



UNIVERSIDAD TÉCNICA  
FEDERICO SANTA MARÍA



---

## Tarea 2 - Eli 246

---

**Integrantes:** Rodrigo Burgos 201923050-6

Luis Fuentes 201923012-3

**Profesor:** Guillermo Huerta

# 1. Introducción

En cada una de las barras de un SEP se debe conocer cuatro variables: magnitud y ángulo del voltaje de barra, potencias activa y reactiva. Dado que se dispone de dos ecuaciones asociadas a la potencia activa y reactiva, se deben calcular las otras dos variables. La no linealidad del sistema de ecuaciones está dada por dos factores: la relación de la potencia con el cuadrado de los voltajes y la presencia de funciones trigonométricas en los ángulos de los voltajes de barra, como se muestra en el desarrollo de las ecuaciones de errores de potencia. En este trabajo se aprovecha el cálculo de los términos de los sumatorios constitutivos de las ecuaciones de potencia activa y reactiva de barra para evaluar todos los términos del Jacobiano del método de Newton-Raphson.

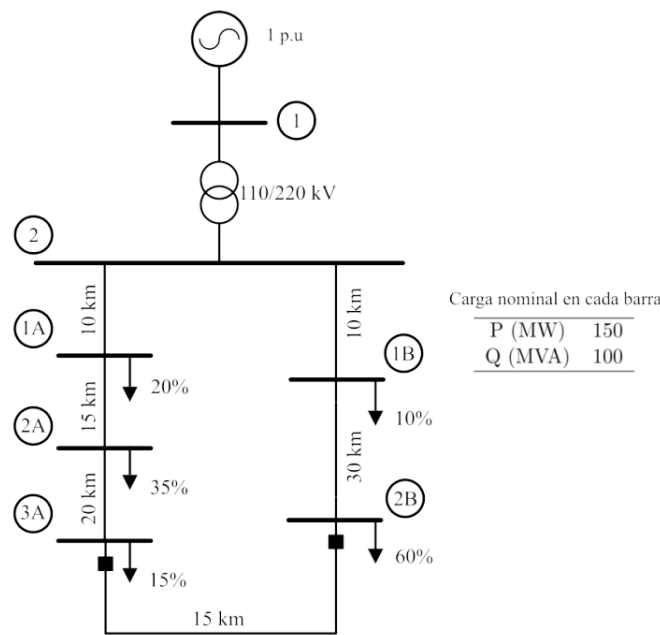


Figura 1: sistema eléctrico en estudio

## 2. Arquitectura.

Para el desarrollo de esta tarea se siguió el siguiente esquema de trabajo, el cual fue desarrollado en draw.io y sera presentado también en el repositorio.

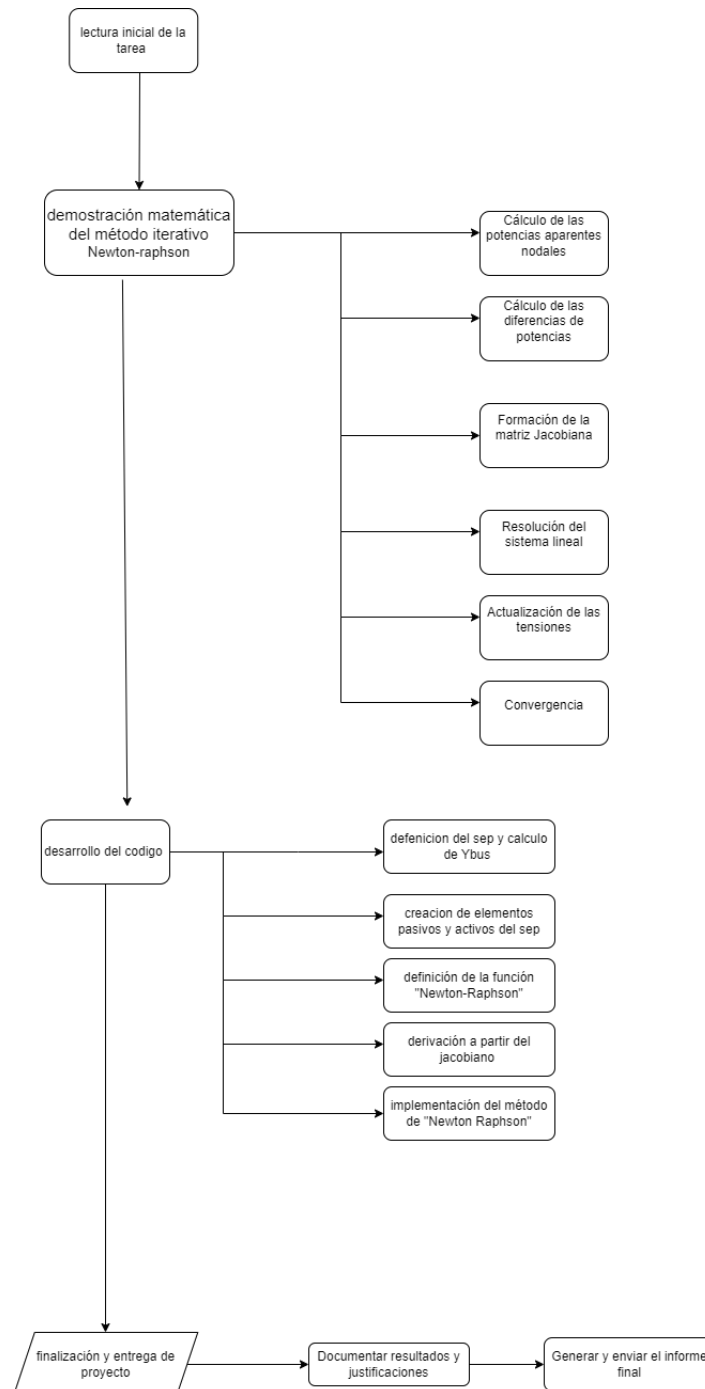


Figura 2: diagrama de flujo

### 3. Desarrollo

El método de Newton-Raphson se basa en la idea de utilizar la tangente a la curva de la función  $f(x)$  para encontrar sucesivas aproximaciones a la raíz. Si tenemos una aproximación inicial cerca de la raíz verdadera, podemos usar la derivada de la función para encontrar una mejor aproximación.

Dada una función  $f(x)$  y su derivada  $f'(x)$ , el método de Newton-Raphson genera una sucesión de valores que se espera converjan a una raíz de  $f(x)$ . La fórmula iterativa es:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

dado que nuestro sistema es multidimensional podemos describir nuestra aproximación es de la forma

$$x_{k+1} = x_k - J(x_k)^{-1} F(x_k)$$

donde  $J$  es la matriz jacobiana que contiene las derivadas parciales de las componentes de  $F$  con respecto a las variables de  $x$ , que en el caso de flujos de potencia estos serán tensión y ángulo

#### 3.1. a

Las potencias calculadas en una barra se obtienen a partir de las ecuaciones de potencia compleja  $S_B$  (1) y (2), y corriente de barra  $I_B$  (3) y (4), en términos de la matriz admitancia de barra  $Y_B$  y el vector de voltajes de barra  $V_B$ .

$$S_B = V_B \cdot I_B^* \quad (1)$$

$$S_i = P_i + jQ_i \quad (2)$$

$$I_B = Y_B \cdot V_B \quad (3)$$

$$I_i = \sum_{j=1}^n (G_{ij} + jB_{ij})(\cos \theta_{ij} + j \sin \theta_{ij}) \cdot V_j \quad (4)$$

De donde se deducen las ecuaciones de potencia activa y reactiva en cada barra, (5) y (6):

$$P_i = \sum_{j=1}^n V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) V_j \quad (5)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n V_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) V_j \quad (6)$$

Las diferencias entre potencias especificadas y aquellas calculadas en función de las variables de estado proveen las ecuaciones necesarias y suficientes para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas no lineales. Las ecuaciones de errores de potencia agrupadas en potencia aparente se expresan como se indica en (7), con la potencia especificada dada por (8):

$$\Delta S^{(k-1)} = S_{\text{especificado}} - S_{\text{calculado}} \quad (7)$$

$$S_{\text{especificado}} = S_{\text{generación}} - S_{\text{carga}} \quad (8)$$

La solución del sistema de ecuaciones algebraicas no lineales puede encontrarse por Newton-Raphson. La formulación del método se basa en la expansión de una función no lineal en Series de Taylor, truncándola en la primera derivada, razón por la que se convierte en un proceso iterativo. El proceso de convergencia se puede apreciar en la Fig. 1, donde la tangente en el punto inicial  $X(0)$  encuentra el primer estimado  $X(1)$ , después de añadirle la corrección  $\Delta X$

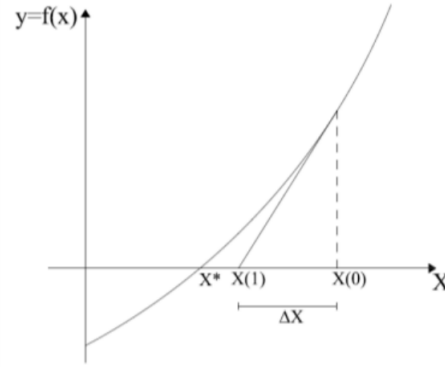


Figura 3

### 3.2. b

en este apartado podemos ver la matriz  $F(X)$  que corresponde a la matriz de inyecciones de potencia

$$\mathbf{F}(x) = \begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{NPQ} \\ \vdots \\ \Delta P_{NPQ+NPV} \\ \vdots \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_{NPQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{cases} \Delta P_i = P_i^* - P_i, & P_i^* : \text{Potencia inyectada} \\ P_i = V_i \sum_{j=1}^N V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \\ \Delta Q_i = Q_i^* - Q_i, & Q_i^* : \text{Potencia inyectada} \\ Q_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{cases}$$

### 3.3. c

en este apartado podemos ver la forma en la que se debe formar la matriz de variables de estado

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_{N_{PQ}} \\ \delta_{N_{PQ}+1} \\ \vdots \\ \delta_{N_{PQ}+N_{PV}} \\ V_1 \\ \vdots \\ V_{N_{PQ}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta \\ - \\ Q \end{bmatrix}$$

### 3.4. d Jacobiano

es posible subdividir nuestro jacobiano en cuatro matrices, las cuales se representan a continuacion

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \theta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \theta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Los elementos fuera de la diagonal de las cuatro submatrices del Jacobiano están dados por las siguientes ecuaciones. Las derivadas no tienen sumatorios dado que para cada subíndice  $j$ , solo hay un término correspondiente distinto de cero. Las derivadas con respecto a  $V_j$  han sido multiplicadas por su respectivo voltaje para mantener uniformidad en las expresiones y visualizar la semejanza entre ellos:

1.B La derivada parcial de la potencia activa con respecto al ángulo:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij})$$

2.B La derivada parcial de la potencia reactiva con respecto al ángulo:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij})$$

3.B La derivada parcial de la potencia activa con respecto al voltaje:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} V_J = V_i (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) V_J$$

4.B La derivada parcial de la potencia reactiva con respecto al voltaje:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} V_J = V_i (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) V_J$$

Las ecuaciones (1B) y (4B) son idénticas, por lo que la segunda requiere una simple asignación. Lo mismo ocurre con las ecuaciones (2B) y (3B), excepto por el signo cambiado.

Los elementos de las cuatro diagonales están dados por las siguientes ecuaciones. Estos elementos tienen sumatorios porque en cada término  $j$  siempre existe el correspondiente subíndice  $i$ :

1. La derivada parcial de la potencia activa con respecto al ángulo en la diagonal:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} + B_{ij} \cos \theta_{ij}) - 2V_i^2 G_{ii}$$

2. La derivada parcial de la potencia reactiva con respecto al ángulo en la diagonal:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = V_i \sum_{j=1}^n V_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} - B_{ij} \sin \theta_{ij}) - 2V_i^2 B_{ii}$$

3. La derivada parcial de la potencia activa con respecto al voltaje en la diagonal:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) + 2V_i G_{ii}$$

4. La derivada parcial de la potencia reactiva con respecto al voltaje en la diagonal:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) - 2V_i B_{ii}$$

## 4. flujo de potencia

se presenta el diagrama de flujo del codigo de iteraciones

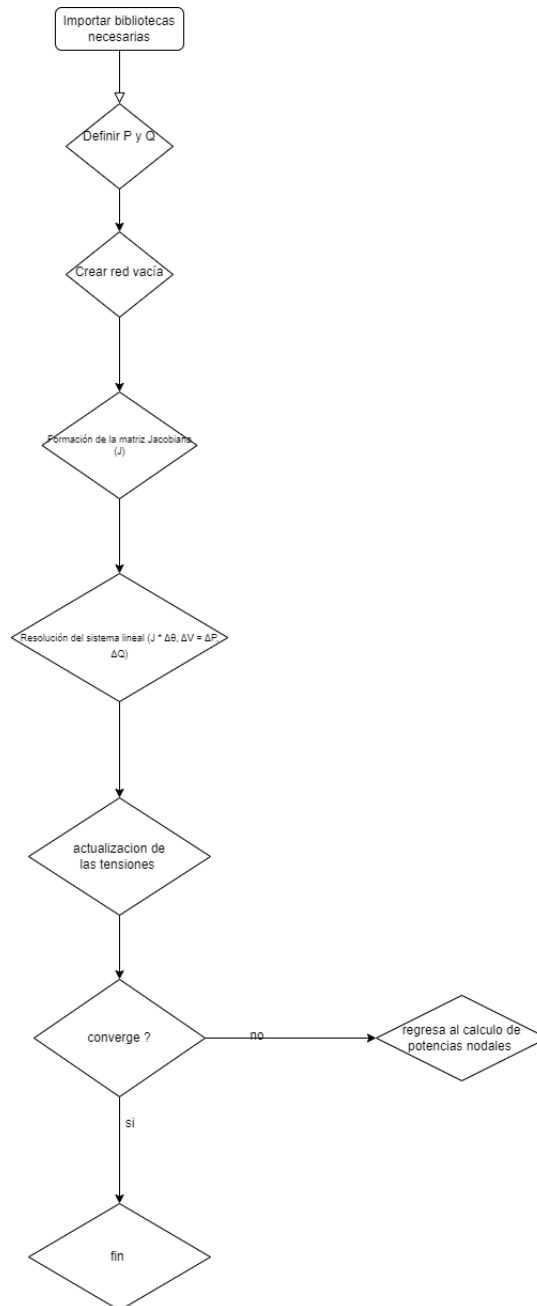


Figura 4: diagrama de flujo



#### 4.1. a

La matriz de admitancia  $Y_{\text{bus}}$  es de la forma:

$$\begin{bmatrix} 0,181 - 8,331j & -0,180 + 8,331j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j \\ -0,180 + 8,331j & 280,908 - 450,500j & -140,364 + 221,179j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & -140,364 + 221,179j & 0,000 + 0,000j \\ 0,000 + 0,000j & -140,364 + 221,179j & 233,940 - 368,395j & -93,576 + 147,453j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j \\ 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & -93,576 + 147,453j & 163,758 - 257,710j & -70,182 + 110,590j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j \\ 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & -70,182 + 110,590j & 163,758 - 257,710j & 0,000 + 0,000j & -93,576 + 147,453j \\ 0,000 + 0,000j & -140,364 + 221,179j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 187,152 - 294,526j & -46,788 + 73,726j \\ 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & 0,000 + 0,000j & -93,576 + 147,453j & -46,788 + 73,726j & 140,364 - 220,752j \end{bmatrix}$$

#### 4.2. b

luego de calcular los parámetros utilizando nuestro código de iteración en python, la solución sera

Nodo	Tensión (pu)	Ángulo (grados)
1	1.002	0.559
2	1.017	-11.290
3	1.037	-13.183
4	1.018	-10.346
5	1.022	-15.263
6	1.037	-12.944
7	1.023	-10.024

Tabla 1: Tensiones y ángulos de los nodos

Tabla 2: tensiones calculadas utilizando panda power

Barra	Tensión (p.u.)	Estado
Bus 1	1.0000	Normal
Bus 2	1.0334	Normal
Bus 1A	1.0315	Normal
Bus 2A	1.0292	Normal
Bus 3A	1.0284	Normal
Bus 2B	1.0274	Normal
Bus 1B	1.0324	Normal

podemos ver que la solución encontrada por el método iterativo realizado en python, es bastante similar a la solución encontrada utilizando la librería panda power, utilizando 100 iteraciones.

## 5. conclusiones

El método de Newton-Raphson para resolver flujos de potencia en sistemas eléctricos utiliza el cálculo de los elementos de la matriz Jacobiana dentro de las ecuaciones de errores de potencia neta de barra. Esta mejora permite que las relaciones entre las derivadas calculadas y los otros elementos del Jacobiano, así como las potencias netas de barra, faciliten la evaluación completa del sistema de ecuaciones matriciales durante los procesos iterativos.