SİSTEMİN PERFORMANS ÖLÇÜTLERİ

- **Sistem Türleri**
- **Benzetim Modelleri**
  - Statik veya Dinamik
  - Deterministik (Belirli) & Stokastik (Olasılıklı)
  - Kesikli & Sürekli
- **Statik Monte Carlo Benzetimi**

İLHAN AYDIN

BENZETİM

- **Sistemin Performans Ölçütleri**

  - **Çevrim Zamanı :** Bir ürünün üretilme zamanı
  - **Doluluk (kullanım) Oranı :** Ekipmanın veya personelin üretken olduğu zaman yüzdesi
  - **Bekleme Zamanı :** Bir müşterinin servis görebilmek için veya bir parçanın işlenebilmesi için kuyrukta geçirdiği ortalama zaman
  - **Kalite :** Doğru özelliklere sahip ürün yüzdesi
  - **Maliyet :** Sistemin Maliyeti

Sistemler

Kesikli ve sürekli olarak ikiye ayrılır.

- ***Kesikli Sistem (Discrete System)*** **:** Sistemin durum değişkenleri, zamanın sadece kesikli noktalarında değişir.

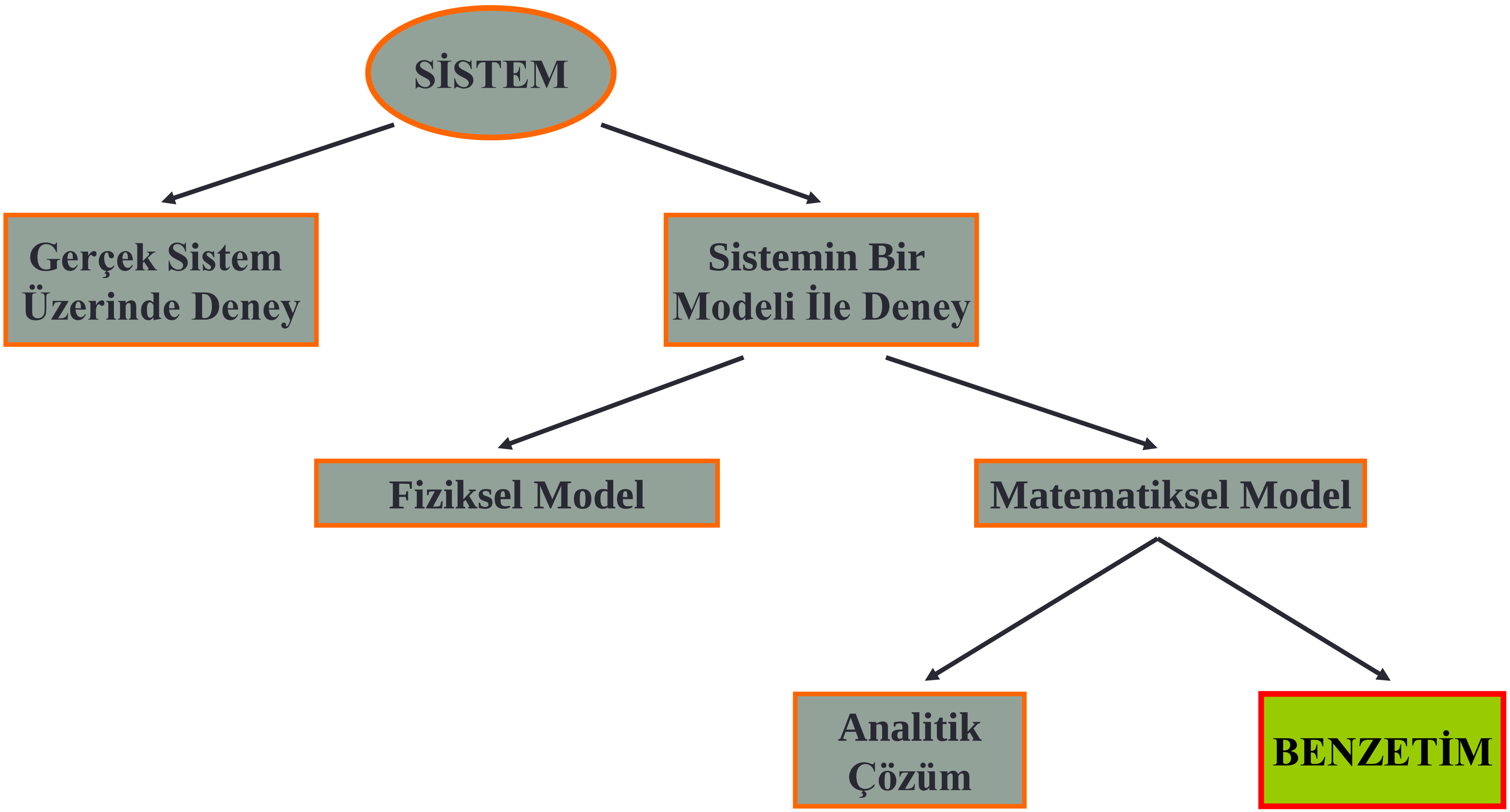
  Örnek: Banka

  Kesikli bir sistemdir. Müşteri sayısı sisteme yeni bir müşteri geldiğinde veya müşteri servisini tamamladığında değişir.

- ***Sürekli Sistem (Continuous System)*** **:** Sistemin durum değişkenleri, zaman içinde sürekli olarak değişir.

  Örnek: Havada bir uçağın hareketi sürekli sisteme bir örnektir. Hız ve pozisyon gibi durum değişkenleri sürekli olarak değişir.

Sistemlerin Çözümü



MODEL

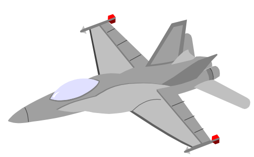
- ✓ Bir sistemin gösterimi olarak tanımlanabilir.
- ✓ Bir model, gerçek sistem hakkında gerekli sonuçları çıkarmaya izin verecek detaya sahip olmalıdır.

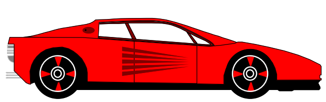
MODEL

Fiziksel Modeller

Matematiksel Modeller

Fiziksel Gerçek Bir Sisteme Benzer. (Küçük Ölçekli Temsil)





Bir Sistemi Göstermek İçin Sembolik Notasyonlar ve Matematiksel Eşitlikler Kullanılır.

```
BEGIN;
EI=BI+PROD-DEMAND
.
END;
```

Benzetim Modelleri

Üç ana grupta toplanabilir;

- Statik (Static) veya Dinamik (Dynamic),
- Belirli (Deterministic) veya Olasılıklı (Stochastic),
- Kesikli (Discrete) veya Sürekli (Continuous)

- **Statik Benzetim Modeli**

Sistemin belirli bir anındaki gösterimidir. Monte-Carlo benzetim modelleri bu türe uygun modellerdir.

Bu modeller, kesikli ve sürekli sistemlerin tanımlarına benzer şekilde tanımlanabilir.

- **Dinamik Benzetim Modeli**

Sistemin çalışma zamanına göre (bir aralık veya tüm çalışma zamanı dikkate alınarak) yapılan modellemedir.

Örneğin; bir banka için kurulan bir benzetim modeli 8 saatlik bir çalışma zamanı dikkate alınarak çalıştırılır.

Benzetim Modelleri

- **Belirli Benzetim Modeli**

  Rassal değişken içermeyen benzetim modelidir. Bu modellerde verilen **GİRDİ** seti için bir **ÇIKTI** seti vardır.

- **Olasılıklı Benzetim Modeli**

  Bir veya birden fazla rassal değişken içeren benzetim modelidir. Stokastik benzetim modeli kullanılarak elde edilen çıktı rassal olup modelin karakteristiklerinin tahminidir.

  Banka örneğinde, varışlar arası zaman aralığı ve servis zamanları rassal değişkenlerdir.

Zaman Dilimleme

Dinamik benzetimin temeli sistemin durum değişmelerinin zaman boyunca modellenebilmesidir. Benzetimde zaman akışının nasıl ele alınabileceğini göz önüne almak önemlidir.

Benzetimde zaman akışını kontrol etmenin en basit yolu eşit zaman aralıklarında ilerlemektir(zaman dilimleme).

- dt zaman dilimi uzunluğu için,(t ile (t+dt))aralığında ortaya çıkan değişimlere ilişkin, model (t+dt) anında güncellenir.
- Eğer zaman dilimi model davranışına göre aşırı geniş olursa,ortaya çıkan durum değişmelerinin bazılarının benzetimini yapmak olanaksız olacağından ,gerçek sisteminkinden daha kaba olacaktır. Diğer yandan zaman dilimi aşırı küçük olursa model gereksiz yere sıkça incelenir ve bu aşırı bilgisayar çalıştırmalarına yol açar.

Zaman Dilimleme

Tablo 2.1: Atölye sipariş listesi

İş numarası	Yığın büyüklüğü	Beklenen sipariş günü
1	200	1
2	400	8
3	100	14
4	200	18

Basit bir örnek olarak A ve B gibi yalnız iki makinenin bulunduğu bir atölyeyi ele alalım.Varsayalım bu makinelerde bir işi tamamlamanın aldığı zaman iş büyüklüğüne bağlıdır. Bu yüzden iş süreleri şöyledir.

Makine A:(Yığın büyüklüğü/50+1)gün
Makine B: (Yığın büyüklüğü/100+3)gün

Her bir iş önce makine A' da yığın olarak bitirildikten sonra makine B'de yığın olarak başlar ve tamamlanır(varsayım).

Bir atölye şekilde görülen dört siparişi kabul ederse son yığın ne zaman tamamlanacaktır?

Zaman Dilimleme

Tablo 2.2 Beklenen iş süreleri

İş numarası	Makine A	Makine B
1	5	5
2	9	7
3	3	4
4	5	5

Tablo 2.3 Atölye: zaman-dilimleme benzetimi

	Kuyruktaki işler		İşlem gören işler			Kuyruktaki işler		İşlem gören işler	
Gün	A makinesi için	B makinesi için	Makine A	Makine B	Gün	A makinesi için	B makinesi için	Makine A	Makine B
1	-	-	1	-	17	-	-	3	2
2	-	-	1	-	18	4	-	3	2
3	-	-	1	-	19	4	-	3	2
4	-	-	1	-	20	-	3	4	2
5	-	-	1	-	21	-	3	4	2
6	-	-	-	1	22	-	3	4	2
7	-	-	-	1	23	-	3	4	2
8	-	-	2	1	24	-	-	4	3
9	-	-	2	1	25	-	4	-	3
10	-	-	2	1	26	-	4	-	3
11	-	-	2	-	27	-	4	-	3
12	-	-	2	-	28	-	-	-	4
13	-	-	2	-	29	-	-	-	4
14	3	-	2	-	30	-	-	-	4
15	3	-	2	-	31	-	-	-	4
16	3	-	2	-	32	-	-	-	4

Sonraki Olay Tekniği

Bu yaklaşımda, model yalnız bir durum değişmesinin olacağı bilindiğinde yoklanır ve güncellenir.Bu durum değişimleri genellikle olaylar olarak adlandırılır ve zaman olaydan olaya aktarıldığı için "sonraki olay" tekniği olarak adlandırılır. Tablodaki olaylar:

- Bir iş gelir.
- Makine A ile başlar.
- Makine A işi bitirir.
- Makine B işe başlar.
- Makine B işi bitirir.

Tablo 2.4:Atölye sonraki -olay benzetimi

		Makine A		Makine B	
İş No.	**Geliş Zamanı**	**Başlama**	**Bitiş**	**Başlama**	**Bitiş**
1	1	1	5	6	10
2	8	8	16	17	23
3	14	17	19	24	27
4	16	20	24	28	32

Zaman Dilimleme Mi Sonraki Olay Mı?

Sonraki olay tekniği zaman dilimleme yaklaşımına göre iki avantaja sahiptir:

- Zaman artımı yüksek ya da düşük faaliyet dönemlerini otomatik olarak ayarlar, böylece yararsız ve gereksiz modelin durumunun kontrollerinden kaçınmış olur
- Önemli olayların benzetimde ne zaman olduğunu açıklıkla ortaya koyar.

Stokastik mi Deterministik mi?

- Bir sistem; eğer davranışı tümüyle tahmin edilebilir ise **deterministiktir.**
- Eğer bir sistemin davranışı bütünüyle tahmin edilemiyorsa **stokastiktir.**

Deterministik Benzetim:Bir zaman dilimleme örneği

Deterministik benzetim modeli hiçbir stokastik eleman içermez.

Fark denklemleri kümesi olarak formüle edilebilen Büyük AL'ın ekip oluşturma problemini göz önüne alalım;

Tanınmış gangster Büyük AL hapishaneden çıktıktan sonra Bailrigg vilayetinin bankalarını soymak için çetesini yeniden oluşturmaya karar verir. Bu kez geniş boyutlu bir operasyon planlar ve ince eleyip sık dokuyarak gelecek 6 ay içinde onun için çalışacak 50 çete üyesine sahip olması gerektiğini anlar. Şu anda hiç adamı yoktur.

Stokastik mi Deterministik mi?

- Önceki deneyimlere göre ekibe haftalık olarak, ideal çete büyüklüğü(50) ve çetedeki mevcut gangster sayısı arasındaki farkın dörtte birine eşit oranda adam bulunabileceği söylenmektedir.
- Aynasızlar(polisler) her hafta Büyük AL'ın aktif gangsterlerinden %5'ini yakalar ve onların her biri en az 12 ay cezaya çarptırılmaktadır
- Hapistekilerin %10'u her hafta firar eder ve Büyük AL'ın çetesine katılmaktadr.

Bu şartlar altında 10 hafta sonra Büyük AL'ın çetesinin büyüklüğü ne kadar olacaktır?

Büyük AL'ın sorununa bir yaklaşım basit zaman-dilimli benzetime dayalı iki kısımlı fark denklemleri kümesi kullanmaktadır bunun için bazı değişkenlerin tanımlanması gerekir.

Stokastik mi Deterministik mi?

Değişkenler

Herhangi 2 hafta aralığının; t-1 zamanında başlayıp(ilk hafta sonu), t zamanında arada bulunan hafta sonu ve t+1 zamanındaki son hafta sonu ile tamamlanabileceğini varsayalım.İki tür değişken tanımlanabilir.

(1) Belirli zaman noktalarında bütünleşik değerler

T zaman noktasını göz önüne alırsak

Çete büyüklüğü=Mst

Cezaevindeki sayı=Ngt

(2) Bir zaman aralığına ilişkin sabit oranları gösteren değişkenler

t-1 ve t aralığını göz önüne alırsak

AL'ın ekip oluşturma oranı=REC t-1,t

Gangsterlerin yakalanma oranı=ARR t-1,t

Cezaevinden kaçan gangsterlerin oranı=ESC t-1,t

Hedef çete büyüklüğü sabiti=TARGET

Stokastik mi Deterministik mi?

Böylece aşağıdaki denklemler oluşturulabilir:

(1) T anında bütünleşik değerler

MSt= MSt-1+(REC t-1,t –ARR t-1,t)+ESC t-1,t

NGt=NGt -1 +(ARR t-1,t- ESC t-1,t)

Yani t anında MS Değeri;t-1 anındaki MS değerine t-1 ile t aralığında ortaya çıkan değişmenin eklenmesidir. İkincisi;cezaevindeki ekibin sayısı artı,bu aralıkta kaçanların sayısı eksi bu aralıkta yakalanan çete üyelerinin sayısıdır.

(2) Gelecek haftaya ilişkin sabit oranlar

RECT,t+1=(TARGET- MSt)/4

ARRt,t+1=MSt*0.05

ESCt,t+1=NGt/10

10 haftalık süre için benzetim sonuçları tablo 2.5’te verilmiştir. Açıktır ki Büyük AL on hafta içinde 50 kişilik çete hedefine **ulaşamayacaktır**

Stokastik mi Deterministik mi?

Tablo 2.5: Büyük AL'ın ekip oluşturma sorunu

Hafta	Toplama Oranı		Yakalanma Oranı		Kaçış Oranı	Kadesteki Sayı	Çete Büyüklüğü
0						0.00	0.00
1	12.50		0.00		0.00	0.00	12.50
2	9.38	(TARGET- MSt)/4 =(50-12.5)/4	0.63	=MSt*0.05	0.00	0.63	21.25
3	7.19	=(50-21.25)/4	1.06	=21.25*0.05	0.06	1.63	27.44
4	5.64		1.37	=27.44*0.05	0.16	2.83	31.87
5	4.53		1.59		0.28	4.14	35.09
6	3.73		1.75		0.41	5.48	37.48
7	3.13		1.87		0.55	6.81	39.28
8	2.68		1.96		0.68	8.09	40.68
9	2.33		2.03		0.81	9.32	41.78
10	2.05		2.09		0.93	10.48	42.68

Stokastik mi Deterministik mi?

Tablo 2.6: Disk birimi arıza olasılığı

Tamir veya bakımdan sonraki gün	Arıza Olasılığı
1	0.05
2	0.15
3	0.20
4	0.30
5	0.20
6	0.10
>6	0.00

Stokastik Benzetim

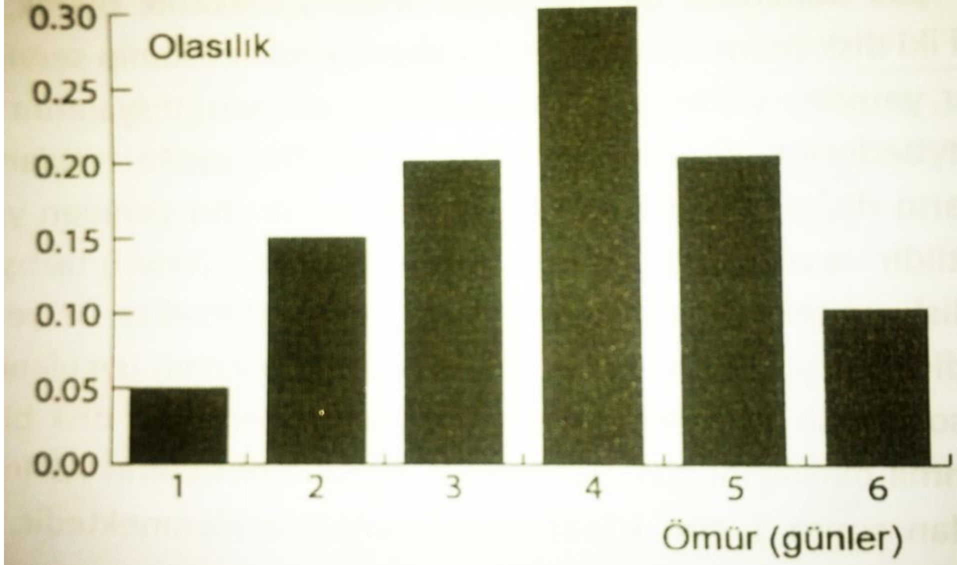
Stokastik benzetim modellerinde olasılık dağılımları kullanılır.

Çok kullanıcılı bir bilgisayar sistemi mekanik olarak,arızalanmaya eğilimli iki disk birimi içerir.Eğer bir disk birimi arızalanıp servise giderse kullanıcılar yeniden yüklenmeyi gerektiren dosyalarını kaybederler.

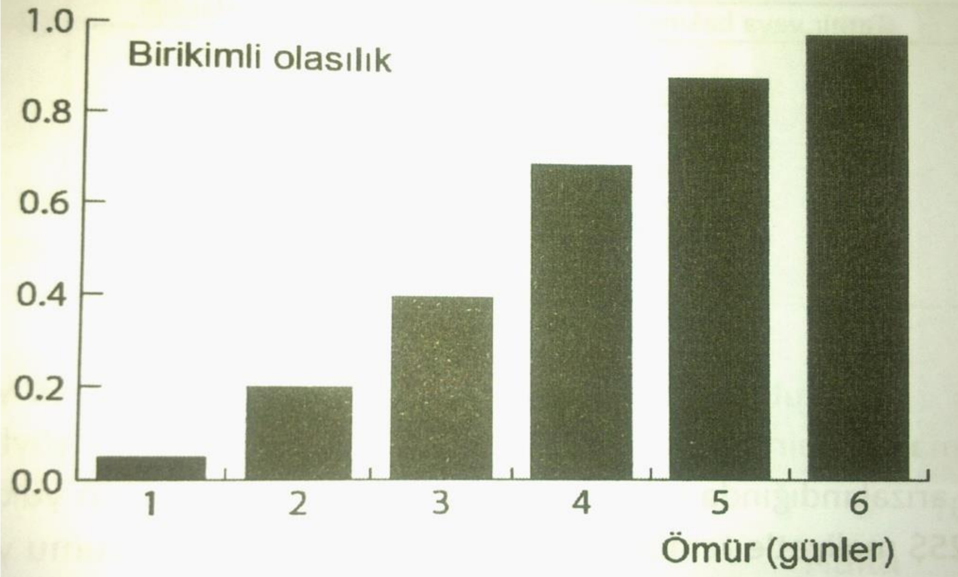
Tablo 2.6 en son tamir gördükten sonra izleyen günlerde bir disk biriminin tekrar arızalanma olasılığını göstermektedir.

Burada ünitelerin %5'inin;tamir veya bakımdan sonra 1 gün içinde arızalanması beklenmektedir.%15'i 2 gün sonra vs.

Stokastik mi Deterministik mi?



Şekil 2.2 Hata olasılıklarının histogramı



Şekil 2.3 Birikimli hata olasılıklarının histogramı

Şekil 2.2 disk arıza dağılımının histogramını gösterir, şekil 2.3 te veriler, değişik disk ömürlerinin birikimli olasılığını göstermek üzere yeniden dağılmıştır.Örneğin bir diskin 3 gün yaşama olasılığı(0.05+0.15+0.20)=0.4'tür

Stokastik mi Deterministik mi?

Tablo 2.7 Bazı rassal sayılar

27	62	36	30	57	78	22	02	89	22
04	97	43	30	45	12	03	87	16	50
92	26	00	82	58	10	78	44	55	05
21	50	49	83	49	39	25	81	03	99
77	71	43	06	90	09	04	97	07	64
40	39	69	42	63	80	07	85	65	70
60	57	42	97	29	92	84	54	66	91
34	10	78	81	97	99	08	19	15	63
35	37	13	56	88	09	36	40	07	55
04	24	69	52	44	14	61	59	31	50
24	26	29	31	57	17	38	44	03	29
26	63	00	44	64	09	93	15	52	35
91	37	65	32	84	37	80	94	48	46
23	52	10	77	27	40	34	13	73	53
55	89	99	78	50	11	43	43	54	16

Tablo 2.8 Rassal sayılar ve disk ömrünü ilişkilendiren taramalı tablo bağlantısı

Ömür (gün)	İlgili rassal sayılar
1	0.00-0.04
2	0.05-0.19
3	0.20-0.39
4	0.40-0.69
5	0.70-0.89
6	0.90-0.99

Tablo 2.7'deki rastgele sayı tablosunda,0-99 değer aralığından bir özet yer almaktadır ve bu aralıktaki her bir sayının tablonun herhangi bir yerinde görünme olasılığı eşittir.

Tablodaki ilk rassal sayı 27 dir; şekil 2.3'e göre bu sayıya karşılık gelen nokta 3 gündür.Yani, 3 gün 0.27 rassal sayısıyla ilişkilidir.

Stokastik mi Deterministik mi?

Tablo 2.9: Disk onarım politikalarının sonraki -olay benzetimi

	Ayrı Tamir						Birleşik tamir
	Birim A			Birim B			
	Rassal Sayı	Ömür	Arıza Zamanı	Rassal Sayı	Ömür	Arıza Zamanı	Arıza zamanı
1	0.27	3	3	0.24	3	3	3
2	0.62	4	7	0.26	3	6	6
3	0.36	3	10	0.29	3	9	9
4	0.30	3	13	0.31	3	12	12
5	0.57	4	17	0.57	4	16	16
6	0.04	1	18	0.26	3	19	17
7	0.97	6	24	0.63	4	23	21
8	0.43	4	28	0.00	1	24	22
9	0.30	3	31	0.44	4	28	25
10	0.45	4	35	0.64	4	32	29
11	0.92	6	41	0.91	6	38	35
12	0.26	3	44	0.37	3	41	38
13	0.00	1	45	0.65	4	45	39
14	0.82	5	50	0.32	3	48	42
15	0.58	4		0.84	5	53	46
16	0.21	3		0.23	3		49
17	0.50	4		0.52	4		53
18	0.49	4		0.10	2		
19	0.83	5		0.77	5		
20	0.49	4		0.27	3		

Tablo 2.9 iki politikanın 50 gün için benzetimini göstermektedir. Ayrı yenileme politikası(mevcut) durumunda, iki birimden her birinin yenilenmesi her birinin arıza zamanının(birikimli ömür) 50 güne eşit veya daha büyük oluncaya kadar benzetimi yapılmıştır.

Böylece 29 birim, her birim 50$'dan 50 gün için toplam 1450$ maliyete yol açmıştır.

Kesikli veya Sürekli Değişme

Bir benzetim modelinde bulunan değişkenlerin değerlerinin dört farklı yolla değişeceği düşünülebilir:

- ✓ Her bir zaman noktasında sürekli
- ✓ Sürekli fakat yalnız kesikli zaman noktalarında
- ✓ Herhangi bir zaman noktasında kesikli
- ✓ Kesikli ve yalnız zamanın kesikli noktalarında

Kesikli Benzetim

- Kesikli sistemlerde, durum değişkenleri zaman içinde yalnızca kesikli noktalarda değişir. Örnek: Banka

  Müşteri sayısı, sisteme müşteri geldiğinde veya müşteri servisi tamamlandığında değişir.

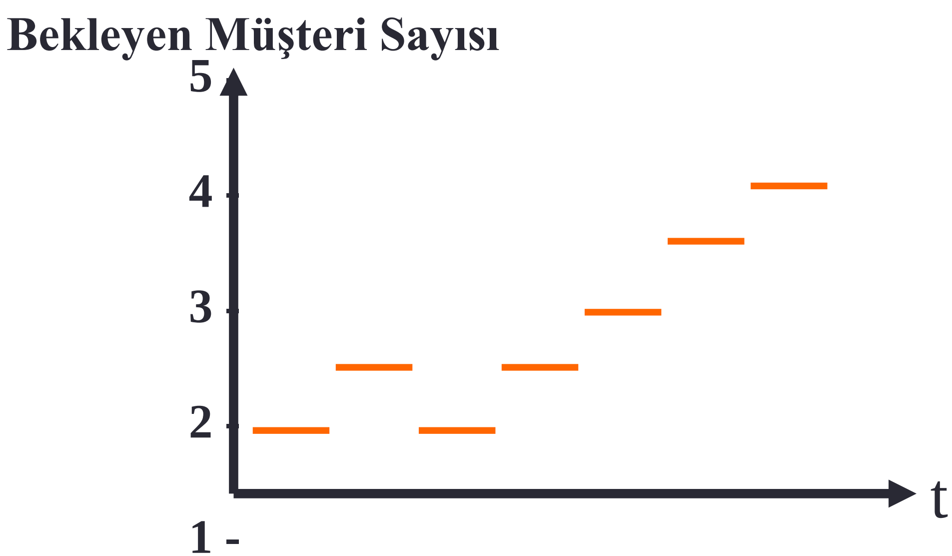
Trenlerin, her birinden yolcuların alınıp bırakıldığı istasyondan istasyona geçtiği bir yer altı demiryolunu düşünelim:

- ✓ Tren istasyonda durur
- ✓ Kapı şimdi açık
- ✓ Kapı şimdi kapalı
- ✓ Tren istasyondan hareket eder

Bu sistemin kesikli model kullanarak benzetimini yapmak için kapıları açmak veya istasyonlar arası seyahat için alınan zaman; ya deterministik olarak bilinir ya da bazı uygun dağılımlardan örneklenebilir. Böylece , örneğin tren istasyonu terk etmeye başladığı zaman sonraki istasyona ulaşması , belirtilen bu seyahat süresi yoluyla programlanabilir.

Kesikli Benzetim Modeli

- Kesikli bir benzetim modeli, her zaman kesikli bir sistemin benzetimi için kullanılmaz. Belirli bir sistem için kesikli veya sürekli modelin kullanılacağına dair karar, çalışmanın amacına bağlıdır.
- **Örneğin;** çevre yolunda trafik akışının modellenmesi, arabaların hareketi ve özellikleri önemli ise kesikli bir modeldir. Arabaların hareketi bir bütün olarak dikkate alınıyorsa, trafik akışı; sürekli bir model olarak diferansiyel eşitlikler ile tanımlanabilir.



Sürekli Benzetim Modeli

Sürekli sistemlerde, durum değişkenleri zaman boyunca sürekli olarak değişir.

Uçak örneğinde, durum değişkenleri hız ve pozisyon sürekli olarak değişir.

Eğer yer altı demiryolu sürekli değişmeye izin veren bir model tarafından

benzetimi yapılmış olsaydı, o zaman benzetim sürecinde değişkenlerin değerleri sürekli değişirdi.

Örneğin istasyonlar arasında gezen treni göz önüne alalım.

Eğer lokomotif elektrikle çalışıyorsa, hareketsiz andan belli bir uygun seyahat

hızına ulaşıncaya kadar trenin hızı düzgün olarak yükselir. Bu hız kesikli

miktarlarla değişmez.

Eğer benzetimin sonuçları "hız" gibi sürekli değişkene ilişkin sistem durumlarını içerirse, bir sürekli değişim modeli gerektirir.

Sayısal bilgisayarlar yalnız kesikli değerlerle işlem yaparlar.

Kesikli - Sürekli Benzetim:

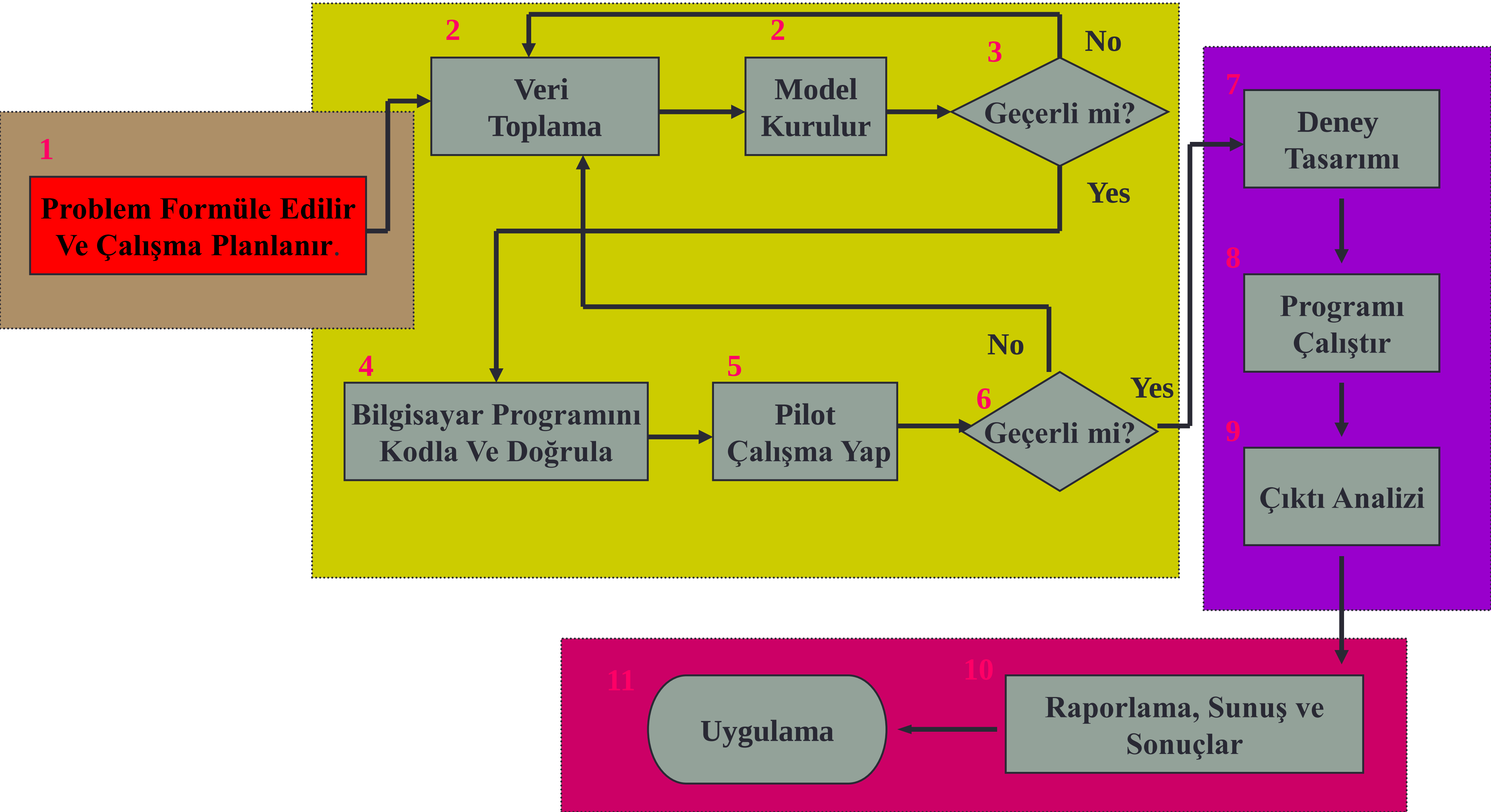
Gerçek hayatta karşılaşılan bazı sistemler ne tam olarak sürekli, ne de tam olarak kesiklidir. Bu nedenle hem kesikli-olay benzetim modeli hem de sürekli benzetim modeli ile model kurma ihtiyacı zaman zaman ortaya çıkar. Bu durumda, düzenlenen benzetime **"kesikli-sürekli bileşik benzetim modeli"** adı verilir.

Kesikli ve sürekli olarak değişen durum değişkenleri arasındaki etkileşimin üç temel türü Pritsker, Pritsker ve Pegden tarafından şu şekilde açıklanmıştır.

BENZETİM

- **Benzetim Modeli**
  - Kesikli bir olay, sürekli durum değişkenin değerinde kesikli bir değişikliğe sebep olabilir.
  - Kesikli bir olay, sürekli durum değişkenin değişim bağıntısını (fonksiyonunu) belli bir zamanda değiştirir.
  - Tetikleme noktasına (başlama veya limit değerine, yani bir üretim prosesinde sürekli bir üretim yapılırken saat 12.00'de öğle paydosu olması gibi) gelen sürekli durum değişkeni kesikli bir olayın olmasına veya programlanmasına sebep olabilir.

Benzetimin Aşamaları



Benzetimin Aşamaları

1) Problemin Tanımı ve Çalışma Planı:

Benzetim çalışması, problemin ve amacının açık olarak tanımlanması ile başlamalıdır.

- Alternatif sistem tasarımları ve bu alternatiflerin etkinliğini değerlendirmek için kriterler belirlenmelidir.
- Hangi aşamada hangi ekibin nasıl çalışacağı, zaman ve maliyet dikkate alınarak planlanmalıdır.

2) Veri Toplama ve Model Tanımı:

Üzerinde çalışılan sistemden bilgi ve veri toplanır. Bu veriler, modelde var olan olasılıklı (rassal) proseslerin olasılık dağılımlarının ve çalışma prosedürlerinin belirlenmesi için kullanılır.

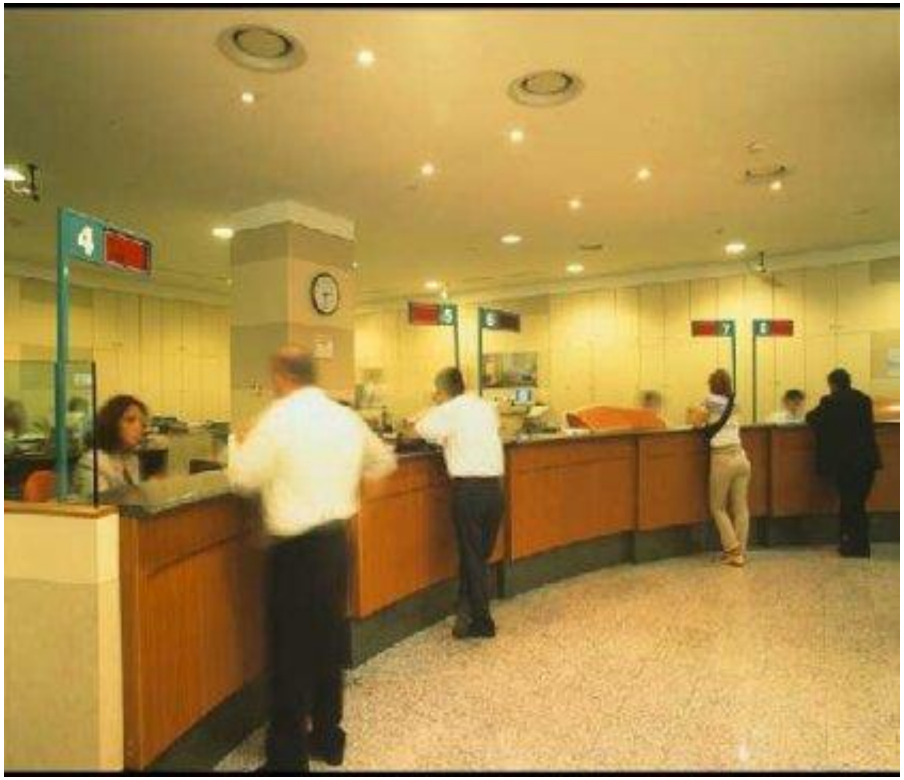
Benzetimin Aşamaları

Örnek: BANKA

Bir bankanın benzetim çalışmasında, modelde kullanılacak varışlar arası zaman ve servis zamanı dağılımlarını belirlemek için,

- varış
- servis

zamanları kaydedilir.



Benzetimin Aşamaları

- Ayrıca, mümkünse, sistem performans ölçütü olarak kullanılacak çıktı parametresi ile karşılaştırmak amacıyla (6. adımdaki benzetim modelinin geçerliliğinin kontrolü), müşterilerin kuyruktaki bekleme zamanları tutulmalıdır.

- Kurulan model sistemi tanımlayacak yeterli detaya sahip olmalıdır. Ancak, sistem elemanlarıyla model elemanları arasında birebir bir eşleme gerekli değildir. Çok detaylı bir modelin programlanması ve çalıştırılması çok pahalı olabilir.

Benzetimin Aşamaları

3) Geçerli mi ?

Modelin kurulması aşamasında, model kurucunun sistemin çalışması hakkında bilgi sahibi olan kişilerle birlikte çalışması önemlidir. Aynı zamanda, model kurucunun karar verici ile iletişim halinde olması gerekir. Modelin geçerliliğinin sağlanması ve karar vericinin modele güvenilirliğini artırmak için bu önemlidir.

4) Bilgisayar programının kodlanması ve doğrulama:

Model, genel amaçlı bir dil (FORTRAN, PASCAL, C v.b.) veya uygun bir benzetim dili (SIMAN, GPSS, SLAM, v.b.) kullanılarak kodlanır. Programın doğru çalışıp çalışmadığı çeşitli yöntemler kullanılarak test edilir.

Benzetimin Aşamaları

KOD

Genel Amaçlı Diller

Örnek:

JAVA, C++, Visual BASIC

Özel Amaçlı Simülasyon Dilleri/Programları

Örnek:

SIMAN, ARENA, EXTEND

Benzetimin Aşamaları

5) Programın Pilot Deneyleri:

Doğrulanan programın pilot denemeleri, adım 6'daki geçerlilik testi için kullanılır.

6) Geçerli mi?:

Pilot deneylerle, bir girdi parametresinde küçük değişiklikler yapılarak modelin çıktısının duyarlılığı test edilir. Model çıktısında çok fazla değişiklik elde edilirse, girdi parametresinin tahmini yeniden, doğru bir şekilde yapılmalıdır.Pilot deneyler ile elde edilen çıktılar ile gerçek sistemden toplanan veriler istatistiksel metotlar yardımı ile karşılaştırılır. Karşılaştırma sonucu anlamlı bir farklılık bulunmaz ise, Benzetim modelinin sistemin doğru bir modellenmesi olduğu söylenebilir. Değilse, model üzerinde gerekli düzenlemeler yeniden yapılmalıdır.

Benzetimin Aşamaları

7) Deney Tasarımı :

Model kurulduktan sonra, alternatif senaryolar detaylı olarak belirlenir.

Deney sayısı, modeli çalıştırma süresi, deneyin tekrarlanma sayısı belirlenmelidir.

8) Deneyler :

Deneylerin, oluşturulan deney tasarımına uygun olarak bilgisayar ortamında koşturulması çıktıların elde edilmesidir

Benzetimin Aşamaları

9) Çıktı Analizi :

8. adımda yapılan deneylerden elde edilen çıktıların istatistiksel analizi yapılır. Çıktı analizinde amaç;

Bir sistem için - performans ölçüsünün güven aralığını oluşturmak

Birden fazla sistem için- en iyi performans ölçütüne sahip olan alternatif sistemi belirlemek

10) Raporlar, Sonuçlar :

Modelin çalıştırılması ve sonuçlarının elde edilmesinden sonra, toplanan bilgilerin ve varılan sonuçların karar vericiye sunulması.

BENZETİM

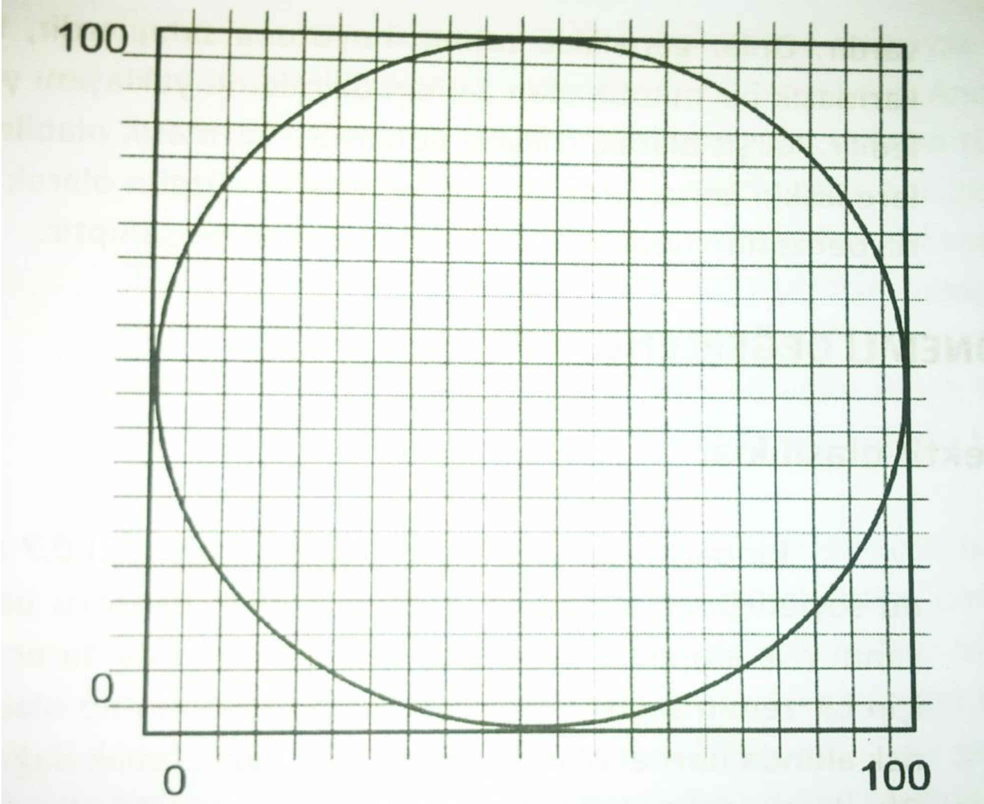
11) Uygulama :

MONTE CARLO BENZETİM METODU

- Monte Carlo Benzetim metodu, olasılık teorisi üzerine kurulu bir sistemdir.
- Monte Carlo metodunda istatistiksel ve matematiksel tekniklerle bir deneyi veya çözülmesi gereken bir fiziksel olayı tesadüfi sayıları defalarca kullanarak simülasyon edilip çözmek esastır.
- Günümüzde bu metot, fizik ve matematik problemlerinin çözümünde MCNP (Monte Carlo N – Parçacık Taşınım) kodunu kullanarak nükleer transport hesaplamalarda iyi sonuçlar vermektedir.
- (0-1) aralığında düzgün, (U(0.1)), rassal sayılar kullanılarak, zaman faktörünün önemli olmadığı, olasılıklı (stokastik) veya belirli (deterministik) problemlerin çözümünde kullanılan bir tekniktir. Monte Carlo Benzetimi, genellikle statik benzetim modellerinde kullanılır.
- Bazı yazarlar Monte Carlo Benzetimini, rassal sayı kullanan bir benzetim olarak tanımlamaktadırlar. Burada kullanılan tanım ise daha kısıtlıdır. Monte Carlo metodu ilk defa II. Dünya Savaşı sırasında atom bombasının geliştirilmesi ile ilgili problemlere uygulanmıştır.

STATİK MONTE CARLO BENZETİMİ TANIMI

- Monte Carlo yöntemi direkt analitik yaklaşımların mümkün olmadığı fonksiyonların integralinin sayısal elde edilmesinin bir yoludur..
- Çoğu kişi lisede ya da yüksek okulda ∏ sayısını bilmeden dairenin alanını hesaplamaya çalışır. Şekil 4.2 de görülen dairenin içinde yer alan küçük karelerin sayılması bize ∏ değerinin hesaplanmasına olanak verir.Eğer geniş kare içinde n sayıda kare varsa ve bunlardan m tanesi daire içinde kalıyorsa dairenin alanı m/n ile karenin alanının çarpımı olacaktır. ∏=4m/n



Şekil 4.2 Daire için Monte Carlo yöntemi

Subjektif Olasılıklar

Olasılık tahminleri temel varsayımlara dayanır ve bunlar olasılığı değişik şekillerde tanımlamayı sağlar.

- **Önsel sav(a priori argument):**Tüm sonuçlar hakkında mükemmel bilgiye sahip olduğumuz ve bu sonuçların nasıl üretildiği konusunda emin olduğumuz durum.6 yüzlü bir zarın her bir çıktısının 1/6 olasılığının olduğunun bilinmesi
- **Göreli sıklık savı(relative frequency argument):**Çıktıları üreten süreci anlamadığımızda fakat onların göreli sıklıklarını hesaplamak için yeterli veriye sahip olduğumuz durum.Tablo 2.6’da veri derleme alıştırması 1000 arızayı içermişse,buradan ilgili olasılıkların hesaplanması
- **Öznel bakış(Subjektivist view):**Önsel veya göreli sıklık yaklaşımının ikisinin birden uzantısı olarak bakılan durum.Bir para atışı yapılırsa yazı gelme olasılığında olduğu gibi tura gelme olasılığının da 0.5 olması.

BENZETİM

- **MONTE CARLO Benzetimi ORTALAMA METODU**

Örnek: $\imath = \int_a^b g(x)\,dx$ integralini çözmek istiyoruz.

- G(x) fonksiyonu, analitik çözümü olmayan bir fonksiyon olsun.
- Bu deterministik problem, Monte Carlo Benzetimi ile nasıl çözülür inceleyelim
- Yeni bir rassal değişken olarak Y tanımlansın.

$$Y = (b-a)g(x) \qquad a \le x \le b$$

- X, [a,b] aralığında düzgün dağılma sahip sürekli bir rassal değişkendir.

BENZETİM

$$f(x) = \frac{1}{(b-a)} \quad a \le x \le b$$

$0 \qquad dd$

$$E(y) = E[(b-a) \times g(x)]$$

$$E(y) = (b-a) \times E[g(x)]$$

$$E(y) = (b-a)\int_a^b g(x) f(x)\,dx$$

$$E(y) = (b-a)\int_a^b g(x) \frac{1}{(b-a)}\,dx$$

$$E(y) = \int_a^b g(x)\,dx$$

BENZETİM

- Aranılan integralin değeri, y'nin beklenen değerine eşit çıktı. Buradan yaralanarak $\iota = \int_a^b g(x)\,dx$ 'in değeri Monte Carlo Benzetimi ile bulunabilir.

$$E(y) = y_{ort} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = (b-a) \times \frac{\sum_{i=1}^{n} g(x_i)}{n}$$

Burada x_1 , x_2 , x_3 ,.........., x_n ~ U (a,b) rassal değişkenlerdir.

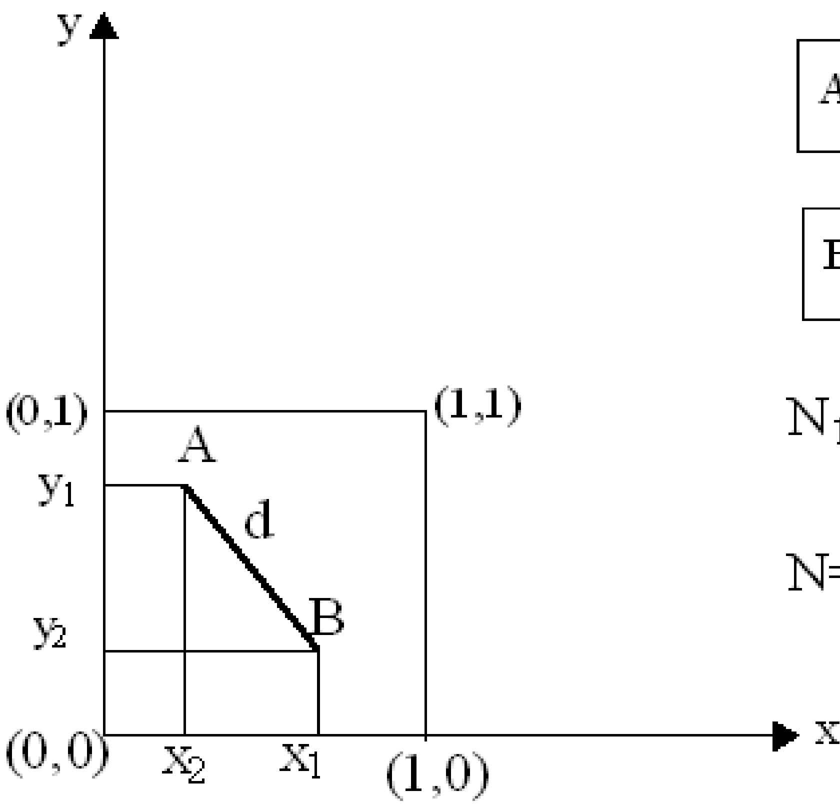
BENZETİM

- **ÖRNEK PROBLEM**

  - Kenarları birim uzunlukta olan bir kare düşününüz. Bu kare içinde rassal seçilen A ve B noktaları olsun. A ve B arası d uzunluğundadır. d'nin 0.8'den küçük olma olasılığı nedir?

    Açıklama: Monte Carlo tekniğiyle rassal olarak 1000 adet A ve B noktaları üreterek d'nin 0.8'den küçük olma olasılığını bulunuz. Kullanacağınız yaklaşımı açıklayarak, akış şemasını çiziniz.

BENZETİM



$$A = (x_1, y_1)$$

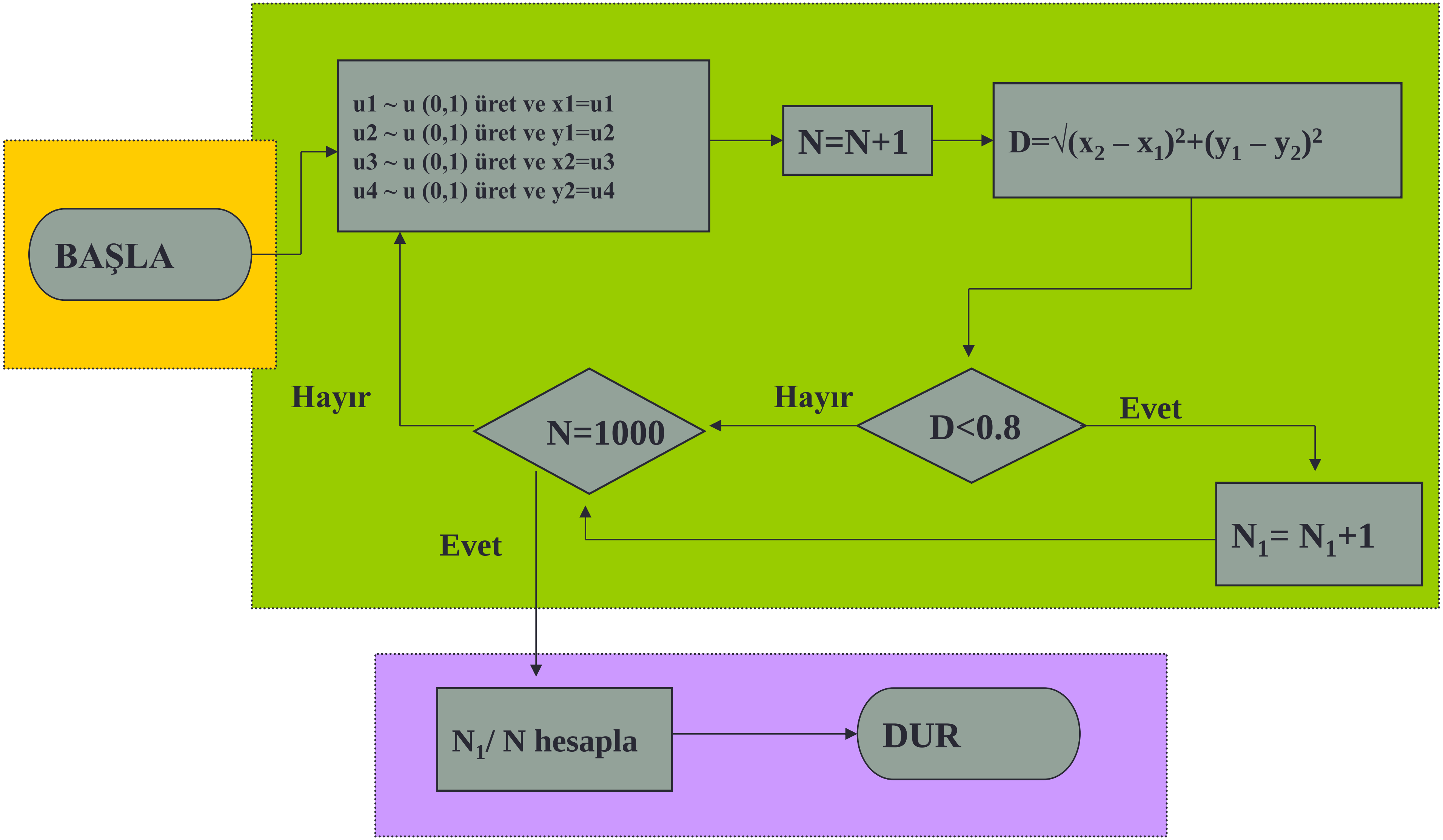
$$B = (x_2, y_2)$$

$$\left[d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \right]$$

N_1= d'nin 0.8'den küçük olduğu sayaç

N= 1000 deneme

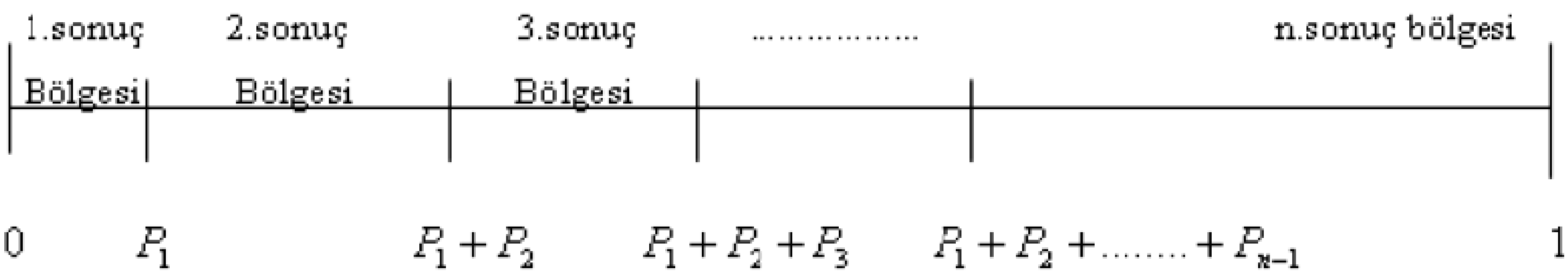
BENZETİM



BAŞLA
u1 ~ u (0,1) üret ve x1=u1
u2 ~ u (0,1) üret ve y1=u2
u3 ~ u (0,1) üret ve x2=u3
u4 ~ u (0,1) üret ve y2=u4
N=N+1
$D=\sqrt{(x_2 - x_1)^2+(y_1 - y_2)^2}$
D<0.8
Evet
Hayır
$N_1= N_1+1$
N=1000
Hayır
Evet
N_1/ N hesapla
DUR

ÖRNEK 1

- Gelişigüzel sayı eksenine n-tane sonuç bölgesinin yerleştirilmesi



- Gelişigüzel sayıların P_1 olasılıkla belirlenen miktarını 1.sonuç P_2 olasılıkla belirlenen miktarını 2.sonuç , P_n olasılıkla belirlenen miktarını da n.sonuç için ayırmış olduk. Böylece belirtilen bir gelişigüzel sayı hangi sonuç bölgesine düşerse, olayda o sonuç meydana gelmiştir. Bu durumda olasılık dağılımı aşağıdaki matematiksel ifadeyle ibaret olur.

ÖRNEK 1

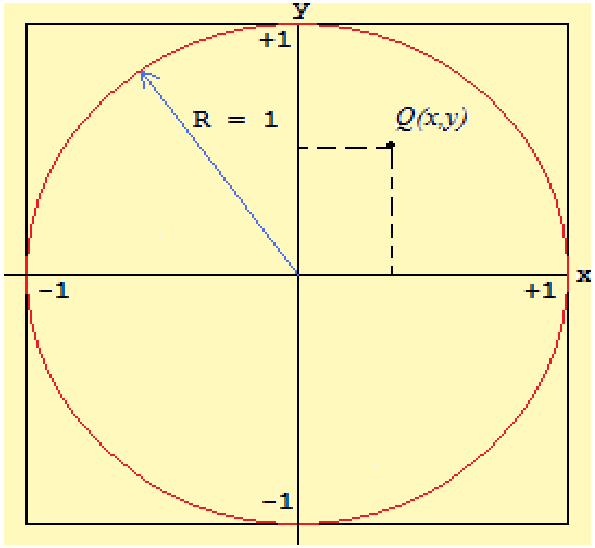
$0 < q < P_1$ ise 1.sonuç

$P_1 \leq q < P_1 + P_2$ ise 2.sonuç

$P_1 + P_2 + ...P_{n-1} \leq q < 1$ ise n.sonuç

ÖRNEK 2

- Yanda verilen şekildeki gibi bir karenin içine teğet olarak yerleştirilmiş bir çember düşünelim. Karenin bir kenarı 2 birim veya çemberin yarıçapı *R* = 1 birim olsun (birim çember). Karenin içinde, koordinatları (x, y) olan rastgele bir Q noktası seçilsin. Q noktasının koordinatları $x^2 + y^2 <= 1$ şeklinde seçilmişse, Q noktası çemberin içinde, aksi halde nokta çemberin dışında demektir. Bu durumda, Q noktasının çemberin içinde kalma ihtimali şöyle olur:



Çember alanı = πr^2

Karenin alanı = 2r x 2r

$$P(x^2 + y^2 < 1) = \frac{\text{çemberin alanı}}{\text{karenin alanı}} = \frac{\pi}{4}$$

ÖRNEK 2

- Karenin içi n adet rastgele noktalarla doldurulsun. Eğer bu n noktanın, m tanesi çemberin içinde kalırsa, herhangi bir noktanın çemberin içinde kalma ihtimali yaklaşık olarak:

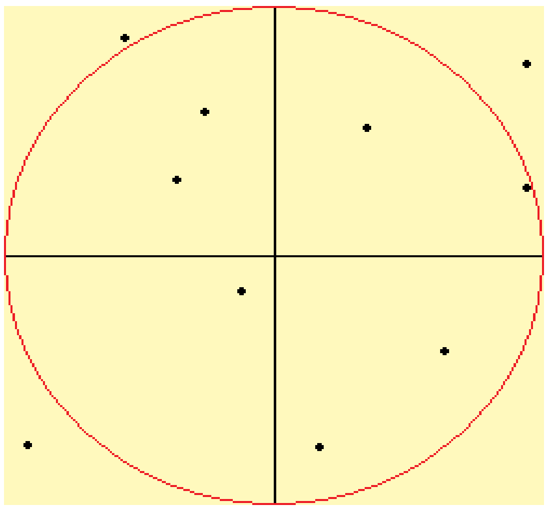
$$P(x^2 + y^2 < 1) \approx \frac{\text{çemberin içinde kalan noktalar}}{\text{karenin içinde kalan noktalar}} = \frac{m}{n}$$

şeklinde olur. Bir önceki denklemle bu denklem birleştirilirse, pi sayısı (yaklaşık olarak)

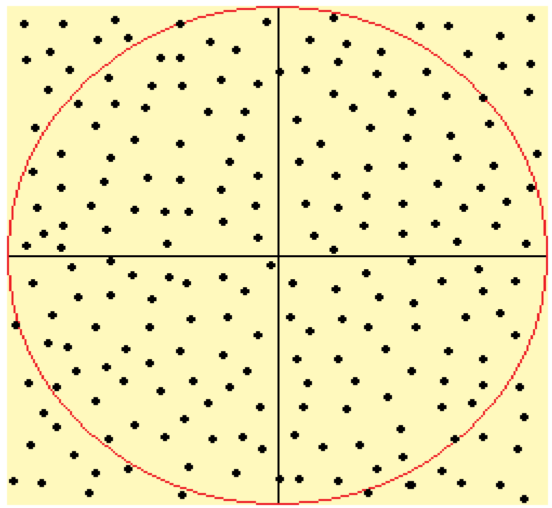
$$\pi \approx \frac{4m}{n}$$ şeklinde hesaplanabilir.

ÖRNEK 2

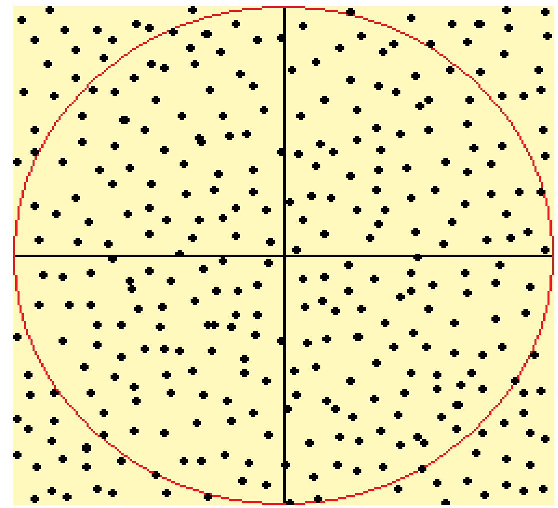
- Olayın canlandırılması adına, aşağıda nokta sayısının (n) farklı değerleri için oluşabilecek desenler gösterilmiştir.



n = 10 nokta



n = 100 nokta



n = 200 nokta

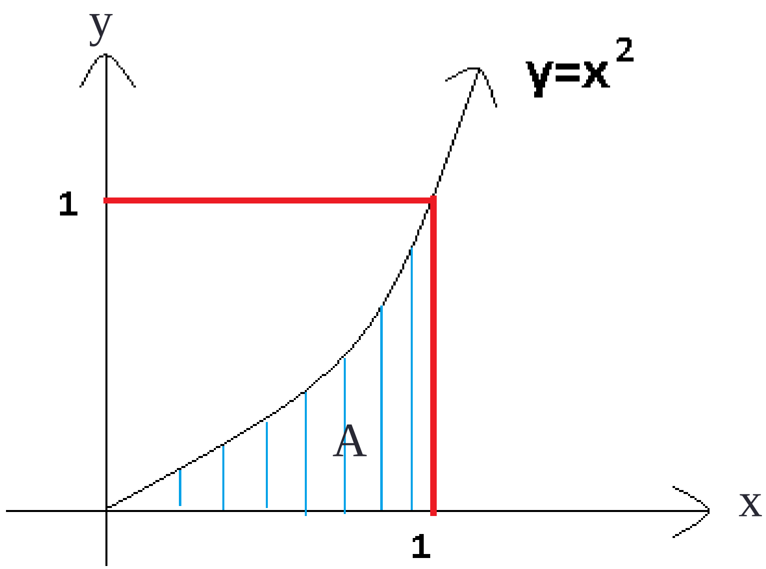
```
function pi=montecarlo1(n)
%pi: pi sayısı
%n: nokta sayısı
cember=0;
sayac=0;
for i=1:n
    x=rand;
    y=rand;
    if((x^2+y^2)<=1)
        cember=cember+1;
    end
    sayac=sayac+1;
end
pi=4*cember/sayac;
```

```
>> pi=montecarlo1(1000000)

pi =

    3.1415
```

ÖRNEK 3



Şekilde görülen $y=x^2$ i ile x ekseni arasında kalan taralı alanı bulmak için Monte Carlo benzetimi kullanılabilir.

Eğer dikdörtgen içerisinde rastgele noktalar (xi,yi) işaretleyip bu noktaların eğrinin altında olup olmadıklarını belirler ve bunu toplam nokta sayısına oranlarsak A alanının R karesine olan oranını yaklaşık olarak elde edebiliriz.

```
function egrialan=montecarlo2(n)
%egrialan: egrinin alanı ile karenin alanı oranı
%n: nokta sayısı
egri=0;
sayac=0;
for i=1:n
    x=rand;
    y=rand;
    if(y<=x^2)
        egri=egri+1;
    end
    sayac=sayac+1;
end
egrialan=egri/sayac;
```

```
>> egrialan=montecarlo2(10000000)

egrialan =

   0.3335
```

Şekilde de görüldüğü gibi On milyon rastgele üretilen sayı değeri için ;
1/3 değerine yakın bir değer bulunmuştur.

ÖRNEK 4

- Soru : 0 ile 100 arasında bulunan sayılar içinden rastgele seçilen bir sayının 11’e tam bölünebilme olasılığı nedir ?

- Analitik Çözüm :
  → 0 ile 100 arasında 11 ‘e tam bölünen sayıları bulup bunları tüm sayılara oranlarsak sorumuzun cevabını bulabiliriz.

  →Bu sayılar ; 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99 olmak üzere toplam 9 adet,

  →Tüm sayılarda 1,2,3,4 .... 100 olmak üzere 100 adet;

  →O zaman Olasılık değerimiz P = 9/100 = 0,09 olmaktadır.

ÖRNEK 4

- Monte Carlo Benzetimi ile Çözüm :

→ Monte Carlo benzetimi 0 ile 100 arasında rastgele n adet sayı seçmemizi ister.

→ Seçeceğimiz n adet sayıdan m tanesinin 11'e tam bölündüğünü farzedelim.

→ Bu durumda Olasılık değerimiz m / n olur.

→ Programlama esnasında rastgele seçilecek her sayı değeri için n artarken , m değeri seçilen sayının 11'e tam bölünmesi durumda artırılmalıdır.

```
function sonuc=montecarlo3(n)
%bol:11'e bolunebilen sayisi
%n: nokta sayisi
bol=0;
sayac=0;
for i=1:n
    x=round(rand*99)+1;
    sonuc=mod(x,11);
     if(sonuc==0)
          bol=bol+1;
     end
     sayac=sayac+1;
end
sonuc=bol/sayac;
```

```
>> sonuc=montecarlo3(100)

sonuc =

   0.1500
```

```
>>sonuc=montecarlo3(1000000)

sonuc=

   0.0905
```

ÖRNEK 4

Aylar	Gönderilen Miktar
1	200
2	400
3	300
4	300
5	400
6	100
7	400
8	300
9	400
10	400
11	500
12	300

1.Yıl

Aylar	Gönderilen Miktar
1	300
2	200
3	400
4	300
5	400
6	500
7	100
8	400
9	400
10	200
11	400
12	500

2.Yıl

Aylar	Gönderilen Miktar
1	200
2	300
3	400
4	300
5	200
6	500
7	300
8	200
9	200
10	100
11	300
12	200

3.Yıl

Veriler : 4. Sınıfta olan bir üniversite öğrencisine ailesinin 3 yıl içinde aylık gönderdiği para miktarları yukarıda gösterilmiştir.

Amaç : Monte Carlo benzetim modelini kullanarak öğrenciye 4. yılında gönderilecek para miktarını tespit etmek.

ÖRNEK 4

ÇÖZÜM

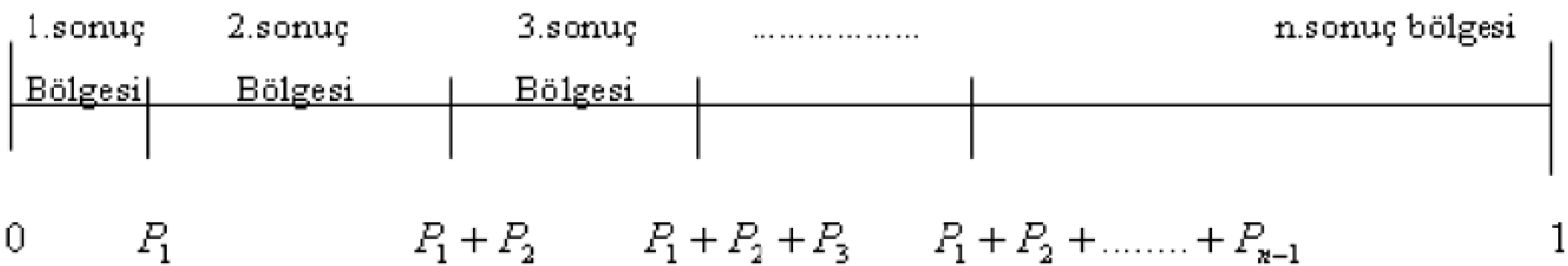
1.Adım : İk 3 yıl içinde gönderilen miktarlarların Frekanslarını ve doğal olarak Olasılıklarını bulmakla işe başlıyoruz.

Gönderilen Miktar	Frekans	Olasılık
100	3	0,083333333
200	8	0,222222222
300	10	0,277777778
400	11	0,305555556
500	4	0,111111111
	36	1

ÖRNEK 4

- 2.Adım :

Bulduğumuz olasılık değerlerini Monte Carlo benzetiminde kullanmak için aşağıdaki yapıya benzer bir yapı elde etmemiz gerekiyor.



Gelişigüzel sayıların P1 olasılıkla belirlenen miktarını 1.sonuç P2 olasılıkla belirlenen miktarını 2.sonuç , Pn olasılıkla belirlenen miktarını da n.sonuç için ayırmış olduk. Böylece belirtilen bir gelişigüzel sayı hangi sonuç bölgesine düşerse, olayda o sonuç meydana gelmiştir. Bu durumda olasılık dağılımı aşağıdaki matematiksel ifadeyle ibaret olur.

ÖRNEK 4

$0<q<P_1$ ise 1.sonuç

$P_1 \leq q < P_1 + P_2$ ise 2.sonuç

$P_1 + P_2 + \ldots\ldots P_{n-1} \leq q < 1$ ise n.sonuç

Örneğimize burdaki mantığı uygularsak (Kümülatif Olasılığı bulursak) aşağıda tablo oluşmaktadır.

Kümülatif Olasılık	Miktar
0	100
0,083333333	200
0,305555556	300
0,583333333	400
0,888888889	500
1	

(O ,1) aralığı Olasılık değerlerine göre 100,200,300,400,500 değerleri için bölüştürdük.

0,000 – 0,083 Arası → 100
0,083 – 0,305 Arası → 200
0,305 – 0,583 Arası → 300
0,583 – 0,888 Arası → 400
0,888 – 1,000 Arası → 500

ÖRNEK 4

- 3.Adım :

  → Problemi Monte Carlo benzetiminin uygulanmasına hazır hale getirdikten sonra;

  → Excel'de rastgele sayılar üreten =S_SAYI_ÜRET() metodunu kullanarak (0,1) arasında sayılar üretip,

  →1 adım önce bulduğumuz Kümülatif olasılık tablosunda karşılık gelen miktarı buluyoruz. Bu işlemide yine Excel'in bize sağladığı =DÜŞEYARA metodu ile yapıyoruz.

ÖRNEK 4

Aylar	Random Sayılar	Gönderilecek Miktar
1	0,664990743	400
2	0,332973648	300
3	0,760912864	400
4	0,837920239	400
5	0,292000543	200
6	0,15654829	200
7	0,276082613	200
8	0,914357804	500
9	0,04860054	100
10	0,285133522	200
11	0,833993224	400
12	0,247739179	200

Miktar	Frekans
100	1
200	5
300	1
400	4
500	1

ÖRNEK 4

- Analiz :
  Elimizde bulunan ilk 3 yılın Frekans değerleri ile 12 Rastgele sayı üretilip bulunan tablodaki değerlerin Frekans değerlerini karşılaştırırsak. Pekte sağlıklı sonuçlar bulamadığımızı fark edebiliriz.

Gönderilen Miktar	Frekans
100	3
200	8
300	10
400	11
500	4

İlk 3 Yılın Verileri

Miktar	Frekans
100	1
200	5
300	1
400	4
500	1

Monte Carlo Benzetimiyle Bulunan Değerler

ÖRNEK 4

- Daha sağlıklı sonuçlar için Örnek Sayısını Artırma !!

Monte Carlo Benzetiminde rastgele üretilen örneklerin sayısı artıkça benzetimin daha sağlıklı sonuçlar üreteceğini bildiğimizden 12 olan örnek sayısını 200 ‘e çıkarıyoruz.

ÖRNEK 4

Aylar	Random	Gönderilece
1	0,27457013	200
2	0,18676087	200
3	0,60151628	400
4	0,3763291	300
5	0,17895338	200
6	0,22264572	200
7	0,60016417	400
8	0,84904067	400
9	0,17500259	200
10	0,23544754	200
11	0,31905766	300
12	0,34856693	300
13	0,66468064	400
14	0,35505658	300
15	0,84084009	400
16	0,60960742	400
17	0,86841453	400
18	0,30014974	200
19	0,20579386	200
20	0,29141026	200
21	0,97351817	500
22	0,23201067	200
23	0,57764406	300
24	0,14455387	200
25	0,56719991	300
26	0,52131517	300
27	0,2537902	200
28	0,38284144	300
29	0,62991199	400
30	0,71249225	400
31	0,27216578	200
32	0,31286714	300
33	0,77563974	400
34	0,41282884	300
35	0,485498	300
36	0,62688849	400
37	0,26260391	200
38	0,93986836	500
39	0,14628243	200
40	0,72449622	400
41	0,15262775	200
42	0,67521879	400
43	0,98146477	500
44	0,41327296	300
45	0,53590803	300
46	0,06410708	100
47	0,79092408	400
48	0,89769626	500
49	0,79255214	400
50	0,26592264	200
51	0,85672056	400
52	0,94017174	500
53	0,9398215	500
54	0,32924176	300
55	0,56810603	300
56	0,43176826	300
57	0,40754338	300
58	0,33419392	300
59	0,11232436	200
60	0,00949928	100
61	0,80764447	400
62	0,60746209	400
63	0,58064176	300
64	0,35668263	300
65	0,48069234	300
66	0,95995286	500
67	0,75299953	400
68	0,74796064	400
69	0,51421652	300
70	0,03335877	100
71	0,25455577	200
72	0,88716365	400
73	0,82654336	400
74	0,35927303	300
75	0,51533794	300

ÖRNEK 4

- 200 ‘e çıkarttığımız örneklerin Frekans değerleri ile ilk 3 Yılın Frekans değerlerini karşılaştırırsak ;
  Daha sağlıklı sonuçlar elde edildiğini görebiliriz.

Gönderilen Miktar	Frekans
100	3
200	8
300	10
400	11
500	4

İlk 3 Yılın Verileri

Miktar	Frekans
100	12
200	51
300	50
400	65
500	22

Monte Carlo Benzetimiyle Bulunan Değerler

Özel Amaçlı Benzetim Dilleri İle Genel Amaçlı Dillerin Karşılaştırılması:

- Bir benzetim çalışmasında verilmesi gereken kararlardan birisi, uygun programlama dilinin seçimidir. Aşağıda belirtilen avantajlardan dolayı benzetim dili kullanımı yararlı olacaktır.

1) Benzetim dilleri kullanılarak programlama zamanı azaltılır. Modelin programlanmasında gerekli özelliklerin birçoğu benzetim dilinde mevcuttur.

2) Benzetim modelleri benzetim dili ile kodlandığında değiştirilmesi kolaydır.

3) Benzetim dili kullanıldığında, programlama hatasını bulmak daha kolaydır. Bu programlarda hata türleri belirlenmiş ve kodlanmıştır.

4) Çoğu benzetim dili, programın çalışması sırasında dinamik depolama özelliğine sahiptir. Bu durum, özellikle büyük boyutlu problemlerin çalıştırılmasında, önemlidir.

Özel Amaçlı Benzetim Dilleri İle Genel Amaçlı Dillerin Karşılaştırılması:

- Diğer taraftan, birçok benzetim modeli **genel amaçlı** dillerle yazılır. Bunları kullanmanın avantajları ise;

1. Birçok analist, genel amaçlı dilleri bilmektedir. Aynı durum, benzetim dilleri için geçerli değildir.

2. **FORTRAN, BASIC, PASKAL** veya **C** hemen hemen her bilgisayarda bulunabilir. Ancak, benzetim diline erişim bu kadar kolay değildir. Benzetim dilinin kullanılacağı bilgisayara göre (mainfrome, micro computer) kodlamada düzeltmeler yapmak gerekebilir.

3. Genel amaçlı dillerle çok iyi yazılmış birprogramın çalışma zamanı, benzetim dili kullanılarak yazılmış programın çalışma zamanından daha az olabilir. Ancak, günümüzde bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişimden dolayı bu faktörün önemi azalmıştır.

4. Genel amaçlı diller, benzetim dillerine nazaran programlamada büyük esneklik sağlar. Örneğin, karmaşık hesaplamalar için benzetim dilleri uygun değildir.

BENZETİM YAZILIMLARININ SINIFLANDIRILMASI

Benzetim yazılımları; diller ve simülatör'ler olmak üzere iki sınıfa ayrılır.

1) Benzetim Dili: Çeşitli uygulamalar için gerekli (kodlama) özelliklerine sahip olabilen, genel bir bilgisayar paketidir.

Örneğin ; SIMAN ve SLAM II, konveyarler ve otomatik yönlendirme araçları için üretim modüllerine sahiptir.

Bir benzetim modelinin programlanmasında, kullanılan dilin modelleme yapısı kullanılır.

Benzetim dilleri değişik özellikteki sistemleri modelleme yeteneğine sahip olmalıdır.

BENZETİM YAZILIMLARININ SINIFLANDIRILMASI

En büyük dezavantajı (simulator'a göre); programlamayı yapabilecek bilgiye sahip olunmasını gerektirmesi ve

Karmaşık sistemlerin modellenmesinde kodlamanın ve programın doğruluğunun belirlenmesinin uzun zaman almasıdır.

2) Simülatör: Belirli sistemlerin benzetimini yapabilen bir bilgisayar paketidir. Simulatör kullanıldığında, modelin kodlamasına gerek kalmayabilir veya çok az ihtiyaç duyulur.

Üretim, bilgisayar ve haberleşme sistemlerinin belirli tipleri için piyasada çeşitli simülatör'ler vardır.

Simulatör'lerde; bir sistemin benzetimi menüler ve grafikler yardımı ile gerçekleştirilir.

BENZETİM

Sistemlerin benzetimini yaparken simülatör kullanmanın avantajları ve dezavantajları şunlardır

Avantajları:

Benzetim modelinin simulatör ile kodlama zamanı, benzetim diline göre çok azdır.

Bir çok simulatör sistemlerle ilgili özel modelleme yapısına sahiptir. Bu özellik, programlama bilgisine sahip olmayan kişilerin simulatör'ü tercih etmesini sağlamaktadır.

Dezavantajları :

Belirli sistemler için geliştirildikleri için kullanım alanları kısıtlıdır.