Özdevinirler Kuramı ve Biçimsel Diller

2.1. Düzgün Kümeler

- **Sonlu özdevinirler (sonlu durumlu tanıyıcılar) tarafından tanınan kümelere düzgün kümeler (*regular sets*) denir.**

- **Sonlu durumlu tanıyıcıların tanımını hatırlayalım:**

$$M = < Q, \Sigma, \delta, q_0, F >$$

Q : Durumlar kümesi

Σ : Giriş alfabesi (giriş simgeleri kümesi)

q_0 : Başlangıç Durumu ($q_0 \in Q$)

F : Uç durumlar kümesi ($F \subseteq Q$)

δ : Durum geçiş işlevi

Deterministik : $Q \times \Sigma \Rightarrow Q$

Deterministik değil : $Q \times \Sigma \Rightarrow$ Q'nun altkümeleri

2.1. Düzgün Kümeler (devam)

- **Bir küme, eğer bu kümeyi tanıyan bir sonlu özdevinir bulunabiliyorsa, düzgündür.**

- **Düzgün küme örnekleri:**

  P_1 = {0011, 0101, 0110, 1010, 1100} >> **Not : Sonlu kümelerin hepsi düzgündür**

  P_2 : {a, b} alfabesinde içinde aaa altdizgisi bulunan dizgiler kümesi

  P_3 : {0, 1} alfabesişnde, içinde en az 2 tane 1 bulunan dizgiler kümesi

  $P_4 = \{0^n 1^m \mid n \geq 1, m \geq 1\}$

- **Düzgün olmayan küme örnekleri:**

  $P_5 = \{0^k 1^k \mid k \geq 1\}$

  P_6 : {0, 1} alfabesinde, içinde eşit sayıda 0 ve 1 bulunan dizgiler kümesi

  P_7 : {a, b, c} alfabesinde, içindeki a'ların sayısı b ve c'lerin sayısının toplamına eşit olan dizgiler kümesi.

2.2. Düzgün Deyimler

Tanım 2.1.

{a, b, c, …. } alfabesindeki düzgün deyimler özyineli olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

1. Alfabedeki her simge bir düzgün deyimdir.

a bir düzgün deyimdir : a = {a},

b bir düzgün deyimdir : b = {b}, ….

2. λ ve Φ birer düzgün deyimdir.

λ bir düzgün deyimdir : λ = {λ}

Φ bir düzgün deyimdir : Φ = { }

3. Eğer P ve Q birer düzgün deyimse:

$P + Q \qquad PQ \qquad P^*$

da birer düzgün deyimdir.

4. Yukarıdaki kuralların sonlu sayıda uygulanması ile oluşturulan deyimler düzgün deyimlerdir.

- **Düzgün deyimlerde 3 küme işleci kullanılmaktadır:**

  + küme birleşim işleci : $P + Q = P \cup Q$

  . (ya da boşluk) ardarda ekleme (*concatenation*) işleci: $PQ = \{ \widehat{pq} \mid p \in P, q \in Q\}$

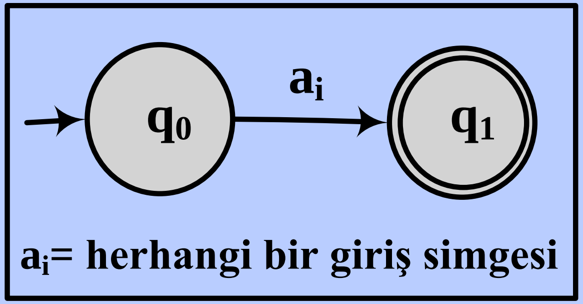
  *** kapanış (*closure*) işleci: $P^{*} = \lambda + P + PP + PPP + PPPP + \ldots$**

2.2.1. Düzgün Deyimlere Karşı Gelen Sonlu Özdevinirlerin Bulunması

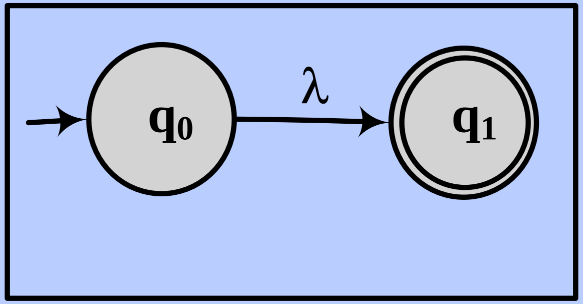
- **Önerme 2.1. Düzgün deyimlerle tanımlanan kümeler düzgün kümelerdir. Çünkü bize bir düzgün deyim verildiğinde, bu düzgün deyim tarafından tanımlanan kümeyi tanıyan bir sonlu özdevinir bulabiliriz. Her sonlu özdevinirin tanıdığı küme de bir düzgün kümedir.**

- **Verilen bir düzgün deyimi tanıyan sonlu özdevirin geçiş çizeneğinin biçimsel yaklaşımla oluşturulması**

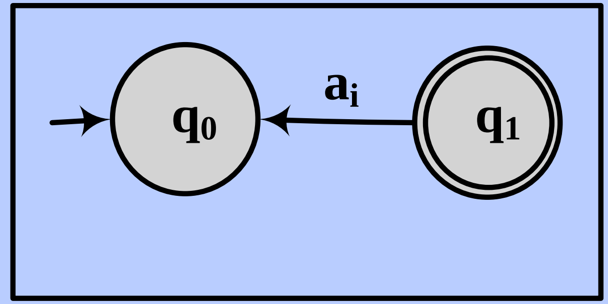
a) $P_1 = a_i$



b) $P_2 = \lambda$

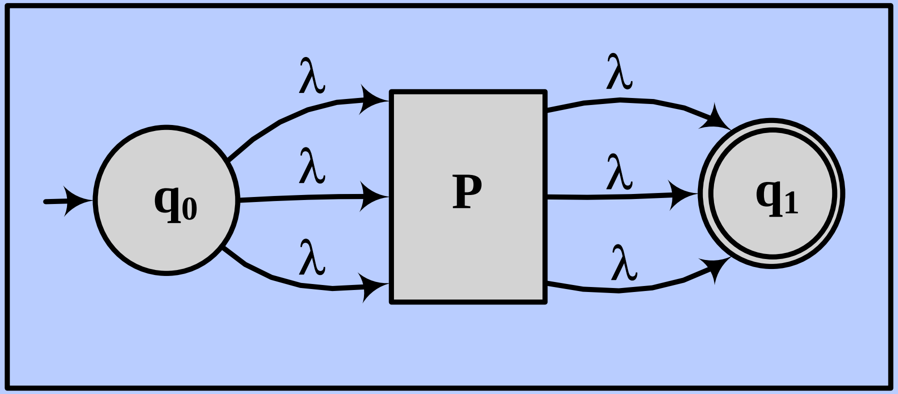


c) $P_3 = \Phi$

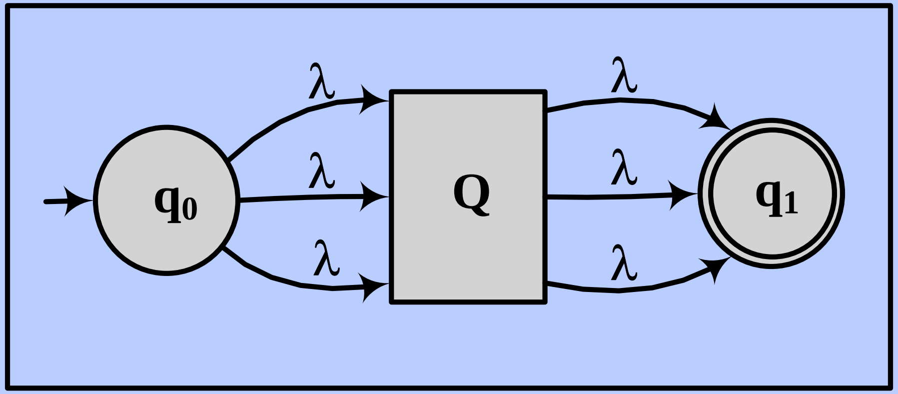


- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan sonlu özdevinirin geçiş çizeneğinin biçimsel yaklaşımla oluşturulması

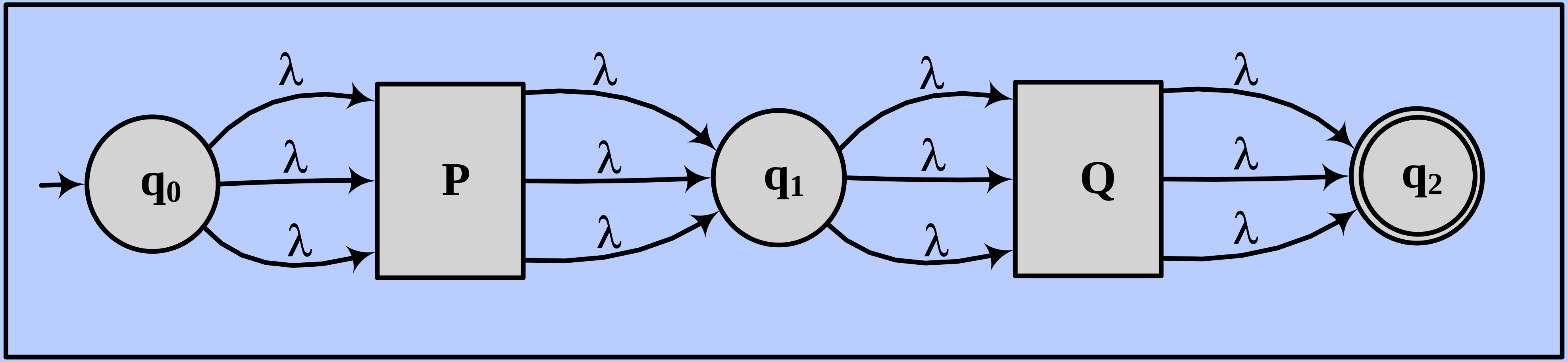
d) P'yi tanıyan geçiş çizeneği



e) Q'yu tanıyan geçiş çizeneği

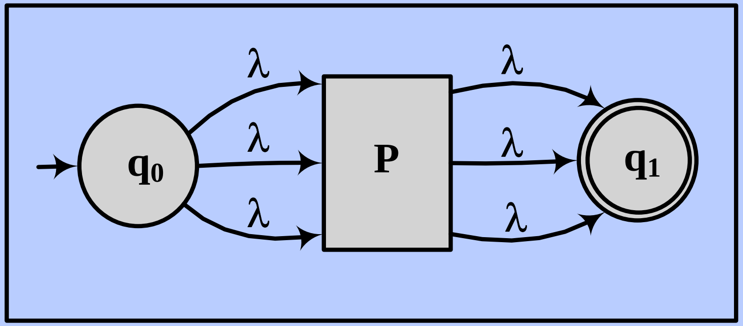


f) PQ'yu tanıyan geçiş çizeneği

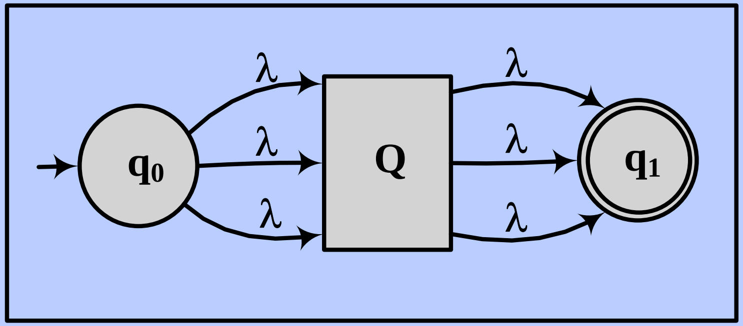


- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan sonlu özdevinirin geçiş çizeneğinin biçimsel yaklaşımla oluşturulması

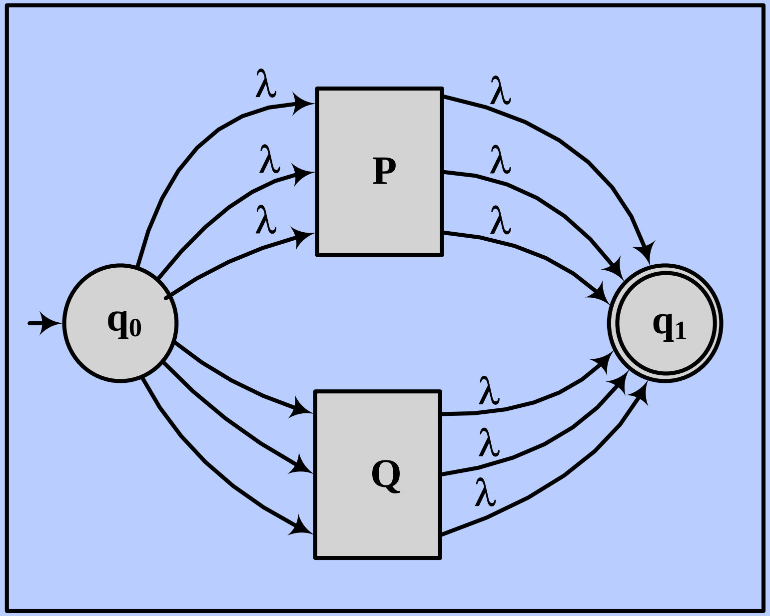
d) P'yi tanıyan geçiş çizeneği



e) Q'yu tanıyan geçiş çizeneği

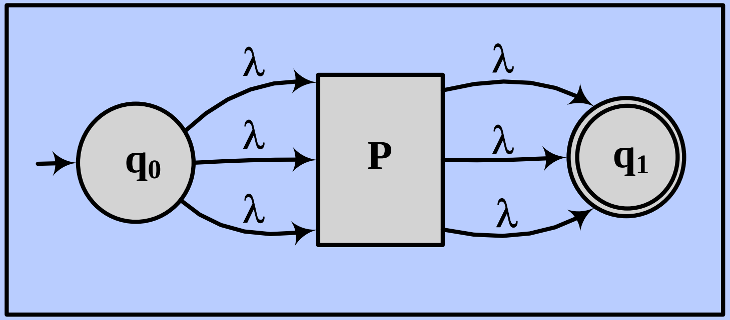


g) (P + Q)'yu tanıyan geçiş çizeneği

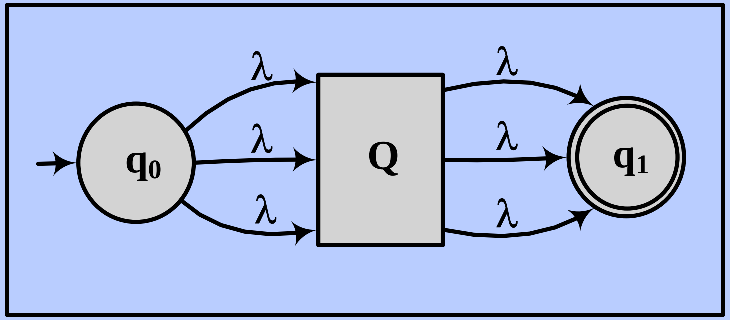


- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin biçimsel yaklaşımla oluşturulması

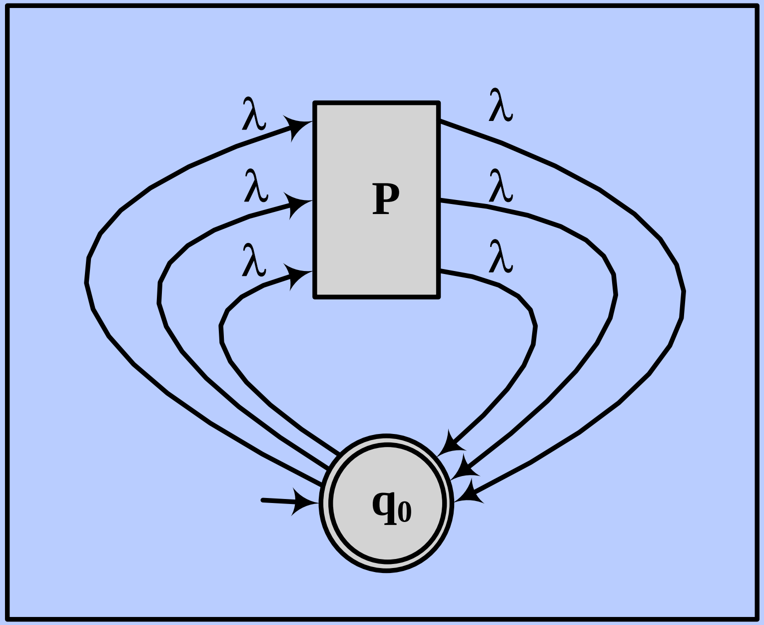
d) P'yi tanıyan geçiş çizeneği



e) Q'yu tanıyan geçiş çizeneği



h) P^*'ı tanıyan geçiş çizeneği



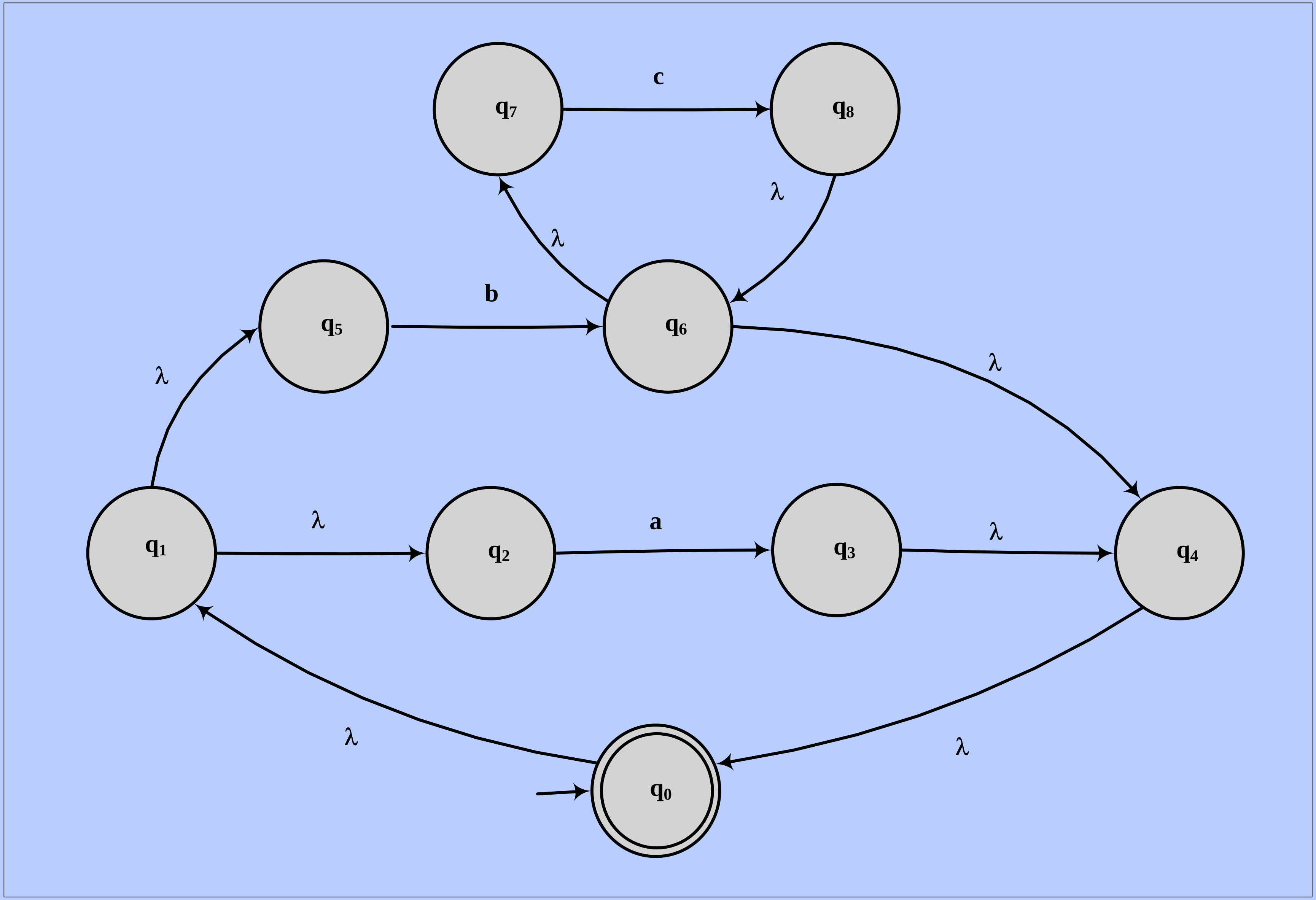
Örnek:

P = (a + bc*)*

Sırasıyla:

a
b
c
c*
bc*
a + bc*
(a + bc*)*

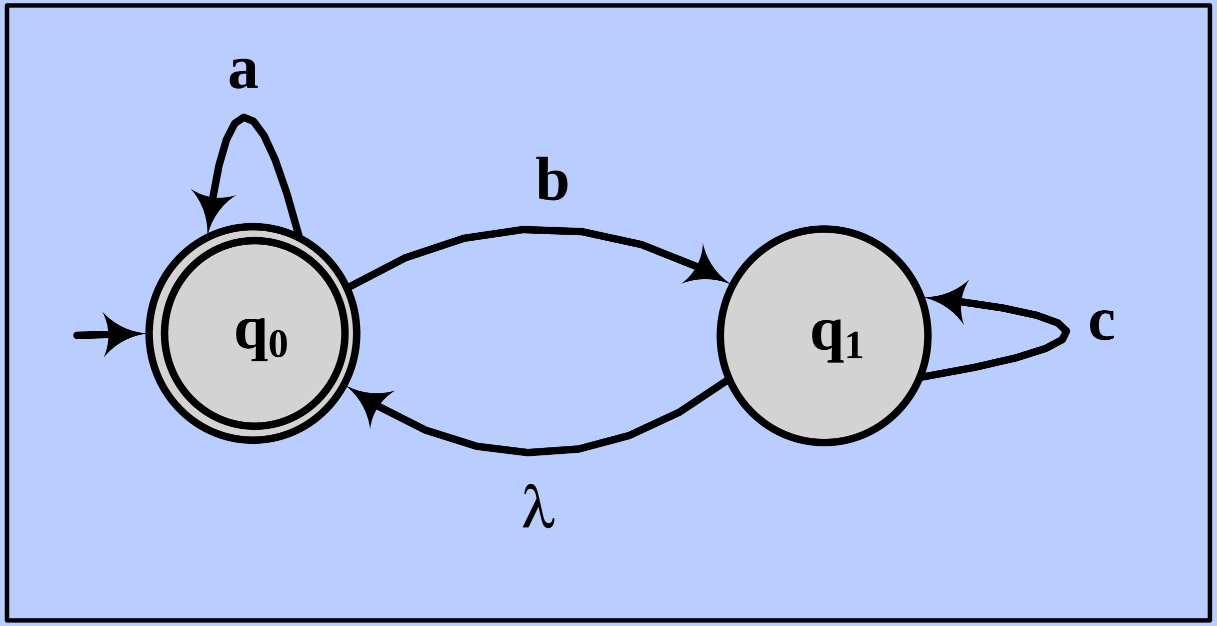
düzgün deyimlerini tanıyan çizenekler oluşturulur.



a) Biçimsel Yaklaşımla Oluşturulan Geçiş Çizeneği

Örnek:

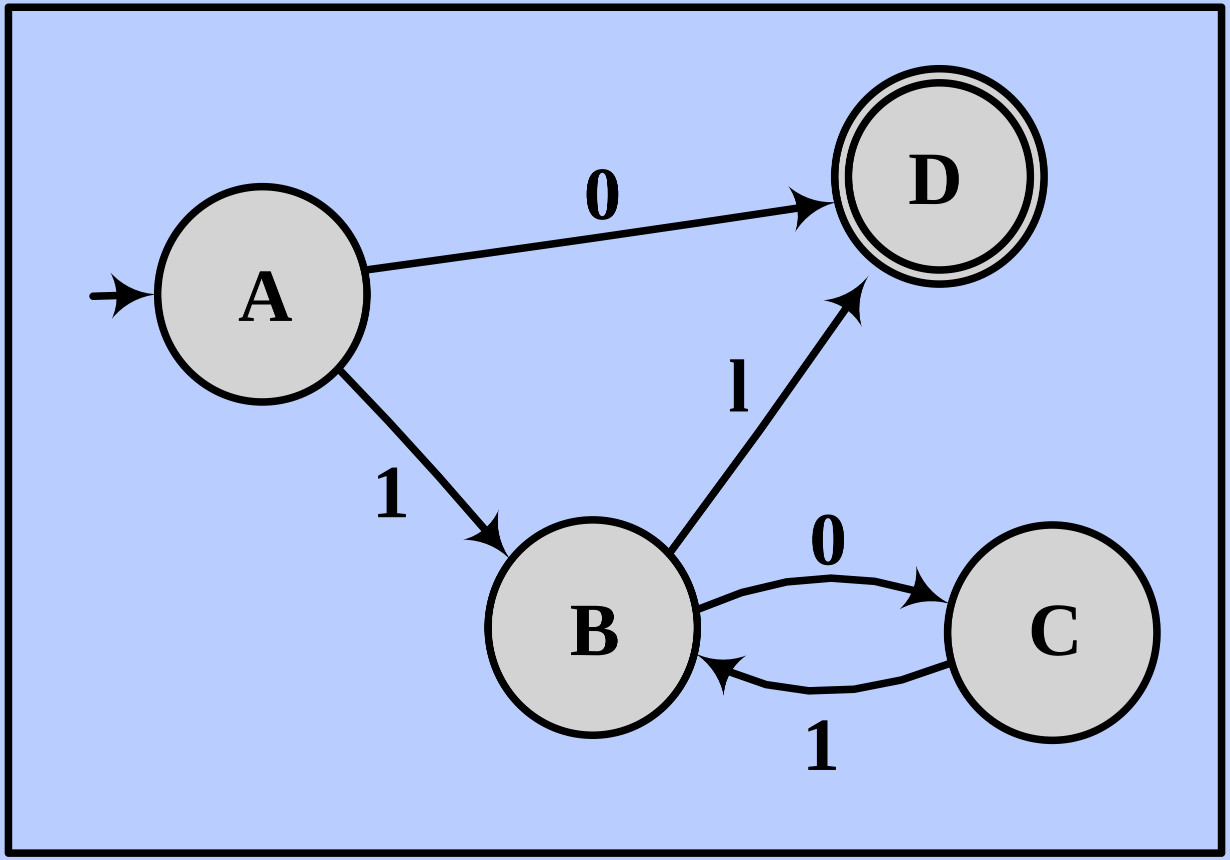
P = (a + bc*)*



b) Sezgisel Yaklaşımla Oluşturulan Geçiş Çizeneği

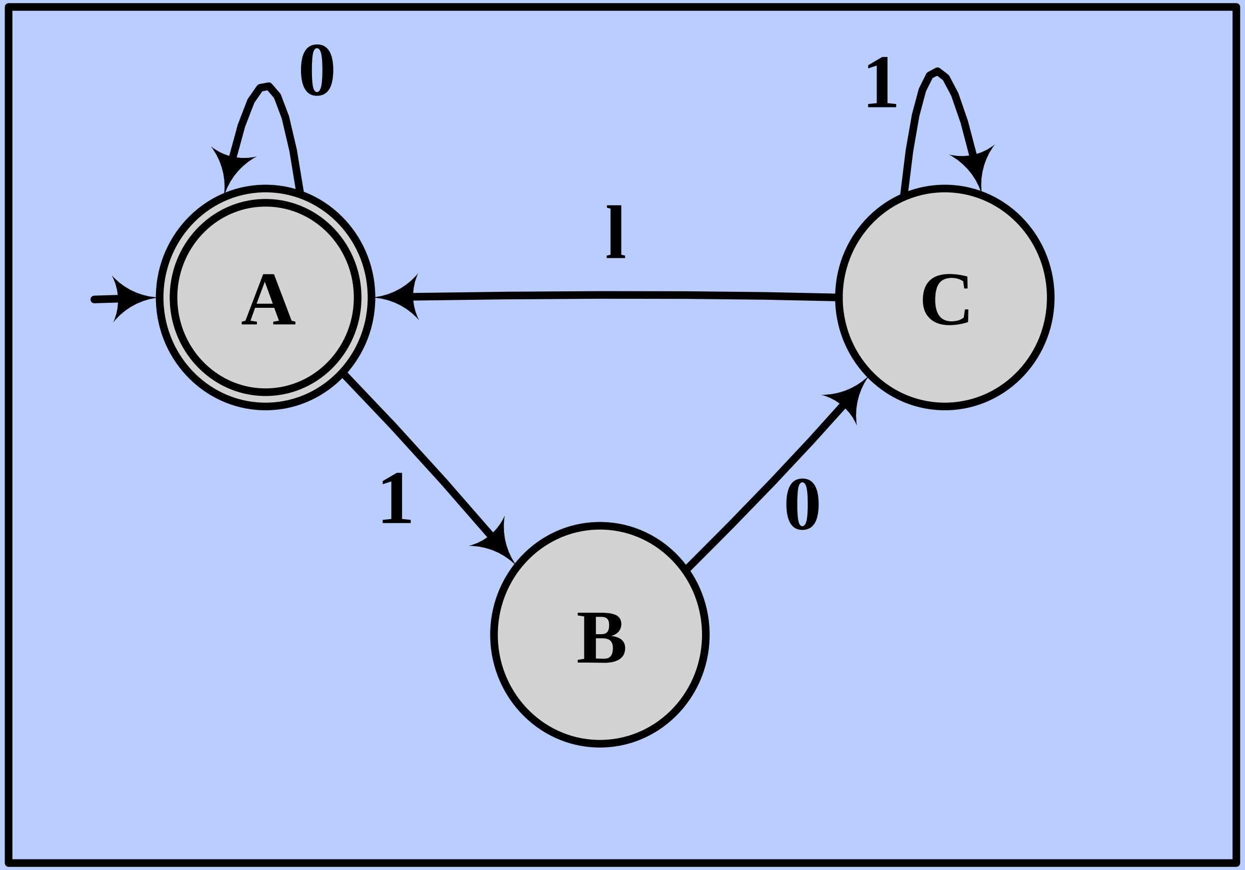
- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin sezgisel yaklaşımla oluşturulması

a) $P_1 = 0 + 1(01)^* 1$



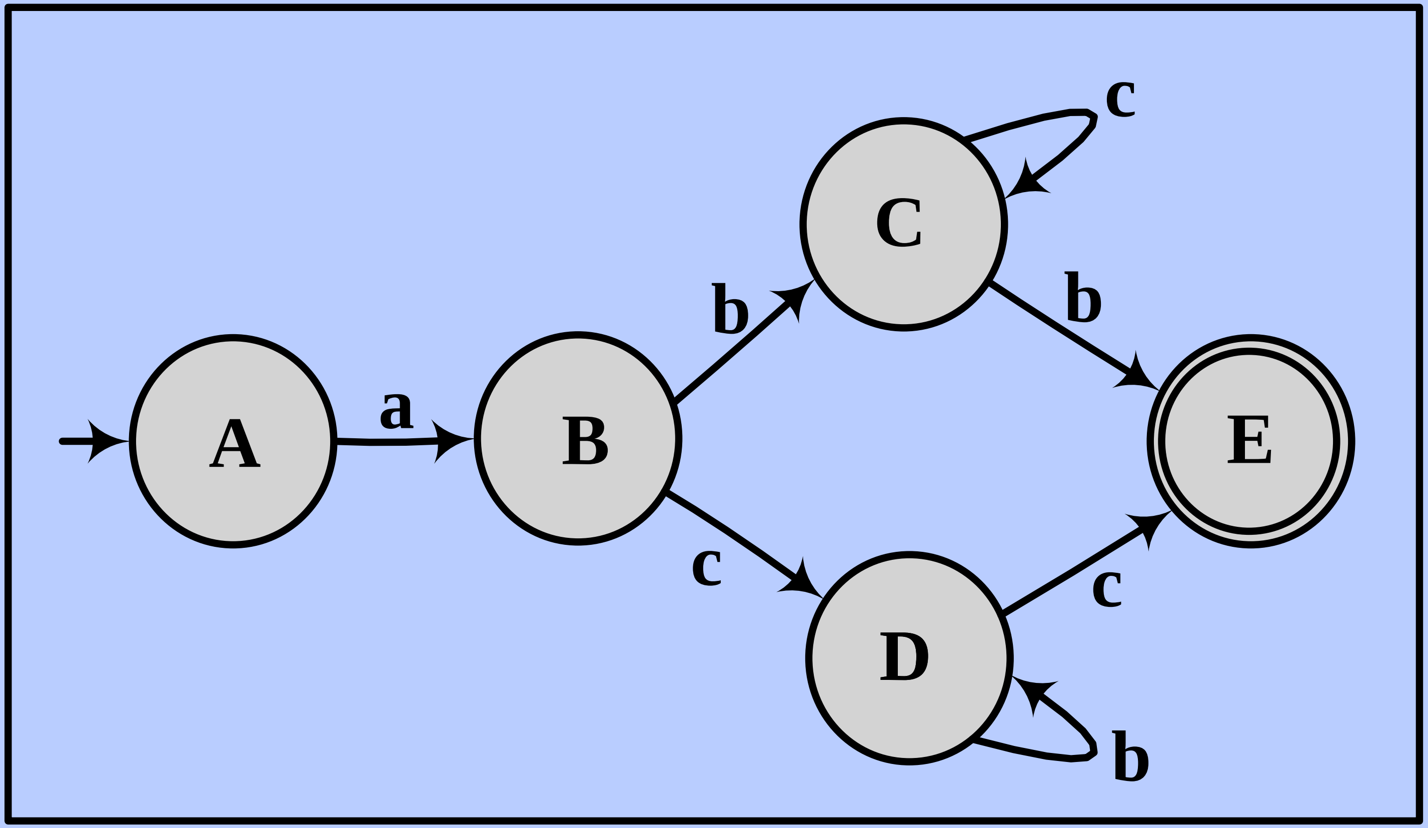
- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin sezgisel yaklaşımla oluşturulması

b) $P_2 = (0 + 101^{*}1)^{*}$



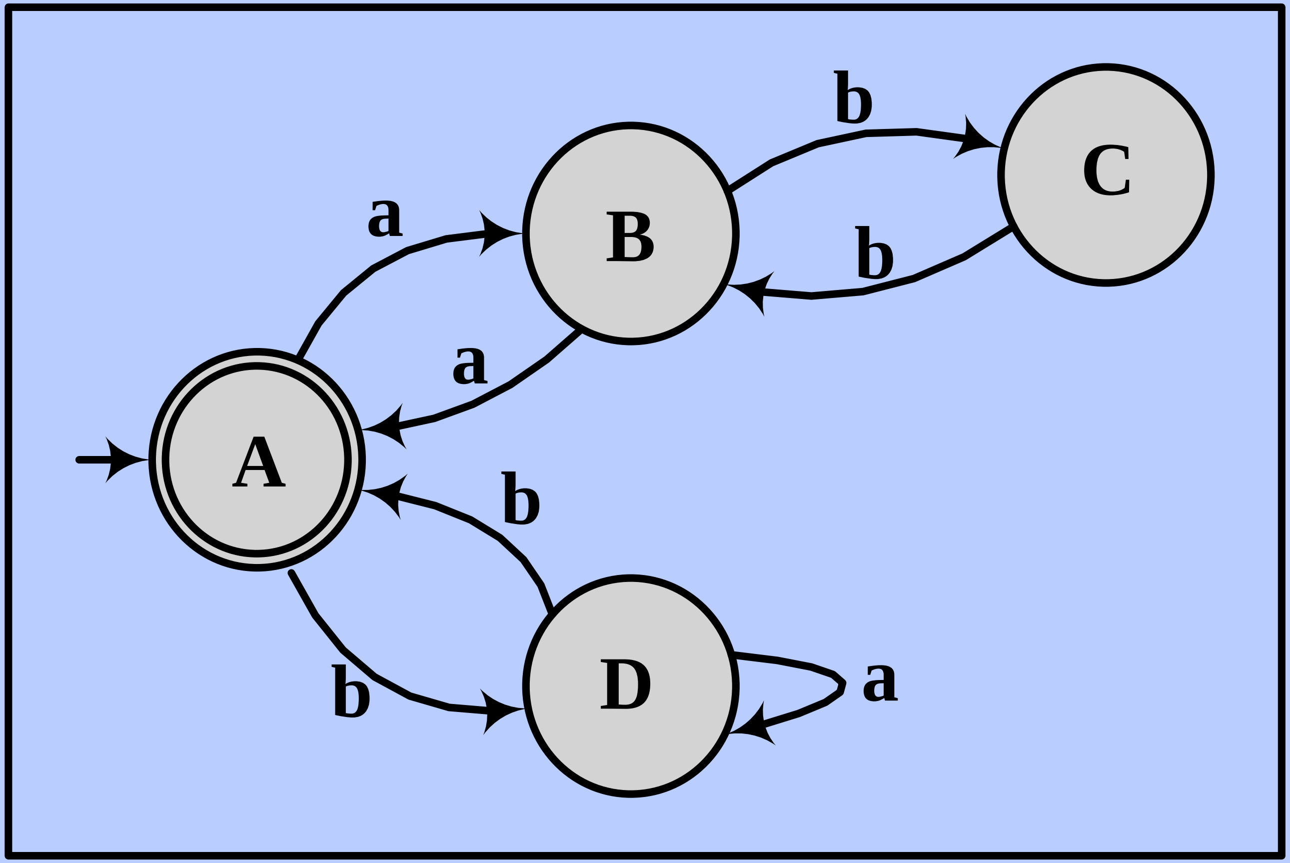
- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin sezgisel yaklaşımla oluşturulması

c) $P_3 = a(bc^*b + cb^*c)$



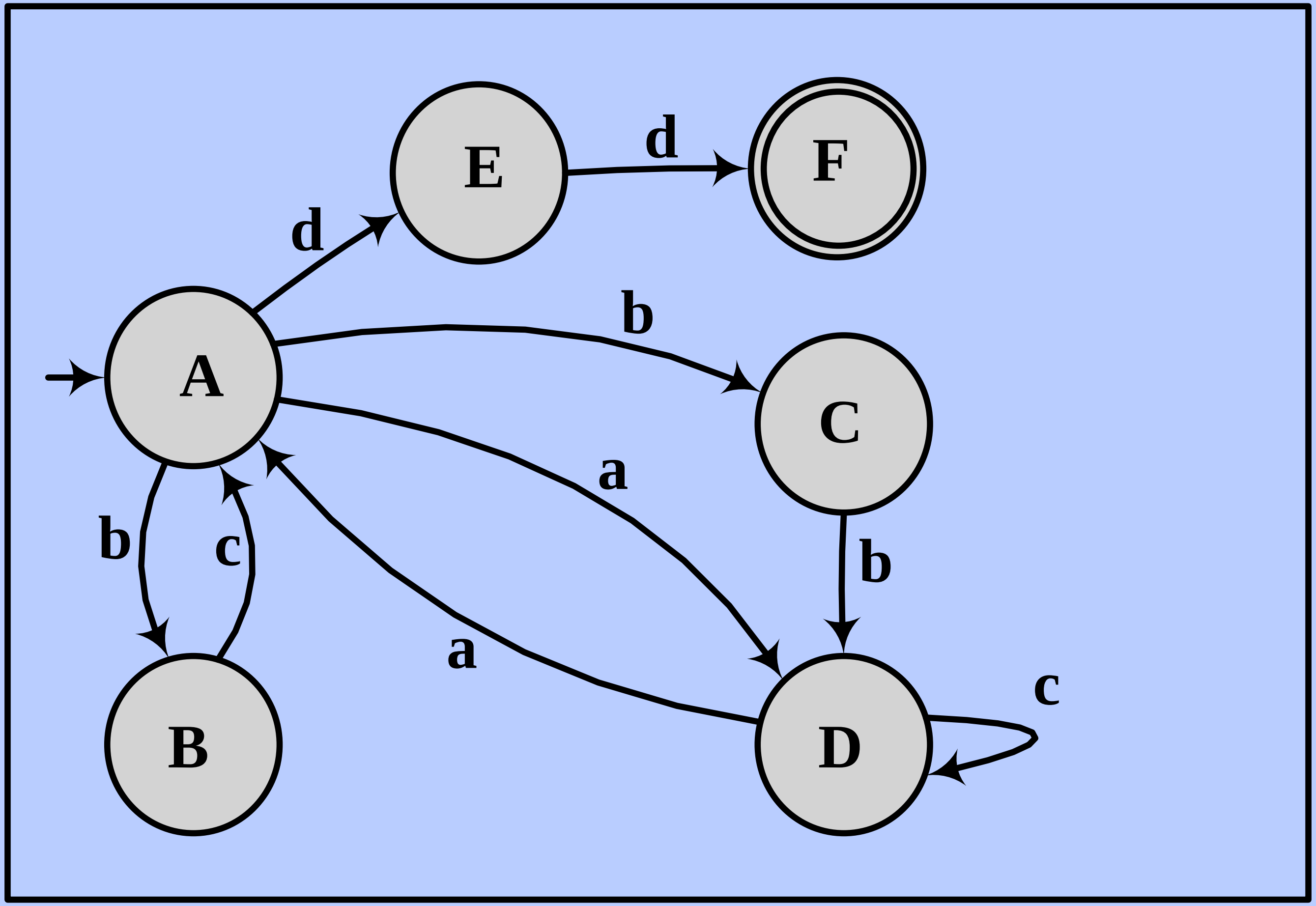
- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin sezgisel yaklaşımla oluşturulması

d) $P_4 = (a(bb)^* a + ba^* b)^*$



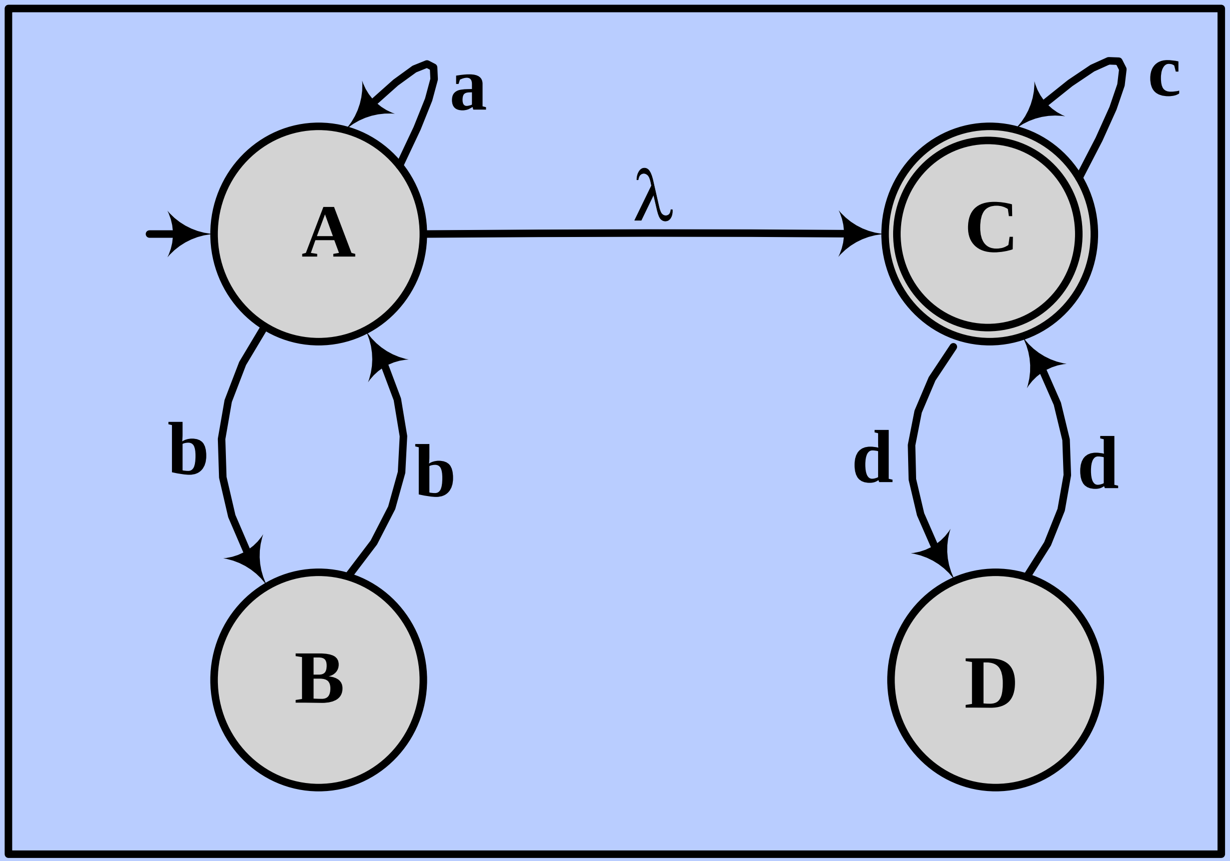
- Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin sezgisel yaklaşımla oluşturulması

e) $P_5 = (bc + (a + bb)c^* a)^* dd$



- **Verilen bir düzgün deyimi tanıyan geçiş çizeneğinin sezgisel yaklaşımla oluşturulması**

f) $P_6 = (a + bb)^* (c + dd)^*$



2.2.2. Sonlu Özdevinirlerin Tanıdığı Kümelerin Birer Düzgün Deyim Olarak Bulunması

- Düzgün deyimin elde edilmesi için kullanılacak yöntem, denklem sistemi çözmeye dayalı olacaktır.

- **Teorem 2.3.** P, Q ve R aynı alfabede tanımlanmış düzgün deyimler ise ve P λ'yı içermiyorsa:

  $$R = Q + RP$$

  denkleminin tek çözümü $R = QP^*$ dır.

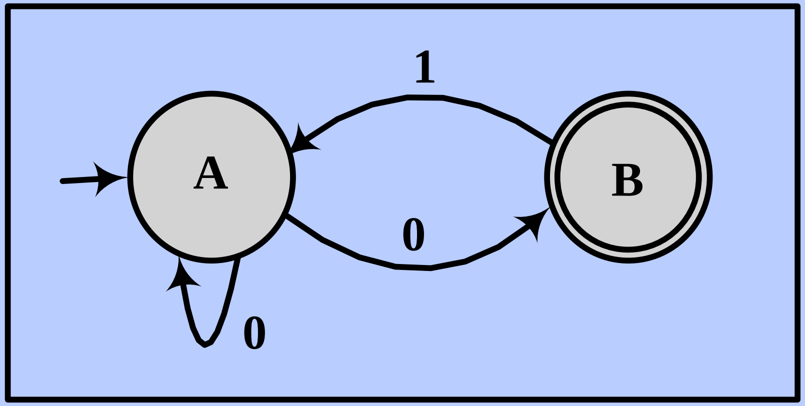
- Geçiş çizeneğindeki her durum için bir küme değişkeni tanımlanması:
  A : başlangıç durumundan başlayıp A'da biten yollara karşı gelen dizgiler kümesi.
  B : başlangıç durumundan başlayıp B'de biten yollara karşı gelen dizgiler kümesi.
  ....

- Denklem Sisteminin kurulması:
  Her küme (durum) değişkeni için bir denklem oluşturulur.

- Denklem Sisteminin çözümü.

- Sonlu özdevinirin tanıdığı küme = Uç durumlara karşı gelen kümelerin birleşimi

- **Örnek 2.1.**



$$A = \lambda + A0 + B1 \qquad (1)$$

$$B = A0 \qquad (2)$$

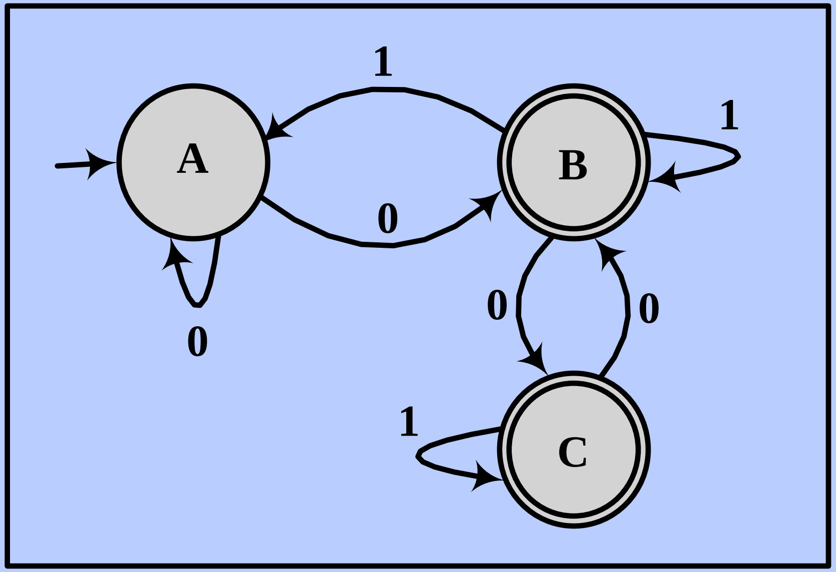
$$A = \lambda + A0 + A01 = \lambda + A(0 + 01) \qquad (3)$$

$$A = \lambda(0 + 01)^* = (0 + 01)^* \qquad (4)$$

$$B = A0 = (0 + 01)^* 0 \qquad (5)$$

$$T(M_{2.1}) = (0 + 01)^* 0$$

- Örnek 2.2.



- $A = \lambda + A0 + B1$ (1)

  $B = A0 + B1 + C0$ (2)

  $C = B0 + C1$ (3)

- $A = \lambda + A0 + B1$ (1)

$B = A0 + B1 + C0$ (2)

$C = B0 + C1$ (3)

$C = B01^*$ (Teoreme göre : $R = Q + RP \rightarrow R = QP^*$) (4)

$B = A0 + B1 + B01^*0 = A0 + B(1 + 01^*0)$ (5)

$B = A0(1 + 01^*0)^*$ (6)

$A = \lambda + A0 + A0(1 + 01^*0)^*1 = \lambda + A(0 + 0(1 + 01^*0)^*1)$ (7)

$A = \lambda(0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^* = (0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^*$ (8)

$B = (0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^*\, 0(1 + 01^*0)^*$ (9)

$C = (0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^*\, 0(1 + 01^*0)^*\, 01^*$

$T(M_{2.2}) = B + C = B + B01^* = B(\lambda + 01^*)$

$T(M_{2.2}) = (0 + 0(1 + 01^*0)^*1)^*\, 0(1 + 01^*0)^*\, (\lambda + 01^*)$