Özdevinirler Kuramı ve Biçimsel Diller

1. Haftanın Özeti

⇒ Sonlu Özdevinir Modelleri

- Sonlu Durumlu Tanıyıcı
- Çıkış Üreten Özdevinirler

⇒ Deterministik Sonlu Özdevinir Modeli (DFA)

- Biçimsel Tanım
- DFA nın Tanıdığı Dizgiler Kümesi
- Şeritli Makine Modeli

⇒ Deterministik Olmayan Sonlu Özdevinir Modeli

- Biçimsel Tanım
- Lambda (λ) Geçişleri
- λ Geçişlerinin Yok Edilmesi

⇒ Deterministik ve Deterministik Olmayan Sonlu Özdevinir Modellerinin Denkliği

- NFA ya Denk DFA nın bulunması

Sonlu Özdevinir (Tanıyıcı) Örnekleri

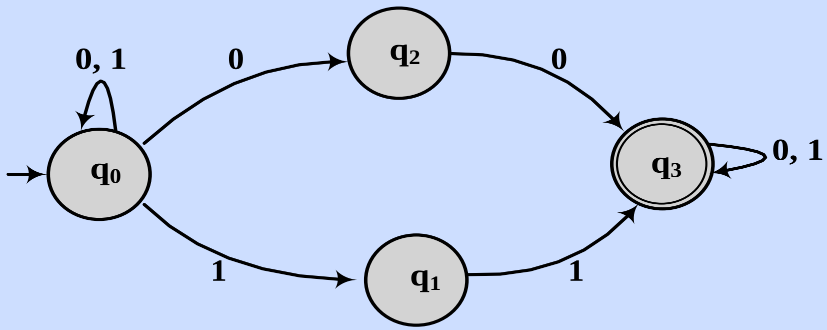
Örnek 1.

{ 0, 1 } alfabesinde, içinde 00 ya da 11 altdizgisi bulunan dizgiler kümesini tanıyan sonlu özdevinirin (FA) geçiş çizeneğinin oluşturulması.

Tanınacak dizgilerin yapısı:

..........0 0..........

veya ....1 1..........



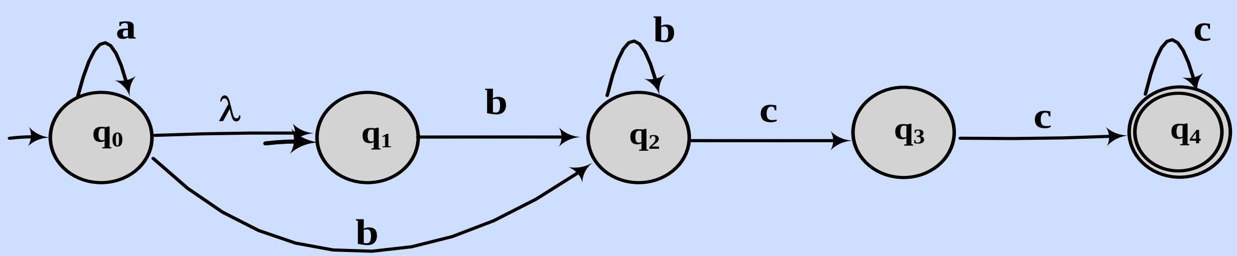
Sonlu Özdevinir (Tanıyıcı) Örnekleri

Örnek 2.

{ a, b, c } alfabesinde aşağıda tanımlanan dizgiler kümesini tanıyan sonlu özdevinirin (FA) geçiş çizeneği oluşturunuz

$T(M) = \{ a^n b^m c^k \mid n \geq 0,\ m \geq 1,\ k \geq 2 \}$

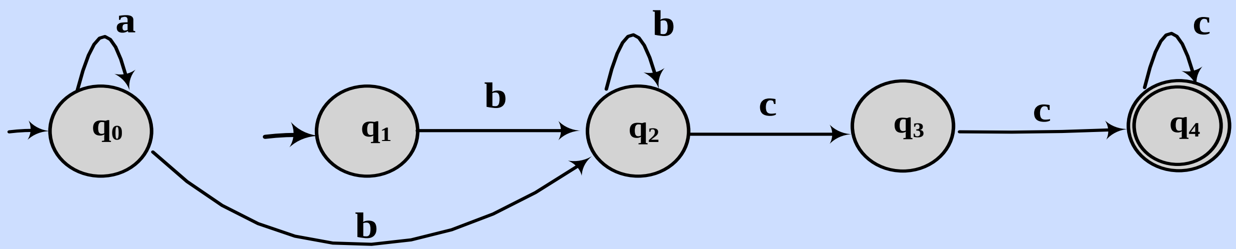
T(M) = { bcc, abcc, bbccc, aaabccc, ... }



Bu makinenin (NFA) deterministik eşdeğeri (DFA) bulunurken başlangıç durumlarının (q_0q_1 çiftinin) ardılları bulunur.

Sonlu Özdevinir (Tanıyıcı) Örnekleri

Örnek 2.



Geçiş çizelgesi:

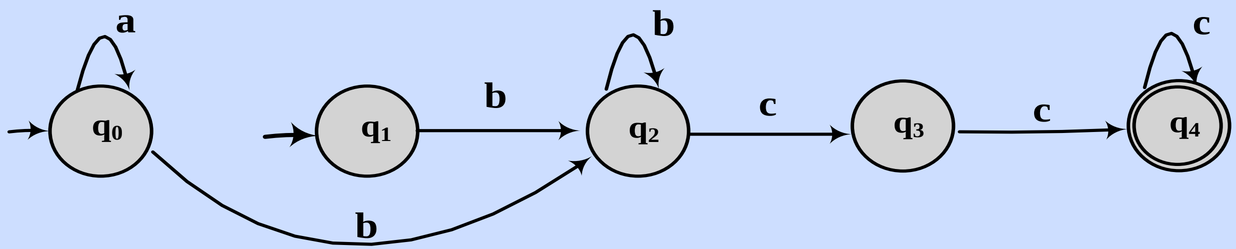
	a	b	c
→ q_0	q_0	q_2	-
→ q_1	-	q_2	-
q_2	-	q_2	q_3
q_3	-	-	q_4
q_4	-	-	q_4

Başlangıç Durumlarının Ardılları

	a	b	c
→ q_0q_1	q_0	q_2	Φ
q_0	q_0	q_2	Φ
q_2	Φ	q_2	q_3
Φ	Φ	Φ	Φ
q_3	Φ	Φ	q_4
q_4	Φ	Φ	q_4

Sonlu Özdevinir (Tanıyıcı) Örnekleri

Örnek 2.



Başlangıç Durumlarının Ardılları

	a	b	c
→ q_0q_1	q_0	q_2	Φ
q_0	q_0	q_2	Φ
q_2	Φ	q_2	q_3
Φ	Φ	Φ	Φ
q_3	Φ	Φ	q_4
q_4	Φ	Φ	q_4

Durumların yeniden adlandırılması:

q_0q_1 için : A

q_0 için : B

q_2 için : C

Φ için : D

q_3 için : E

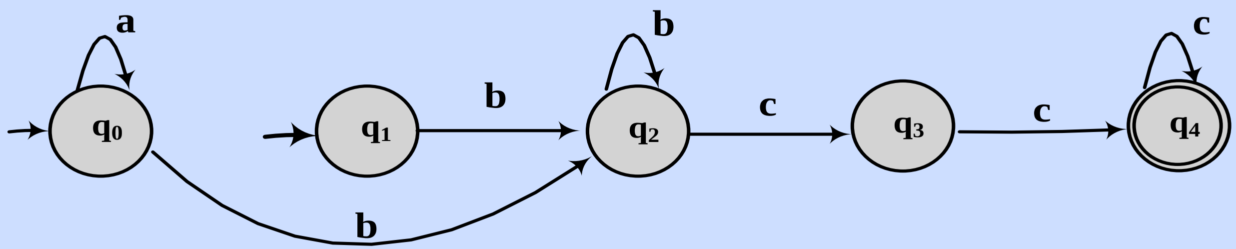
q_4 içn : F

Deterministik Geçiş Çizelgesi

	a	b	c
→ A	B	C	D
B	B	C	D
C	D	C	E
D	D	D	D
E	D	D	F
F	D	D	F

Sonlu Özdevinir (Tanıyıcı) Örnekleri

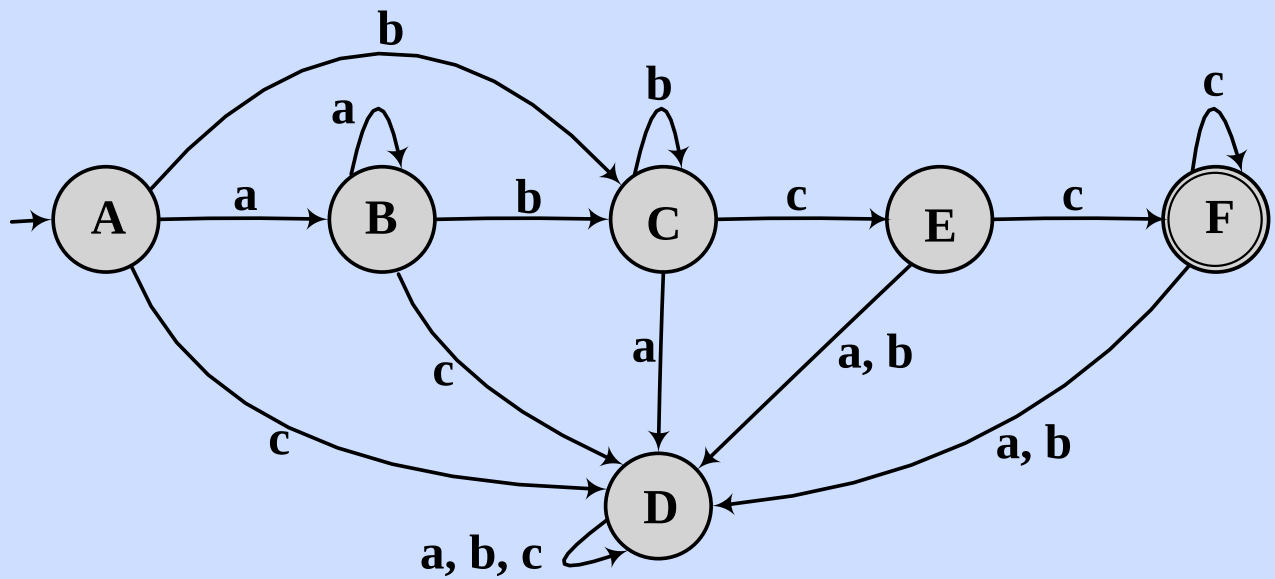
Örnek 2.



Deterministik Geçiş Çizelgesi

	a	b	c
→A	B	C	D
B	B	C	D
C	D	C	E
D	D	D	D
E	D	D	F
F	D	D	F

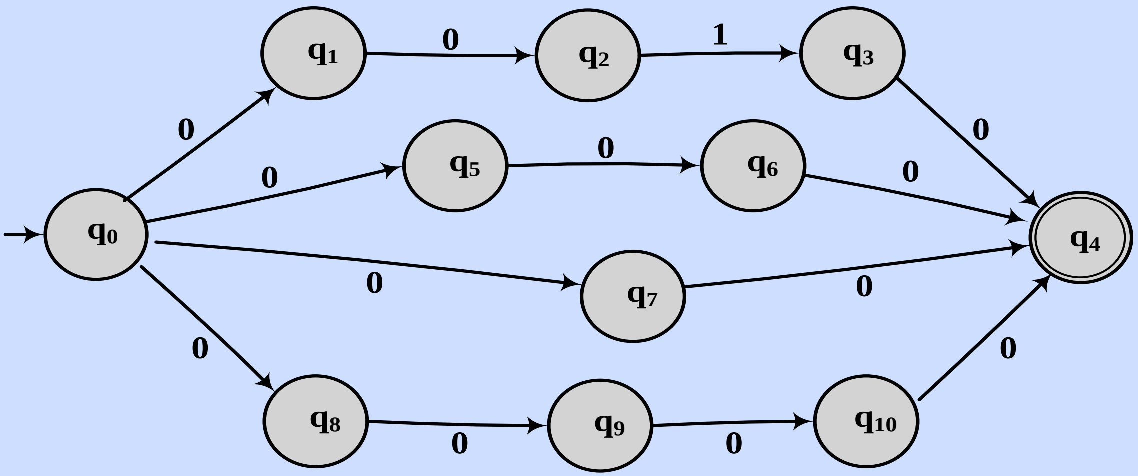
Deterministik Geçiş Çizeneği

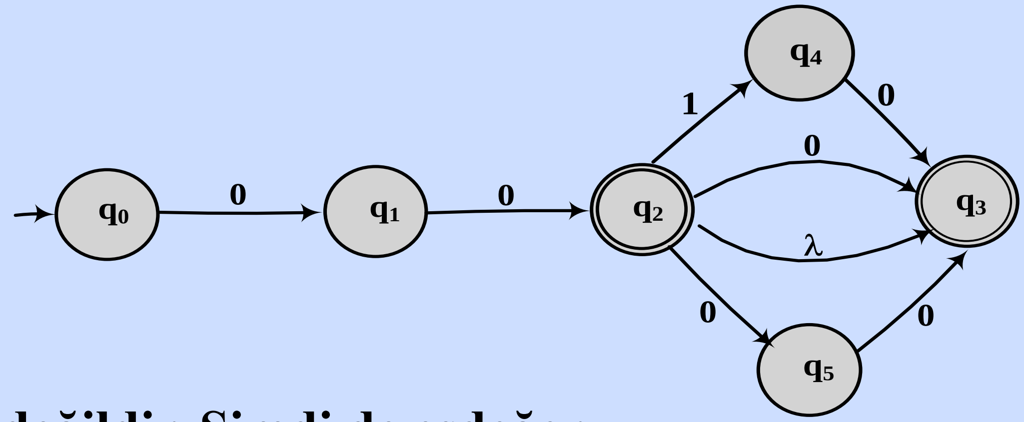


Sonlu Özdevinir (Tanıyıcı) Örnekleri

Örnek 3.

{ 0, 1 } alfabesindeki { 0010, 000, 00, 0000 } dizgler kümesini tanıyan tanıyan sonlu özdevinirin (FA) geçiş çizeneğinin oluşturulması.

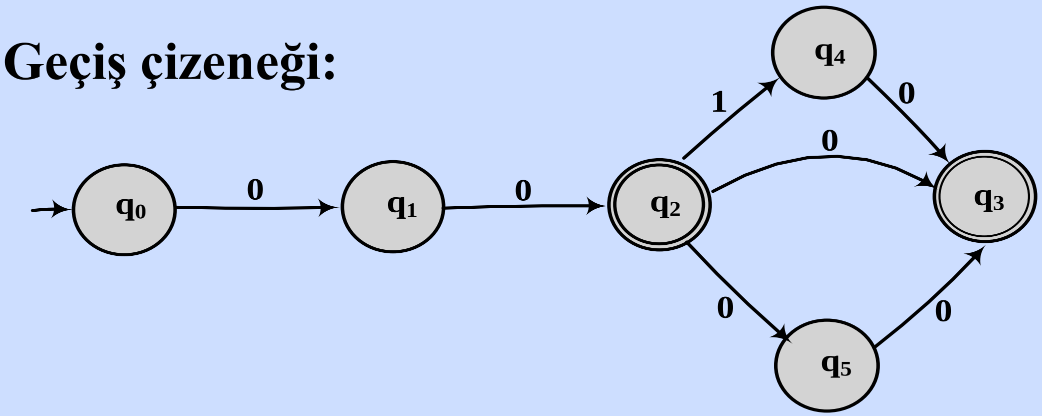




Elde ettiğimiz geçiş çizeneği deterministik değildir. Şimdi de eşdeğer deterministik çizeneği bulalım.

Örnek 3.

Geçiş çizeneği:



Geçiş çizelgesi:

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	-
q_1	q_2	-
q_2	q_3q_5	q_4
q_3	-	-
q_4	q_3	-
q_5	q_3	-

Başlangıç Durumunun Ardılları

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_1	Φ
q_1	q_2	Φ
Φ	Φ	Φ
q_2	q_3q_5	q_4
q_3q_5	q_3	Φ
q_4	q_3	Φ
q_3	Φ	Φ

Durumların yeniden adlandırılması:

q_0 için : A
q_1 için : B
Φ için : C
q_2 için : D
q_3q_5 için : E
q_4 için : F
q_3 içn : G

Deterministik Geçiş Çizelgesi

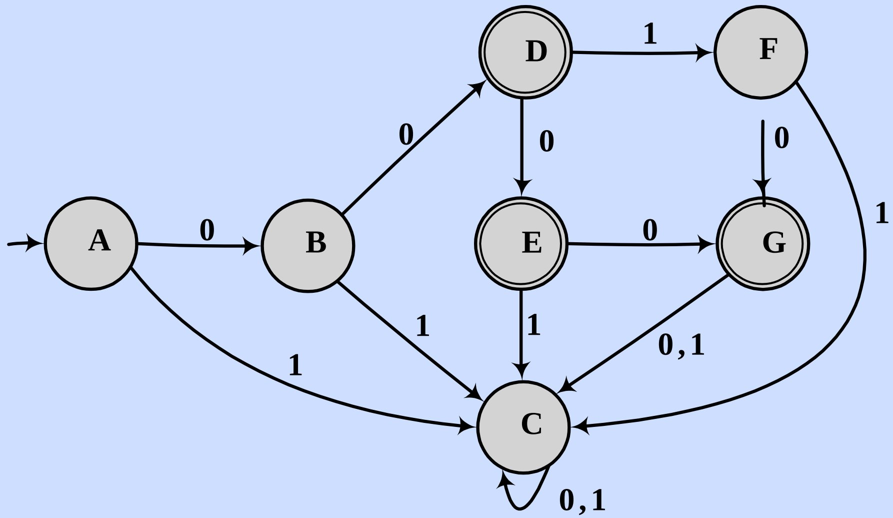
	0	1
$\rightarrow$ A	B	C
B	D	C
C	C	C
D	E	F
E	G	C
F	G	C
G	C	C

Örnek 3.

Deterministik Geçiş Çizelgesi

	0	1
→ A	B	C
B	D	C
C	C	C
D	E	F
E	G	C
F	G	C
G	C	C

Deterministik Geçiş Çizeneği



1.1.5. İki Yönlü Sonlu Özdevinir Modeli

- DFA ve 2DFA arasındaki tek fark geçiş işlevininin tanımındadır.

  2DFA modelinde geçiş işlevi:

  (Q x Σ)'dan Q x { R, L }'ye bir eşleme

  olarak tanımlanır.

  Bu tanımda R (*right*) ve L (*left*), okuma kafasının bir sağa mı yoksa bir sola mı geçeceğini gösterir.

1 0 0 1 0 1 0 1 0

↑

q_i

- Örnek İki Yönlü Sonlu Özdevinir (2DFA)

	0	1
→ q_0	(q_0, R)	(q_1, R)
q_1	(q_1, R)	(q_2, L)
q_2	(q_0, R)	(q_2, L)

1 0 0 1 0 1 0 1 0

↑

q_j

Örnek makine, { 0, 1 } alfabesinde içinde 11 altdizgisi bulunmayan dizgileri tanıyan bir 2DFA'dır.

- **Anlık Tanım (ID : *Instantenaous Description*)**

$$ID = (\alpha, q_i, \beta)$$

Örnek:

$$\overbrace{1\ 0\ 0\ 1}^{\alpha}\ \overbrace{0\ 1\ 0\ 1\ 0}^{\beta}$$

$$\uparrow q_1$$

$$ID = (1001, q_1, 01010)$$

$$ID_1 \vdash ID_2$$

$$ID_1 \overset{*}{\vdash} ID_2$$

- **2DFA'nın Tanıdığı Dizgiler Kümesi**

$$T(M) = \{ w \mid (q_0, w) \overset{*}{\vdash} (w, q_i),\ q_i \in F \}$$

- **Tek ve İki Yönlü Sonlu Özdevinirlerin Denkliği**

1.2. Çıkış Üreten Özdevinirler

- Sonlu özdevinirlerin iki ana türü, “tanıyıcılar” ve “dönüştürücüler” olarak nitelenebilir. Çıkış üreten özdevinirler giriş dizgilerini çıkış dizgilerine dönüştüren modellerdir.

- Çıkış üreten özdevinirlerin Moore ve Mealy makinesi olarak adlandırılan iki türü vardır.

- Moore Makinesi

  $M = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$

  Q : Durumlar kümesi

  Σ : Giriş alfabesi

  Δ : Çıkış alfabesi

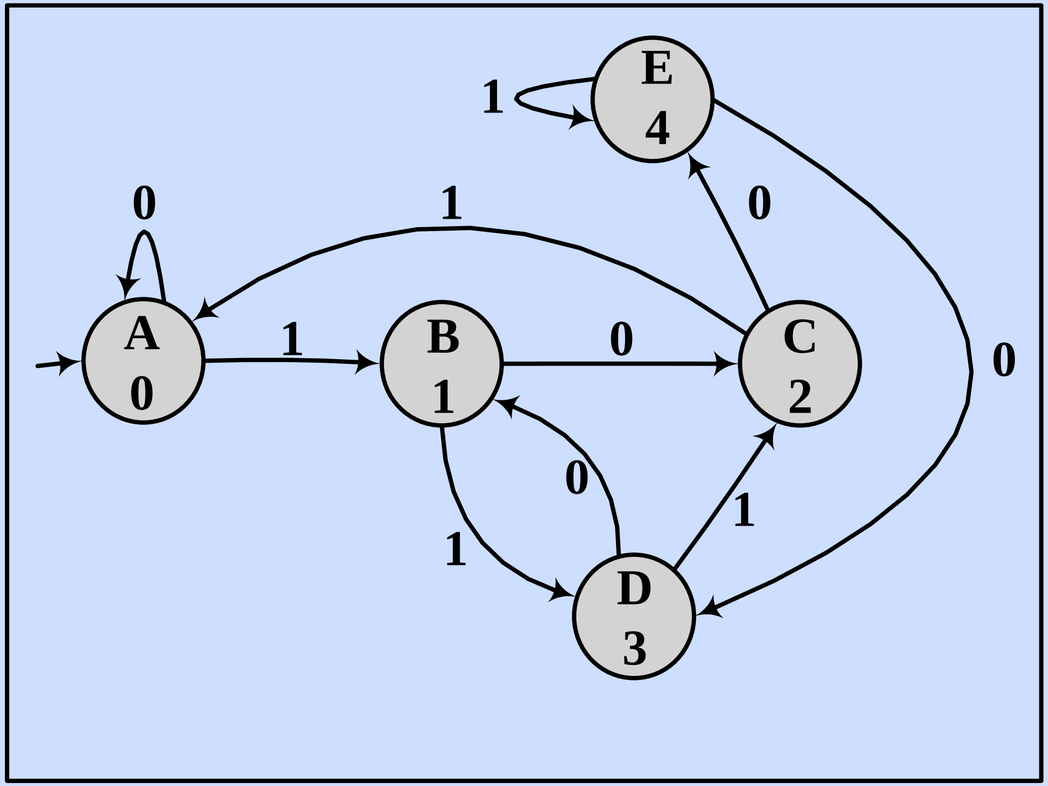
  q_0 : Başlangıç durumu : $q_0 \in Q$

  δ : Durum geçiş işlevi : $(Q \times \Sigma)$’dan Q’ya bir eşleme

  λ : Çıkış işlevi : Q’dan Δ’ya bir eşleme

- Moore makinesi, DFA modelinin genellemesi olarak görülebilir.

- Örnek 1.8. Girişine uygulanan ikili sayı X ise, çıkışında z = Mod(X, 5) değerini üreten makine. $M_{1.8} = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$



a) Durum Çizeneği

ŞD	SD x = 0	SD x = 1	z
→ A	A	B	0
B	C	D	1
C	E	A	2
D	B	C	3
E	D	E	4

b) Durum Çizelgesi

- **Mealy Makinesi**

  $M = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$

  δ : Durum geçiş işlevi : $(Q \times \Sigma)$'dan Q'ya bir eşleme

  λ : Çıkış işlevi : $(Q \times \Sigma)$'dan Δ'ya bir eşleme

- **Örnek 1.9.** $M_{1.9}$ makinesi giriş alfabesi { 0, 1 }, çıkış alfabesi ise { 0, 1, 2 } olan ve ürettiği çıkış ile, son iki giriş simgesinden kaç tanesinin değerinin bir öncekinden farklı olduğunu gösteren Mealy makinesi olarak tanımlanıyor.

  Giriş Çıkış dizgileri örneği:

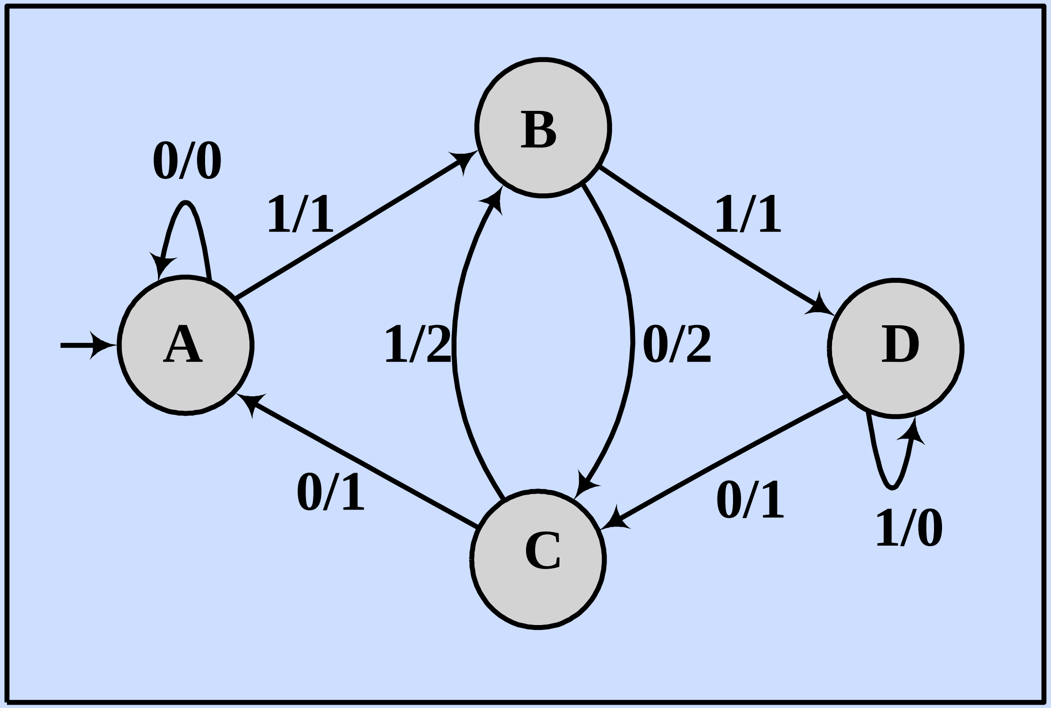
  Varsayım: İlk iki çıkış simgesi belirlenirken, başlangıçtan önceki iki giriş değerinin 00 olduğu düşünülecektir. Buna göre ilk çıkış değeri 0 ya da 1 olabilecek; 2 olamayacaktır.

  Giriş Dizgisi: 0 1 0 1 1 1 0 1 0 1 0 0 1 1 ....

  Çıkş Dizgisi : 0 1 2 2 1 0 1 2 2 2 2 1 1 1 ....

  $M_{1.9} = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$

- **Örnek Mealy Makinesi ($M_{1.9}$)**



a) Durum Çizeneği

ŞD	SD, z x = 0	x = 1
→ A	A, 0	B, 1
B	C, 2	D, 1
C	A, 1	B, 2
D	C, 1	D, 0

b) Durum Çizelgesi

Moore ve Mealy Makinelerinin Eşdeğerliği

- **Moore Makinesine Eşdeğer Mealy Makinesinin Bulunması**

Giriş Dizgisi $x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \ldots\ldots\ldots x_k$

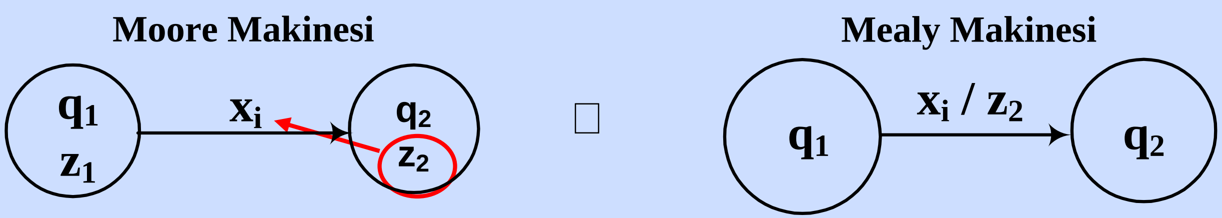
Moore makinesi çıkışı: $z_0 \quad z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5 \ldots\ldots\ldots z_k$

Mealy makinesi çıkışı $z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5 \ldots\ldots\ldots z_k$

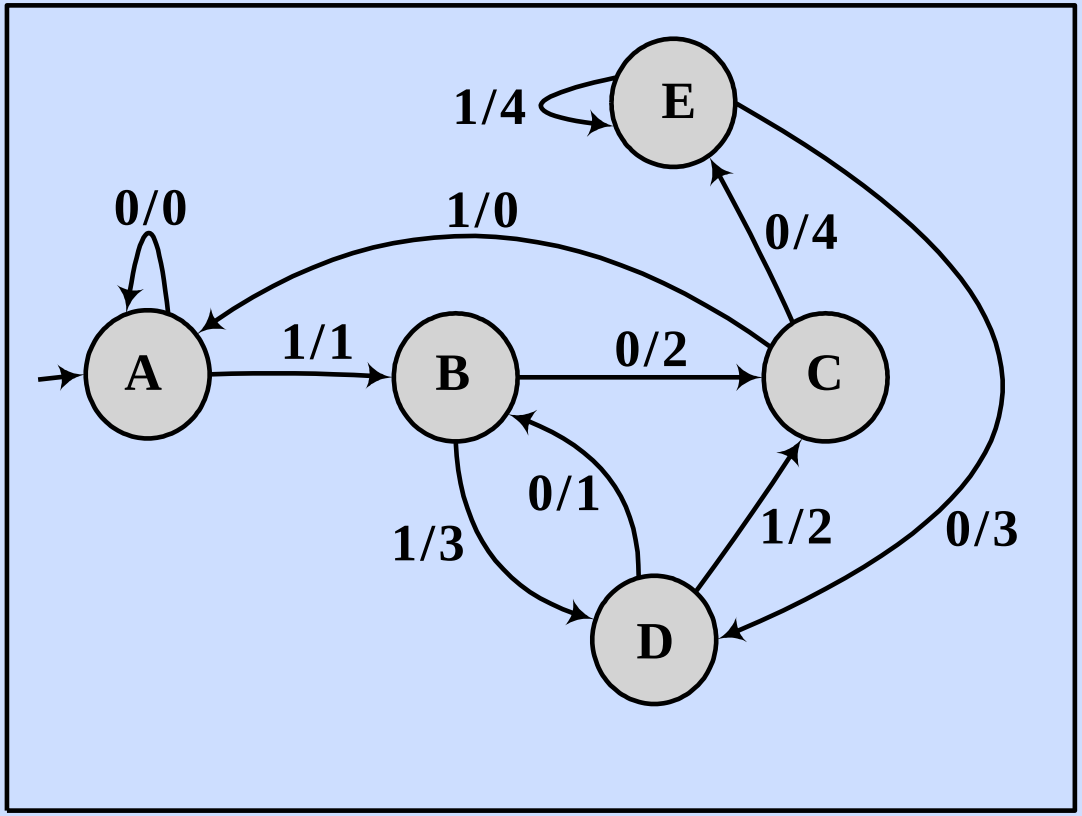
$M_1 = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$ **bir Moore makinesi olsun.**

$M_2 = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda', q_0 >$ **eşdeğer Mealy makinesi**

$$\lambda'(q, a) = \lambda(\delta(q, a))$$



- $M_{1.8}$ Moore Makinesine Eşdeğer Mealy Makinesi



a) Durum Çizeneği

ŞD	SD, z x = 0	SD, z x = 1
→ A	A, 0	B, 1
B	C, 2	D, 3
C	E, 4	A, 0
D	B, 1	C, 2
E	D, 3	E, 4

b) Durum Çizelgesi

➢ Mealy Makinesine Eşdeğer Moore Makinesinin Bulunması

$M_2 = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$ bir Mealy makinesi olsun.

$M_1 = < Q', \Sigma, \Delta, \delta', \lambda', q'_0 >$ eşdeğer Moore Makinesi

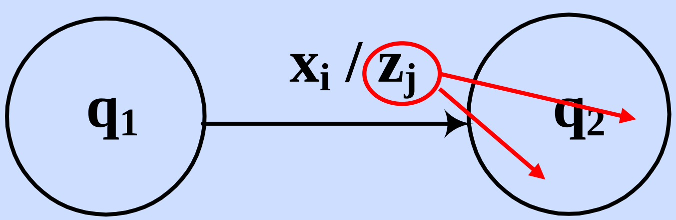
$Q' = Q \times \Delta$

$q'_0 = [q_0, z_j]$ (z_j = çıkış simgelerinden rasgele seçilmiş biri)

$\delta'([q_i, z_k], x_j) = [\delta(q_i, x_j), \lambda(q_i, x_j)]$

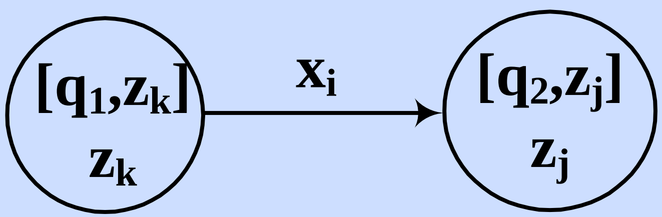
$\lambda'([q_i, z_k]) = z_k$

Mealy Makinesi



$\surd\ z_k \in \Delta$ □

Moore Makinesi



- **Örnek 1.10.**

$M_{1.10}$ Mealy makinesi aşağıdaki gibi tanımlanıyor :

$M_{1.10} = < Q, \Sigma, \Delta, \delta, \lambda, q_0 >$

$Q = \{ A, B, C \}$

$\Sigma = \{ 0, 1 \}$

$\Delta = \{ 0, 1 \}$

$q_0 = A$

$\delta(A, 0) = B \qquad \lambda(A, 0) = 0$

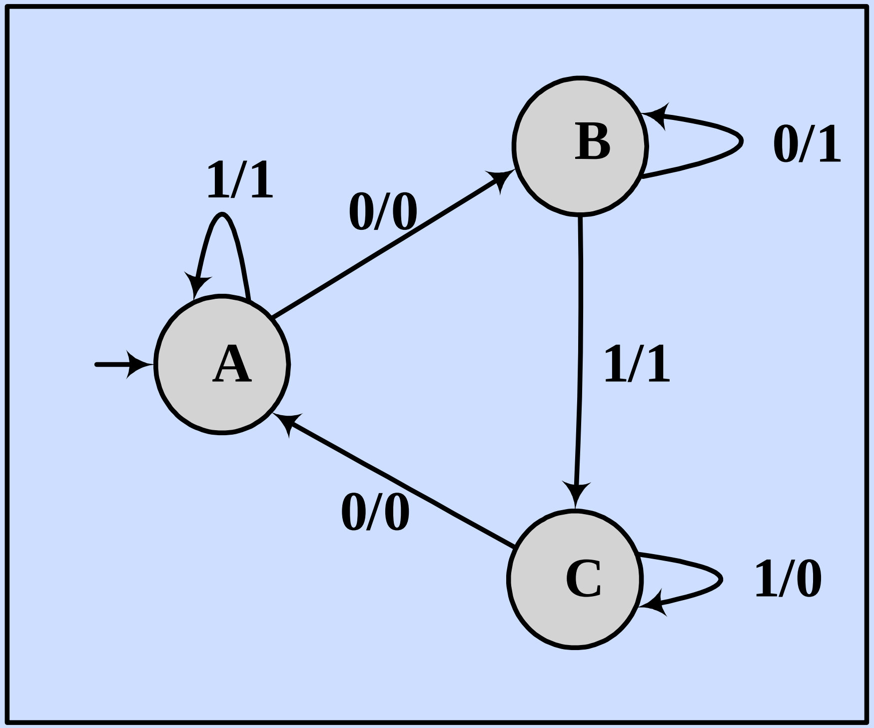
$\delta(A, 1) = A \qquad \lambda(A, 1) = 1$

$\delta(B, 0) = B \qquad \lambda(B, 0) = 1$

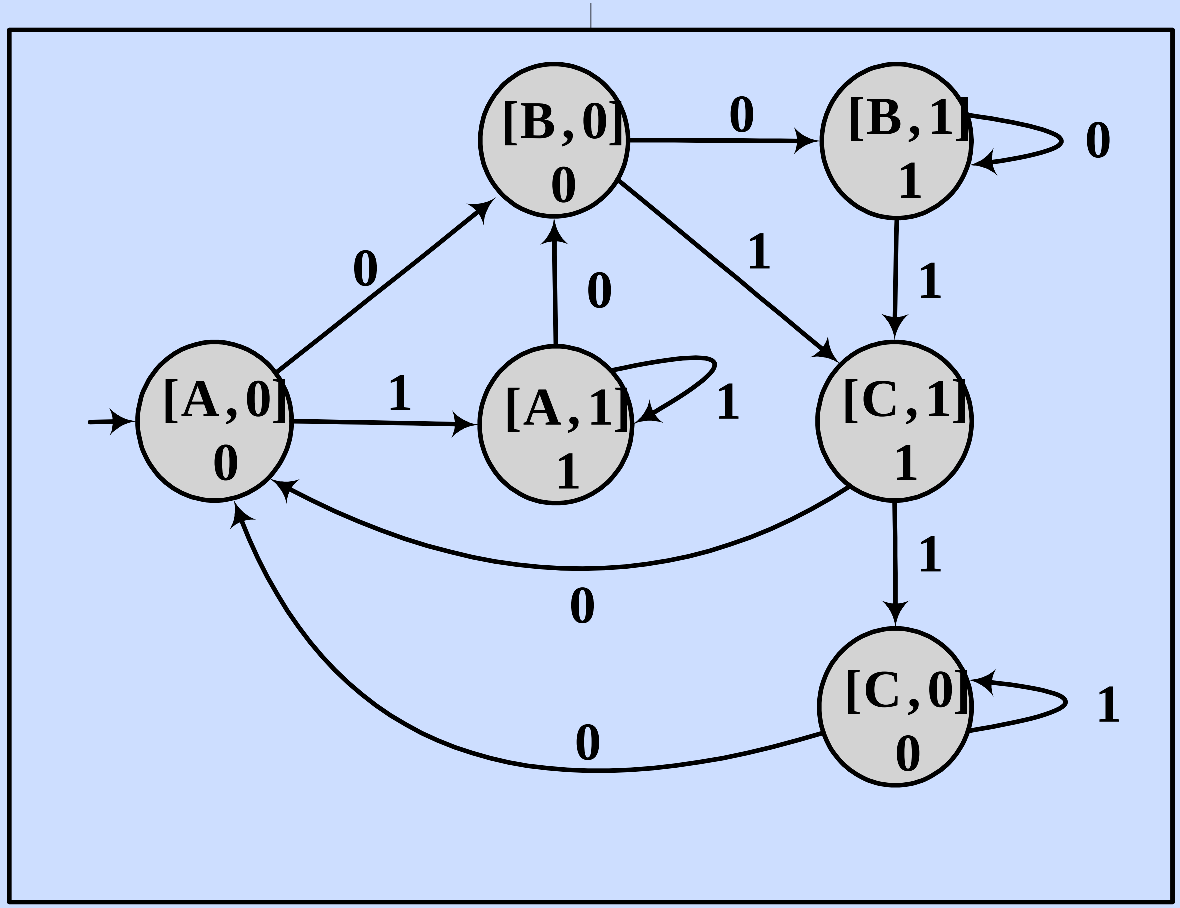
$\delta(B, 1) = C \qquad \lambda(B, 1) = 1$

$\delta(C, 0) = A \qquad \lambda(C, 0) = 0$

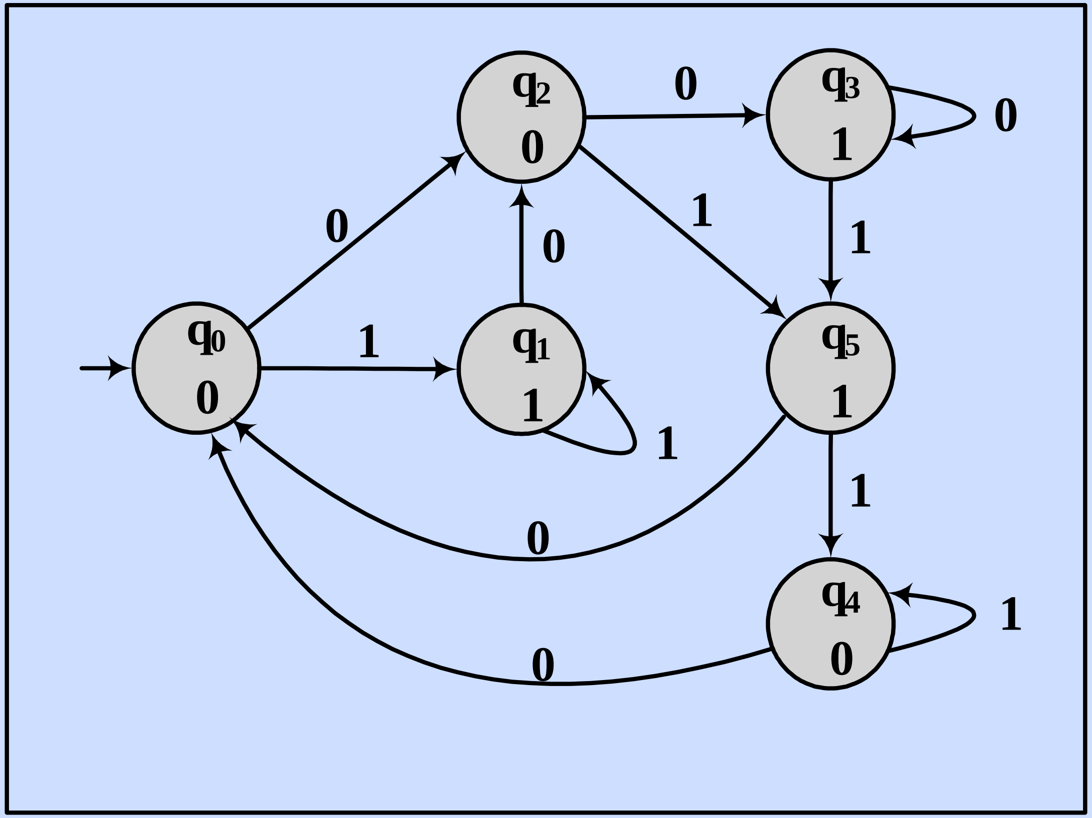
$\delta(C, 1) = C \qquad \lambda(C, 1) = 0$



a) $M_{1.10}$ Mealy Makinesi



b) Eşdeğer Moore Makinesi ($M'_{1.10}$)



c) Eşdeğer Moore Makinesi ($M'_{1.10}$)
Durumlar Yeniden Adlandırıldıktan Sonra