alpha, & \beta, & \gamma \\ \alpha', & \beta', & \gamma' \\ \alpha'', & \beta'', & \gamma'' \end{matrix}$$

talem repraesentationem suppeditat, puta $x = \alpha t + \beta u$, $x' = \alpha' t + \beta' u$, $x'' = \alpha'' t + \beta'' u$; manifestoque nulla huiusmodi repraesentatio exstare poterit, quae non ex aliqua transformatione deduci posset. Hoc itaque modo ea problematis secundi pars, quae inuestigat repraesentationes *proprias*, ad problema tertium iam est reducta.

IV. Ceterum transformationes diuersae formae f in g semper producunt repraesentationes diuersas, eo solo casu excepto, vbi valor (B, B') sibi ipsi oppositus est, in quo binae transformationes vnicam semper repraesentationem suppeditant. Supponendo enim, f transire in g etiam per substitutionem

$$\begin{matrix} \alpha, & \beta, & \delta \\ \alpha', & \beta', & \delta' \\ \alpha'', & \beta'', & \delta'' \end{matrix}$$

(quae eandem repr. praebet vt transf. praec.), denotandoque per k, $\mathfrak{k}$, ζ, η numeros eosdem vt in II art. praec., erit $B = k\mathfrak{k}B + \eta\mathfrak{k}D$, $B' = k\mathfrak{k}B' + \zeta\mathfrak{k}D$; si itaque vel vterque k, $\mathfrak{k}$ supponitur $= +1$, vel vterque $= -1$, erit (quia casum $D = 0$ exclusimus) $\zeta = 0$, $\eta = 0$, vnde facile sequitur $\delta = \gamma$, $\delta' = \gamma'$, $\delta'' = \gamma''$; quare illae duae transformationes in eo solo casu diuersae esse possunt, vbi alter numerorum k, $\mathfrak{k}$ est $+1$, alter -1; tunc erit $B \equiv -B$, $B' \equiv -B'$ (mod. D), siue valor (B, B') sibi ipsi oppositus.

V. Ex iis, quae supra (art. 271) de criteriis formarum definitarum et indefinitarum tradidimus, facile sequitur, si Δ sit positiuus, D negatiuus, atque φ forma negatiua, g fieri formam definitam negatiuam; si vero Δ sit positiuus, atque vel D positiuus, vel D negatiuus et φ forma positiua, g euadere formam indefinitam. Iam quum f, g certo aequiualentes esse nequeant, nisi respectu huius qualitatis similes sint, manifestum est, formas binarias determinantis positiui nec non positiuas, per ternariam negatiuam proprie repraesentari non posse, neque formas binarias negatiuas per ternariam indefinitam determinantis positiui; sed per formam ternariam prioris posteriorisue speciei vnice binarias posterioris priorisue resp. Simili modo concluditur, per formam ternariam determinantis negatiui definitam (i. e. positiuam) vnice repraesentari binarias positiuas, per indefinitam vnice negatiuas et formas det. positiui.

284. Quum repraesentationes *impropriae* formae binariae φ determinantis D per ternariam f, cui adiuncta est F, eae sint, ex quibus repraesentationes impropriae numeri D per formam F sequuntur, φ per f manifesto nequit improprie repraesentari, nisi D factores quadratos implicet. Ponamus, omnia quadrata ipsum D metientia (praeter 1) esse ee, $e'e'$, $e''e''$ etc. (quorum multitudo finita erit, quia supponimus, non esse $D = 0$), praebebitque quaelibet repr. impr. formae φ per f repraesentationem numeri D per F, in qua valores indeterminatarum aliquem e numeris e, e', e'' etc. pro diuisore communi maximo habebunt; hoc respectu breuitatis caussa quamuis repr. impr. formae φ ad diuisorem quadratum ee vel $e'e'$ vel $e''e''$ etc. *pertinere* dicemus. Iam omnes repr. formae φ ad eundem diuisorem quadratum *datum* ee (cuius radicem e positiue acceptam supponimus) pertinentes per regulas sequentes inueniuntur, ex quarum demonstratione synthetica, propter breuitatem hic praeferenda, analysis per quam euolutae sunt facile restitui poterit.