

# **Özdevinirler Kuramı ve Biçimsel Diller**

## Bölüm 3 : Dilbilgisi ve Diller

### Giriş : Dil ve Dilbilgisinin Biçimsel Olmayan Tanımı

- Her dil belirli bir alfabe üzerinde tanımlanır.
- Alfabe ise sonlu sayıda simgeden oluşan bir kümedir.  
Örnek:  $\{a, b, c\}$  ,  $\{0,1\}$ ,  $\{v, c, +, -, *, /\}$  alfabeleri.
- Alfabedeki simgelerin ardarda getirilmesi ile dizgiler (*strings*) oluşturulur.  
Örnek:  $\{a, b, c\}$  alfabesinde:  $b, acca, bcc, aaaac, \dots$  dizgileri.  
 $\{0, 1\}$  alfabesinde:  $111, 0, 0101, 01010101, \dots$  dizgileri.  
 $\{v, c, +, -, *, /\}$  alfabesinde:  $v*c, v+v/c, vv+v*c, \dots$  dizgileri.
- Her biçimsel dil bir alfabe üzerinde tanımlanır ve alfabedeki simgelerden oluşturulabilecek dizgiler kümesinin (sonsuz kümenin) bir altkümesidir.
- Her biçimsel dil sonlu ya da sonsuz bir küme olabilir.
- Dilde yer alan ve dilin tümcelerini (*sentences*) oluşturan dizgiler “geçerli”, dilde yer almayan dizgiler ise “geçersiz” dizgilerdir. Biçimsel dil açısından dizgi (*string*), tümce (*sentence*) ve sözcük (*word*) terimleri birbirinin yerine kullanılabilir.
- Dilin hangi tümcelerden oluştuğunu gösteren kurallar bütünü ise dilbilgisi (*grammar*) olarak adlandırılacaktır.

## Bölüm 3 : Dilbilgisi ve Diller

- **Dilbilgisi ve dillerin tanımlanmasında kullanılan Harf Grupları ve Kullanım Alanları aşağıdaki gibidir:**

<b>S, A, B, C, ...</b>	<b>Sözdizim değişkenleri</b>
<b>a, b, c, ..., 0, 1, 2, ..</b>	<b>Uç simgeler (alfabenin elemenları)</b>
<b>U, V, W, X, Y, Z, ..</b>	<b>Sözdizim değişkeni ya da uç simgeler</b>
<b>u, v, w, x, y, z, ...</b>	<b>Uç simge dizgileri (sözcükler, tümceler)</b>
<b><math>\alpha, \beta, \gamma, ....</math></b>	<b>Tümcesel yapılar (dilbilgisinin kurallarına göre türetilen ve sözdizim değişkenleri ile uç simgelerden oluşan dizgilere tümcesel yapı denir.)</b>

### 3.1. Dilbilgisi ve Dilin Biçimsel Tanımı

➤ Biçimsel olarak dilbilgisi :  $G = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$V_N$  : Sözdizim değişkenleri kümesi (sonlu bir küme).

$V_T = U$  ç simgeler kümesi (sonlu bir küme) :  $V_N \cap V_T = \Phi$

$S$  : Başlangıç değişkeni :  $S \in V_N$

➤  $P$  : Yeniden yazma ya da türetme kuralları :  $\alpha \Rightarrow \beta$

En genel (kısıtlamasız) biçimiyle  $\alpha \in V^+$   $\beta \in V^*$

$$V = V_N \cup V_T \quad V^+ = V^* - \{ \lambda \}$$

$V$  : Sözdizim değişkenleri ve uç simgelerden oluşan birleşik küme.

$V^*$  : Sözdizim değişkenleri ve uç simgelerden oluşturulabilecek tüm dizgilerin kümesi  
(  $V^*$  kümesi  $\lambda$  dizgisini de içerir).

$V^+$  : Sözdizim değişkenleri ve uç simgelerden oluşturulabilecek  $\lambda$  hariç tüm dizgilerin kümesi

➤ Bir dilbilgisi tarafından tanımlanan dilin tanımı :

$$L(G) = \{ w \mid w \in V_T^*, S \xRightarrow{*} w \}$$

## Bölüm 3 : Dilbilgisi ve Diller

➤ Örnek 3.1.  $G_{3.1} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$$V_N = \{ S \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P: S \Rightarrow 0S1$$

$$S \Rightarrow 01$$

➤  $G_{3.1}$  tarafından türetilen birkaç tümce:

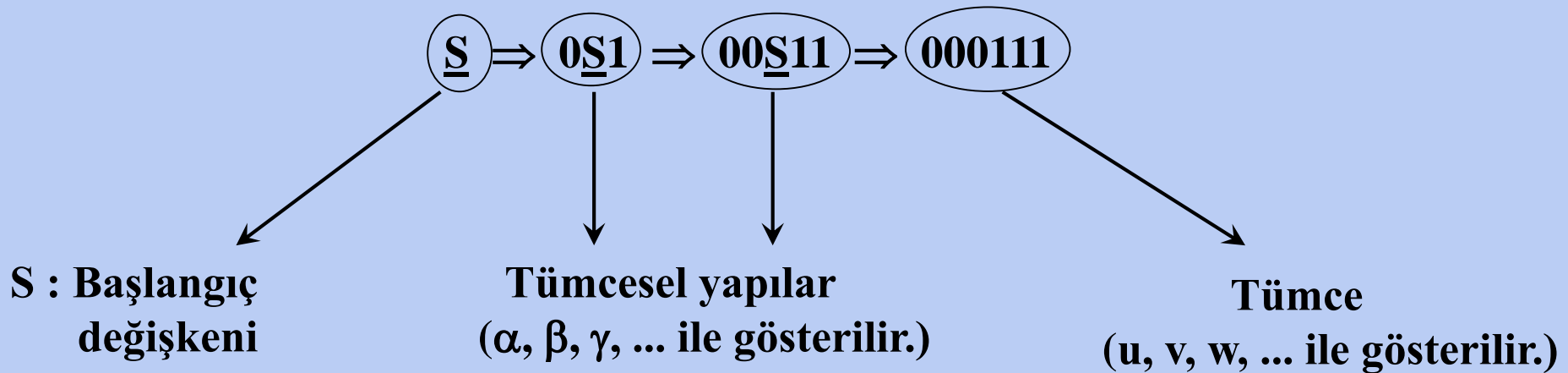
$$\underline{S} \Rightarrow 01$$

$$\underline{S} \Rightarrow 0\underline{S}1 \Rightarrow 0011$$

$$\underline{S} \Rightarrow 0\underline{S}1 \Rightarrow 00\underline{S}11 \Rightarrow 000111$$

$$L(G_{3.1}) = \{ 0^n 1^n \mid n \geq 1 \}$$

**Not:** Her adımda türetme uygulanan değişken ya da tümcesel yapının altı çizilmiştir.



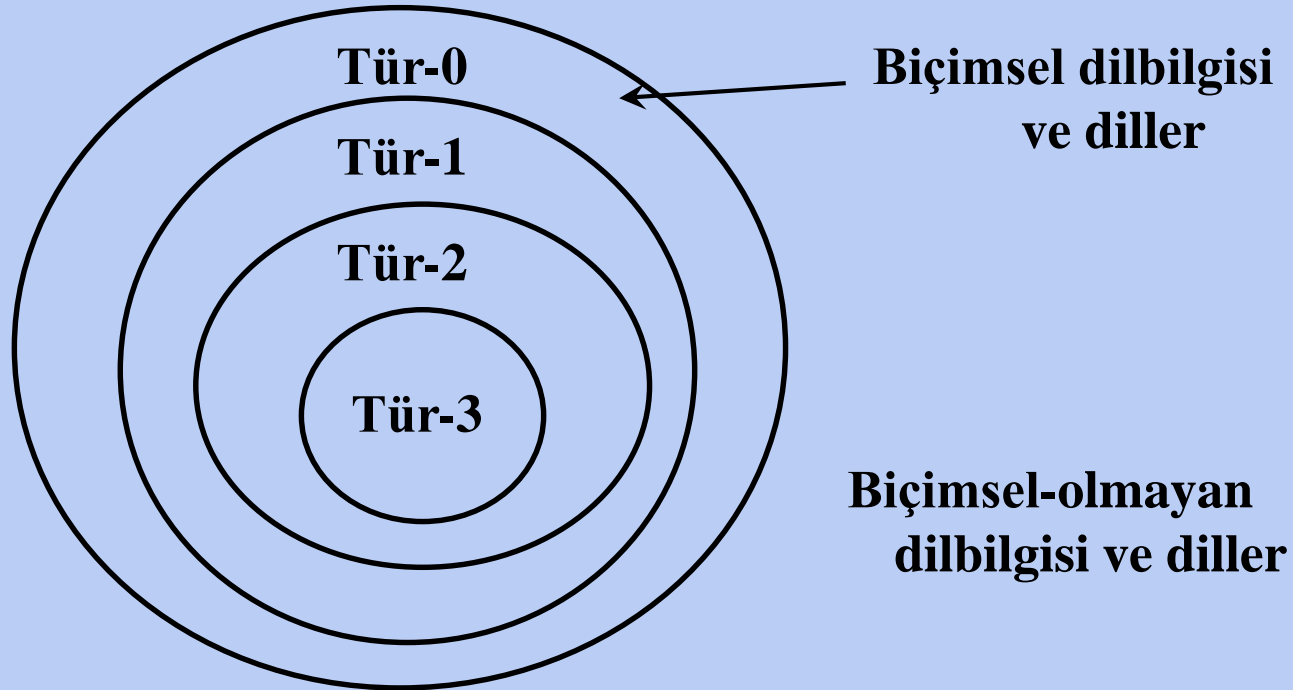
### 3.2. Dilbilgisi ve Dillerin Sınıflandırılması

➤ Tür-0 ya da kısıtlamasız dilbilgisi ve diller

Tür-1 ya da bağlama-bağımlı dilbilgisi ve diller

Tür-2 ya da bağlamdan-bağımsız dilbilgisi ve diller

Tür-3 ya da düzgün dilbilgisi ve diller



### 3.2.1. Tür-0 Dilbilgisi ve Dil

- yeniden yazma kuralları :  $\alpha \Rightarrow \beta$        $\alpha \in V^+$        $\beta \in V^*$
- Tür-0 dilbilgisi tarafından türetilen dillere tür-0 ya da özyineli sayılabilir -kısaca “r.e.” (*recursively enumerable*)- diller de denir.
- Örnek 3.2.

$$G_{3.2} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, L, R, A, B, C\}$$

$$V_T = \{a\}$$

$$P : S \Rightarrow LAaR$$

$$Aa \Rightarrow aaA$$

$$AR \Rightarrow BR \mid C$$

$$aB \Rightarrow Ba$$

$$LB \Rightarrow LA$$

$$aC \Rightarrow Ca$$

$$LC \Rightarrow \lambda$$

- $G_{3.2}$  tarafından türetilen birkaç tümce:

$$\begin{aligned} \underline{S} &\Rightarrow \underline{LAaR} \Rightarrow \underline{LaaAR} \Rightarrow \underline{LaaC} \\ &\Rightarrow \underline{LaCa} \Rightarrow \underline{LCaa} \Rightarrow aa \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S} &\Rightarrow \underline{LAaR} \Rightarrow \underline{LaaAR} \Rightarrow \underline{LaaBR} \\ &\Rightarrow \underline{LaBaR} \Rightarrow \underline{LBaaR} \Rightarrow \underline{LAaaR} \\ &\Rightarrow \underline{LaaAaR} \Rightarrow \underline{LaaaaAR} \Rightarrow \underline{LaaaaC} \\ &\Rightarrow \underline{LaaaCa} \Rightarrow \underline{LaaCaa} \Rightarrow \underline{LaCaaa} \\ &\Rightarrow \underline{LCaaaa} \Rightarrow aaaa \end{aligned}$$

### 3.2.2. Tür-1 Dilbilgisi ve Dil

- Tür-1 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları:

$$\alpha \Rightarrow \beta \quad : \quad \alpha \in V^+ \quad \beta \in V^* \quad | \alpha | \leq | \beta |$$

- Tür-1 dilbilgisine bağlama-bağımlı (*context sensitive*) dilbilgisi de denir.

Çünkü tür-1 dilbilgisi, yeniden yazma kurallarının tümü

$$\alpha_1 A \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 \beta \alpha_2 \quad A \in V_N, \quad \alpha_1, \alpha_2, \beta \in V^*$$

biçiminde olan bir normal biçime (*normal form*) dönüştürülebilir.

- Tür-1 dilin diğer bir adı özyineli (*recursive*) -kısaca “r.”- dildir.



## Bölüm 3 : Dilbilgisi ve Diller

### ➤ Örnek 3.3.

$$G_{3.3} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ a, b, c \}$$

$$P: \quad S \Rightarrow aSAB$$

$$S \Rightarrow aAB$$

$$BA \Rightarrow AB$$

$$aA \Rightarrow ab$$

$$bA \Rightarrow bb$$

$$bB \Rightarrow bc$$

$$cB \Rightarrow cc$$

➤  $G_{3.3}$  tarafından türetilen tümcelerden  
birkaçını bulalım:

$$\underline{S} \Rightarrow \underline{aAB} \Rightarrow ab\underline{B} \Rightarrow abc$$

$$\begin{aligned} \underline{S} &\Rightarrow a\underline{SAB} \Rightarrow aa\underline{ABAB} \Rightarrow aab\underline{BAB} \\ &\Rightarrow aab\underline{ABB} \Rightarrow aabb\underline{BB} \Rightarrow aabb\underline{cB} \\ &\Rightarrow aabbcc \end{aligned}$$

$G_{3.3}$  tür-1 bir dilbilgisidir.

Yukarıdaki örneklerden,  $L(G_{3.3})$  dilinin  
aşağıdaki gibi tanımlanabileceği  
görölmektedir:

$$L(G_{3.3}) = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 1 \}$$

### 3.2.3. Tür-2 Dilbilgisi ve Dil

- Tür-2 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow \beta \quad : \quad A \in V_N \quad \beta \in V^*$$

biçimindedir.

- Tür-2 dilbilgisine bağlamdan-bağımsız (*context free*) dilbilgisi, tür-2 dilbilgisi tarafından türetilen dillere tür-2 ya da bağlamdan-bağımsız diller denir.

- Örnek 3.4.

$$G_{3.4} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ a, b \}$$

$$P : S \Rightarrow aB \mid bA$$

$$A \Rightarrow a \mid aS \mid bAA$$

$$B \Rightarrow b \mid bS \mid aBB$$

- $G_{3.4}$  tarafından türetilen bir tümce bulalım:

$$\underline{S} \Rightarrow b\underline{A} \Rightarrow ba\underline{S} \Rightarrow bab\underline{A} \Rightarrow baba$$

- $G_{3.4}$  tür-2 bir dilbilgisidir. Dilbilgisinin kuralları ve yukarıdaki örnek dikkatle incelendiğinde,  $L(G_{3.4})$  dilinin,  $\{ a, b \}$  alfabesinde eşit sayıda a ve b içeren dizgiler kümesi olduğu görülür.

### 3.2.4. Tür-3 Dilbilgisi ve Dil

- Tür-3 dilbilgisinin yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow aB$$

$$A \Rightarrow a$$

$$A \Rightarrow \lambda : A, B \in V_N, \quad a \in V_T$$

biçimindedir.

- Tür-3 dilbilgisi tarafından türetilen dile tür-3 ya da düzgün (*regular*) dil denir.

## Bölüm 3 : Dilbilgisi ve Diller

### ➤ Örnek 3.5.

$$G_{3.5} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P : S \Rightarrow 0S \mid 0A \mid 0 \mid \lambda$$

$$A \Rightarrow 0B$$

$$B \Rightarrow 1S$$

- $G_{3.5}$  tarafından türetilen tümcelerden birkaçını bulalım:

$$\begin{aligned} \underline{S} &\Rightarrow 0\underline{S} \Rightarrow 00\underline{A} \Rightarrow 000\underline{B} \Rightarrow 0001\underline{S} \\ &\Rightarrow 00010\underline{S} \Rightarrow 00010 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{S} &\Rightarrow 0\underline{A} \Rightarrow 00\underline{B} \Rightarrow 001\underline{S} \Rightarrow 0010\underline{S} \\ &\Rightarrow 00100\underline{A} \Rightarrow 001000\underline{B} \\ &\Rightarrow 0010001\underline{S} \Rightarrow 00100010 \end{aligned}$$

- $G_{3.5}$  tür-3 bir dilbilgisidir. Dilbilgisinin kuralları dikkatle incelendiğinde,  $L(G_{3.5})$  dilinin “ $\{0, 1\}$  alfabesinde, içindeki her 1’den önce en az iki tane 0 bulunan dizgiler kümesi” olduğu görülür.

### 3.2.5. Sağ-Doğrusal ve Sol-Doğrusal Dilbilgisi

#### ➤ Yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow wB$$

$$A \Rightarrow w : A, B \in V_N, w \in V_T^*$$

biçiminde olan dilbilgisine sağ-doğrusal (*right-linear*) dilbilgisi denir.

#### ➤ Yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow Bw$$

$$A \Rightarrow w : A, B \in V_N, w \in V_T^*$$

biçiminde olan dilbilgisine sol-doğrusal (*left-linear*) dilbilgisi denir.

- Sağ-doğrusal ve sol-doğrusal dilbilgileri tarafından türetilen diller düzgün dillerdir. Daha önce tür-3 dilbilgisi tarafından türetilen dillerin de düzgün diller olduğunu gördük. Zaten tanımları incelendiğinde tür-3 dilbilgilerinin sağ-doğrusal dilbilgilerinin bir alt kümesi olduğu görülür. Her tür-3 dilbilgisi sağ-doğrusal bir dilbilgisidir. Ancak bunun tersi doğru değildir.

## Bölüm 3 : Dilbilgisi ve Diller

### ➤ Örnek 3.6.

$$G_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{ S, A \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P : S \Rightarrow 0A$$

$$A \Rightarrow 10A \mid \lambda$$

### ➤ $L(G_{3.6})$ dili aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$L(G_{3.6}) = 0(10)^* = (01)^* 0$$

### ➤ $G_{3.6}$ sağ-doğrusal bir dilbilgisidir.

Bu dilbilgisi tarafından türetilen

$L(G_{3.6})$  dili, yandaki sol-doğrusal ( $G'_{3.6}$ )  
ve tür-3 ( $G''_{3.6}$ ) dilbilgileri tarafından  
da türetilir.

### ➤ $G'_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$$V_N = \{ S \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P : S \Rightarrow S10 \mid 0$$

### ➤ $G''_{3.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$$V_N = \{ S, A, B \}$$

$$V_T = \{ 0, 1 \}$$

$$P : S \Rightarrow 0A$$

$$A \Rightarrow 1B \mid \lambda$$

$$B \Rightarrow 0A$$