# Auction For Complements

小川慶将

December 15, 2014

# 発表の流れ

**前回の復習**

- シングルオークション
- ダブルオークション

**複数財オークション**

- 複数財オークションとは
- Let's 実験
- 実験デザイン比較

**まとめ**

- 結論
- 今後の課題
- 参考文献

# シングルオークションとは

- 主に４種に分類される。
  - イングリッシュ・オークション（価格上昇オークション）
  - ダッチ・オークション（価格下落オークション）
  - ファーストプライス封印オークション
  - セカンドプライス封印オークション

# ダブルオークションとは

- 売り手も買い手も複数人存在する市場。
  株取引などで使われる。

# ダブルオークションとは

- 売り手も買い手も複数人存在する市場。
  株取引などで使われる。
- 前回未完成だったプログラムが完成しました。
  けど日本語に不備あり。笑

# 複数財オークションとは

- 今までのオークションと違って異種複数財を扱うオークション。財 1 と財 2 を一緒に買うことで相乗効果が生まれたりする。

# 複数財オークションとは

- 今までのオークションと違って異種複数財を扱うオークション。財 1 と財 2 を一緒に買うことで相乗効果が生まれたりする。
- 遊戯王のエグゾディアとかそれなのか？ 笑

# 実験開始

- とりあえずまず実験してみよう。

# 実験デザインの種類

- 複数財オークションにおいて主に 4 つの実験デザインがある。

# 実験デザインの種類

- 複数財オークションにおいて主に 4 つの実験デザインがある。
  - The First Price Auction

# 実験デザインの種類

- 複数財オークションにおいて主に 4 つの実験デザインがある。
  - The First Price Auction
  - Vickrey Auction

# 実験デザインの種類

- 複数財オークションにおいて主に 4 つの実験デザインがある。
  - The First Price Auction
  - Vickrey Auction
  - The Vickrey Nearest Rule

# 実験デザインの種類

- 複数財オークションにおいて主に 4 つの実験デザインがある。
  - The First Price Auction
  - Vickrey Auction
  - The Vickrey Nearest Rule
  - The Reference Rule Auction

# 実験デザインの種類

- 複数財オークションにおいて主に 4 つの実験デザインがある。
  - The First Price Auction
  - Vickrey Auction
  - The Vickrey Nearest Rule
  - The Reference Rule Auction
- 今回は FP と VA と RR で実験を行った。

# The First Price Auction

- 自分が出したビッド額がそのまま自分が払う価格になる。

# The First Price Auction

- 自分が出したビッド額がそのまま自分が払う価格になる。
- 数式で表す以下の通り。

$$P^{FP}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (b_{i1}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_j) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{1}$$

# The First Price Auction

- 自分が出したビッド額がそのまま自分が払う価格になる。
- 数式で表す以下の通り。

$$P^{FP}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (b_{i1}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_j) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{1}$$

- 例：(200, 300, 400) のとき I1-type が 200 円、I2-type が 300 円で落札する。

# The First Price Auction

- 自分が出したビッド額がそのまま自分が払う価格になる。
- 数式で表す以下の通り。

$$P^{FP}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (b_{i1}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_j) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{1}$$

- 例：(200, 300, 400) のとき I1-type が 200 円、I2-type が 300 円で落札する。
- 最適反応は相手のビッド額のちょっと上をビッドすること。

# The First Price Auction

- 自分が出したビッド額がそのまま自分が払う価格になる。
- 数式で表す以下の通り。

$$P^{FP}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (b_{i1}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_j) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{1}$$

- 例：(200, 300, 400) のとき I1-type が 200 円、I2-type が 300 円で落札する。
- 最適反応は相手のビッド額のちょっと上をビッドすること。
- 真の評価額を引き出して売り手の収益を最大にするデザインが欲しい！

# Vickrey Auction

- 自分が払う価格は自分のビッド額から余剰の増加分を引いた価格になる。

# Vickrey Auction

- 自分が払う価格は自分のビッド額から余剰の増加分を引いた価格になる。
- 例：(200, 300, 400) のとき
  I1-type が存在していなければ (0, 300, 400) で 400 円分の余剰が生まれるが、
  I1-type の存在で 500 円分の余剰が生まれて 100 円分増える。
  この 100 円分の余剰は I1-type の存在のおかげだから I1-type の利益にしてよいとして、自分のビッド額から余剰の増加分を差し引いた値、つまり 200-100=100 円が価格となる。

# Vickrey Auction

- 数式で表すと以下の通り。

$$P^{VA}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (VP_{i1}, VP_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{2}$$

$$VP_{i1} = max[(b_j - b_{i2}, 0)] \tag{3}$$

$$VP_{i2} = max[(b_j - b_{i1}, 0)] \tag{4}$$

# Vickrey Auction

- 数式で表すと以下の通り。

$$P^{VA}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (VP_{i1}, VP_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \quad (2)$$

$$VP_{i1} = max[(b_j - b_{i2}, 0)] \quad (3)$$

$$VP_{i2} = max[(b_j - b_{i1}, 0)] \quad (4)$$

- 価格が自分のビッド額に依存しないので理論上真の評価額を明らかにさせうる！

# Vickrey Auction

- 数式で表すと以下の通り。

$$P^{VA}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (VP_{i1}, VP_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{2}$$

$$VP_{i1} = max[(b_j - b_{i2}, 0)] \tag{3}$$

$$VP_{i2} = max[(b_j - b_{i1}, 0)] \tag{4}$$

- 価格が自分のビッド額に依存しないので理論上真の評価額を明らかにさせうる！
- しかし、収入減少 (outside the core) や連携の可能性もあるので価格設定において問題あり？

# Core とは？

- 例：(200, 300, 400) のとき価格は (100, 200, 0) で決まる。

# Core とは？

- 例：(200, 300, 400) のとき価格は (100, 200, 0) で決まる。
- J-type が 400 円で買いたいと言っているのに、売り手は I1-type と I2-type に売り 300 円しか得ていない。

# Core とは？

- 例：(200, 300, 400) のとき価格は (100, 200, 0) で決まる。
- J-type が 400 円で買いたいと言っているのに、売り手は I1-type と I2-type に売り 300 円しか得ていない。
- この状況において、売り手が J-type に 350 円払うなら財 1・2 を売ってあげると密約を交わすと、売り手は 50 円の得、J-type も 50 円の得をすることが出来る。

# Core とは？

- 例：(200, 300, 400) のとき価格は (100, 200, 0) で決まる。
- J-type が 400 円で買いたいと言っているのに、売り手は I1-type と I2-type に売り 300 円しか得ていない。
- この状況において、売り手が J-type に 350 円払うなら財 1・2 を売ってあげると密約を交わすと、売り手は 50 円の得、J-type も 50 円の得をすることが出来る。
- このように誰かが結託することにより結託したメンバー全員の利潤が増えうる価格状態をコアの外にあるという。

# Core とは？

- 数式で表すと以下の通り。

$$(p_{i1}, p_{i2}) \in \{(x, y) | x + y \geqq b_j, x \in [0, b_{i1}], y \in [0, b_{i2}]\} \tag{5}$$

# Core とは？

- 数式で表すと以下の通り。

$$(p_{i1}, p_{i2}) \in \{(x, y) | x + y \geqq b_j, x \in [0, b_{i1}], y \in [0, b_{i2}]\} \qquad (5)$$

- MRC とは'minimum revenue core' の略。

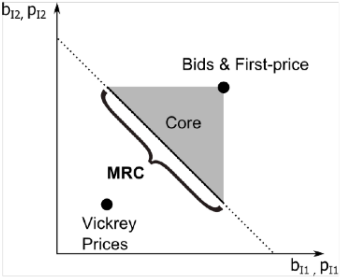


Figure 1. Vickrey prices, First–price payments and the MRC

# Core に属するために

- じゃあ、コアに属するように真の評価額を引き出すためにはどうすれば良いのか？

# Core に属するために

- じゃあ、コアに属するように真の評価額を引き出すためにはどうすれば良いのか？

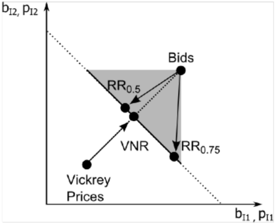


Figure 2. Vickrey Nearest, and Reference Rule with $\alpha = 0.5$ and $\alpha = 0.75$

- The Vickrey Nearest Rule : VP をもとにコアを決定。
- The Reference Rule Auction : $b_j$ をもとにコアを決定。

# The Vickrey Nearest Rule

- VP に最も近い MRC 上の点を価格とする。
- 数式で表すと以下の通り。

$$P^{VNR}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (s_{i1}, s_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j, and \\ & s_{i1}, s_{i2} > 0) \\ (b_j, 0, 0) & (b_{i1} <= b_j + b_{i2}) \\ (0, b_j, 0) & (b_{i2} <= b_j + b_{i1}) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{6}$$

$$s_{i1} = (1/2)(b_{i1} + b_j - b_{i2}) \tag{7}$$

$$s_{i2} = (1/2)(b_{i2} + b_j - b_{i1}) \tag{8}$$

# The Reference Rule Auction

- パラメーター $\alpha$ によって MRC 上で価格を決める。
- 数式で表すと以下の通り。

$$P^{RR}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (r_{i1}, r_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j, and \\ & r_{i1} < b_{i1}, and, r_{i2} < b_{i2}) \\ (b_j - b_{i2}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j, and \\ & r_{i1} < b_{i1}, and, r_{i2} > b_{i2}) \\ (b_{i1}, b_j - b_{i1}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} >= b_j, and \\ & r_{i1} > b_{i1}, and, r_{i2} < b_{i2}) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \tag{9}$$

$$r_{i1} = \alpha b_j \tag{10}$$

$$r_{i2} = (1 - \alpha) b_j \tag{11}$$

# どれが 1 番良いのか？

- Revenue, Surplus, Efficiency という 3 つの観点で比較する。

# どれが 1 番良いのか？

- Revenue, Surplus, Efficiency という 3 つの観点で比較する。
- 理論上、Ausubel and Baranov(2010) によって、revenue ranking は

# どれが 1 番良いのか？

- Revenue, Surplus, Efficiency という 3 つの観点で比較する。
- 理論上、Ausubel and Baranov(2010) によって、revenue ranking は
  1 位 VickreyAuction
  2 位 FirstPrice
  3 位 VNR, RR(0.50)
  らしい。

# どれが 1 番良いのか？

- Revenue, Surplus, Efficiency という 3 つの観点で比較する。
- 理論上、Ausubel and Baranov(2010) によって、revenue ranking は
  1 位 VickreyAuction
  2 位 FirstPrice
  3 位 VNR, RR(0.50)
  らしい。
- さて本当なのかどうか。

# どれが 1 番良いのか？

- Revenue, Surplus, Efficiency という 3 つの観点で比較する。
- 理論上、Ausubel and Baranov(2010) によって、revenue ranking は
  1 位 VickreyAuction
  2 位 FirstPrice
  3 位 VNR, RR(0.50)
  らしい。
- さて本当なのかどうか。
- 先ほど行った実験のデータで調べてみる。

# 論文でのデータ

Table 1: Revenue, Efficiency and Surplus Summary

| | Vickrey [N=140] | FirstPrice [N=140] | VNR [N=140] | RR(0.50) [N=140] | RR(0.75) [N=140] |
|---|---|---|---|---|---|
| revenue | 67.6 (56.9) | 91.5 (37.1) | 68.2 (41.2) | 77.0 (42.3) | 71.1 (46.3) |
| surplus | 44.1 (67.6) | 29.8 (28.1) | 57.9 (39.1) | 48.9 (49.3) | 46.7 (49.6) |
| efficiency | 88.9 (22.2) | 97.5 (8.4) | 97.7 (9.1) | 94.9 (13.8) | 95.1 (12.8) |

Means reported, standard deviation below.

# 論文でのデータ

Table 1: Revenue, Efficiency and Surplus Summary

| | Vickrey [N=140] | FirstPrice [N=140] | VNR [N=140] | RR(0.50) [N=140] | RR(0.75) [N=140] |
|---|---|---|---|---|---|
| revenue | 67.6 (56.9) | 91.5 (37.1) | 68.2 (41.2) | 77.0 (42.3) | 71.1 (46.3) |
| surplus | 44.1 (67.6) | 29.8 (28.1) | 57.9 (39.1) | 48.9 (49.3) | 46.7 (49.6) |
| efficiency | 88.9 (22.2) | 97.5 (8.4) | 97.7 (9.1) | 94.9 (13.8) | 95.1 (12.8) |

Means reported, standard deviation below.

- FirstPrice が 1 番高い収入をもたらす！！

# 結論

- 世の中で広く扱われている FirstPriceAuction。

# 結論

- 世の中で広く扱われている FirstPriceAuction。
- しかし、これは効率性を損なっているのではないかとの批判も多い制度でもある。

# 結論

- 世の中で広く扱われている FirstPriceAuction。
- しかし、これは効率性を損なっているのではないかとの批判も多い制度でもある。
- 普通のオークションはこれでもいいけど、高い値段でのオークションは別の実験デザインに変更してちゃんと考えてみたほうが良いのでは？ という意見も多々ある。

# 結論

- 世の中で広く扱われている FirstPriceAuction。
- しかし、これは効率性を損なっているのではないかとの批判も多い制度でもある。
- 普通のオークションはこれでもいいけど、高い値段でのオークションは別の実験デザインに変更してちゃんと考えてみたほうが良いのでは？ という意見も多々ある。
- しかし、この論文において今まで理論上捉えられていた Revenue-ranking を覆し、FirstPriceAuction は実はかなり優秀な制度であることを証明した！

# 結論

- 世の中で広く扱われている FirstPriceAuction。
- しかし、これは効率性を損なっているのではないかとの批判も多い制度でもある。
- 普通のオークションはこれでもいいけど、高い値段でのオークションは別の実験デザインに変更してちゃんと考えてみたほうが良いのでは？ という意見も多々ある。
- しかし、この論文において今まで理論上捉えられていた Revenue-ranking を覆し、FirstPriceAuction は実はかなり優秀な制度であることを証明した！
- みなさんもこのシンプルかつ優れている FirstPriceAuction を使いましょう！

# 今後の課題

- willow の使い方が一目で分かるような簡潔で美しいコードを書く。（公共財供給ゲーム）

# 今後の課題

- willow の使い方が一目で分かるような簡潔で美しいコードを書く。（公共財供給ゲーム）
- Pandas を使ったデータ分析プログラムをセットで作っておく。

# 今後の課題

- willow の使い方が一目で分かるような簡潔で美しいコードを書く。（公共財供給ゲーム）
- Pandas を使ったデータ分析プログラムをセットで作っておく。
- 人が足りない時にコンピューターが相手をしてくれるようにコード内にエージェントを組み込む。

# 参考文献


- 『Auction For Complements - An Experimental Analysis』(Daniel Marszalec,2014)
URL : http://www.cirje.e.u-tokyo.ac.jp/research/workshops/micro/micropaper14/micro1021.pdf