

Özdevinirler Kuramı ve Biçimsel Diller

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Geçen haftanın özeti:

4.1. Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi

➤ Yeniden yazma kuralları

$$A \Rightarrow \beta \quad A \in V_N, \quad \beta \in V^*$$

biçiminde olan dilbilgisine tür-2 ya da bağlamdan-bağımsız dilbilgisi denir.

- Bağlamdan-bağımsız dilbilgisi tarafından türetilen her tümcesel yapı ve her tümceye bir ve yalnız bir türetme ağacı karşı gelir.
- Bağlamdan-bağımsız dilbilgisi tarafından türetilen her tümcesel yapı ve her tümceye bir soldan (ya da sol öncelikli), bir de sağdan (ya da sağ öncelikli) türetme karşı gelir.

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Geçen haftanın özeti:

4.3. Dilbilgisinin Yalınlaştırılması

4.3.1. Özyineli Kural, Özyineli Değişken

➤ $A \Rightarrow \alpha_1 A \alpha_2$ ise A “özyineli” bir değişkendir.

$A \Rightarrow A \alpha_2$ ise A “doğrudan özyineli” değişkendir.

4.3.2. Yok Edilebilir Değişken

➤ $A \Rightarrow \lambda$ ise ya da $A \xRightarrow{*} \lambda$ ise } A yok edilebilir bir değişkendir.

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

4.3.3. Birim Türetme Kuralları

➤ $A \Rightarrow B$ biçimindeki kurallara birim türetme kuralı denir.

➤ **Algoritma 4.3.** Bir değişkenden (A) türetilebilen değişkenler kümesinin bulunması

1. $T_A = \{A\}$;

2. $T_{Eski} = \Phi$;

3. ($T_A = T_{Eski}$) oluncaya kadar aşağıdaki işlemleri tekrarla:

3.1. $T_{Yeni} = T_A - T_{Eski}$;

3.2. $T_{Eski} = T_A$;

3.3. (T_{Yeni})’deki her değişken (B) için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

3.3.1. her ($B \Rightarrow C$) kuralı için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

$$T_A = T_A \cup \{ C \} ;$$

son 3.3.1;

son 3.3;

son 3;

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ **Algoritma 4.4.** Birim türetme kuralı içermeyen dilbilgisinin bulunması

1. $P = P - \{ A \Rightarrow B \mid A, B \in V_N \}$

2. (V_N) 'deki her değişken (A) için, eğer (T_A) 'da A 'dan başka en az bir değişken varsa aşağıdaki işlemleri tekrarla:

2.1. $T_A = T_A - \{A\}$;

2.2. (T_A) 'daki her değişken (B) için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

B kurallarının tümü $(B \Rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3 \mid \dots \beta_B)$ olmak üzere,

$$P = P \cup \{ A \Rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \beta_3 \mid \dots \beta_B \} ;$$

Son 2.2 ;

Son 2 ;

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Örnek 4.6.

$$G_{4.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B, C\}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : S \Rightarrow A \mid AA \mid AC \mid CA \mid ACA \mid \lambda$$

$$A \Rightarrow B \mid aAa \mid aa$$

$$B \Rightarrow C \mid bB \mid b$$

$$C \Rightarrow cC \mid c$$

➤ Önce her değişkenden türetilebilecek değişkenler bulunur:

$$T_S = \{S, A, B, C\} \quad T_A = \{A, B, C\} \quad T_B = \{B, C\}$$

➤ $G'_{4.6} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$$V_N = \{S, A, B, C\}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : S \Rightarrow AA \mid AC \mid CA \mid ACA \mid \\ aAa \mid aa \mid bB \mid b \mid cC \mid c \mid \lambda$$

$$A \Rightarrow aAa \mid aa \mid bB \mid b \mid cC \mid c$$

$$B \Rightarrow bB \mid b \mid cC \mid c$$

$$C \Rightarrow cC \mid c$$

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

4.3.4. Yararsız Değişken, Simge ve Kurallar

➤ Bir değişkenin (A) yararlı bir değişken olabilmesi için:

1. Bu değişkenden başlanarak, en az bir uç simge dizgisinin türetilebilmesi:

$$A \xRightarrow{*} u \quad u \in V_T^* \quad (u : \text{dilin bir tümcesi olması şart değil})$$

2. Başlangıç değişkeninden bu değişkene ulaşmanın mümkün olması:

$$S \xRightarrow{*} \alpha_1 A \alpha_2$$

gereklidir (her iki koşulun da sağlanması gereklidir).

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ **Algoritma 4.5.** Uç simge dizgisi türeten değişkenler kümesinin bulunması.

1. $T_D = \{ A \mid (A \Rightarrow w) \in P \text{ ve } w \in V_T^* \};$

2. $(T_D = T_{\text{eski}})$ oluncaya kadar aşağıdaki işlemleri tekrarla:

2.1. $T_{\text{eski}} = T_D ;$

2.2. Dilbilgisindeki her değişken (A) için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

2.2.1. Her $(A \Rightarrow \beta)$ kuralı için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

eğer $\beta \in (T_{\text{eski}} \cup V_T)^*$ ise

A 'yı T_D 'ye ekle ;

Son 2.2.1 ;

Son 2.2 ;

Son 2 ;

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ **Algoritma 4.6.** S'den ulaşılabilen değişkenler kümesinin bulunması

1. $T_U = \{ S \};$

2. $T_{\text{eski}} = \Phi;$

3. ($T_U = T_{\text{eski}}$) oluncaya kadar aşağıdaki işlemleri tekrarla:

3.1. $T_{\text{yeni}} = T_U - T_{\text{eski}} ;$

3.2. $T_{\text{eski}} = T_U ;$

3.3. (T_{yeni})'deki her değişken (A) için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

3.3.1. Her ($A \Rightarrow \beta$) yeniden yazma kuralı için aşağıdaki işlemleri tekrarla:

β 'daki tüm değişkenleri (T_U)'ya ekle ;

Son 3.3.1 ;

Son 3.3 ;

Son 3 ;

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Örnek 4.7.

$$G_{4.7} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B, C, D, E, F\}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : S \Rightarrow B \mid AC \mid BS$$

$$A \Rightarrow aA \mid aF$$

$$B \Rightarrow CF \mid b$$

$$C \Rightarrow cC \mid D$$

$$D \Rightarrow C \mid aD \mid BD$$

$$E \Rightarrow aA \mid BSA$$

$$F \Rightarrow bB \mid b$$

➤ Uç simge dizgisi türeten değişkenler kümesi:

$$T_D = \{S, A, B, E, F\}$$

T_D de yer almayan C ve D yararsızdır.

Dilbilgisinden C ve D değişkenleri ile

Bu değişkenlerin yer aldığı kurallar

çıkarılır ($G'_{4.7}$ elde edilir).

➤ $G'_{4.7}$ de S den ulaşılabilen değişkenler kümesi:

$$T_U = \{S, B\}$$

Buna göre A, E ve F yararsızdır. Dilbilgisinden bu değişkenler ve yer aldıkları kurallar çıkarılır.

➤ $G''_{4.7} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$

$$V_N = \{S, B\}$$

$$V_T = \{b\}$$

$$P : S \Rightarrow B \mid BS$$

$$P : S \Rightarrow b \mid bS$$

$$B \Rightarrow b$$

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

4.4. Normal Biçimler

4.4.1. Chomsky Normal Biçimi

➤ **Tanım 4.1.** Eğer bağlamdan-bağımsız bir dilbilgisinin yeniden yazma kurallarının tümü

$$S \Rightarrow \lambda$$

$$A \Rightarrow BC$$

$$A \Rightarrow a \quad : A, B, C \in V_N, a \in V_T$$

biçiminde ise, dilbilgisi Chomsky normal biçimindedir.

➤ **Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisinin Chomsky Normal Biçimine Dönüştürülmesi**

$A \Rightarrow BX_1X_2....X_k$ yerine $A \Rightarrow BD_1$ ve $D_1 \Rightarrow X_1X_2....X_k$ (D_1 yeni bir değişken)

$A \Rightarrow aX_1X_2....X_k$ yerine $A \Rightarrow C_a D_1$, $C_a \Rightarrow a$ ve $D_1 \Rightarrow X_1X_2....X_k$

(C_a ve D_1 yeni değişkenler)

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Örnek 4.8.

$$G_{4.8} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B\}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : S \Rightarrow aB \quad (1)$$

$$S \Rightarrow bA \quad (2)$$

$$A \Rightarrow aS \quad (3)$$

$$A \Rightarrow bAA \quad (4)$$

$$A \Rightarrow a \quad (5)$$

$$B \Rightarrow bS \quad (6)$$

$$B \Rightarrow aBB \quad (7)$$

$$B \Rightarrow b \quad (8)$$

$$\text{➤ } G'_{4.8} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{S, A, B, C_a, C_b, D_1, D_2\}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : S \Rightarrow C_aB \mid C_bA$$

$$A \Rightarrow C_aS \mid C_bD_1 \mid a$$

$$B \Rightarrow C_bS \mid C_aD_2 \mid b$$

$$C_a \Rightarrow a$$

$$C_b \Rightarrow b$$

$$D_1 \Rightarrow AA$$

$$D_2 \Rightarrow BB$$

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

Chomsky Normal Biçimindeki Dilbilgisi ile Tümcelerin Türetilmesi

Normal biçimde olmayan bağlamdan-bağımsız bir dilbilgisi ile n uzunluğundaki bir tüknenin kaç adımda türetilebileceğı kestirilemez. Tükce bir adımda da türetilebilir, $k \gg n$ olmak üzere, k adımda da türetilebilir. CNF bir dilbilgisi ile tükcelerin türetilmesinde ise belirsizlik yoktur.

➤ **Örnek 4.9.** $P : S \Rightarrow AB$

$$A \Rightarrow BS \mid 1$$

$$B \Rightarrow SA \mid 0$$

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow 1B \Rightarrow 10$$

$$S \Rightarrow AB \Rightarrow BSB \Rightarrow 0SB \Rightarrow 0ABB \Rightarrow 01BB \Rightarrow 010B \Rightarrow 0100$$

$$\begin{aligned} S \Rightarrow AB \Rightarrow 1B \Rightarrow 1SA \Rightarrow 1ABA \Rightarrow 11BA \Rightarrow 11SAA \Rightarrow 11ABAA \Rightarrow 111BAA \\ \Rightarrow 1110AA \Rightarrow 11101A \Rightarrow 111011 \end{aligned}$$

Görüldüğü gibi, CNF bir dilbilgisi ile n uzunluğundaki bir tükce $2n-1$ adımda türetilmektedir.

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

4.4.2. Greibach Normal Biçimi

➤ **Tanım4.2.** Eğer bağlamdan-bağımsız bir dilbilgisinin yeniden yazma kurallarının tümü

$$S \Rightarrow \lambda$$

$$A \Rightarrow a \alpha : A \in V_N, a \in V_T, \alpha \in V_N^*$$

biçiminde ise, dilbilgisi Greibach normal biçimindedir.

➤ **Lemma 4.1.** Bağlamdan-bağımsız bir dilbilgisinin yeniden yazma kurallarından biri:

$$A \Rightarrow \alpha_1 B \alpha_2 \quad (k_1)$$

olsun. Eğer dilbilgisinin tüm B kuralları

$$B \Rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_n$$

ise, dilbilgisinden k_1 kuralını çıkarıp yerine

$$A \Rightarrow \alpha_1 \beta_1 \alpha_2 \mid \alpha_1 \beta_2 \alpha_2 \mid \dots \mid \alpha_1 \beta_n \alpha_2 \quad (k_2)$$

kuralları konulduğunda eşdeğer (aynı dili türeten) bir dilbilgisi elde edilir.

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

- **Lemma 4.2.** Eğer bağlamdan-bağımsız bir dilbilgisi doğrudan özyineli (*direct recursive*) yeniden yazma kuralları içeriyorsa, bu dilbilgisine eşdeğer, doğrudan özyineli kural içermeyen bir dilbilgisi bulunabilir. Bunun için doğrudan özyineli kuralların yerine konulacak yeni kurallar aşağıdaki gibi bulunur.

Dilbilgisinin A kurallarının bir kesimi doğrudan özyineli ise,

A kuralları iki gruba ayrılır:

$$A \Rightarrow A\alpha_1 \mid A\alpha_2 \mid \dots \mid A\alpha_r \quad (g_1)$$

$$A \Rightarrow \beta_1 \mid \beta_2 \mid \dots \mid \beta_s \quad (g_2)$$

A kurallarından doğrudan özyineli olanların (g_1) yerine aşağıdaki kurallar konulur:

$$A \Rightarrow \beta_i B \quad i = 1, 2, \dots, s \quad B : \text{yeni bir değişken}$$

$$B \Rightarrow \alpha_j B \quad j = 1, 2, \dots, r$$

$$B \Rightarrow \alpha_j \quad j = 1, 2, \dots, r$$

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

Greibach Normal Biçimindeki Dilbilgisi ile Tümcelerin Türetilmesi

Normal biçimde olmayan bağlamdan-bağımsız bir dilbilgisi ile tümcelerin kaç adımda türetileceğinin belirsiz olduğunu; CNF dilbilgisi ile belirsizliğin ortadan kalktığını ve n uzunluğundaki bir tümcenin $2n-1$ adımda türetildiğini gördük. GNF dilbilgisi ile de tümcelerin kaç adımda türetileceği belirsiz değildir.

➤ **Örnek 4.10.** $P : S \Rightarrow aB \mid bA$

$$A \Rightarrow aS \mid bAA \mid a$$
$$B \Rightarrow bS \mid aBB \mid b$$
$$S \Rightarrow aB \Rightarrow ab$$
$$S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow baaB \Rightarrow baab$$
$$S \Rightarrow aB \Rightarrow aaBB \Rightarrow aabSB \Rightarrow aabaBB \Rightarrow aababB \Rightarrow aababb$$
$$S \Rightarrow bA \Rightarrow baS \Rightarrow baaB \Rightarrow baaaBB \Rightarrow baaabB \Rightarrow baaabbS \Rightarrow baaabbaB \Rightarrow baaabbab$$

Görüldüğü gibi GNF bir dilbilgisi ile n uzunluğundaki bir tümce n adımda türetilmektedir.

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Chomsky Normal Biçimindeki Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisinin Greibach Normal Biçimine Dönüştürülmesi

1. Adım.

1.1. Dilbilgisinin sözdizim değişkenleri $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ gibi dizinli değişkenlerle değiştirilir. Bu değişiklik yapılırken S 'nin yerine dizin değeri en küçük olan (A_1) değişken konulur.

1.2. Lemma 4.1 kullanılarak yeniden yazma kurallarının tümü

$$A_i \Rightarrow A_j \gamma \quad j \geq i$$

koşulunu sağlayacak biçime dönüştürülür.

2. Adım.

2.1. Lemma 4.2 kullanılarak doğrudan özyineli kuralların yerine yeni kurallar konulur. Bu adımın sonunda, dizin değeri en büyük (A_k) değişkenle başlayan tüm kurallar GNF'e uygun biçime dönüşmüş olur. Bu adımda dilbilgisine B_1, B_2, \dots gibi yeni değişkenler de eklenir.

3. Adım.

3.1. Lemma 4.1 kullanılarak, $A_{k-1}, A_{k-2}, \dots, A_2, A_1$ sırasında tüm A_i kuralları GNF'e uygun biçime dönüştürülür.

3.2. Lemma 4.1 kullanılarak tüm B_j kuralları (sol tarafında 2. adımda eklenen değişkenlerin yer aldığı kurallar) GNF'e uygun biçime dönüştürülür.

Bölüm 4 : Bağlamdan-Bağımsız Dilbilgisi ve Diller

➤ Örnek 4.11.

$$G_{4.11} = \langle V_N, V_T, P, S \rangle$$

$$V_N = \{A_1, A_2, A_3, A_4\} \quad A_1 : \text{Başlangıç değişkeni}$$

$$V_T = \{a, b\}$$

$$P : \quad A_1 \Rightarrow A_2 A_3 \quad (1)$$

$$A_1 \Rightarrow A_2 A_4 \quad (2)$$

$$A_2 \Rightarrow a \quad (3)$$

$$A_3 \Rightarrow b \quad (4)$$

$$A_4 \Rightarrow A_1 A_3 \quad (5)$$

- Algoritma uygulanarak elde edilen Greibach normal biçimindeki dilbilgisinin yeniden yazma kuralları:

$$P : A_1 \Rightarrow aA_3 \mid aA_4$$

$$A_2 \Rightarrow a$$

$$A_3 \Rightarrow b$$

$$A_4 \Rightarrow aA_3A_3 \mid aA_4A_3$$

- A_2 yararsız bir değişkendir. A_2 atılıp diğer değişkenler yeniden adlandırılırsa:

$$P : S \Rightarrow aB \mid aC$$

$$B \Rightarrow b$$

$$C \Rightarrow aBB \mid aCB$$