

3. Campos Eléctrico e Magnético

Hoje

3.1 Campo eléctrico

Propriedades das cargas eléctricas. Isoladores e condutores. Lei de Coulomb. Campo eléctrico.

3.2 Potencial eléctrico

Diferença de potencial. Potencial eléctrico. Energia potencial. Cálculo do campo eléctrico a partir do potencial.

3.3 Lei de Gauss

Lei de Gauss. Condutores em equilíbrio electrostático. Aplicações da Lei de Gauss.

3.4 Capacidade e condensadores

Capacidade eléctrica. Energia armazenada num condensador.

3.5 Corrente eléctrica e resistência

Corrente eléctrica. Resistência e a Lei de Ohm. Energia e potência eléctricas. Leis de Kirchhoff.

3.6 Campo magnético

Campo magnético. Força magnética. Lei de Biot-Savat. Lei de Ampère.

3.7 Indução electromagnética

Lei de Faraday. Lei de Lenz. Auto-inductância. Inductância mútua.

3.8 Equações de Maxwell



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Dois condutores separados por um dieléctrico (isolador) e isolados da vizinhança constituem um condensador – dispositivo que armazena carga eléctrica

Definimos capacidade eléctrica como

$$C = \frac{q}{V}$$

razão entre a carga acumulada e a diferença de potencial entre os condutores

A capacidade é uma grandeza positiva

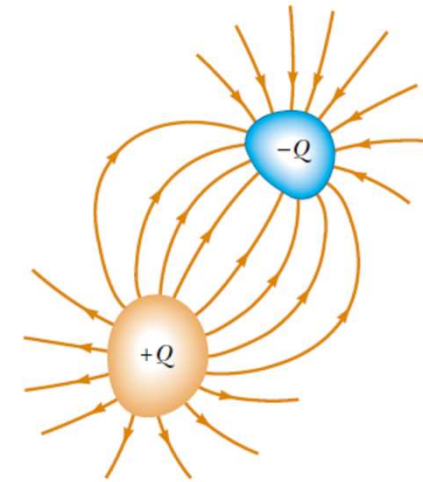


Figure 26.1 A capacitor consists of two conductors carrying charges of equal magnitude but opposite sign.

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Unidades S.I. de capacidade eléctrica

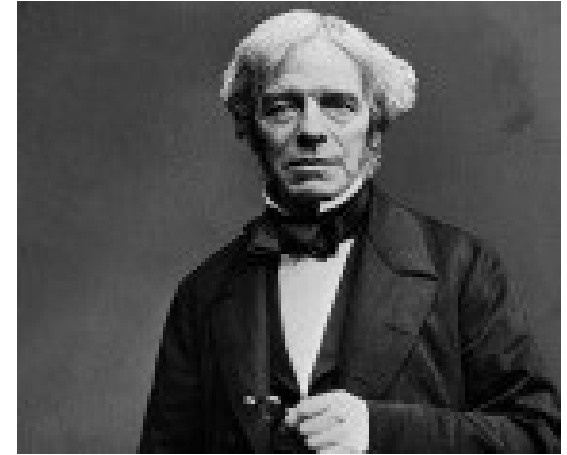
$$1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}}$$

Definimos capacidade eléctrica como

$$C = \frac{q}{V}$$

1 Farad é uma quantidade muito grande de capacidade

Apesar da carga total de um condensador ser nula, referímo-nos à carga do condensador como o modulo da carga em cada condutor



Michael Faraday
(1761 – 1867)



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Condensador de placas paralelas

A densidade de carga em cada placa é

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

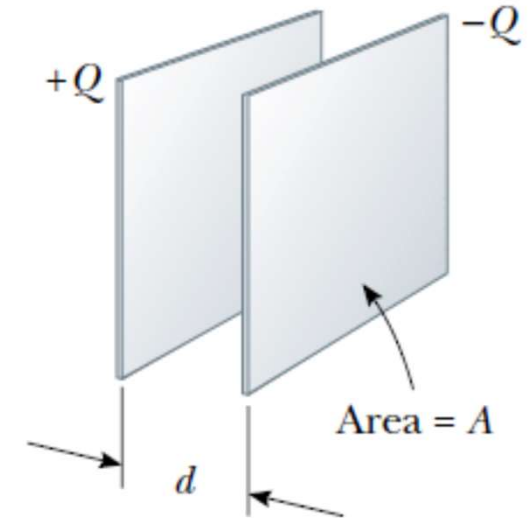
Então, o campo à superfície de um condutor é

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Se a separação d é pequena comparada com as placas, assumimos que o campo é uniforme entre as placas e nulo no exterior e fica

$$V = Ed \rightarrow E = \frac{V}{d}$$
$$\frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{V}{d} \rightarrow \frac{Q}{V} = C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

ϵ_0 é a permitividade eléctrica do meio que separa as placas



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Condensador de placas paralelas

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

- C é proporcional à área
- C é inversamente proporcional à separação entre as placas
- Campo é uniforme no centro

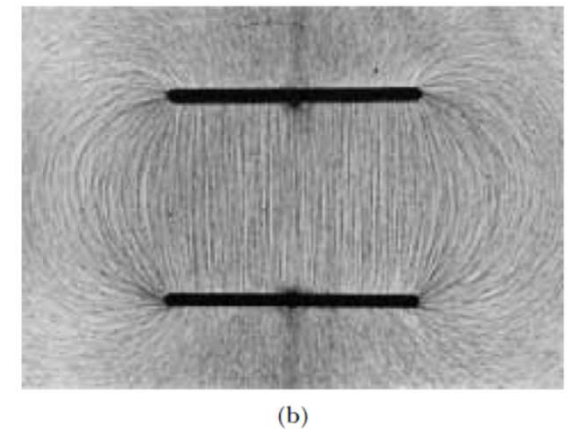
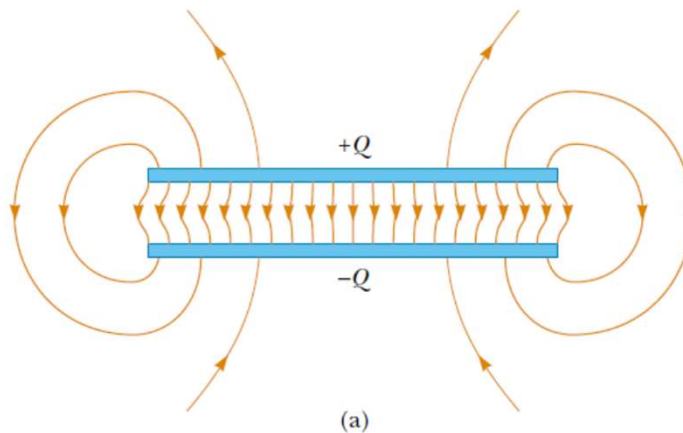
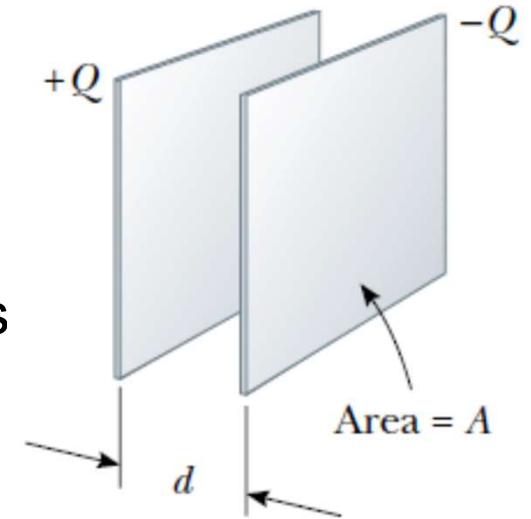


Figure 26.3 (a) The electric field between the plates of a parallel-plate capacitor is uniform near the center but nonuniform near the edges. (b) Electric field pattern of two oppositely charged conducting parallel plates. Small pieces of thread on an oil surface align with the electric field.

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Condensador cilíndrico

Consideremos um condutor cilíndrico de raio a e carga Q concêntrico com uma camada condutora cilíndrica de raio b e carga $-Q$

Consideremos que $l \gg a$ e b (desprezamos as perturbações nas pontas)

A diferença de potencial entre os condutores é

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

onde \vec{E} é o campo na região $a < r < b$. Dada a elevada simetria da distribuição de carga interior (cilíndrica com densidade λ) podemos usar a lei de Gauss para calcular o campo

$$E_r \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \rightarrow E_r = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

porque a carga exterior não contribui para o campo interior

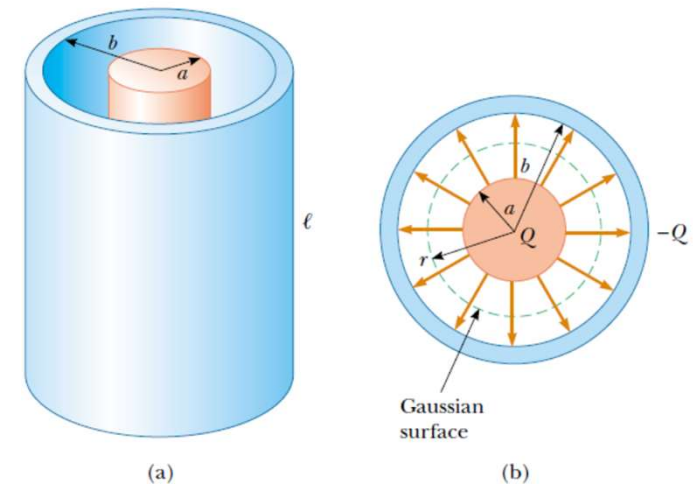


Figure 26.5 (a) A cylindrical capacitor consists of a solid cylindrical conductor of radius a and length ℓ surrounded by a coaxial cylindrical shell of radius b . (b) End view. The dashed line represents the end of the cylindrical gaussian surface of radius r and length ℓ .

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Então fica

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \cdot dr$$
$$V_b - V_a = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

como $\lambda = \frac{Q}{l}$ resulta

$$C = \frac{Q}{|V_b - V_a|} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

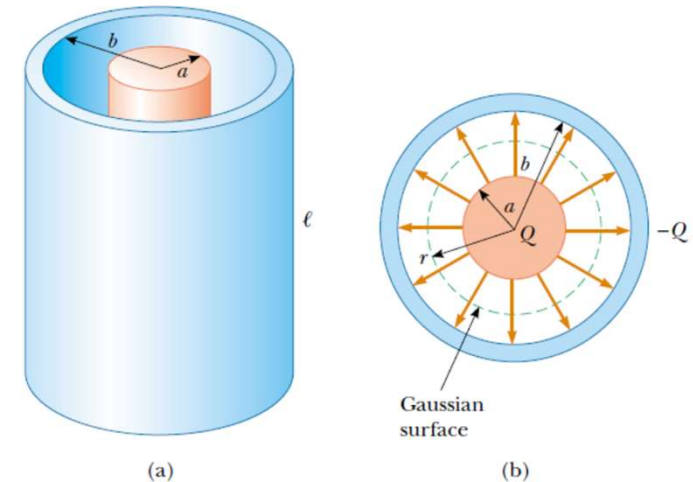


Figure 26.5 (a) A cylindrical capacitor consists of a solid cylindrical conductor of radius a and length ℓ surrounded by a coaxial cylindrical shell of radius b . (b) End view. The dashed line represents the end of the cylindrical gaussian surface of radius r and length ℓ .

A capacidade por unidade de comprimento de um cabo coaxial é

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)} \text{ F/m}$$

3. Campos Eléctrico e Magnético

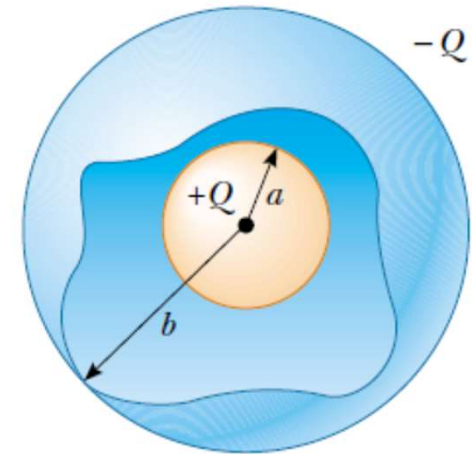
4.1. Capacidade Eléctrica

Condensador esférico

Esfera de raio a e carga Q concêntrica com uma camada condutora esférica de raio b e carga $-Q$

A diferença de potencial entre os condutores é

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



onde \vec{E} é o campo na região $a < r < b$. O campo criado por uma distribuição esférica é radial e $E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ e fica

$$V_b - V_a = - \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right]$$
$$C = \frac{Q}{|V_b - V_a|} = \frac{4\pi\epsilon_0 ab}{(b - a)}$$

Obs

A capacidade de uma esfera isolada é $C = 4\pi\epsilon_0 a$



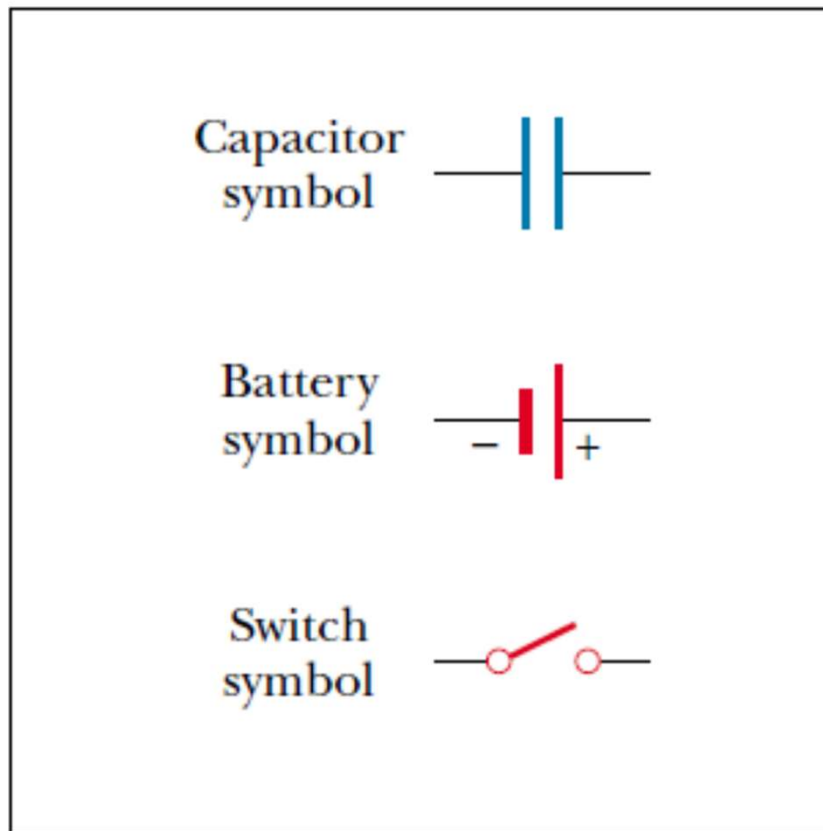
3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

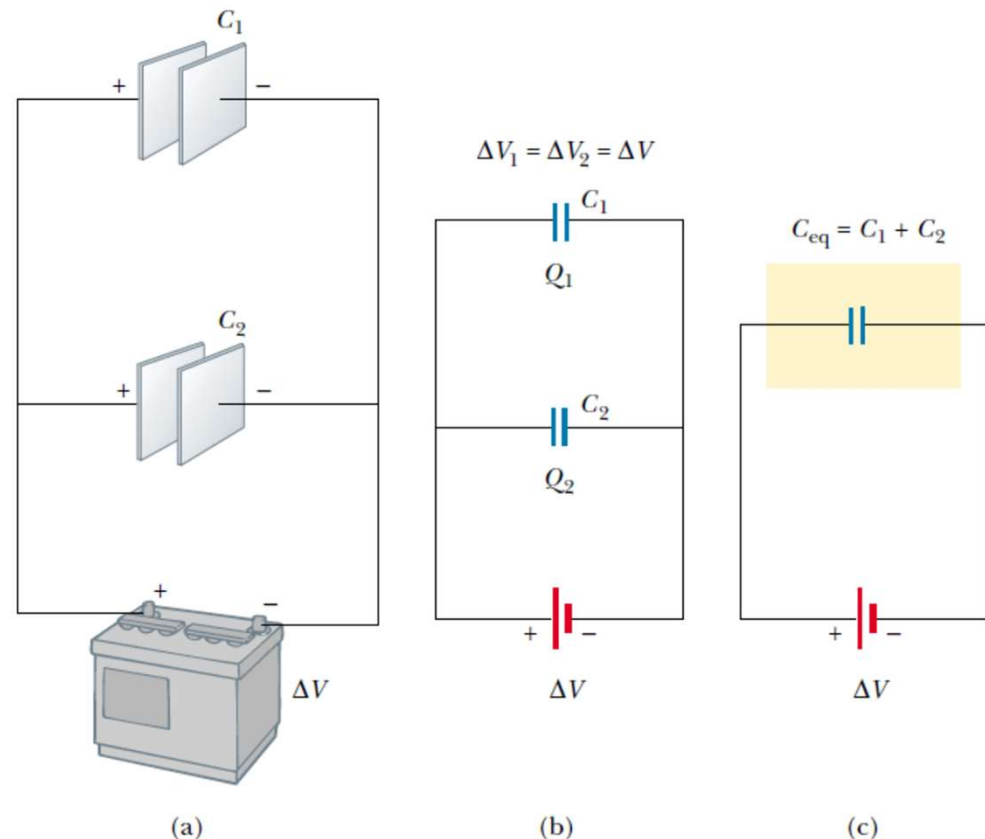
Associação de condensadores

Pretendemos substituir vários condensadores por um equivalente

Símbolos usados em esquemas



Associação em paralelo



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Associação de condensadores

Pretendemos substituir vários condensadores por um equivalente

Neste caso, os condensadores em paralelo têm a mesma diferença de potencial

$$V_1 = V_2 = V$$

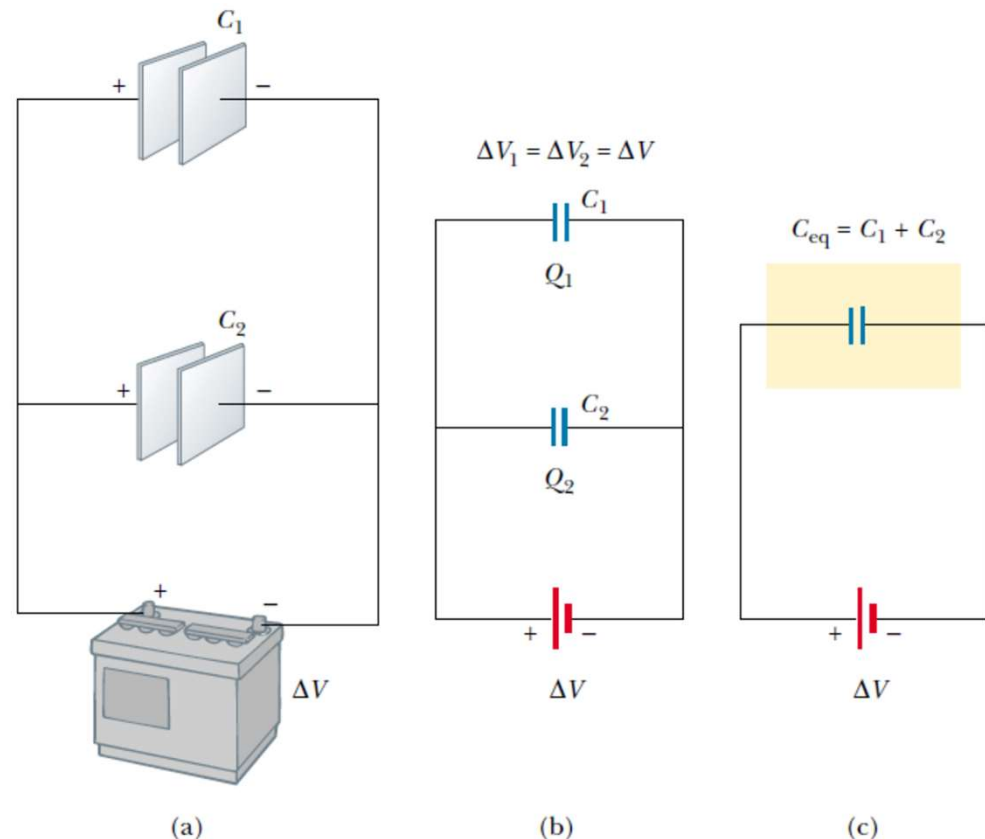
por outro lado, a carga divide-se pelos dois de modo que a carga total é

$$Q_1 + Q_2 = Q$$
$$C_1 V + C_2 V = C_{eq} V$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = \sum C_i$$

Associação em paralelo



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.1. Capacidade Eléctrica

Associação de condensadores

Neste caso, os condensadores em série acumulam a mesma carga

$$Q_1 = Q_2 = Q$$

por outro lado, a soma das d.d.p. ~têm que ser igual à da fonte

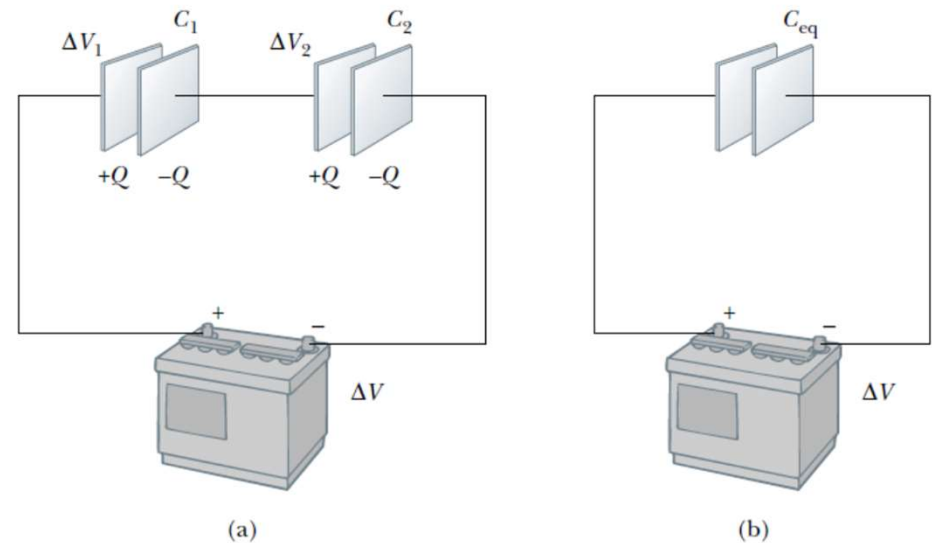
$$V_1 + V_2 = V$$

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_{eq}}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Associação em série



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.2. Energia armazenada

- Consideramos um condensador descarregado $q = 0 \rightarrow \Delta V = 0$
- Ligamos o condensador a uma bateria que fornece carga lentamente de modo que a situação é enquadrada na electrostática
- A carga num dado instante é $q(t)$ e $\Delta V = \frac{q}{C}$
- O trabalho necessário para transferir a carga dq da placa com menor potencial $-q$ para a placa com potencial mais elevado $+q$ é

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

donde, o trabalho necessário para carregar o condensador desde $q = 0$ até $q = Q$ é

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

o que representa a energia potencial armazenada no condensador. Temos

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2$$

Importante

- Este resultado é válido para qualquer condensador, é independente da geometria
- C depende da energia



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.2. Energia armazenada

A energia armazenada num condensador também pode ser vista como a energia armazenada no campo eléctrico criado entre as placas.

No caso do condensador plano de placas paralelas

$$\begin{cases} \Delta V = Ed \\ C = \frac{\epsilon_0 A}{d} \end{cases} \Rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 Ad E^2$$

como o volume do espaço entre as placas, volume ocupado pelo campo, é igual a Ad definimos a energia por unidade de volume (Joule/metro³)

$$u_E = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

também chamada densidade volúmica de energia armazenada no campo eléctrico

Importante:

Esta expressão da densidade volúmica de energia $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$ é válida para outras geometrias



3. Campos Eléctrico e Magnético

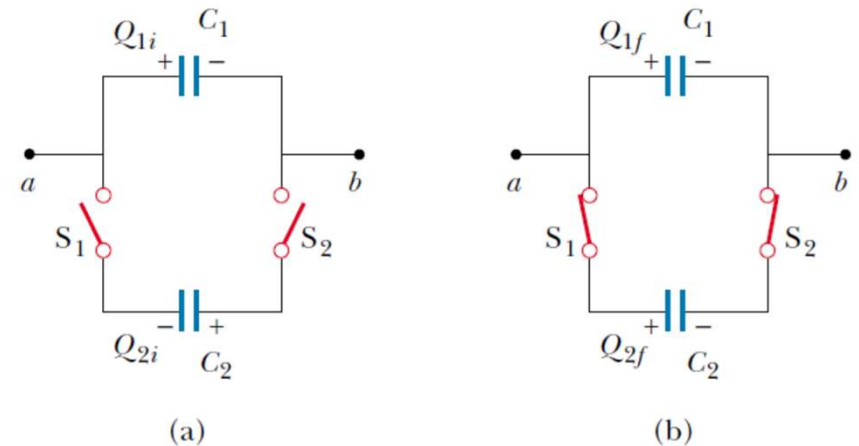
4.2. Energia armazenada

Exemplo:

Dois condensadores diferentes, $C_1 > C_2$ são carregados à mesma d.d.p. V_0 . Depois de carregados são ligados com polaridades opostas como mostra a figura.

Fechamos os interruptores. Calcule

- a) A d.d.p. V_{ab}
- b) A energia armazenada antes e depois dos interruptores serem fechados



Resolução

- a) $Q_{1i} = C_1 V_0$ e $Q_{2i} = -C_2 V_0 \Rightarrow Q_{total} = Q_{1i} + Q_{2i} = (C_1 - C_2) V_0$
como o sistema é isolado a carga total é conservada, logo

$$Q_{total} = Q_{1i} + Q_{2i} = Q_{1f} + Q_{2f}$$

Depois de fecharmos os interruptores a carga redistribui-se até se estabeleça o equilíbrio electrostático \Rightarrow d.d.p. seja a mesma nos dois condensadores $V_{1f} = V_{2f}$. Logo

$$Q_{1f} = C_1 V_f \text{ e } Q_{2f} = C_2 V_f$$



3. Campos Eléctrico e Magnético

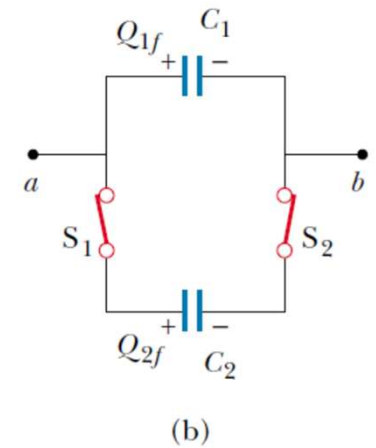
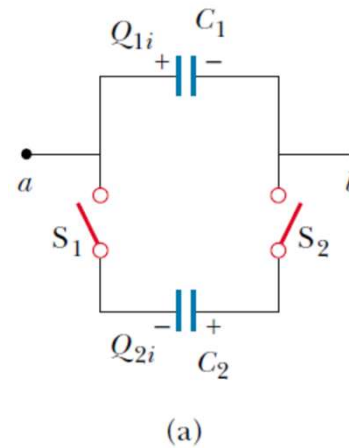
4.2. Energia armazenada

Exemplo:

Dois condensadores diferentes, $C_1 > C_2$ são carregados à mesma d.d.p. V_0 . Depois de carregados são ligados com polaridades opostas como mostra a figura.

Fechamos os interruptores. Calcule

- a) A d.d.p. V_{ab}
- b) A energia armazenada antes e depois dos interruptores serem fechados



Resolução

$$\text{a)} \quad Q_{1f} = C_1 V_f \text{ e } Q_{2f} = C_2 V_f \Rightarrow \frac{Q_{1f}}{Q_{2f}} = \frac{C_1 V_f}{C_2 V_f} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\text{mas} \quad Q_{total} = Q_{1i} + Q_{2i} = Q_{1f} + Q_{2f}$$

$$\text{então} \quad Q = Q_{2f} + \frac{C_1}{C_2} Q_{2f} = Q_{2f} \left(1 + \frac{C_1}{C_2} \right) \Rightarrow Q_{2f} = Q \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)$$

de um modo análogo

$$Q_{1f} = Q \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2} \right)$$



3. Campos Eléctrico e Magnético

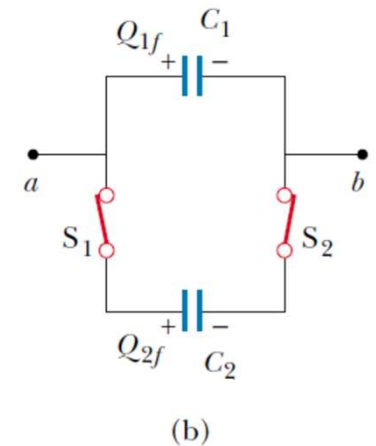
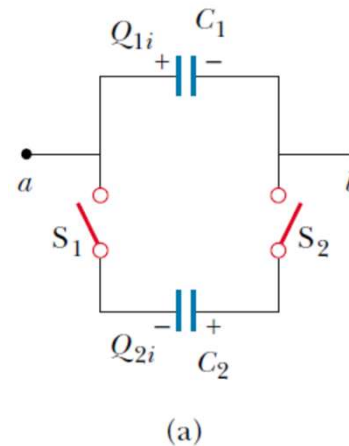
4.2. Energia armazenada

Exemplo:

Dois condensadores diferentes, $C_1 > C_2$ são carregados à mesma d.d.p. V_0 . Depois de carregados são ligados com polaridades opostas como mostra a figura.

Fechamos os interruptores. Calcule

- a) A d.d.p. V_{ab}
- b) A energia armazenada antes e depois dos interruptores serem fechados



Resolução

$$a) \quad Q_{2f} = C_2 V_f \Rightarrow Q \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) = C_2 V_f \Rightarrow V_f = \frac{Q}{C_1 + C_2}$$

$$\text{mas} \quad Q = Q_{1i} + Q_{2i} = (C_1 - C_2)V_0$$

logo

$$V_f = \frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} V_0$$



3. Campos Eléctrico e Magnético

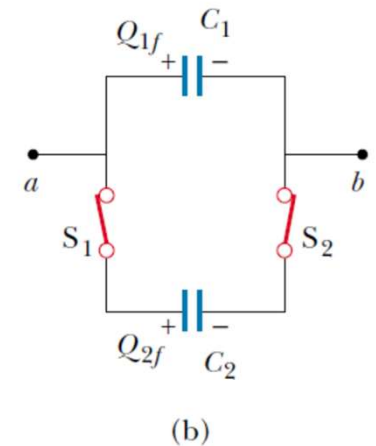
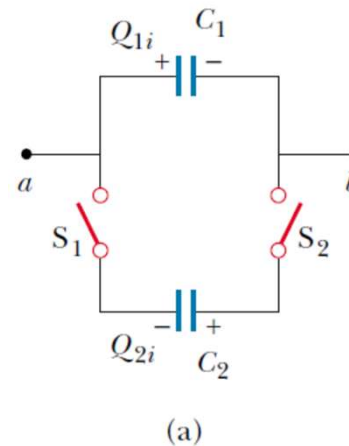
4.2. Energia armazenada

Exemplo:

Dois condensadores diferentes, $C_1 > C_2$ são carregados à mesma d.d.p. V_0 . Depois de carregados são ligados com polaridades opostas como mostra a figura.

Fechamos os interruptores. Calcule

- a) A d.d.p. V_{ab}
- b) A energia armazenada antes e depois dos interruptores serem fechados



Resolução

b) Energia inicial $U_i = U_{1i} + U_{2i} = \frac{1}{2} C_1 V_0^2 + \frac{1}{2} C_2 V_0^2$

$$U_i = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V_0^2$$

Energia final $U_f = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) V_f^2 = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \left[\frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} V_0 \right]^2$

logo $U_f = \left[\frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} \right]^2 U_i$



3. Campos Eléctrico e Magnético

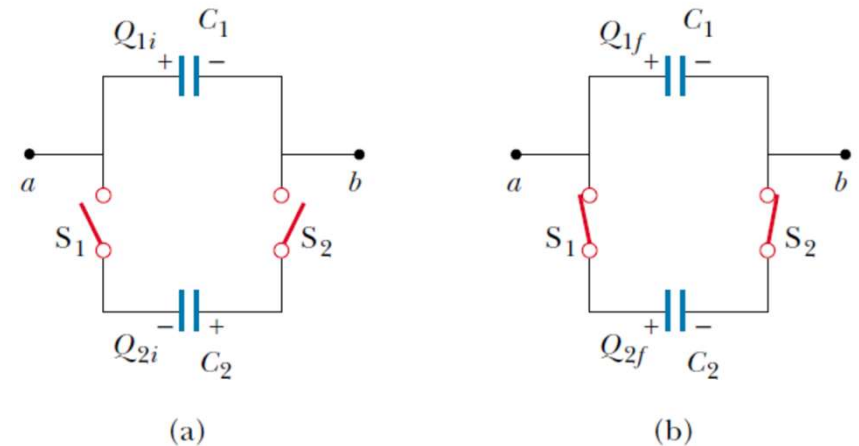
4.2. Energia armazenada

Exemplo:

Dois condensadores diferentes, $C_1 > C_2$ são carregados à mesma d.d.p. V_0 . Depois de carregados são ligados com polaridades opostas como mostra a figura.

Fechamos os interruptores. Calcule

- a) A d.d.p. V_{ab}
- b) A energia armazenada antes e depois dos interruptores serem fechados



Resolução

b) Vemos que
$$\frac{U_f}{U_i} = \left[\frac{(C_1 - C_2)}{C_1 + C_2} \right]^2 < 1$$

a energia final é menor que a energia inicial. Parece que a energia não é conservada

A energia que falta é energia irradiada sob a forma de ondas electromagnéticas



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.2. Energia armazenada

Energia irradiada sob a forma de ondas electromagnéticas

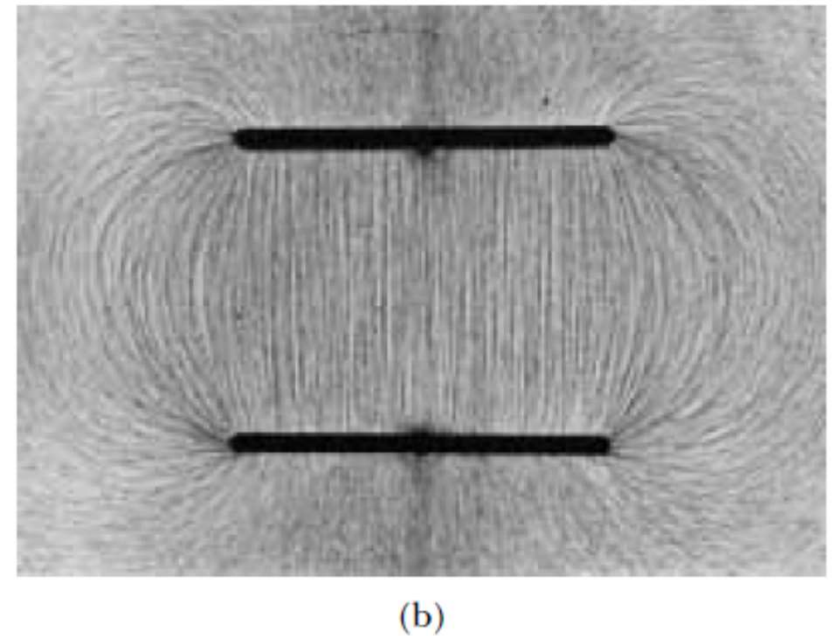
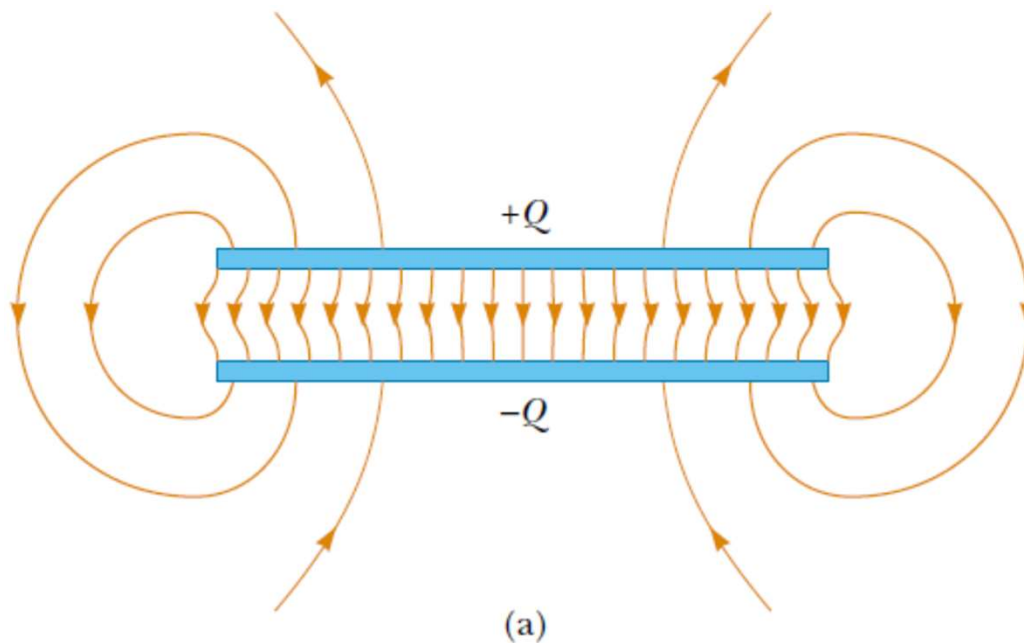


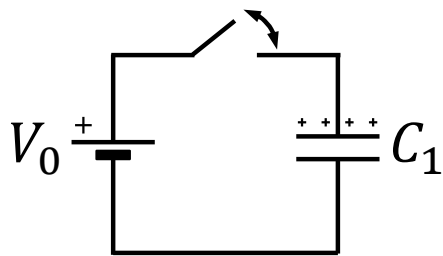
Figure 26.3 (a) The electric field between the plates of a parallel-plate capacitor is uniform near the center but nonuniform near the edges. (b) Electric field pattern of two oppositely charged conducting parallel plates. Small pieces of thread on an oil surface align with the electric field.

3. Campos Eléctrico e Magnético

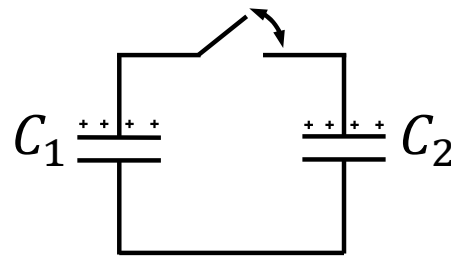
4.2. Energia armazenada

Um paradoxo aparente

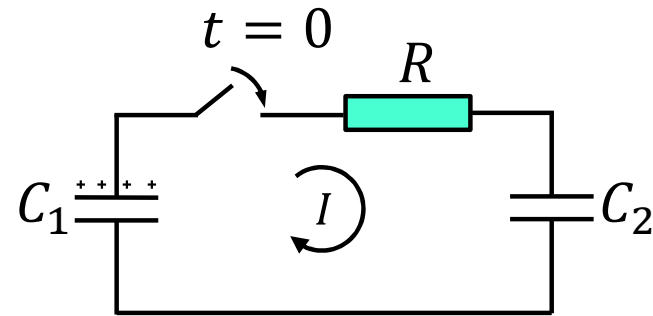
Calcular a energia transferida para os condensadores



a)



b)



c)

a) A bateria carrega o condensador inicialmente descarregado

b) Descarga para outro condensador idêntico $C_1 = C_2 = C$ inicialmente sem carga

c) Descarga através da resistência

Resolução

a) Durante o processo de carga a energia transferida para C é

$$W_0 = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C}$$

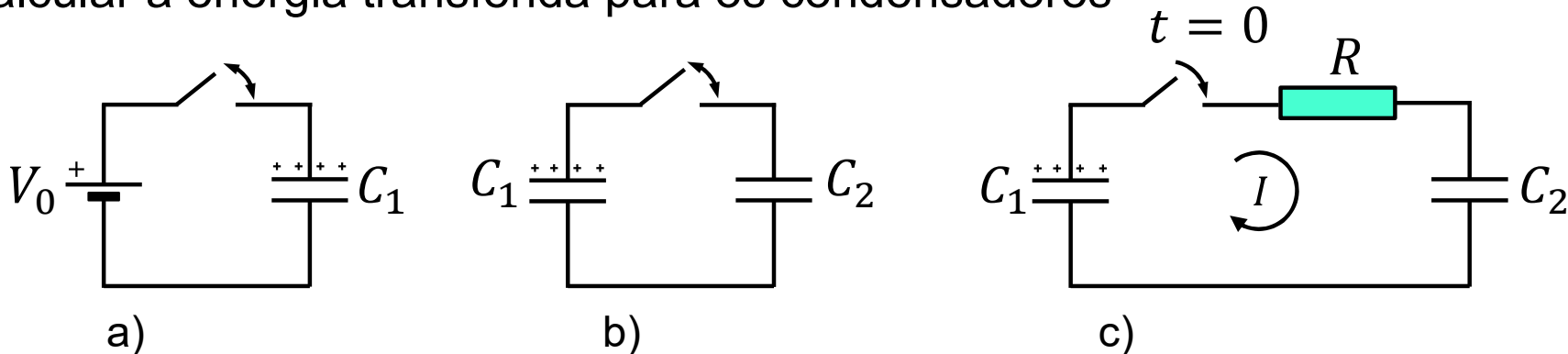


3. Campos Eléctrico e Magnético

4.2. Energia armazenada

Um paradoxo aparente

Calcular a energia transferida para os condensadores



b) O condensador carregado perde carga até que as tensões sejam iguais, ou seja. Como a carga é conservada, a carga inicial tem de ser igual à soma das cargas dos dois condensadores

$$V_1 = V_2 ; Q_{01} = Q_1 + Q_2 ; Q_1 = Q_2$$

Portanto

$$CV_0 = CV_1 + CV_1 \Rightarrow V_1 = \frac{V_0}{2}$$

$$W_b = \frac{1}{2} C_b V_b^2 = \frac{1}{2} (2C) \left(\frac{V_0}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} C V_0^2$$

observa-se que $W_b = \frac{1}{2} W_0$, apenas metade da energia inicial está presente. O que aconteceu à restante $\frac{1}{2} W_0$ energia?

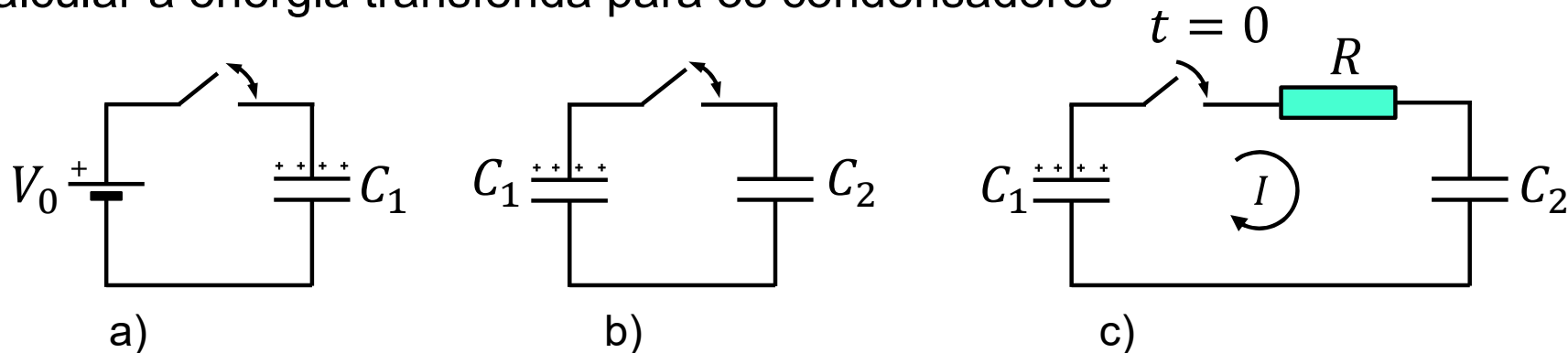


3. Campos Eléctrico e Magnético

4.2. Energia armazenada

Um paradoxo aparente

Calcular a energia transferida para os condensadores



c) Vamos incluir uma resistência R e observar a descarga de C_1

A equação da malha é, sendo $I = \frac{dQ}{dt}$ e $I(t = 0) = \frac{V_0}{R}$

$$\frac{Q}{C} + RI - \frac{(Q_0 - Q)}{C} = 0 \Rightarrow RI + \frac{2}{C} \int I dt = \frac{Q_0}{C}$$

Derivando e integrando

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{2I}{C} = 0 \Rightarrow I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\left(\frac{2}{RC}\right)t}$$

A tensão final nos condensadores é

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^\infty I dt = \frac{V_0}{2}$$

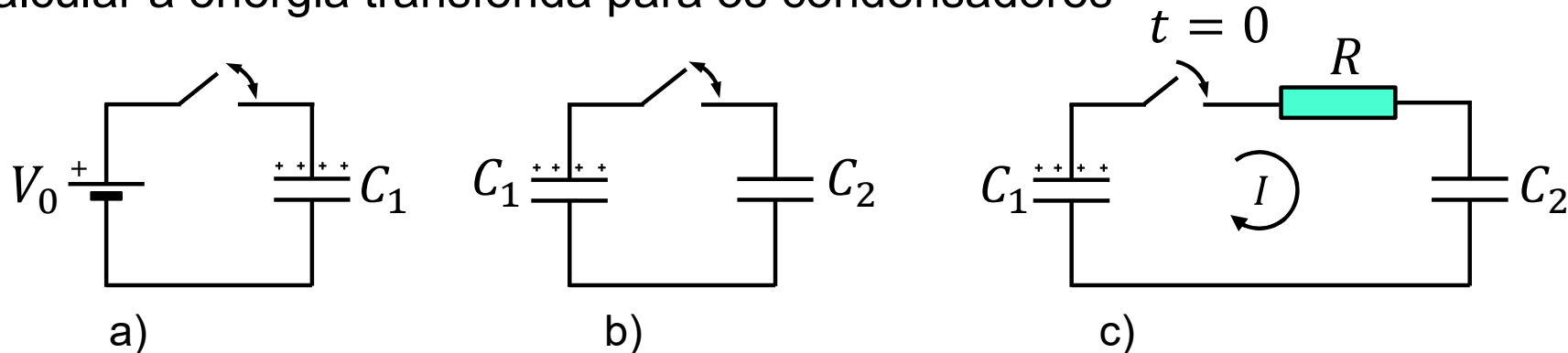


3. Campos Eléctrico e Magnético

4.2. Energia armazenada

Um paradoxo aparente

Calcular a energia transferida para os condensadores



c) A tensão final nos condensadores é

$$V_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \int_0^\infty I dt = \frac{V_0}{2}$$

de modo que as energias em R e em C são

$$W = W_R + W_C = \int_0^\infty RI^2 dt + \frac{1}{2} (C + C) \left(\frac{V_0}{2} \right)^2 = \frac{1}{4} CV_0^2 + \frac{1}{4} CV_0^2 = W_0$$

A energia dissipada em R é exactamente igual a $\frac{1}{4} CV_0^2$ e **é independente do valor de R** . **No limite $R \rightarrow 0$** , um impulso infinitesimal $\Delta t = RC \rightarrow 0$ mas infinitamente grande $I \rightarrow \infty$ transfere $\frac{Q_0}{2}$ do condensador carregado para o não carregado



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.3. Dielétricos

Um dielétrico é um material isolador.

Quando inserimos um dielétrico entre as placas de um condensador a capacidade eléctrica aumenta de um factor adimensional chamado permitividade relativa, ϵ_r

Sem dielétrico

- $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$
- $Q = C_0 V_0$

Inserimos o dielétrico, o sistema é isolado Q é constante

- $V_f = \frac{V_0}{\epsilon_r} < V_0 \rightarrow \epsilon_r > 1$
- $Q = C_f \frac{V_0}{\epsilon_r} \rightarrow \frac{Q}{V_0} = C_0 = \frac{C_f}{\epsilon_r}$
- $C_f = \epsilon_r C_0 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$

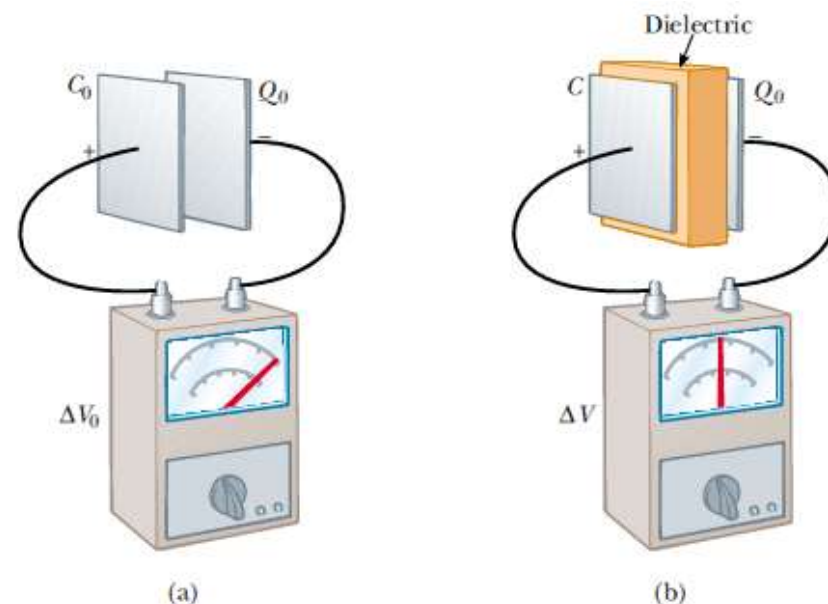


Figure 26.14 A charged capacitor (a) before and (b) after insertion of a dielectric between the plates. The charge on the plates remains unchanged, but the potential difference decreases from ΔV_0 to $\Delta V = \Delta V_0 / \kappa$. Thus, the capacitance increases from C_0 to κC_0 .

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.3. Dielétricos

Um dielétrico é um material isolador.

Quando inserimos um dielétrico entre as placas de um condensador a capacidade eléctrica aumenta de um factor adimensional chamado permitividade relativa, ϵ_r

A tensão máxima que um condensador aguenta sem que ocorra descarga (transporte de carga entre as placas) depende da rigidez dielétrica – campo máximo suportado – do dielétrico

$$C_f = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

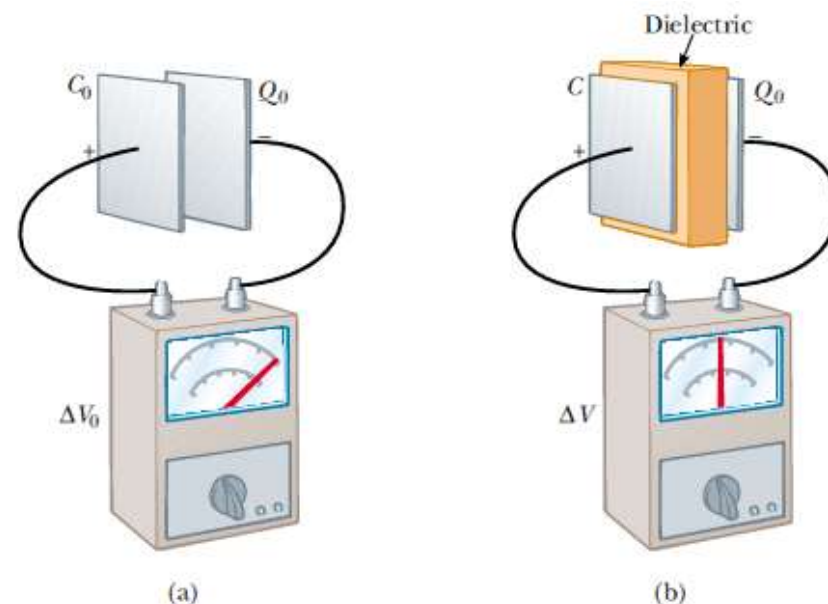


Figure 26.14 A charged capacitor (a) before and (b) after insertion of a dielectric between the plates. The charge on the plates remains unchanged, but the potential difference decreases from ΔV_0 to $\Delta V = \Delta V_0 / \kappa$. Thus, the capacitance increases from C_0 to κC_0 .

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.3. Dielétricos

Constante dieléctrica κ (ϵ_r) de alguns materiais

TABLE 26.1 Dielectric Constants and Dielectric Strengths of Various Materials at Room Temperature

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength ^a (V/m)
Air (dry)	1.000 59	3×10^6
Bakelite	4.9	24×10^6
Fused quartz	3.78	8×10^6
Neoprene rubber	6.7	12×10^6
Nylon	3.4	14×10^6
Paper	3.7	16×10^6
Polystyrene	2.56	24×10^6
Polyvinyl chloride	3.4	40×10^6
Porcelain	6	12×10^6
Pyrex glass	5.6	14×10^6
Silicone oil	2.5	15×10^6
Strontium titanate	233	8×10^6
Teflon	2.1	60×10^6
Vacuum	1.000 00	—
Water	80	—



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.3. Dielétricos – Energia armazenada

A energia armazenada diminui quando se introduz um dielétrico entre as placas de um condensador

Sem dielétrico $U_0 = \frac{Q^2}{2C_0}$

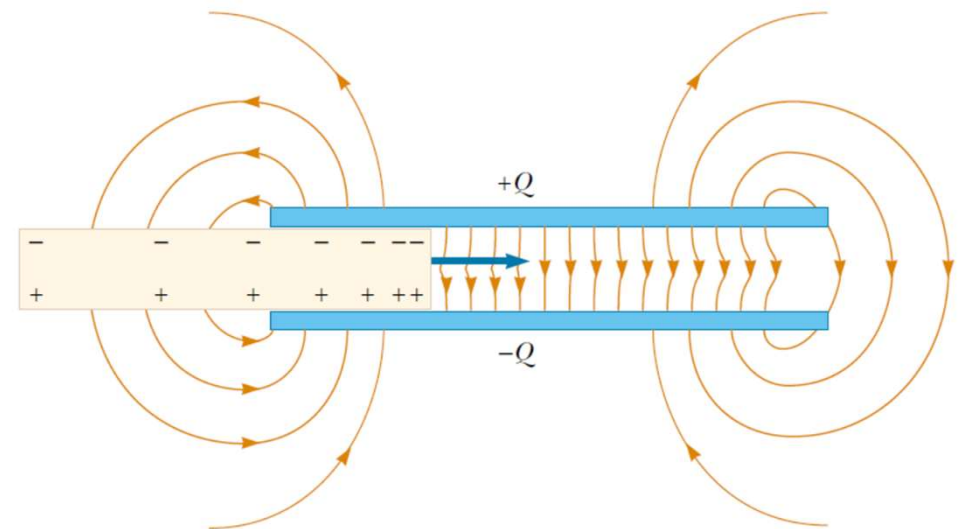
Com dielétrico $U = \frac{Q^2}{2C}$, pois Q é constante

Mas $C = \epsilon_r C_0$

Assim $U = \frac{Q^2}{2\epsilon_r C_0} = \frac{U_0}{\epsilon_r}$

como $\epsilon_r > 1 \rightarrow U < U_0$

- A diminuição de energia significa que é realizado trabalho sobre o dielétrico
- Existe uma força que tem origem na não uniformidade do campo nas extremidades e que puxa o dielétrico para o condensador



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.3. Dielétricos

Vantagens do dielétrico

- aumenta a capacidade
- Aumenta a tensão máxima de operação
- pode fornecer suporte mecânico para as placas condutoras

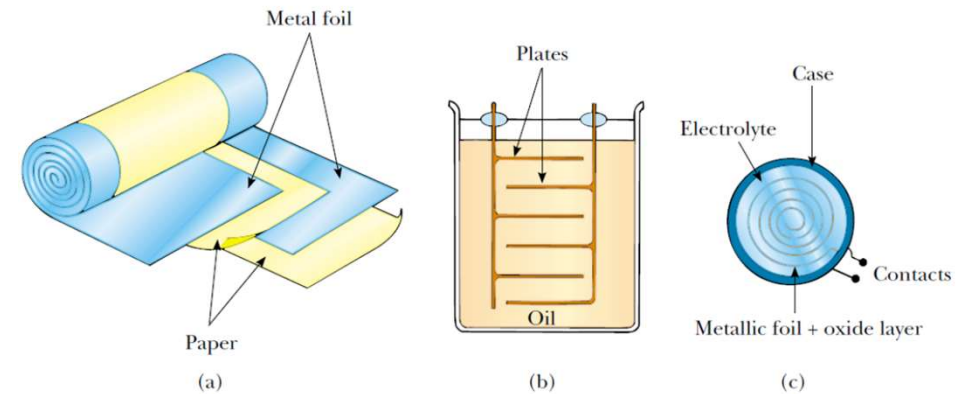


Figure 26.15 Three commercial capacitor designs. (a) A tubular capacitor, whose plates are separated by paper and then rolled into a cylinder. (b) A high-voltage capacitor consisting of many parallel plates separated by insulating oil. (c) An electrolytic capacitor.

Tipos de condensadores

Electrolíticos → dielétricos polares → armazenam grandes quantidades de carga a baixa tensão

Desfibrilador →



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

Mecanismo de adaptação a campos eléctricos

Definimos **momento dipolar** de um dipolo é o vector

$$\vec{p} = 2aq \hat{u}$$

que aponta no sentido de $-q$ para $+q$

Colocamos o dipolo num campo externo uniforme que faz um ângulo θ com o momento dipolar \vec{p}

As forças eléctricas que actuam sobre as cargas são iguais mas de sentidos opostos \rightarrow

- a resultante das forças que actuam sobre o dipolo é nula (não há translacção)
- torque (momento de rotação) não-nulo que obriga o dipolo a alinhar com o campo externo

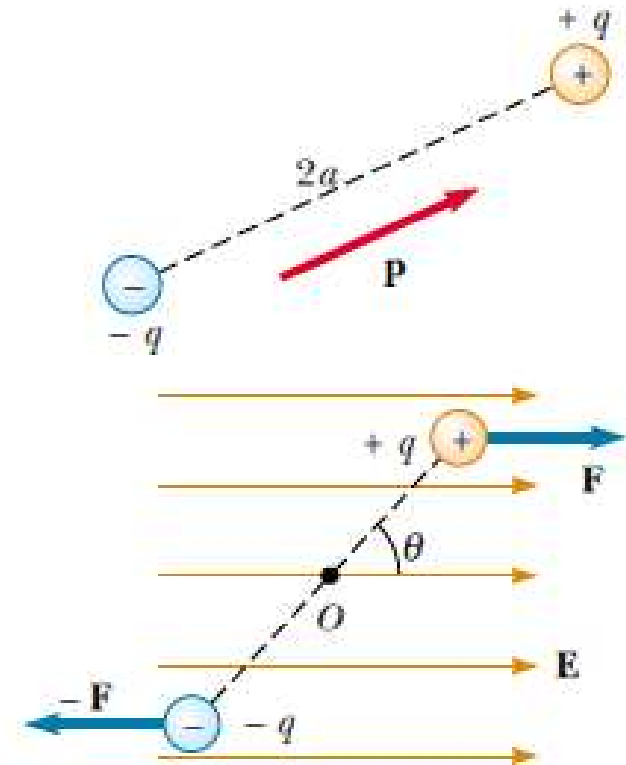


Figure 26.20 An electric dipole in a uniform external electric field. The dipole moment \mathbf{p} is at an angle θ to the field, causing the dipole to experience a torque.

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

O momento de rotação é

$$\begin{cases} \tau_- = aqE \sin \theta \\ \tau_+ = aqE \sin \theta \end{cases} \rightarrow \tau = 2aqE \sin \theta$$

$$\tau = pE \sin \theta$$

ou de um modo geral

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

A energia potencial do dipolo é dada pelo trabalho realizado para rodar o dipolo num campo externo de um ângulo θ

Este trabalho aumenta a energia potencial do sistema dipolo + campo externo

$$dW = \tau d\theta$$

Como $\tau = pE \sin \theta$, a variação da Energia Pot. é

$$U - U_0 = \int_{\theta_0}^{\theta} pE \sin \theta$$

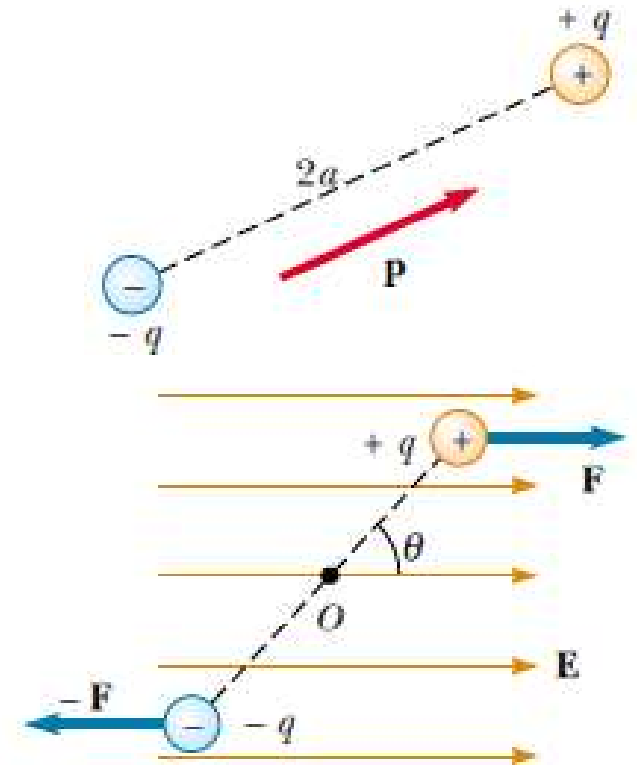


Figure 26.20 An electric dipole in a uniform external electric field. The dipole moment \mathbf{p} is at an angle θ to the field, causing the dipole to experience a torque.

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

A variação da Energia Potencial

$$U - U_0 = pE(\cos \theta - \cos \theta_0)$$

Como o termo $pE \cos \theta_0$ é constante e depende apenas da orientação inicial do dipolo, podemos escolher a referência $\theta_0 = \pi/2$ e fica

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

Qualquer variação na orientação dá origem a um momento que contraria essa rotação – dipolo alinhado

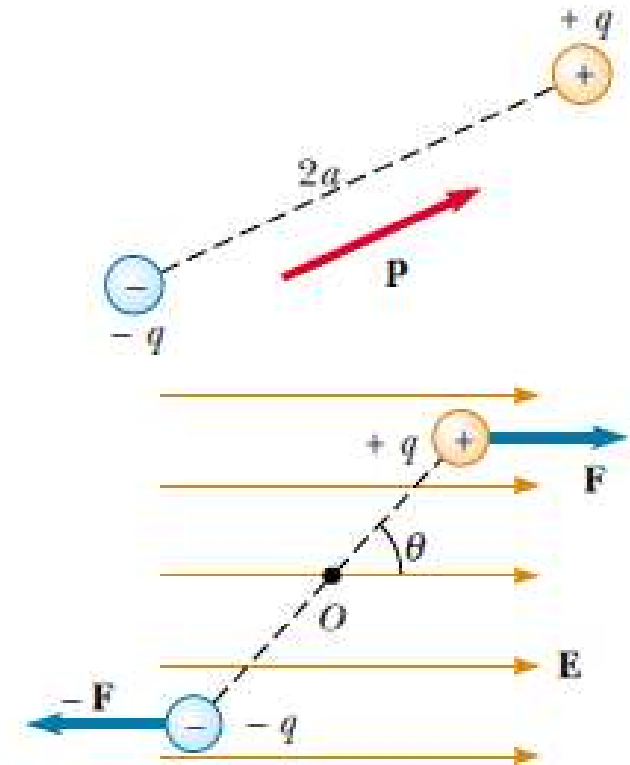


Figure 26.20 An electric dipole in a uniform external electric field. The dipole moment \mathbf{p} is at an angle θ to the field, causing the dipole to experience a torque.

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

Mecanismo de adaptação a campos eléctricos.

Uma molécula está polarizada quando há separação entre o centro de carga negativo e o centro de carga positivo. Em algumas moléculas, como na água, esta condição é permanente → molécula polar

Exemplo: A molécula de água tem um momento dipolar permanente de $p = 6,3 \times 10^{-30}$ C.m. Uma amostra contém $N = 10^{21}$ moléculas orientadas num campo externo de $E = 2,5 \times 10^5$ V/m

Qual o trabalho necessário para rodar os momentos dipolares desta posição até $\theta = 90^\circ$

$$\begin{aligned} W &= U_{90} - U_0 = -pE \cos 90 - (pE \cos 0) \\ &= pE = 1,6 \times 10^{-24} \text{ J} \end{aligned}$$

$$W_{total} = NpE = 10^{21} \times 1,6 \times 10^{-24} = 1,6 \times 10^{-3} \text{ J}$$

Estes materiais têm permitividades eléctricas muito elevadas, por ex. $\epsilon_r = 81$ da água

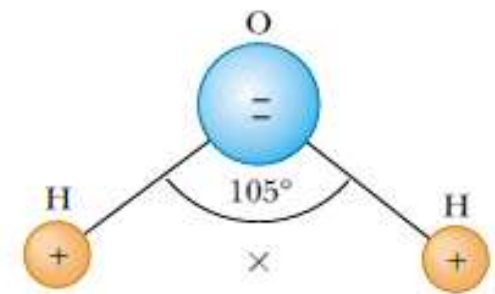


Figure 26.21 The water molecule, H_2O , has a permanent polarization resulting from its bent geometry. The center of the positive charge distribution is at the point X.

3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

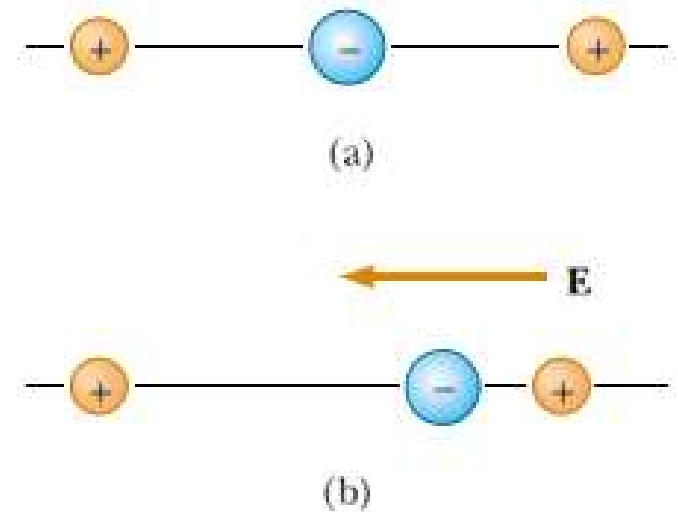
Uma molécula simétrica não tem polarização permanente. Mas a aplicação de um campo externo pode induzir a polarização → efeito predominante nos dielétricos usados em condensadores

Em algumas moléculas, como na água, esta condição é permanente → molécula polar

A molécula de água tem um momento dipolar permanente de $p = 6,3 \times 10^{-30}$ C.m. Uma amostra contém $N = 10^{21}$ moléculas orientadas num campo externo de $E = 2,5 \times 10^5$ V/m

$$\epsilon_r = 81$$

Estes materiais têm permitividades eléctricas muito elevadas



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

Mecanismo de adaptação a campos eléctricos

A introdução do dieléctrico faz diminuir a d.d.p. $V = \frac{V_0}{\epsilon_r}$

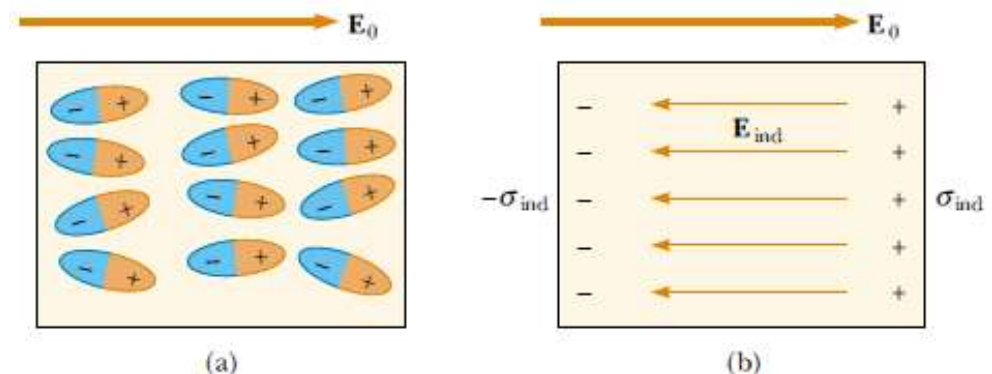
logo o campo $E = \frac{E_0}{\epsilon_r}$ também diminui. Porquê?

- Na ausência de campo \vec{E} os dipolos estão orientados aliatóriamente
- A plicamos um campo externo:

Moléculas polares: tendem a alinhar com o campo

Moléculas não-polares: campo induz a separação dos centros de carga → induz o aparecimento de momentos dipolares → estes momentos tendem a alinhar-se com o campo

- Em ambos os casos observa-se uma redução do campo interno
- Num condensador o campo polariza o dieléctrico



3. Campos Eléctrico e Magnético

4.4. Polarização

Mecanismo de adaptação a campos eléctricos

- Num condensador o campo polariza o dieléctrico
- O efeito resultante é a formação de densidade de carga induzida σ_i na superfície do dieléctrico

Então, o campo resultante no interior tem intensidade

$$E = E_0 - E_i$$

Num condensador plano $E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_r}$ e $E_i = \frac{\sigma_i}{\epsilon_0}$

Como $E = \frac{E_0}{\epsilon_r} = \frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0}$ resulta $\frac{\sigma}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_i}{\epsilon_0}$

$$\sigma_i = \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right) \sigma$$

como $\epsilon_r > 1$ fica $\sigma_i < \sigma$ (σ é a carga livre das placas)

