3. Campos Eléctrico e Magnético

Índice

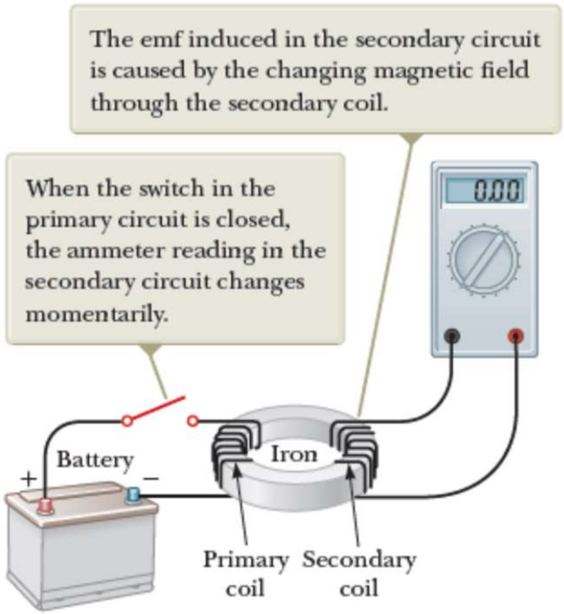
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Em 1831, as experiências realizadas por Michael Faraday em Inglaterra e Joseph Henry nos E.U.A. mostraram que uma f.e.m. pode ser induzida num circuito por um campo magnético variável

Michael Faraday
(1777-1851)

Joseph Henry
(1777-1851)

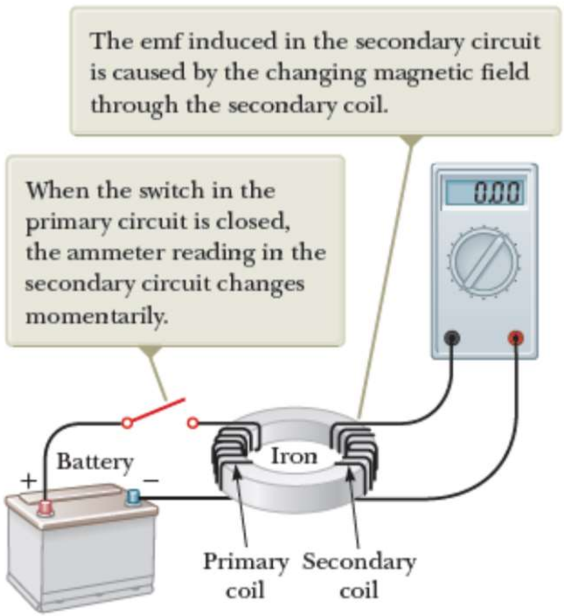


A experiência de Faraday
Circuito primário: fio enrolado (bobine) num anel de ferro para ampliar o campo B produzido pela corrente que está ligado a uma bateria
circuito secundário: fio enrolado (bobine) no anel e ligado a um galvanómetro

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

- O interruptor é fechado, o galvanómetro no circuito secundário deflete numa direcção e volta para zero
- O interruptor é aberto, o galvanómetro deflete na direcção oposta e novamente volta para zero
- O galvanómetro está no zero quando existe uma corrente estacionária no circuito primário
- Não há fontes ligadas ao circuito secundário



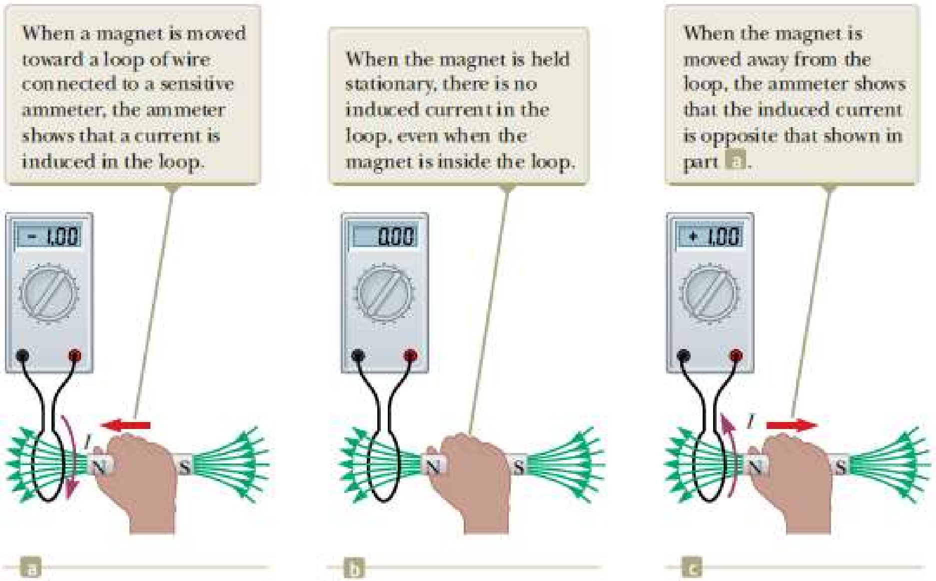
Faraday concluiu
Uma corrente eléctrica é induzida no circuito secundário por um campo magnético variável
A corrente induzida só existe enquanto o campo magnético variar. Quando campo magnético atinge um regime estacionário a corrente desaparece
É a mudança do campo que gera a corrente, não é apenas a existência do campo

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Outra experiência que mostra a que uma f.e.m. pode ser induzida por um campo magnético variável

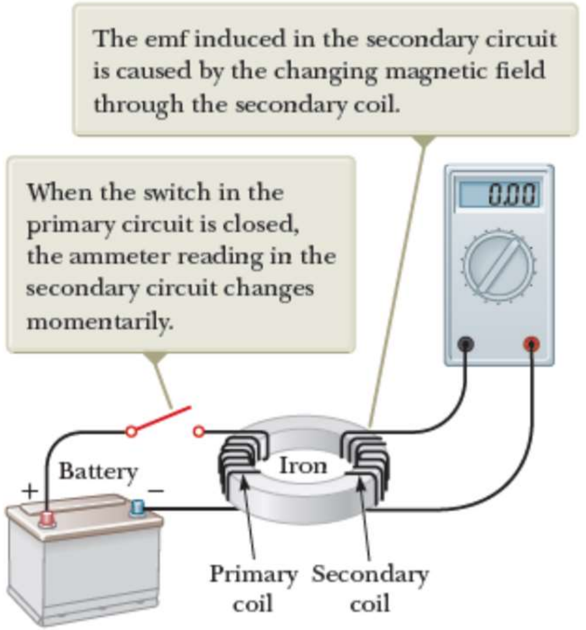
- Uma espira condutora é ligada a um amperímetro
- Quando um íman é aproximado da espira observamos uma corrente negativa.
- Quando o íman é afastado, a corrente no amperímetro muda para positiva
- Quando o íman está em repouso não há corrente

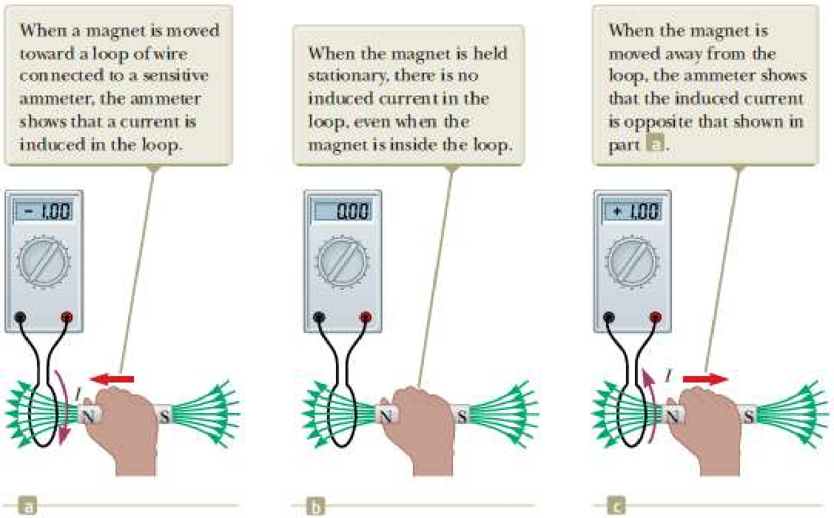


- Mas se o íman estiver em repouso e a espira se mover também aparece uma corrente na espira
- A espira detecta o movimento do íman relativamente a si própria e esta detecção está relacionada com um campo magnético variável

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética





Estas experiências têm algo em comum

Em ambos os casos uma f.e.m. é induzida numa espira *quando o fluxo do campo magnético através da área limitada pela espira varia no tempo*

Esta é lei de Faraday da indução e a sua expressão matemática é

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

onde

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

é o fluxo magnético através da espira

7. Indução electromagnética - Fluxo

O que é o fluxo do campo magnético?
Tal como no caso do caso do fluxo do campo eléctrico o fluxo através de um elemento de superfície é $d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{A}$ de modo que o fluxo magnético total através da superfície é

$$\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

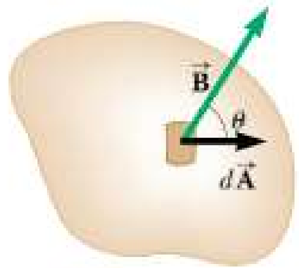


Figure 30.19 The magnetic flux through an area element dA is $\vec{\mathbf{B}} \cdot d\vec{\mathbf{A}} = B\,dA\cos\theta$, where $d\vec{\mathbf{A}}$ is a vector perpendicular to the surface.

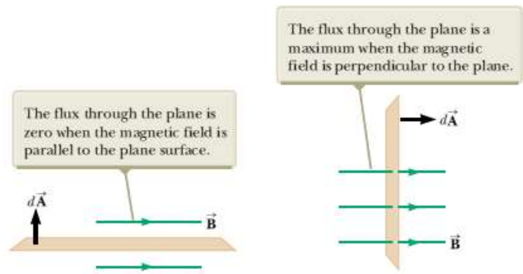
Consideremos o caso particular de uma superfície plana de área A num campo $\vec{B}$ uniforme em toda a superfície plana. Temos

$$\Phi_B = BA\cos\theta$$

O fluxo é máximo $\Rightarrow \vec{B} \parallel \vec{A}$ ou $\vec{B} \perp plano$

Unidades S.I. $\quad (\Phi_B) = \mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$ ou Wb (weber)

$$1\mathrm{Wb} = 1\mathrm{T} \cdot \mathrm{m}^2$$

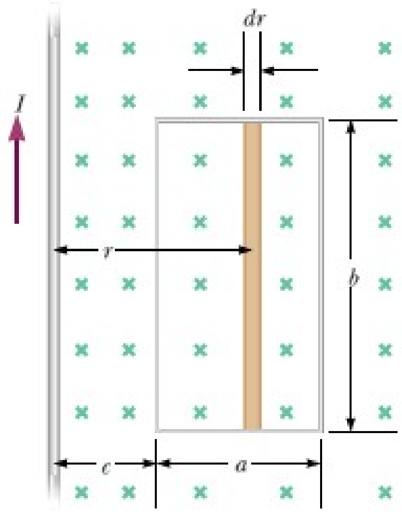


3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética - Fluxo

Exemplo:

Consideremos uma espira rectangular de lados a e b colocada a uma distância c de um fio longo que transporta uma corrente I. O fio é paralelo ao lado b da espira. Calcular o fluxo magnético que atravessa a espira



Resolução

As linhas de campo magnético do fio são círculos concêntricos com o fio e atravessam a espira na perpendicular à área da espira $\Rightarrow \vec{B} \parallel d\vec{A} \rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{A} = BdA$

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{A} = BdA$$

Como $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ é igual em todos os pontos à distância $r \Rightarrow dA = b\,dr$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int_c^{c+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\, b\, dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{c}\right) \;\; (\mathrm{Wb})$$

- O fluxo depende da área da espira
- Se a, b e c são constantes, o fluxo através da área da espira é constante se $I = constante$

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Se tivermos N espiras (bobine) da mesma área e Φ_B é o fluxo através de uma espira, uma f.e.m. é induzida em cada espira. Então as espiras estão ligadas em série e as f.e.m. somam-se e a f.e.m. induzida total é

$$\boxed{\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

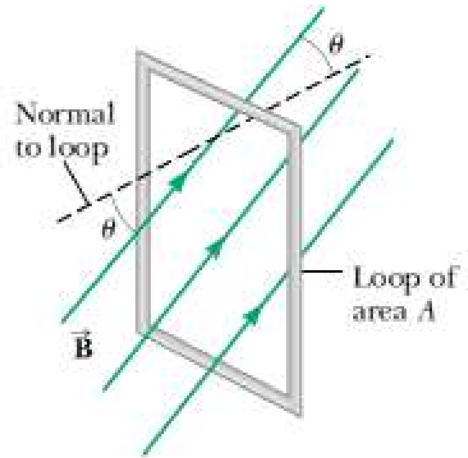
onde o sinal negativo tem um significado físico muito importante e será abordado mais adiante (lei de Lenz).

Espira rectangular plana num campo uniforme.

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

A f.e.m. pode ser induzida se

- B varia no tempo - $B(t)$
- A área limitada pela espira varia no tempo - $A(t)$
- O ângulo entre $\vec{B}$ e $\vec{A}$ varia no tempo - $\theta(t)$
- Qualquer combinação das variações anteriores



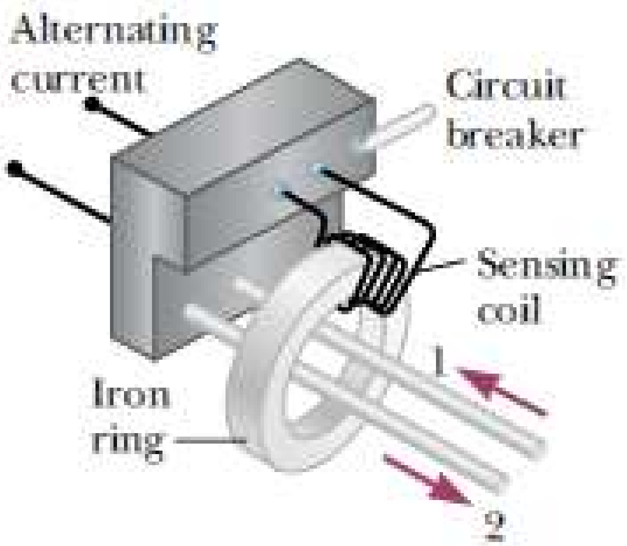
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

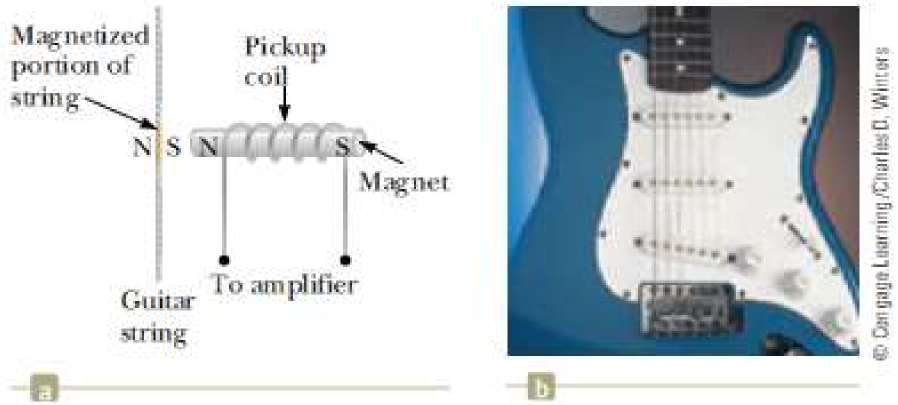
Aplicações da lei de Faraday

$$\boxed{\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

Protecção de terra



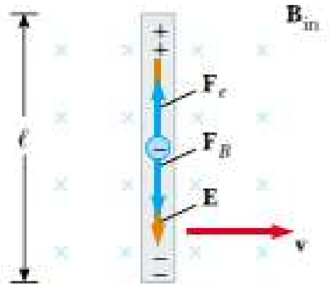
Captador de som numa guitarra eléctrica



3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Movimento de condutores em campo magnético uniforme



Consideremos uma barra metálica de comprimento L com velocidade de translacção $\vec{v}$ sob a acção do campo $\vec{B}$ dirigido para a página, como no esquema ao lado

Os electrões do condutor sofrem acção da força

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Esta força promove a separação de cargas no interior da barra, criando um campo eléctrico no seu interior
- Os electrões movem-se para a extremidade inferior, ficando um excesso de carga positiva na outra extremidade
- As cargas acumulam-se nas extremidades até ao equilíbrio

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = 0 \implies qvB = qE \implies E = vB$$

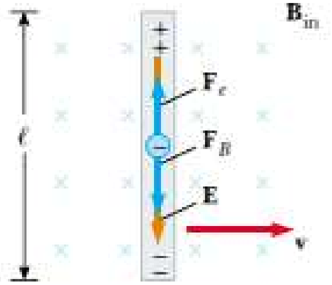
- Como o campo $\vec{E}$ é constante, a d.d.p. entre as extremidades do condutor é

$$V = EL$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

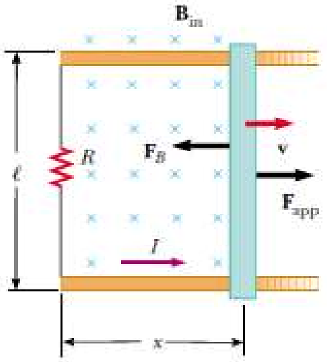
Movimento de condutores em campo magnético uniforme



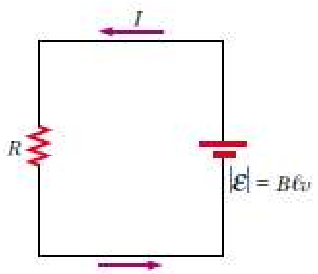
$$V = EL = BLv$$

com o potencial positivo na extremidade superior

- Uma d.d.p. é mantida no condutor enquanto existir movimento na região do campo magnético
- A polaridade de V é invertida se $\vec{v}$ for também invertida



(a)



Se o condutor fizer parte de um circuito fechado → correntes eléctricas

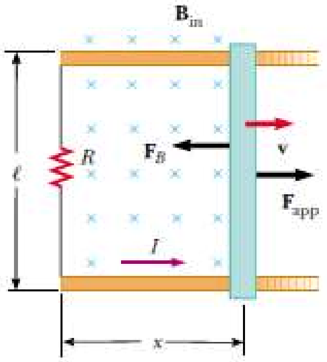
Agora colocamos a barra em contacto com dois fios condutores paralelos num circuito fechado

- a resistência eléctrica da barra é nula
- a resistência da parte fixa do circuito é R
- o movimento da barra não tem atrito mecânico

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

- Aplicamos de um campo constante $\vec{B}$ perpendicular ao plano do circuito
- Aplicamos uma força exterior na barra $\vec{F}_{app}$ e a barra desloca-se com velocidade $\vec{v}$
- O deslocamento induz uma d.d.p. ao longo da barra o que dá origem a uma corrente eléctrica induzida I pois as cargas podem mover-se em circuito fechado



(a)

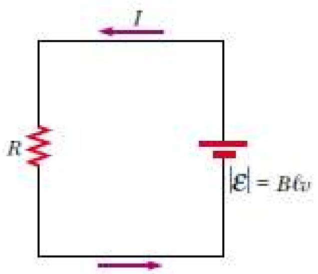
- Neste caso a área do circuito é $A = Lx$ e o fluxo magnético que atravessa a área limitada pelo circuito é

$$\Phi_B = BLx$$

- Usando a lei de Faraday, $v = \frac{dx}{dt}$ e a lei de Ohm resulta

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BLx) = -BLv \;\Rightarrow\; I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{BLv}{R}$$

Na figura ao lado está representado o esquema equivalente. A polaridade de $\mathcal{E}$ é explicada mais adiante.



Qual é o balanço de energia neste processo?

7. Indução electromagnética

Qual é o balanço de energia neste processo?

Dado que não existe bateria (fonte) qual é a origem da corrente e da energia fornecida à resistência?

- A força $\vec{F}_{app}$ realiza trabalho sobre a barra condutora → movimento de cargas num campo magnético
- Este movimento gera um campo eléctrico → cargas movem-se com a velocidade de arrastamento → corrente eléctrica
- A força magnética do campo sobre a corrente induzida na barra é $F_B = ILB$
- Se a velocidade da barra é constante ⇒ $\vec{F}_B + \vec{F}_{app} = 0 \quad \rightarrow \; F_{app} = ILB$ e a potência fornecida pela $\vec{F}_{app}$ é

$$P = \vec{F}_{app} v = ILB\; v = \frac{BLv}{R}\; LB\; v = \frac{(BLv)^2}{R} = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \quad \rightarrow \quad P = I\mathcal{E}$$

Esta é a potência dissipada na resistência em acordo com o princípio de conservação da energia é igual à potência fornecida pela fonte (o trabalho fornecido é igual à variação da energia interna da resistência $W = \Delta E_{int}$)

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

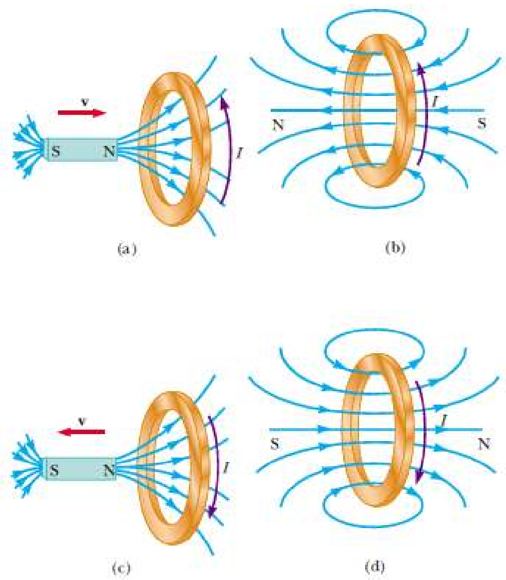
Lei de Lenz

Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-1865)

A lei de Faraday indica que a f.e.m. induzida e a variação do fluxo têm sinais opostos.

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}}$$

Em 1834 Lenz introduziu a interpretação física
A polaridade da f.e.m. induzida é tal que a corrente induzida produz um campo que contraria sempre a variação do fluxo



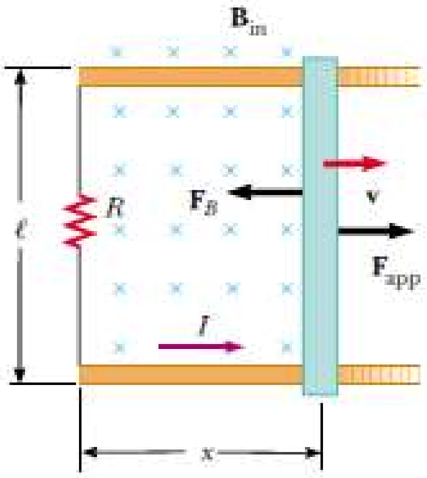
Quando o íman se aproxima da espira em repouso o campo aumenta $\Rightarrow$ o fluxo aumenta $\Rightarrow$ a corrente induzida cria um campo induzido que gera um fluxo oposto à variação inicial $\Rightarrow$ campo induzido tem o sentido oposto do campo do íman

Quando o íman se afasta, o campo diminui $\Rightarrow$ o fluxo diminui $\Rightarrow$ a corrente induzida cria um campo induzido que gera um fluxo oposto à variação inicial $\Rightarrow$ o campo induzido tem o mesmo sentido que o campo do íman

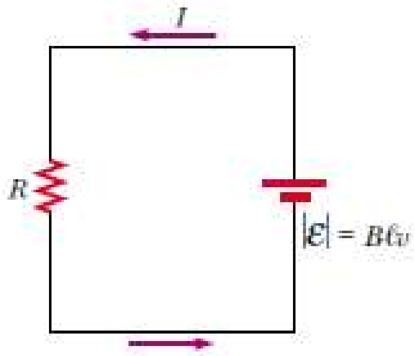
7. Indução electromagnética

Lei de Lenz

A polaridade da f.e.m. induzida é dada pela lei de Lenz



(a)

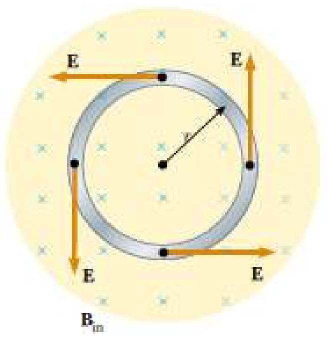


- A força exterior desloca a barra para a direita de modo a aumentar a área do circuito
- O fluxo aumenta $\Phi_B = BLx$ (x cresce)
- Corrente induzida cria um campo induzido que contraria este aumento de fluxo
- Campo induzido tem que ter o sentido oposto ao campo aplicado
- Corrente tem de circular no sentido retrógrado (figura ao lado)
- O circuito eléctrico equivalente é representado com uma f.e.m. com a polaridade que gera a corrente induzida

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

F.E.M. induzida e campos eléctricos



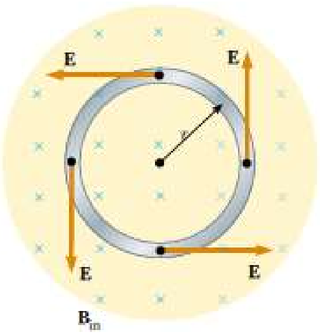
De acordo com a lei de Faraday uma f.e.m. é induzida no interior do condutor devido à variação do fluxo magnético através da área limitada pelo circuito

Como no nosso estudo as correntes são devidas a campos eléctricos, podemos afirmar que a corrente induzida é criada por um campo eléctrico induzido

- Consideremos o caso de uma espira fina condutora de raio r situada num campo $\vec{B}$ uniforme ⊥ ao plano da espira.
- B varia no tempo $B = B(t)$ mas a sua direcção mantém-se
- Então $\qquad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$
- É induzido um campo eléctrico $\vec{E}$ que deve ser tangente à espira pois é o sentido do movimento das cargas e igual em todos os pontos do circuito (doutro modo I não seria uniforme)

7. Indução electromagnética

F.E.M. induzida e campos eléctricos



- O trabalho realizado ao mover uma pequena carga q ao longo do circuito é $W = q\mathcal{E}$
- Como $\vec{F}_E = q\vec{E}$
- o trabalho realizado pelo campo eléctrico para mover esta carga ao longo de toda a espira é $q\mathcal{E} = qE(2\pi r)$

donde $E = \dfrac{\mathcal{E}}{2\pi r}$

Como $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$ e $\Phi_B = B\pi r^2$

$$E\ 2\pi r = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

ou, de uma forma geral, a lei de Faraday poder escrever-se

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

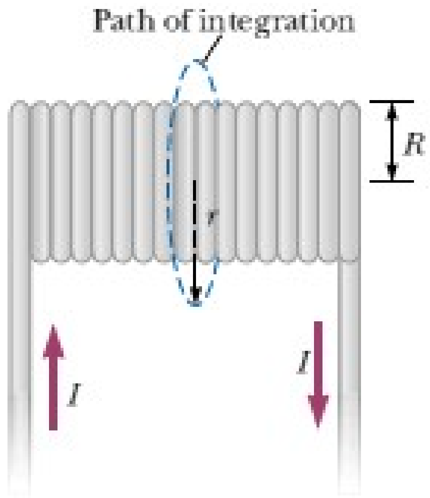
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Exemplo:

Campo eléctrico induzido por um campo magnético variável fora e dentro de um solenóide com $L \gg R$

A corrente no solenóide é $I = I_{máx}\cos(\omega t)$, onde ω é a frequência angular da corrente alternada.



Resolução

Consideremos um ponto externo ao solenóide e o caminho de integração circular de raio r centrado com o solenóide. Como o campo $\vec{B}$ é perpendicular à área limitada pelo caminho, temos

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\pi R^2) = -\pi R^2\frac{dB}{dt}$$

B é o campo criado pelo solenóide $\qquad B = \mu_0 n I = -\mu_0 n\, I_{máx}\cos(\omega t)$

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi R^2\mu_0 n\frac{d}{dt}[\,I_{máx}\cos(\omega t)] = \pi R^2\mu_0 n I_{máx}\omega\sin(\omega t)$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \;\rightarrow\; E\,2\pi r = \pi R^2\mu_0 n I_{máx}\omega\sin(\omega t)$$

$$E = \frac{R^2\mu_0 n I_{máx}\omega}{2r}\sin(\omega t) \qquad (r > R)$$

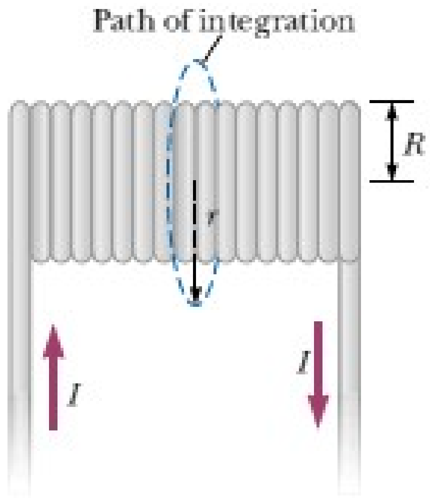
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Exemplo:

Campo eléctrico induzido por um campo magnético variável fora e dentro de um solenóide com $L \gg R$

A corrente no solenóide é $I = I_{máx}\cos(\omega t)$, onde ω é a frequência angular da corrente alternada.



Resolução

O caminho de integração é agora interior ao solenóide

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(B\pi r^2) = -\pi r^2\frac{dB}{dt}$$

B é o campo criado pelo solenóide $B = \mu_0 n I = -\mu_0 n\, I_{máx}\cos(\omega t)$

$$-\frac{d\Phi_B}{dt} = -\pi r^2\mu_0 n\frac{d}{dt}[\, I_{máx}\cos(\omega t)] = \pi r^2\mu_0 n I_{máx}\omega\sin(\omega t)$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \;\rightarrow\; E\,2\pi r = \pi r^2\mu_0 n I_{máx}\omega\sin(\omega t)$$

$$E = \frac{\mu_0 n I_{máx}\omega}{2} r\sin(\omega t) \qquad (r < R)$$

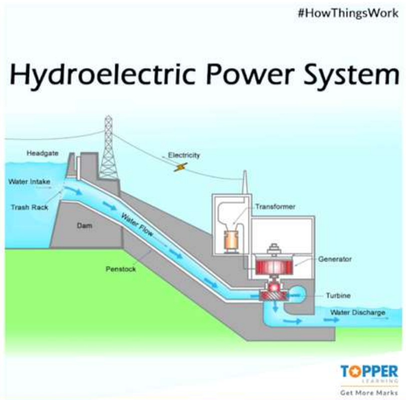
O campo eléctrico é nulo ao longo do eixo do solenóide

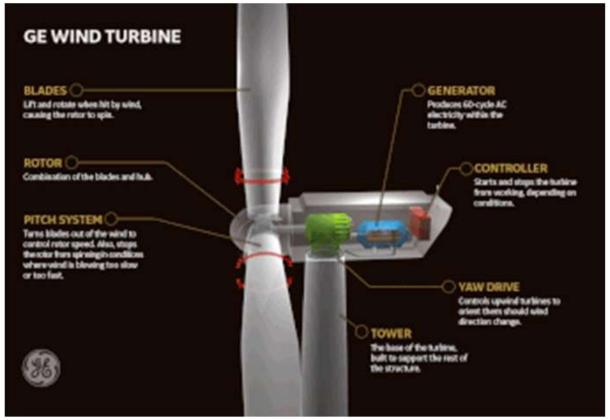
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

O nosso modo de vida necessita de muita energia eléctrica

Onde a vamos buscar? Conseguimos armazená-la?



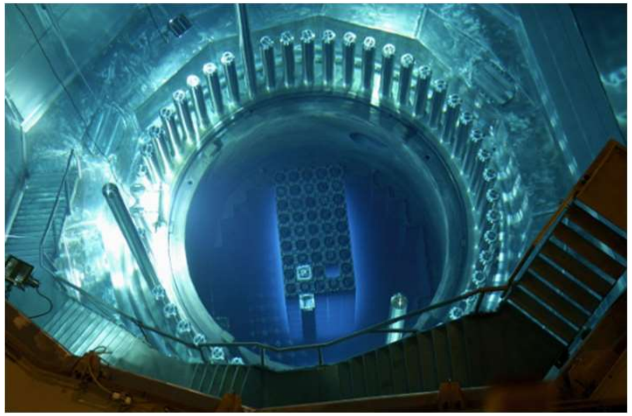


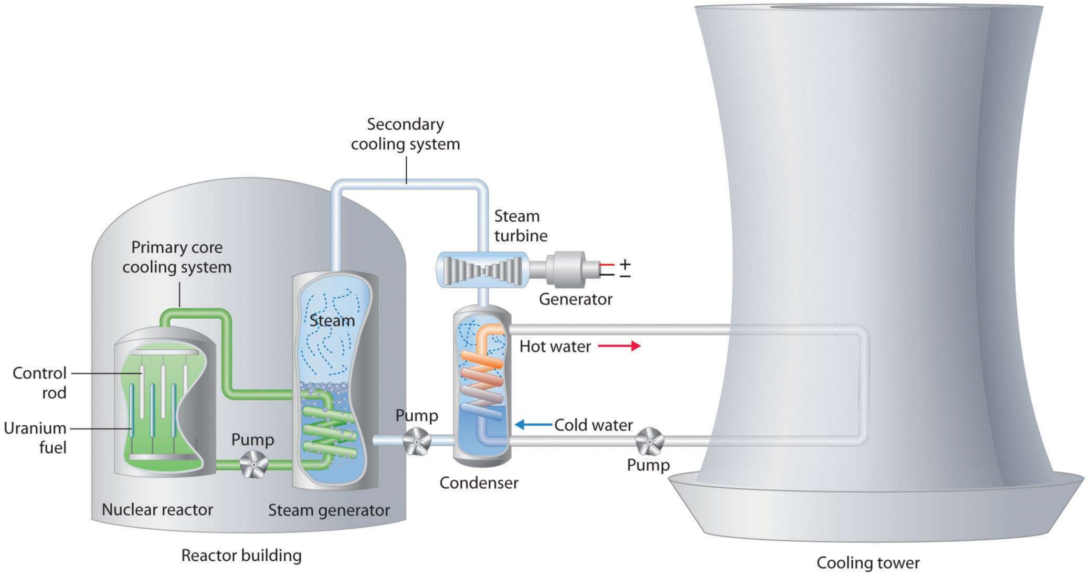
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

O nosso modo de vida necessita de muita energia eléctrica

Onde a vamos buscar? Conseguimos armazená-la?



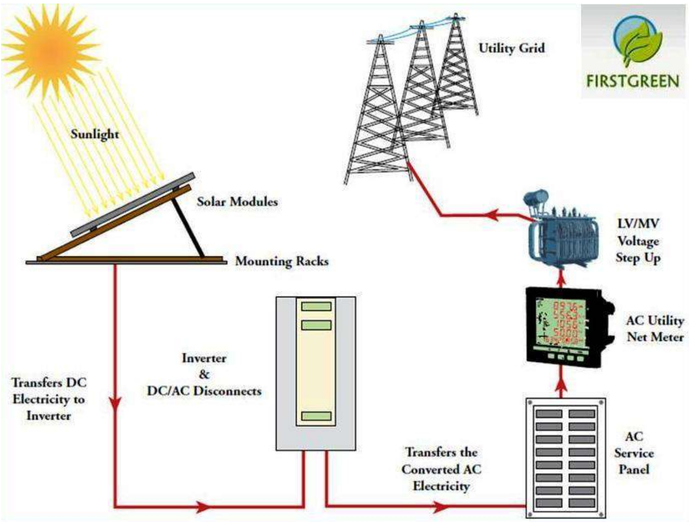


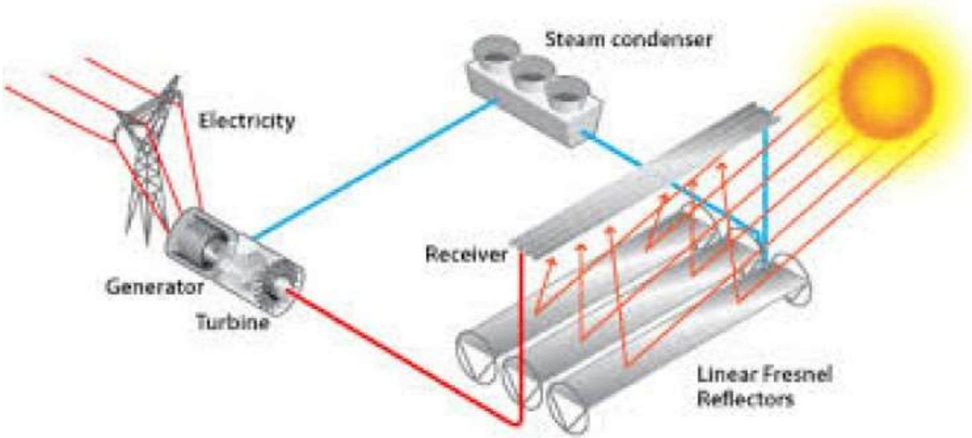
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

O nosso modo de vida necessita de muita energia eléctrica

Onde a vamos buscar? Conseguimos armazená-la?





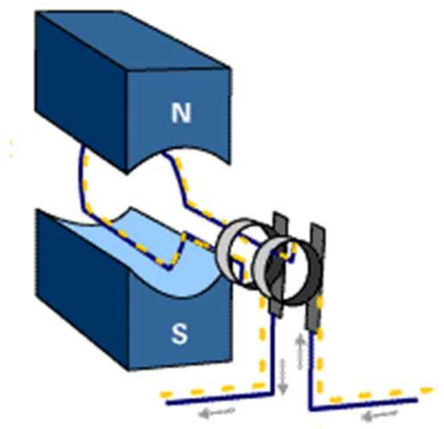
3. Campos Eléctrico e Magnético

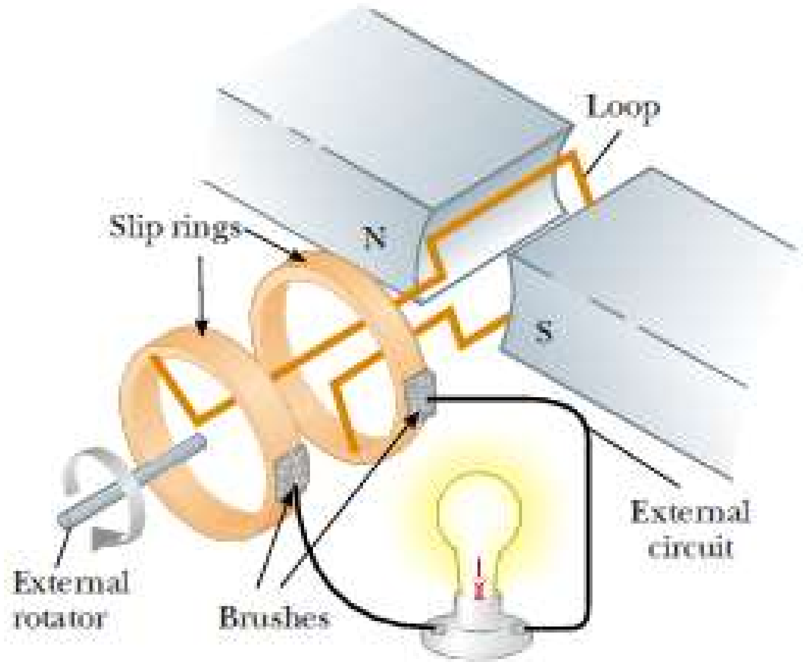
7. Indução electromagnética

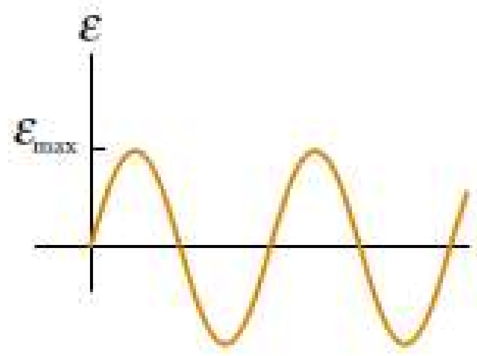
Geradores e Motores a.c.

Geradores são dispositivos que transformam energia de diversas fontes em energia eléctrica

Uma espira condutora roda num campo magnético → o fluxo do campo magnético através da área da espira varia no tempo → esta variação induz uma f.e.m. e uma corrente de acordo com a lei de Faraday







7. Indução electromagnética

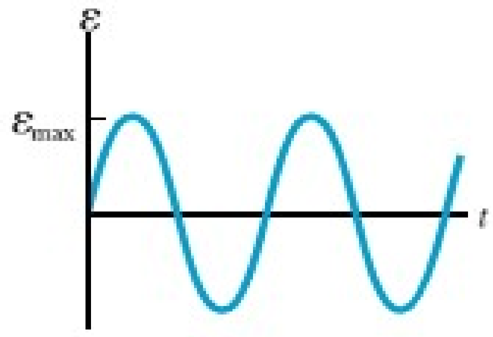
Geradores e Motores a.c.
Em vez de uma única espira usamos bobines com N espiras com a mesma área e roda num campo uniforme com velocidade angular constante ω

O fluxo magnético através da bobine é, com $\theta = \omega t$

$$\Phi_B = BA\cos(\theta)\;\Phi_B = BA\cos(\omega t)$$

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -NBA\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = NBA\omega\sin(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_{máx} = NBA\omega$$

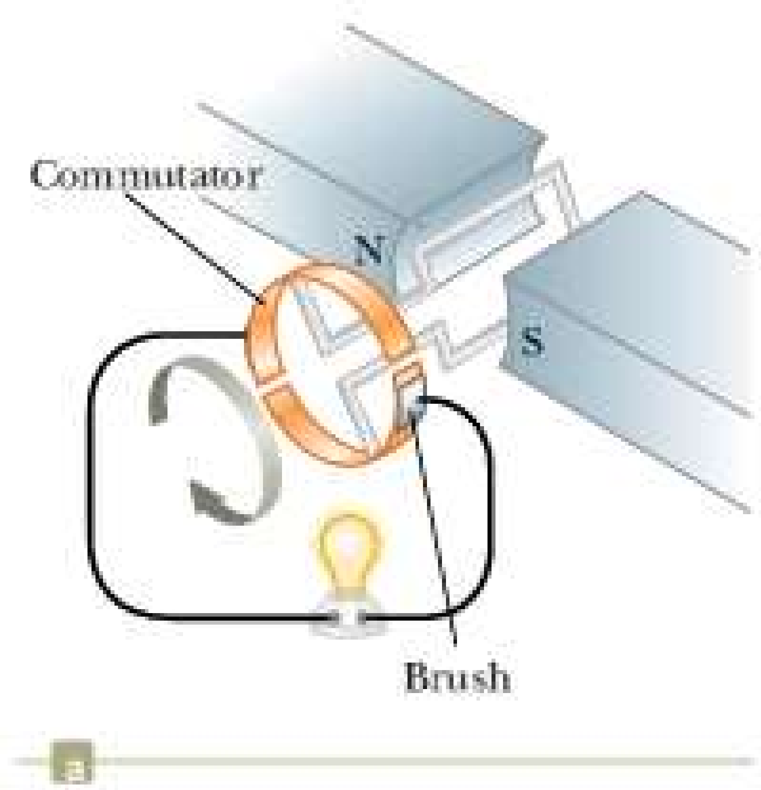


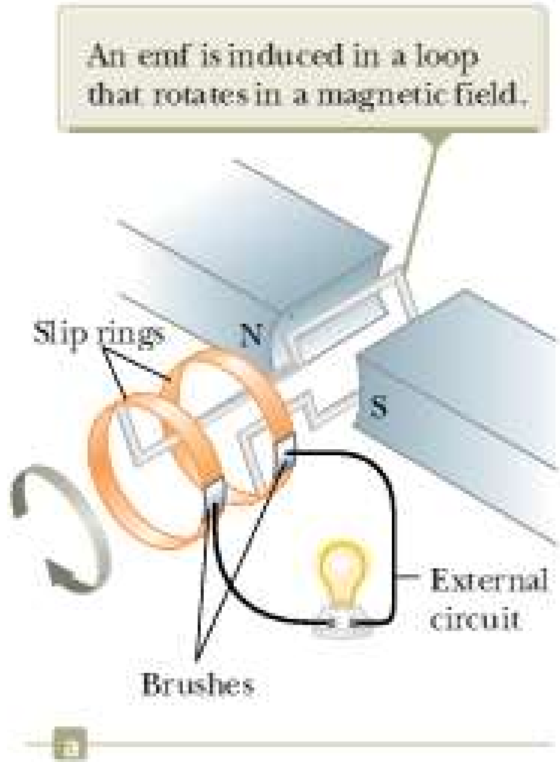
Obs:
$\omega = 2\pi f$
Na Europa a frequência dos geradores comerciais é $f = 50$ Hz
Nos E.U.A. e Canadá é $f = 60$ Hz

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Geradores d.c
Os componentes são essencialmente os mesmos que nos geradores a.c. excepto no contactos da bobine rotativa



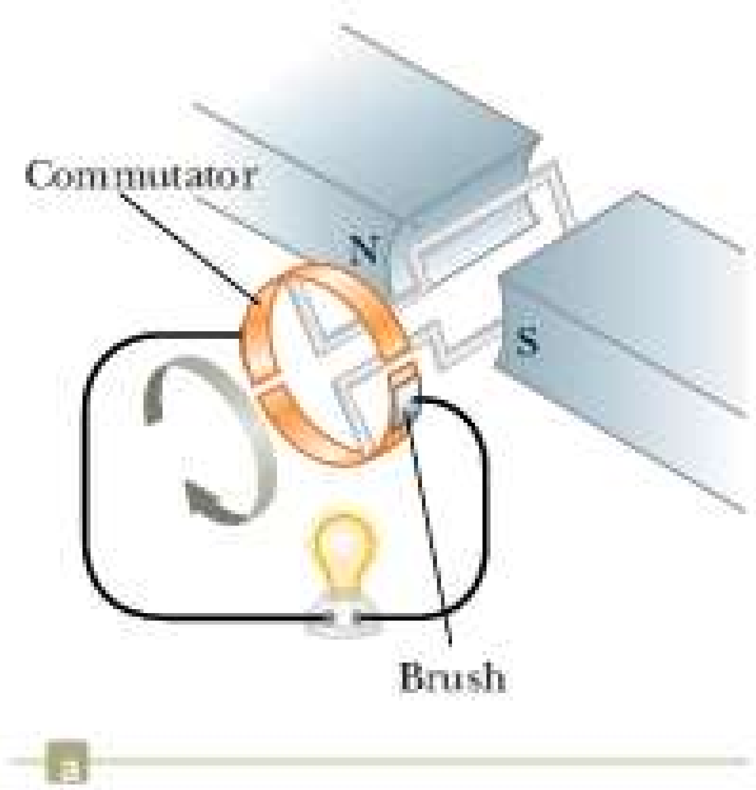


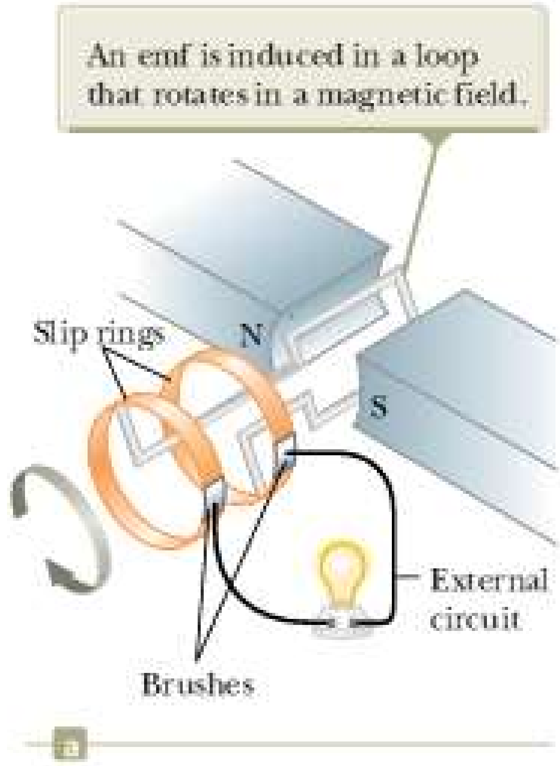
3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Motores

Os componentes são essencialmente os mesmos que nos geradores a.c. excepto no contactos da bobine rotativa



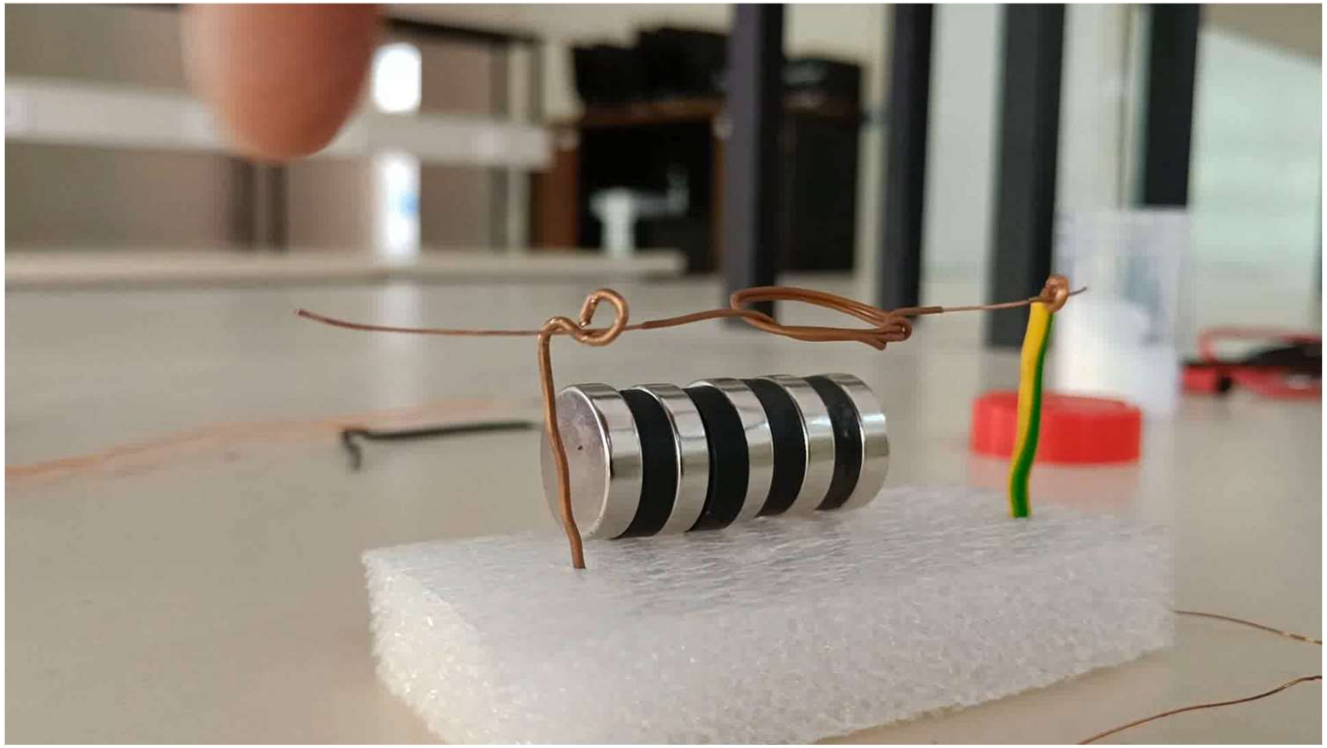


7. Indução electromagnética

Motores

Um motor é essencialmente um gerador a operar em sentido inverso

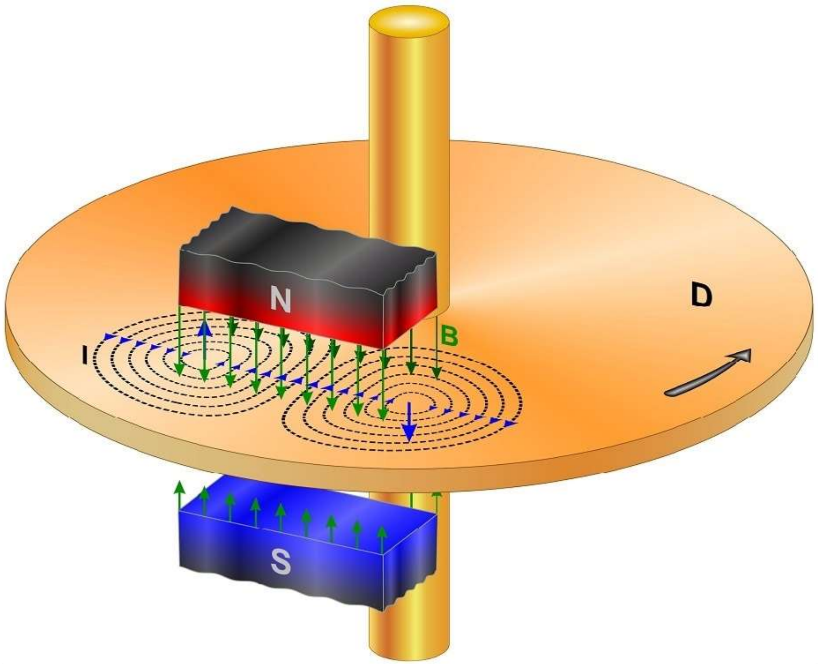
Em vez de gerar uma corrente através de uma bobine rotativa, a corrente é fornecida à bobine pela bateria a bobine que transporta a corrente é posta em rotação pelo torque que actua na corrente

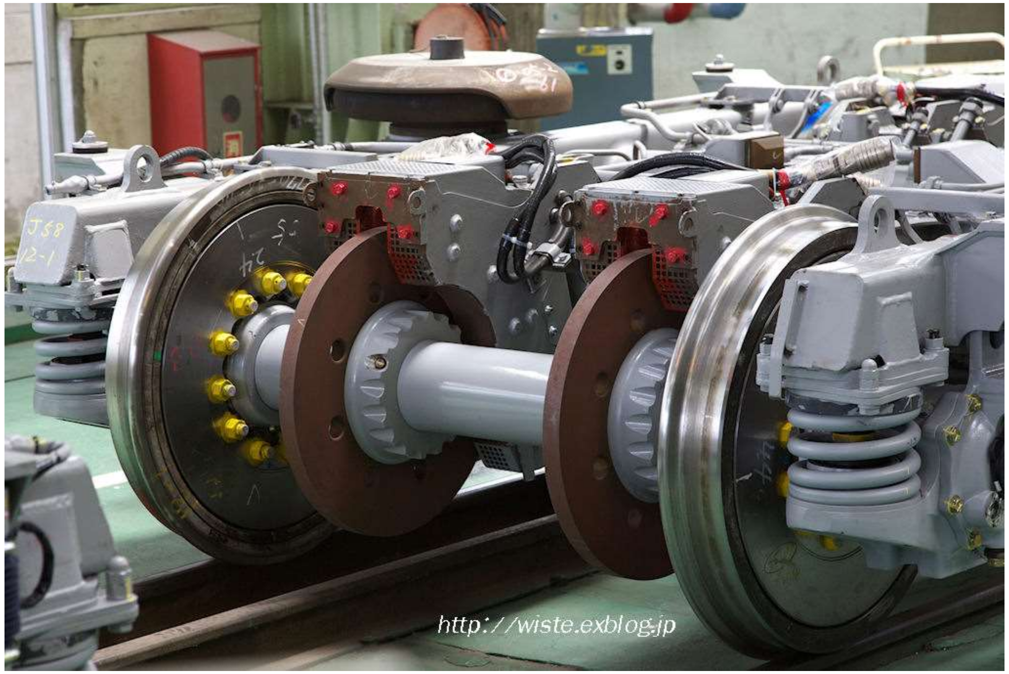


3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Correntes parasitas (eddy currents)
São correntes fechadas induzidas em placas condutoras que se movem em campos magnéticos

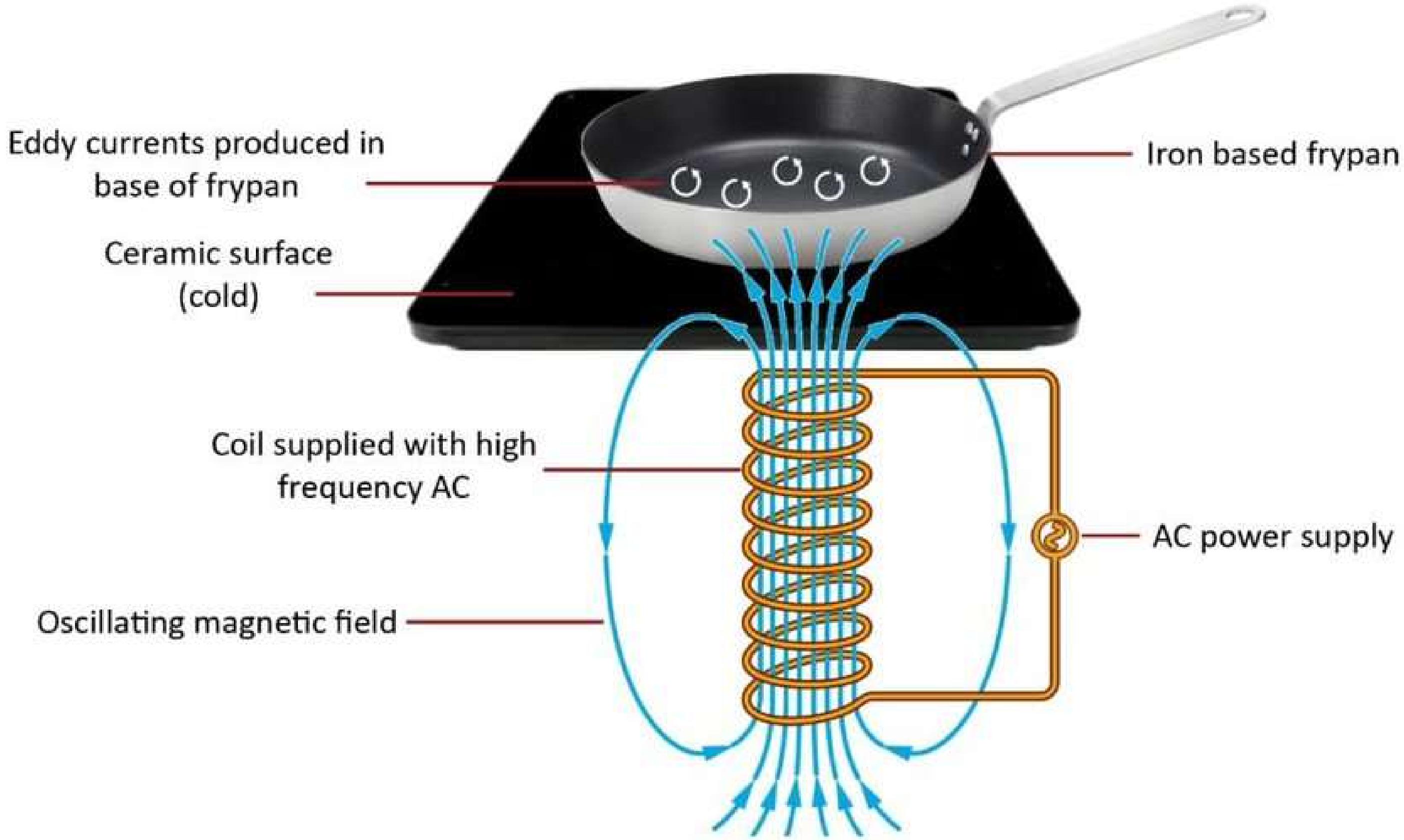




3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Correntes parasitas (eddy currents)
São correntes fechadas induzidas em placas condutoras que sofrem a acção de campos magnéticos variáveis no tempo



3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Auto-indução e indutância

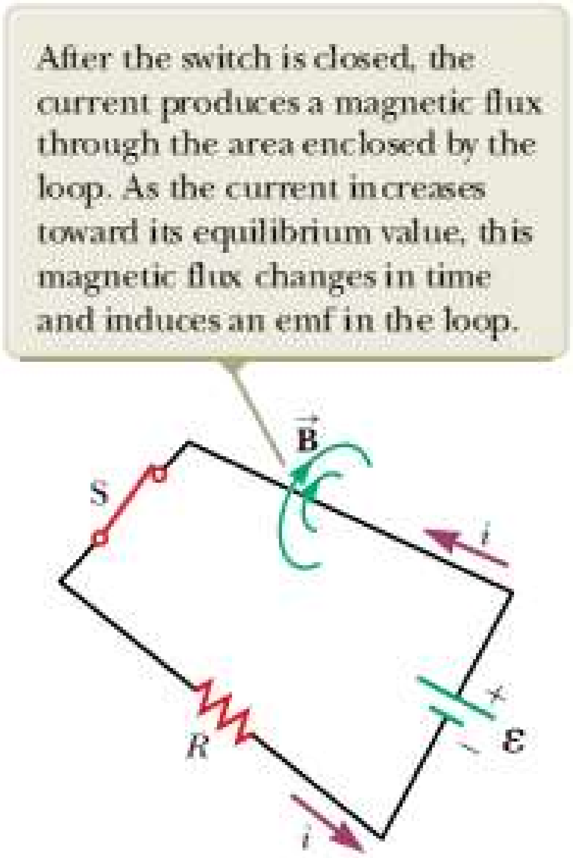


Figure 32.1 Self-induction in a simple circuit.

- Quando ligamos o interruptor, criamos uma variação do fluxo no próprio circuito, o que gera uma f.e.m. induzida que contraria a variação inicial, lei de Lenz
- Esta auto-induzida f.e.m. tem polaridade oposta à da fonte, o que implica que o aumento da corrente que circula no circuito seja gradual e não instantâneo
- Este efeito é designado auto-indução porque a variação do fluxo através do circuito e a resultante f.e.m. induzida têm origem no próprio circuito

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Auto-indução e indutância

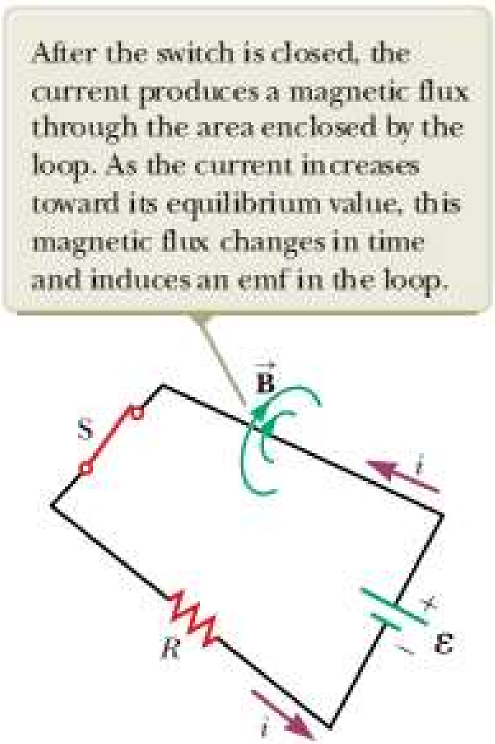


Figure 32.1 Self-induction in a simple circuit.

A f.e.m. auto-induzida obtém-se através da lei de Faraday

$$\begin{cases} \mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} \\ \Phi_B \propto B \\ B \propto i \end{cases} \quad \rightarrow \quad \mathcal{E} \propto \frac{di}{dt}$$

Para qualquer circuito fechado escrevemos

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt}$$

onde L é a constante de proporcionalidade chamada coeficiente de auto-indução ou indutância

- L depende da geometria e de outras características físicas do circuito

Auto-indução e indutância

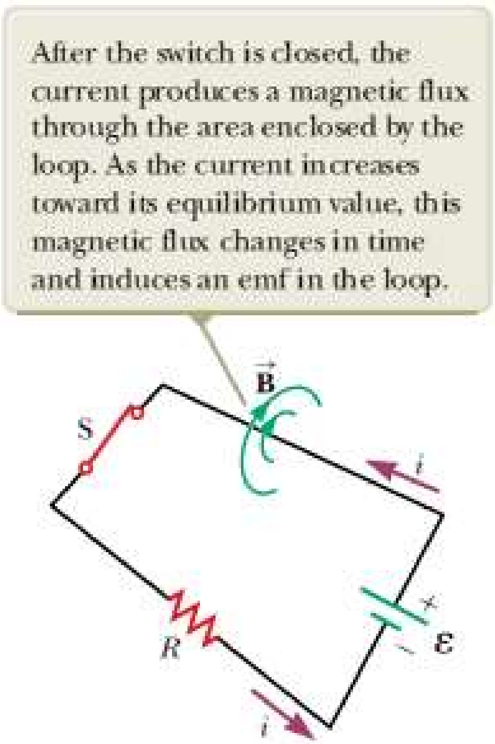


Figure 32.1 Self-induction in a simple circuit.

Se considerarmos um enrolamento compacto com N espiras (solenóide ideal)

$$\begin{cases} \mathcal{E}_L = -N\dfrac{d\Phi_B}{dt} \\ \mathcal{E}_L = -L\dfrac{di}{dt} \end{cases} \rightarrow \quad L = \frac{N\Phi_B}{i}$$

A unidade de indutância no S.I. chama-se henry (H) e como $L = -\dfrac{\mathcal{E}_L}{\frac{di}{dt}} \quad \rightarrow \quad 1\mathrm{H} = \dfrac{Volt}{\frac{Ampere}{segundo}} = \mathrm{Vs}A^{-1}$

Tal como no caso da capacidade, a indutância depende da geometria

7. Indução electromagnética

Auto-indução e indutância

Indutância de um solenoide com N espiras, raio R e comprimento $\ell \gg R$ com núcleo de ar.

Resolução

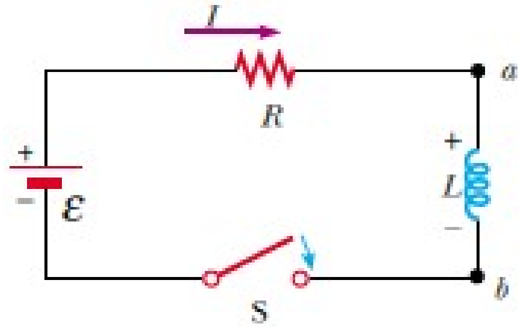
$$\begin{cases} \Phi_B = BA = \mu_0 \dfrac{N}{\ell} i\pi R^2 \\ L = \dfrac{N\Phi_B}{i} \end{cases} \quad \rightarrow \quad L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} \pi R^2$$

Se $N = 300$ espiras, $\ell = 25$ cm e $A = 4\ \mathrm{cm}^2$

$$L = \frac{4\pi}{10^7} \frac{300^2}{0{,}25} (4 \times 10^{-4}) = 1{,}81 \times 10^{-4}\ \text{H}$$

7. Indução electromagnética

Circuitos RL



Se um circuito contém uma bobine, a indutância da bobine impede que a corrente no circuito aumente ou diminua instantaneamente – lei de Faraday

Consideremos o circuito que contém uma bateria (com resistência interna desprezável) ligada a uma resistência R e a uma bobine L – circuito RL.
O interruptor é fechado em $t = 0$

- a corrente aumenta e uma f.e.m. que se opõe ao aumento de corrente é induzida na indutância
- A lei das malhas de kirchhoff é, no sentido $a \to b$, é

$$-\mathcal{E} + iR + L\frac{di}{dt} = 0 \quad \to \quad i - \frac{\mathcal{E}}{R} = -\frac{L}{R}\frac{di}{dt} \quad \to \quad \frac{di}{i - \frac{\mathcal{E}}{R}} = -\frac{R}{L}dt$$

onde consideramos as quedas de tensão positivas. Integrando

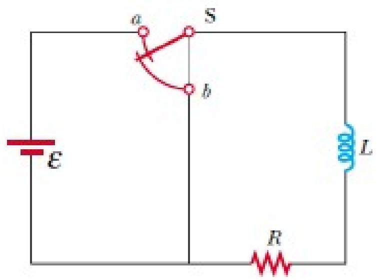
$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Circuitos RL

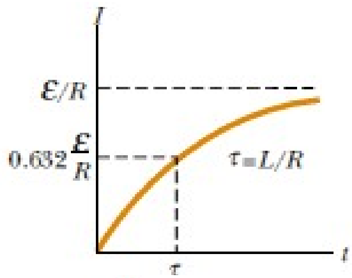
$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$



- $\tau = \frac{R}{L}$ é a constante de tempo do circuito RL
- Após um tempo muito longo $t \to \infty$ a corrente estacionária no circuito é $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

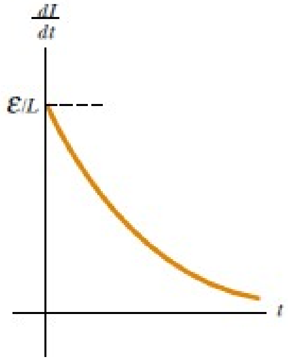
Se o interruptor comutar de a para b a bateria é desligada do circuito e a equação da malha passa a ser

$$iR + L\frac{di}{dt} = 0 \quad \to \quad i = -\frac{L}{R}\frac{di}{dt} \quad \to \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt$$



onde consideramos as quedas de tensão positivas. Integrando

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = I_i e^{-\frac{R}{L}t}$$



onde $\mathcal{E}$ é a f.e.m. da bateria e $I_i = \mathcal{E}/R$ é a corrente estacionária no circuito no instante em que o comutador é ligado para a posição b

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Energia do campo magnético

Multiplicando por i ambos os membros da equação da malha obtemos

$$-\mathcal{E} + iR + L\frac{di}{dt} = 0 \quad \rightarrow \quad i\mathcal{E} = i^2R + iL\frac{di}{dt}$$

- $i\mathcal{E}$ é a potência fornecida pela bateria
- i^2R é a potência fornecida à resistência
- $iL\frac{di}{dt}$ é a potência fornecida à bobine

Se for U a energia interna na bobine num instante qualquer a potência na bobine isto é a taxa de fornecimento de energia à bobine

$$\frac{dU}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

A energia total fornecida à bobine é

$$U = \int dU = \int_0^i Li\,di \quad \rightarrow \quad U = \frac{1}{2}Li^2$$

Esta é a energia armazenada no campo magnético da bobine quando a corrente é igual a i

7. Indução electromagnética

Energia do campo magnético

Tal como no caso do condensador é necessário fornecer energia para estabelecer um campo eléctrico $U = \frac{1}{2}CV^2$

A densidade de energia do campo magnético pode ser estabelecida de um modo simples considerando o caso do solenóide, onde a indutância e o campo são bem conhecidos

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{\ell} A = \mu_0 \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \ell A \;\; ; \;\; B = \mu_0 \frac{N}{\ell} i \quad \rightarrow \quad i = \frac{B}{\mu_0 \frac{N}{\ell}}$$

Então

$$U = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{N}{\ell}\right)^2 \ell A \left(\frac{B}{\mu_0 \frac{N}{\ell}}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} \ell A$$

donde

$$u_B = \frac{U}{\ell A} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Esta expressão é válida para qualquer região do espaço onde existe um campo magnético

7. Indução electromagnética

Energia do campo electromagnético

A densidade de energia do campo electromagnético é igual à soma da densidade do campo elétrico com a densidade de energia do campo magnético

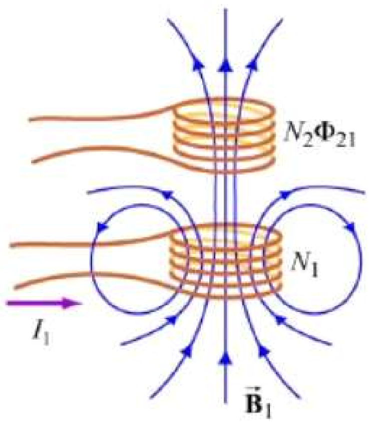
$$u = u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

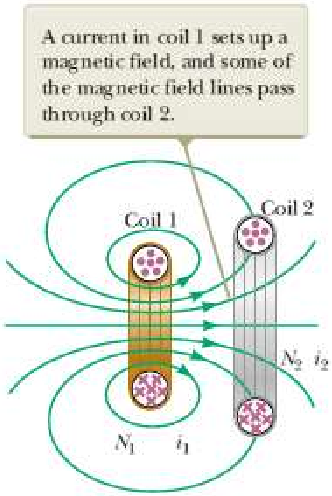
Numa onda electromagnética propagar-se no vazio a energia total divide-se em partes iguais pelo campo elétrico e pelo campo magnético pois $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ e $B = \frac{E}{c}$

3. Campos Eléctrico e Magnético

7. Indução electromagnética

Indução mútua





Fenómeno que ocorre quando a variação do fluxo de um circuito influencia outro circuito

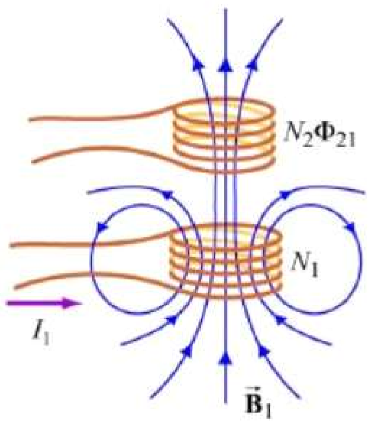
- Duas bobines próximas uma da outra
- A bobine 1 com N_1 espiras transporta a corrente i_1
- A bobine 2 com N_2 espiras
- o fluxo magnético da corrente na bobine 1 que atravessa a bobine 2 é $\Phi_{1\to 2}$
- Usando a definição de auto-indução, definimos o coeficiente de indução mútua $M_{1\to 2}$

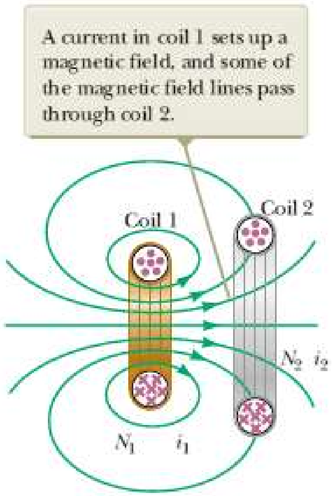
$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{i_1}$$

- O coeficiente de indução mútua depende da geometria de ambos os circuitos e da sua orientação relativa
- A unidade S.I. da indução mútua é o henry (H)

7. Indução electromagnética

Indução mútua





Se a corrente i_1 variar com o tempo, a f.e.m. induzida na bobine 2 é

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{M_{12} i_1}{N_2}\right) = -M_{12}\frac{di_1}{dt}$$

De um modo análogo obtemos para a bobine 1

$$\mathcal{E}_1 = -M_{21}\frac{di_2}{dt}$$

Os coeficientes são iguais

$$M_{21} = M_{12} = M$$

$$\mathcal{E}_2 = -M\frac{di_1}{dt} \quad \text{e} \quad \mathcal{E}_1 = -M\frac{di_2}{dt}$$

em acordo com $\mathcal{E} = -L(di/dt)$