

(a)  $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & -2 \\ b & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ c & 5 \end{pmatrix}$  ஆகியன  $A^T B = C$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக

உள்ள தாயங்கள் எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

$a = 1, b = 3, c = -2$  எனக் காட்டுக.  $a, b, c$  இன் இப்பெறுமானங்களிற்கு  $C^{-1}$  ஐ எழுதி  $C(P + 2I) = 3C + I$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக தாயம்  $P$  ஐக் காண்க; இங்கு  $I$  ஆனது வரிசை 2 இன் சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

(b)  $z, w \in \mathbb{C}$  எனக் கொள்வோம்.

$|z - 2i|^2 = |z|^2 - 4\text{Im}(z) + 4$  எனவும்,  $|1 + 2iz|^2 = 1 - 4\text{Im}(z) + 4|z|^2$  எனவும், காட்டுக.

$z \neq 2i$  இற்கு  $\left| \frac{1+2iz}{z-2i} \right| = 1$  ஆக இருந்தால், இருந்தால் மாத்திரம்  $|z| = 1$  என்பதை உய்த்தறிக.

$\left| \frac{1+2iz}{z-2i} \right| = 1$  ஆகவும்  $\text{Arg}(2iz) = \frac{\pi}{6}$  ஆகவும் இருக்கத்தக்க சிக்கலெண்  $z$  ஐக் காண்க.

(c)  $\sqrt{6} + \sqrt{2}i$  ஐ வடிவம்  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு  $r > 0$  உம்  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  உம் ஆகும். த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி  $(\sqrt{6} + \sqrt{2}i)^6 = -512$  எனக் காட்டுக.