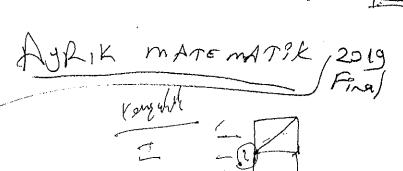
(3) (a)
$$T(n) = T(n/2) + n^2$$

 $T(n) = 2T(n/2) + n$
 $T(n) = 3/4 T(n/2) + 1$

(5) izomorfik sorusuno bak.



.

Ad Soyad:

10.11.2017

Bilgisayar Bilimi İçin Ayrık Matematik Dersi Vize Sınav Soruları

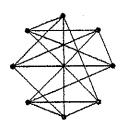
1. Çıkartım kurallarını kullanarak aşağıda verilen önermelerin sonucunu doğrulayınız?

$$\begin{array}{c}
p \to r \\
q \to r \\
-(p \lor q) \\
\hline
- \\
\end{array}$$

S.2 Aşağıda verilen prosedürde n=4 için geri dönen s değeri kaç olur. Prosedürün Big-O notasyonunu n cinsinden bulunuz.

Procedure sum(n: positive integer)

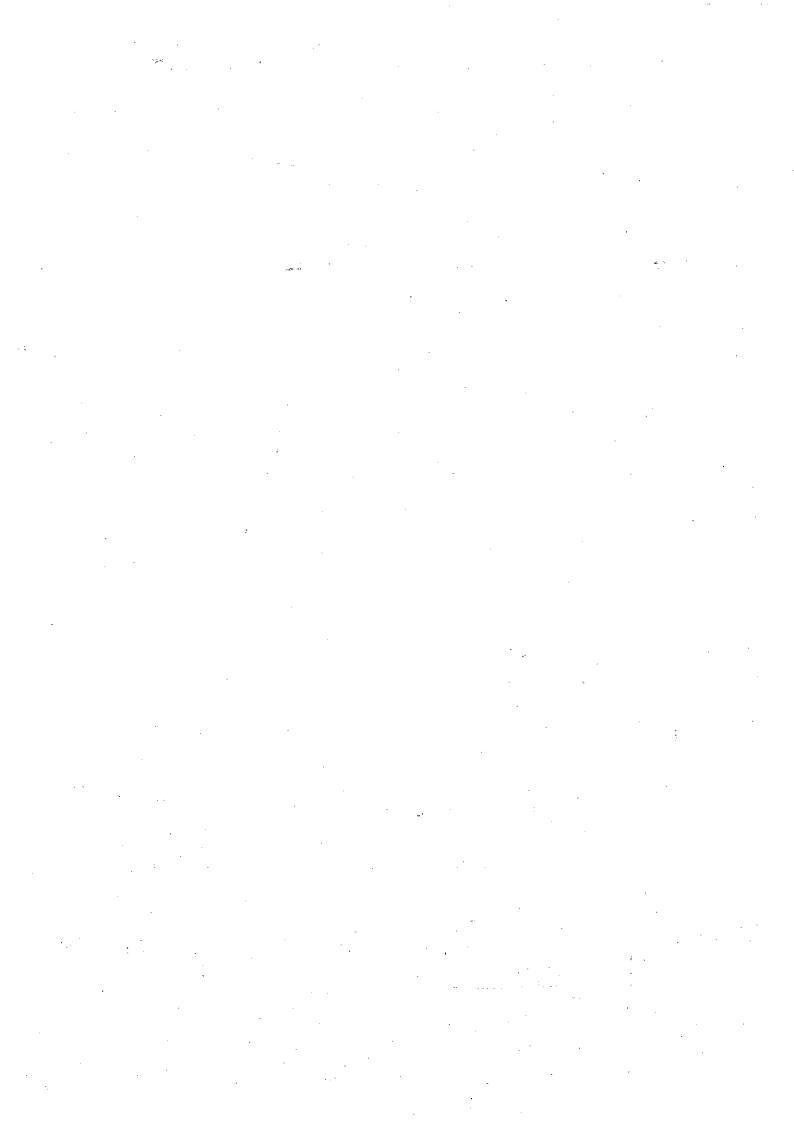
S.3. Dirac'ın teoremine göre aşağıda verilen grafin bir Hamilton devresi içerip içermediğini belirleyiniz?



- S.4. a) İki tek sayının çarpımının çarpımının tek olduğunu doğrudan ispat kullanarak ispatlayınız?
- b) Aşağıda verilen boolean ifadeyi mantıksal denklikler veya ifadeler kullanarak en sade şekilde ifade ediniz.

$$x'y'z' + x'y'z + x'yz' + xyz$$

c)
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ matrislerinin boole çarpımını bulunuz?



tamamı ceyaplana caktır.

Adı Soyadı:

No:

BİLG. BİL. İÇİN AYRİK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

		212	9,5,		***************************************
2	3	4	5	6	Toplam

SORULAR

1. (15p) Asağıdaki ifadelerin sonucunu hesaplayınız.

1	بإو	A WAR LONG STORES STORES AND LICENTAL STORES									
а)	$\sum_{i=1}^{10} 3$	ь)	$\sum_{j=0}^{8} (2^{j+1} - 2^{j})$							
c)	$\sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{3} (2i + 3j)$	d)	$\prod_{i=1}^{100} (-1)^{i}$							

Sınav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların

2. (15p) a) a₀=2a₀₋₁-1, a₀=1 tekrarlı bağıntısının çözümünü bulunuz.

b) Bir bakteri kolonisinde bakterilerin sayısı her saatte üç katına çıkmaktadır. Bakterilerin sayısının n saat sonra kaç olacağını bulmak için gerekli tekrarlı bağıntıyı bulunuz. Başlangıçta 100 bakteri varsa 10 saat sonra bakteri sayısı kaç olur.

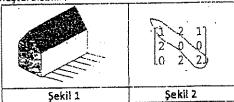
3. (20p) a) Palindrom düzten ve tersten okunuşu aynı olan ifadelerdir. Örneğin KABAK, KEK, 12321 gibi.
Buna göre n elemanlı bir dizinin palindrom olup olmadığını bulan bir algoritmanın sözde kodunu açıklayarak veriniz. Verdiğiniz algoritmanın karmaşıklığını bulunuz.

b) n tane tamsayının minimumunu bulan rekürsif algoritmanın sözde kodunu açıklayarak veriniz.

(10p) Negatif olmayan tamsayılar için n⁵-n ifadesinin
 5 ile bölünüp bölünmediğini matematiksel tümevarım ilkesini kullanarak gösteriniz.

5. (15p) a) Bir binanın Şekil 1'de görüldüğü gibi 6 araçlık otoparkı bulunmaktadır. Bu otoparka 5 farklı araç kaç şekilde park edebilir?

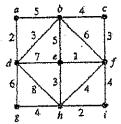
b) BİLGİSAYAR kelimesindeki harflerden 2 ünlü ve 2 ünsüz harf kullanılarak 4 harfli kaç tane kelime oluşturulabilir?



 (25p) a) Yukarıda Şekil 2'de verilen komşutuk matrisine karşılık gelen yönlü grafı açıklayarak çiziniz.

b) Alfabetik sıralamaya göre "banana, peach, apple, pear, coconut, mango, papaya" kelimelerini ikili arama ağacında (binary search tree) açıklayarak gösteriniz.

c) Aşağıdaki şekilde verilen graf için bildiğiniz iki algoritma ile minimum spanning tree'yi açıklayarak çiziniz.



Başanlar Dilerim. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKŌSE



BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Adiooyaan					BIL	GIS#	YAR P	MOHEMPION	Ji
No:	larına	1	2	3	4	5	6	Toplam	
Sinav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sinav sorumlularının talimat			<u> </u>	 				,	
uyunuz. Sinav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sinavi terk etmeyiniz. Sor	Qiarm			}					
to many royanianacaktir.			<u> </u>	┸	<u> </u>			<u> </u>	

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

1. (15p) Aşağıda verilen toplamların sonucunu hesaplayınız.

2. (15p) Aşağıdaki tekrarlı bağıntıların çözümünü bulunuz

a_n = 2a_{n-1} - 1, a₀ = 1
 b) Bir bakteri kolonisinde bakterilerin sayısı her saatte üç katına çıkmaktadır. Bakterilerin sayısının n saat sonra kaç olacağını bulmak için gerekli tekrarlı bağıntıyı bulunuz, başlangıçta 100

bakteri varsa 10 saat sonra bakteri sayısı kaç olur.

Çözüm:

- $a) \quad a_n = 1$
- b) $u_n = 3a_{n-1}$ and 5,904,900

3. (20p) a) Palindrom düzten ve tersten okunuşu aynı olan ifadelerdir. Örneğin KABAK, KEK, 12321 gibi. Buna göre n elemanlı bir dizinin palindrom olup olmadığını bulan bir algoritmanın sözde kodunu açıklayarak veriniz. Verdiğiniz algoritmanın karmaşıklığını bulunuz.

 b) n tane tamsayının minimumunu bulan rekürsif algoritmanın sözde kodunu açıklayarak veriniz.

Cözüm:

procedure palindrome check(a1a2 ... a; string)
answer := true

for
$$i = 1$$
 to $\lfloor n/2 \rfloor$

if a; $\neq a_{n+1}$ ith en answer := false end (answer is true iff string is a palindrome)

procedure smallest (a_1, \ldots, a_n) : integers) if n = 1 then smallest $(a_1, \ldots, a_n) = a_1$ else smallest $(a_1, \ldots, a_n) := \min(smallest(a_1, \ldots, a_{n-1}), a_n)$

 (10p) Negatif olmayan tamsayılar için n⁵-n ifadesinin 5 ile bölünüp bölünmediğini matematiksel tümevarım ilkesini kullanarak gösteriniz.

Cözüm:

be " $n^5 - n$ is divisible by 5." Basis step: P(0) is true because $0^5 - 0 = 0$ is divisible by 5. Inductive step: Assume that P(k) is true, that is, k' - 5 is divisible by 5. Then $(k+1)^5 - (k+1) = (k^5 + 5k^2 + 10k^3 + 10k^2 + 5k + 1) = (k+1) = (k^5 - k) + 5(k^2 + 2k^3 + 2k^2 + k)$ is also divisible by 5, because both terms in this sum are divisible by

5. (15p) a) Bir binanın Şekil 1'de görüldüğü gibi 6 araçlık otoparkı bulunmaktadır. Bu otoparka 5 farklı araç kaç şekilde park edebilir?

b) BİLGİSAYAR kelimesindeki harflerden 2 ünlü ve 2 ünsüz harf kullanılarak 4 harfli kaç tane kelime

olusturulabilir?

Şekil 1	. Şekil 2
	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$
ojuštai niadini :	

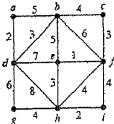
Çözüm:

- a) 6*5*4*3*2=720
- b) C(4,2)*C(6,2)*4!=2160

 (25p) a) Yukarıda Şekil 2'de verilen komşuluk matrisine karşılık gelen yönlü grafı açıklayarak çiziniz.

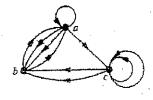
 b) Alfabetik sıralamaya göre "banana, peach, apple, pear, cocnut, mango, papaya" kelimelerini ikili arama ağacında (binary search tree) açıklayarak gösteriniz.

 c) Aşağıdaki şekilde verilen graf için bildiğiniz iki algoritma ile minimum spanning tree'yi açıklayarak çiziniz.



Çözüm:

a)





b)

banana

spple
speach
coconut spear
mango

c) (e, f), (a, d), (h, i), (b, d), (c, f), (e, h), (b, c), (g, h)

CEVAPLAR

Başarılar Dilerim. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE



BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

No:
Sınav süresi 75 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların tamamı cevaplanacaktır.

2 3 4 5 Topiam

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

 (15p) İkili (binary) arama algoritmasını vererek karmasıklığını bulunuz.

Çözüm:

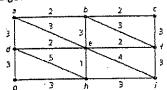
2. (10p) $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ yineleme bağıntısının genel çözümünü elde ederek $a_0 = 1$ ve $a_1 = 2$ başlangıç durumları için bu genel çözümdeki katsayıları da elde ediniz.

Çözüm:

 (10p) Bir bölümde en az iki profesörün aynı ayda doğmuş olabilmesi için o bölümde en az kaç profesör olmalıdır? Güvercin yuvası prensibi ile çözünüz.

Çözüm:

 (15p) Aşağıdaki graf için minimum spanning tree'yi Kruskal algoritması kullanarak bulunuz.



Çözüm:

- (15p) S=(1,2,3,...,10,11) için aşağıda verilen T alt kümesinin eleman sayısını bulunuz.
- a) İki çift sayı ve bir tek sayı içeren T=?
- b) Sadece asal sayılardan oluşan ve boş olmayan T=?
- c) Toplamları ençok 10 olan üç elemana sahip T=?
 Cözüm:

$$\binom{5}{2}\binom{6}{1} = 10 \cdot 6 = 60$$

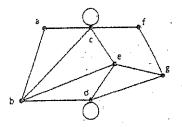
b)

Solution: All the non-empty subsets of $\{2,3,5,7,11\}$ qualify, and show one $9^6-1\approx 33$ such subsets

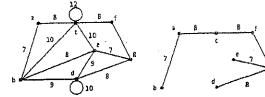
رم

A brute force search shows that only 11 sets have this property.

- 6. (13p) Aşağıda verilen grafı göz önüne alarak;
 - a) Komşuluk matrisini elde ediniz.
 - b) Her ayrıtın ağırlığı, o ayrıtın uçlarındaki düğümlerin dereceleri toplamı olduğuna göre ağırlıklı grafı çizerek, Prim algoritması ile elde edilebilecek ağacı bulunuz.



Çözüm:



(10p) (a^{obeb(n,2)})! fonksiyonunu hesapiayan rekürsif bir algoritma veriniz.

Cözüm:

ALGORITHM 4 A Recursive Algorithm for Computing ged(a, b).

procedure gcd(a, b): nonnegative integers with a < b) if a = 0 then gcd(a, b) := b else $gcd(a, b) \Rightarrow gcd(b \mod a, a)$

ALGORITHM 1 A Recursive Algorithm for Computing ni.

procedure factorial(n: nonnegative integer)

if n = Orthen factorial(n) := 1

else factorial(n) $= n \cdot factorial(n-1)$

ALGORITHM2 A Recursive Algorithm for Computing a".

procedure power(a: nonzero real number, a: nonnegative integer) if n=0 then power(a, a) := 1

else power(a, n) := $a \cdot power(a, n-1)$

8. (12p) Aşağıdaki tabloda U={1,2,3,4,5,6,7,8} kümesinde tanımlı olan R bağıntısının yansıtırlık, simetrik, antisimetrik ve geçişlilik özellikleri için boş yerlere Evet veya Hayır yazarak kısaca açıklayınız:

	xRy → x<=y								
A	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive					
	. : :			•					
	xRy → xy çift bir sayıdır.								
В	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive					
	xRy → x y								
c	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive					

Cözüm:

	ÇOZBITI.										
	xRy → x<=y										
Α	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive							
	Evet	Hayır	Evet	Evet							
	xRy → xy cift bir sayıdır.										
В	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive							
	Hayır	Evet	Hayır	Hayır							
	xRy → x y										
С	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive							
	Evet	Hayır	Evet	Evet							

Solution: R is reflexive because for each x in $U, x \geq x$, not symmetric because 1R2 but not 2R1, antisymmetric because $x \geq y$ and $y \leq x$ does imply that x = y; also R is transitive since \leq has this property on the set of all real numbers. Solution: This R is reflexive and symmetric, but not antisymmetric

Solution: This K is reflexive and symmetric, but not subsymmetric or transitive $|1R2| |2R1| |e\rangle | \neq 2$ shows that K is not subsymmetric, and $|1R2| |2R3| > |e\rangle |1R3|$.

Solution: This \mathcal{R} is not reflexive $(\cdot, (1R1))$, not our symmetric $(1R2 \cap 2R1) \cdot (1R1)$, and not transitive $(1R2 \cap 2R1) \cdot (1R1)$, for it is symmetric, because xy is even if one of them is even Solution: Every integer divides itself, so \mathcal{R} is reflexive. \mathcal{R} is not-

symmetric. It is antisymmetric, however and it is also transmive

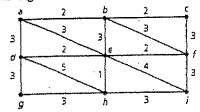
Başarılar Dileriz. Yrd.Doç.Dr. Taner TUNCER Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE



BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ No: 8 Toplam 5 6 7 Sinav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız, Sınav sorumlularının talimetlarına uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyinit. Soruların tamarnı cevaplana caktır.

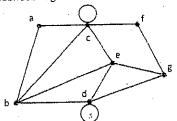
SORULAR

- 1. (15p) İkili (binary) arama algoritmasını vererek karmasıklığını bulunuz.
- 2. (10p) $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ yineleme bağıntısının genel çözümünü elde ederek a₀ = 1 ve a₁ = 2 başlangıç durumları için bu genel cözümdeki katsayıları da elde ediniz.
- 3. (10p) Bir bölümde en az iki profesörün aynı ayda doğmuş olabilmesi için o bölümde en az kaç profesör olmalıdır? Güvercin yuvası prensibi ile çözünüz.
- 4. (15p) Aşağıdaki graf için minimum spanning tree'yi Kruskal algoritması kullanarak bulunuz.



- 5. (15p) $S=\{1,2,3,...,10,11\}$ kümesi için aşağıda verilen T alt kümelerinin eleman sayısını bulunuz.
 - a) iki çift sayı ve bir tek sayı içeren T=?
 - b) Sadece asal sayılardan oluşan ve boş olmayan T=?
 - c) Toplamları ençok 10 olan üç elemana sahip T=?
- 6. (10p) (aobeb(n,2))! fonksiyonunu hesaplayan rekürsif bir algoritma veriniz.

- (15p) Aşağıda verilen grafı göz önüne alarak;
 - a) Komşuluk matrisini elde ediniz.
 - b) Her ayrıtın ağırlığı, o ayrıtın uçlarındaki düğümlerin dereceleri toplamı olduğuna göre ağırlıklı grafı çizerek, Prim algoritması ile elde edilebilecek ağacı bulunuz.



tabloda $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ Aşağıdaki kümesinde tanımlı olan R bağıntısının yansıtırlık, simetrik, antisimetrik ve geçişlilik özellikleri için boş yerlere Evet veya Hayır yazarak kısaca açıklayınız.

-	xRy → x<=y Reflexive Simetrik Antisimetrik Transitive										
Α	Reflexive	exive Simetrik Antisimetrik									
	xRy → xy çi	ft bir sayıdır.									
В	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	etrik Transitive							
	xRy → x y	<u> </u>									
C	Reflexive	Simetrik	Antisimetrik	Transitive							
	}			<u> </u>							

Başarılar Dileriz. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE Yrd.Doç.Dr. Taner TUNCER

ب نیادی

Adı Soyadı:

BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

No:

Sinav süresi 75 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sinav sorumlularının talimatlerina 1 2 3 4 5 Toplam uyunuz. Sinav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sinavi terk etmeyiniz. Soruların tamamı cevaplanacaktır.

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

- (20p) 4 arkadaş bir restorana girer ve farklı yemekler sipariş verirler. Garson siparişleri getirip rastgele dağıtacak olursa tam olarak aşağıdaki olasılıkları hesaplayınız.
 - a) dördününde doğru yemeği alma
 - b) üçünün doğru yemeği alma
 - c) ikisinin doğru yemeği alma
 - d) birinin doğru yemeği alma
 - e) hiçbirisinin doğru yemeği almama

Çözüm:

2. (12p) Aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri tamsayılardan tamsayılara örten fonksiyondur. Neden?

a)F(n)=n-1

b) $F(n)=n^2+1$ c) $F(n)=n^3$

 $d)F(n)=\lfloor n\rfloor$

Çözüm:

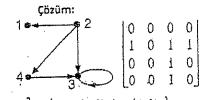
- (10+8p) a) (p→q)→r ve p→(q→r) ifadeleri mantiksal olarak eşdeğerler midir? Gösteriniz?
- b) Euclidean algoritması puseudo kodunu veriniz.

Çözüm:

4. (15p) Aşağıda (1,2,3,4) kümesi için verilen R binary bağıntısını göz önüne alarak;

$$R=\{(2,1),(2,3),(2,4),(3,3),(4,3)\}$$

- a) R bağıntısı için yönlü bir graf çiziniz.
- b) R bağıntısına alt komşuluk matrisini elde ediniz.
- c) R² yi hesaplayarak bağıntı kümesini veriniz.



R² = { (2,3), (3,3), (4,3) }
 (20p) Fibonacci sayılarını üreten rekürsif ve iteratif algoritmaları sözde kod ile ayrı ayrı vererek, bu algoritmaların zaman karmaşıklıklarını karşılaştırınız.

Çözüm:

ALGORITHM 7 A Recursive Algorithm for Fibonacci Numbers

procedure fibonacci(n) nonnegative integer) if n = 0 then fibonacci(0) := 0 else if n = 1 then fibonacci(1) := 1 else fibonacci(n) := fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2)

ALCORITHMS An Iterative Algurithm for Computing Fibonacci Number.

procedure horsive fiboraccien: nonnegative integer if n = 0 then y:=0 else begin x:=0

y == 1
for i == 1 to n == 1
begin
z := z + y

end

end {r is the sub Fibouscei number}

6. (15p) Aşağıdaki tabloda zaman karmaşıklıkları O(n) ve O(n²) olarak verilen iki algoritma ile, işlemci hızı 1 GHz olan bir bilgisayarda n giriş boyutundaki problemlerin koşturulmasının ne kadarlık süre alacağını beşanlayınız.

Hesapiayini	۷٠	
n	O(n)	O(n²)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

Çözüm:

n	ħ	n²
10	10-r s	10 ⁻⁵ s
1.0 [%]	10 ⁻¹ s	10 ^{~5} s
103	30−6 s	10 ⁻³ s
1,0,	10 ⁻³ s	10 ⁻¹ s
10 ³	10 ⁻⁴ s .	10 s
10 ⁶	10 ¹ s	17 min

Başarılar Dileriz. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE Yrd.Doç.Dr. Taner.TUNCER

No:

BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Sinav sûresi 75 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sinav sorumlularının talimatlarına 1 2 3 4 5 6 Toplam uyunuz. Sinav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sinavi terk etmeyiniz. Soruların tamamı cevaplanacaktır.

SORULAR

- (20p) 4 arkadaş bir restorana girer ve farklı yemekler sipariş verirler. Garson siparişleri getirip rastgele dağıtacak olursa tam olarak aşağıdaki olasılıkları hesaplayını.
 - a) dördününde doğru yemeği alma
 - b) üçünün doğru yemeği alma
 - c) ikisinin doğru yemeği alma
 - d) birinin doğru yemeği alma
 - e) hiçbirisinin doğru yemeği almama
- 2. (12p) Aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri tamsayılardan tamsayılara örten fonksiyondur. Neden?
 - a) F(n)=n-1
 - b) $F(n)=n^2+1$
 - c) $F(n)=n^3$
 - d) F(n)=[n]
- 3. (18p) a) (p→q)→r ve p→(q→r) ifadeleri mantıksal olarak eşdeğerler midir? Gösteriniz?
 b) Euclidean algoritması puseudo kodunu veriniz.

 (15p) Aşağıda (1,2,3,4) kümesi için verilen R binary bağıntısını göz önüne alarak;

 $R=\{(2,1),(2,3),(2,4),(3,3),(4,3)\}$

- a) R bağıntısı için yönlü bir graf ciziniz.
- b) R bağıntısına ait komşuluk matrisini elde ediniz.
- c) R² yi hesaplayarak bağıntı kümesini veriniz.
- (20p) Fibonacci sayılarını üreten rekürsif ve iteratif . algoritmaları sözde kod ile ayrı ayrı vererek, bu algoritmaların zaman karmaşıklıklarını karşılaştırınız.
- (15p) Aşağıdaki tabloda zaman karmaşıklıkları O(n) ve O(n²) olarak verilen iki algoritma ile işlemci hızı 1 GHz olan bir bilgisayarda n giriş boyutundaki problemlerin koşturulmasının ne kadarlık süre alacağını hesaplayınız.

n	O(n)	O(n²)
10		
100		
1.000		
10.000		
100.000		
1.000.000		

Başarılar Dileriz. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE Yrd.Doç.Dr. Taner TUNCER

c)
$$P(\S ABCD, ACBD, ADCB, BACD, CBAD, DBCA\S) = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

BMÜ-241

Adı Soyadı:			-	BILG					ENDİSLİĞİ	
No: Sınav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı ka	anatınız, Sınav sorumlularının talimatlarına 1	1	2	3	4	5	б	7	Toplam	
uyunuz. Sinav başlangıcından İtibaren ilk 15	dakikada sinavi terk etmeyiniz, Soruların	1				<u> </u>	 			-
tomore coveriens askir.				1	<u></u>		 <u> </u>			-

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

- 1. (15p) Aşağıda verilen dizilere karşılık gelen fonksiyon ve rekürsif tanımları ayrı ayrı veriniz?
 - a) 1, 1/2, 1/3, 1/4, ...
 - b) . 1, 1/2, 1/4, 1/8, ...
 - c) 1/3, 1/5, 1/9, 1/17, 1/33, ...
- 2. (10p) a) Aşağıdaki fonksiyon için f(4)=40 ise f(1)'i bulunuz? f(n)=5.f(n/2)+2n-1
 - b) Aşağıdaki tekrarlı bağıntının çözümünü bulunuz?

 $a_{n+2} - a_{n+2} - 2a_n = 0$, n > = 0, $a_0 = 3$, $a_1 = 3$

- 3. (10p) U={1,2,5,...,20} evrensel kümesinde A={1,2,...,10}, B=(11,12,...,20) ve C=(8,9,10,11,12) olmak üzere aşağıdakl kümelerin kardinalitesini bulunuz.
 - a) | (AxA)\(-(BxB)\(-(CxC))|=?
 - b) $|(U\times U)-(A\times A)|=?$
 - c) | (AAC)×(BAC) | =?
- (15p) obeb(a",b!) fonksiyonunu hesaplayan rekürsif bir algoritma veriniz. CEVAPLAR

5. (15p) Çıkartım kurallarını kullanarak aşağıdaki önermelerin eşdeğer önermesini bulunuz.

-A→(CAD)

 $A \rightarrow B$

∽B

- 6. (20p) insertion sort (araya sokma) sıralama algoritması için sözde kodu veriniz. A=(7,3,5,8,2) dizisinin sıralamasını algoritmaya göre veriniz.
- 7. (15p) Rasgele sayı üretmek için kullanılan üreteçlerden biri de X_{n+1} =(a* X_n +c) mod m 'dir. a=3, X_0 =5, c=7 m=9 değerleri için üretilen ilk 5 sayıyı bulunuz. N tane sayı üretmek için sözde kodu veriniz.

Başarılar Dilerla. Yıd,Doç,Dr, Mehmet KARAKÖSE Yrd.Doc.Dr. Taner TUNCER



CAUSHI

Adı Soyadı: No: BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Sinav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sinav sorumlularının talimatlarına	1	2	3 .	4	5	Toplam
uyunuz. Smay başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların						
tamami cevaplanacaktir.	ļ		<u> </u>		1	

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

- (15p) Aşağıda verlien dizilere karşılık gelen fonksiyon ve rekürsif tanımları ayrı ayrı veriniz?
 - a) 1, 1/2, 1/3, 1/4, ...
 - b) 1, 1/2, 1/4, 1/8, ...
 - c) 1/3, 1/5, 1/9, 1/27, 1/33, ...

Çözüm:

the Consider the southernes 1 1/2 1.3.1/1 . .

- Finer a closed form formula Solution: a_n = 1, a, a = 1, 2, . .
- ii Find a rise order recursive definition of the sequence. Solution: $|a_i\rangle = 1/a_{n+1} = (a_n^{-1} + 1)^{-1}$
- the Consider the sequence 1, 1/2, 1/4, 1/8, . . .
 - i. Find a closed form formula, Solution: $a_n = 1/2^n, n = 0, 1, 2, ...$
 - ii. Find a first order recursive definition of the sequence. Solution: $a_1=1,a_{n+1}=a_n/2$
- (c) Consider the sequence 1/3, 1/5, 1/9, 1/37, 1/33,
 - i. Find a closed form formula, Solution: $a_n = 1/(1 + 2^n)$.
- ii. *Find a recursive definition of the sequence. Solution: $a_1 = 1/3, a_{n+1} = (1 + 2(a_n^{-1} - 1))^{-1}$
- (10p) a) Aşağıdaki fonksiyon için f(4)=40 ise f(1)'i bulunuz? f(n)=5.f(n/2)+2n-1
 - b) Aşəğidəki tekrərli bağıntının çözümünü bulunuz? $a_{n+2}-a_{n+1}-2a_n=0, \qquad n\geq 0 \\ a_0=3 \ \text{ and } \ a_1=3.$

Çözüm a:

Solution: First use f(4) to find f(2): $f(4) = 5f(\frac{4}{2}) + 2 \cdot 4 - 1$. 40 = 5f(2) + 7, or $f(2) = \frac{32}{2}$.

Then use f(2) to find f(1): $f(2) = 5f(\frac{5}{4}) + 2 \cdot 2 - 1$.

Therefore $\frac{dt}{dt} \approx 5f(1) + 3$, or $f(1) = \frac{15}{26}$.

Çözüm b:

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x = 2, -1$$

$$a_n = A2^n + B(-1)^n$$

$$A = 2$$
. $B = 1$

$$s_0 = 3 = A + B$$

$$a_1 = 3 = 2A - B$$
.

$$a_n = 2^{n+1} + (-1)^n$$

- 3. (10p) U={1,2,3,...,20} evrensel kümesinde A={1,2,...,10}, B={11,12,...,20} ve C={8,9,10,11,12} olmak üzere aşağıdaki kümelerin kardinalitesini bulunuz.
 - a) $|(A\times A)\cup (B\times B)\cup (C\times C)|=?$
 - b) $|(U\times U)-(\dot{A}\times A)|=?$

- c) |(A\(\Omega\)\x(B\(\Omega\))| =?
- Çözüm:
- on $\{(A \in \mathcal{A}_{A}), \phi(B) \mid B\} \otimes \phi G + C \in$

. Solution: The inclusion-exclusion to get $100 \pm 100 \pm 25 \times 9 = 1 \pm 212$

this \$U \left(t) = (A \cdot A) \cdot

Solution: 160 - 116 - 200

- $\alpha \in \mathrm{Rel}(\partial_{t} \mathcal{C}^{n}) \times (B/\partial_{t} \mathcal{C}^{n}),$
 - Solution: 3 2 = 6
- (15p) obeb(aⁿ,bl) fonksiyonunu hesaplayan rekürsif bir algoritma veriniz.

Cözüm:

ALGORITHM 4 A Recursive Algorithm for Computing god(4, b).

procedure gcd(a, b); nonnegative integers with a < b) if a = 0 then gcd(a, b) := b else $gcd(a, b) := gcd(b \mod a, a)$

ALGORITHM 1 A Recursive Algorithm for Computing nl.

procedure factorial(n: nonnegative integer) if n = 0 then factorial(n): = 1 else factorial(n): $= n \cdot factorial(n - 1)$

ALGORITHM 2 A Recursive Algorithm for Computing a*.

procedure power(a: nonzero real number, n: nonnegative integer) if n = 0 then power(a, n) := 1 else power(a, n) := $a \cdot power(a, n-1)$

 (20p) Çıkartım kurallarını kullanarak aşağıdaki önermelerin eşdeğer önermesini bulunuz.

 $\neg A \rightarrow (C \wedge D)$

A→B

-B

Çözüm:

 (20p) Insertion sort (araya sokma) sıralama algoritması için sözde kodu veriniz. A=[7,3,5,8,2] dizisinin sıralamasını algoritmaya göre veriniz.

Çözüm:

 (20p) Rasgele sayı üretmek için kullanılan üreteçlerden biri de X_{n+1}=(a*X_n+c) mod m 'dir. a=3, X₀=5, c=7 m=9 değerleri için üretilen lik 5 sayıyı bulunuz. N tane sayı üretmek için sözde kodu veriniz.

Çözüm:

Başanlar Dileriz. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE Yrd.Doç.Dr. Taner TUNCER



Adı Sovadı:								ATEMATIK
No:				Bİ	LGI5	AYAI	MU	HENDISLIĞI
Sınav süresi 90 dakikedir. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına	1	2	3	4	5	6	7	Toplam
uyunuz. Sinav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların			1					
tamami cevaplanacaktir.	L	J	ــــــــــــــــــــــــــــــــــــــ	<u>.L</u>	1	<u></u>		

SORULAR

 (15p) Aşağıda önermelerden oluşan bir ifade verilmiştir. Bu ifade için kullanılacak çıkartım kurallarını açıklayarak veriniz.

"Eğer bugün hava yağmurluysa o zaman bugün mangal yapamayacağız. Eğer bugün mangal yapmazsak o zaman biz yarın mangal yapacağız. Bundan dolayı eğer bugün hava yağmurluysa o zaman biz yarın mangal yapacağız."

- 2. (30p) Aşağıdaki diziler için birer fonksiyon ve rekürsif tanım veriniz.
 - a) 0, 5, 8, 17, 24, 37, 48, 65, ...
 - b) 3, 8, 13, 18, 23, ...
 - c) 4, 10, 28, 82, 244, ...
- 3. (15p) f(x,a,b)=x^{obeb(a,b)!} fonksiyonunu hesaplayan rekürsif bir algoritmayı açıklayarak veriniz.
- (1.5p) Matematiksel tümevarım ilkesini kullanarak aşağıdaki denklemin bütün pozitif tamsayılar için doğru olup olmadığını açıklayarak gösteriniz.

1(1!)+2(2!)+3(3!)+...+n(n!)=(n+1)!-1

5. (15p) İngilizcedeki harflerin her biri ile etiketlenmiş küpler kullanılarak bir piramit yapılacaktır. Piramit için en altta dört küp, onun üstünde üç küp, sonra iki küp ve en üstte bir küp olmak üzere toplam on küp kullanılacaktır. İngilizce harfieria etiketlenmiş küplerden (harflerin bütün kombinasyonları dikkate alındığında) kaç farklı şekilde piramit yapılabileçeğini acıklayarak bulunuz.

- 6. (15p) U={a,b,c,d,e,f,g,h}, A={a,c,e}, B={a,c,d,e,g} olmak üzere A∪B,A∩B,A-B,A',A∩(B-A) kümelerini bitsel gösterimle açıklayarak bulunuz.
- (15p) Aşağıdaki algoritmanın karmaşıklığını O notasyonu ile veriniz. Algoritmanın ne iş yaptığını acıklayınız.

c=0
for i=1 to n-1 do
s=0
for j=1 to n-1 do
s=s+A[0]
for k=1 to j
s=s+A[k]
if B[i]=s then c=c+1
return c

Başarılar Dilerim. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE



No:

BİLG. BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ

Sinav süresi 90 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sinav sorumlularının talimatlarına	1	2	3	4	5	6	Toplam
uyunuz. Sinav başlangıcından İtibaren ilk 15 dakikada sinavi terk etmeyiniz. Soruların							
tamamı cevaplanacaktır.				j i	İ		

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

 (15p) Aşağıda önermelerden oluşan bir ifade verilmiştir. Bu ifade için kullanılacak çıkartım kurallarını veriniz.

"Eğer bugün hava yağmurluysa o zaman bugün mangal yapamayacağız. Eğer bugün mangal yapmazsak o zaman biz yarın mangal yapacağız. Bundan dolayı eğer bugün hava yağmurluysa o zaman biz yarın mangal yapacağız."

Cözüm:

Solution: Let p be the proposition "It is raining today," let g be the proposition "We will not have a barbecue today," and let r be the proposition "We will have a barbecue today." and let r be the proposition "We will have a barbecue today." and let r be the proposition "We will have a barbecue today." and

$$\frac{p-q}{q-r}$$

Hence, this argument is a hypothetical syllogism

- (30p) Aşağıdaki diziler için birer fonksiyon ve rekürsif tanım veriniz.
 - a) 0, 5, 8, 17, 24, 37, 48, 65, ...
 - b) 3, 8, 13, 18, 23, ...
 - c) 4, 10, 28, 82, 244, ...

Çözüm:

$$a_n = a^2 + (-1)^n$$
, $a_{n+1} = a_n + 2n - 1 + 2(-1)^{n+1}$

b)
$$3 = 5n - 3$$
 an = an-1 + 5 with a1 = 3;

c)
$$n = 3 + 1$$
 an = 3 an-1 - 2 with a1 = 4;

3. (15p) $f(x,a,b)=x^{obeb(a,b)}$ fonksiyonunu hesaplayan bir algoritma veriniz.

Cözüm:

f=power(x,factorial(gcd(a,b)))

ALGORITHM 4 A Recursive Algorithm for Computing ged(a, b).

procedure gcd(a, b): nonnegative integers with a < b) if a = 0 then gcd(a, b) := b else $gcd(a, b) := gcd(b \mod a, a)$

ALGORITHM 1 A Recursive Algorithm for Computing n!.

procedure factorial (n: nonnegative integer) if n = 0 then factorial (n) := 1 else factorial (n) := n · factorial (n - 1)

ALCORITHM 2 A Recursive Algorithm for Computing a*.

procedure power(a: nonzero real number, n: nonnegative integer) if n = 0 then power(a, n) := 1 else power(a, n) := a · power(a, n - 1)

 (15p) Matematiksel tümevarım ilkesini kullanarak aşağıdaki denklemin bütün pozitif tamsayılar için doğru olup olmadığını gösteriniz.

$$1(1!) - 2(2!) - 3(3!) + \dots + n(n!) = (n+1)! - 1$$

Çözüm:

Question 7:

$$J(1!) = 2(2!) = 3(3!) + ... = n(n') = (n-1)^n - 1$$

Basis step. Show that the equation is true for n = 1

$$1(11) = 2! - 1$$

1 = 1. True.

Inducate step: Show that if the expanse is true for a. it is also true for n=1.

Assumption:
$$1(1!) = 2(2!) + 3(2!) + ... + n(n!) = (n - 1)(-1)$$
Add (n + 1)((n + 1)!) on either side:
$$1(1!) + 2(2!) + 3(3!) + ... + n(n!) + (n + 1)((n + 1)!) = (n + 1)! + (n + 1)((n + 1)!)$$

$$= (n + 2)(n + 1) + 1$$

$$= ((n + 1) + 1)^{n} + 1$$

Therefore, if the assumption holds for $n \in \mathbb{N}$ will also hold for $n \in \mathbb{N}$

Conclusion: The equation is true for all positive integers to

5. (15p) İngilizcedeki harflerin her biri ile etiketlenmiş küpler kullanılarak bir piramit yapılacaktır. Piramit için en altta dört küp, üstünde üç küp, sonra iki küp ve en üstte bir küp olmak üzere toplam on küp kullanılacaktır. İngilizce harflerle etiketlenmiş küplerden harflerin bütün kombinasyonları dikkate alındığında kaç farklı şekilde piramit yapılabileceğini açıklayarak bulunuz.

Çözüm:

P(26,4). P(22,3). P(19,2). P(17,1)

- (15p) U={a,b,c,d,e,f,g,h}, A={a,c,e}, B={a,c,d,e,g} olmak üzere A∪B,A∩B,A-B,A',A∩(B-A) kümelerini bitsel gösterimle açıklayarak bulunuz.
- 7. (15p) Aşağıdaki algoritmanın karmaşıklığını O notasyonu ile veriniz. Algoritmanın ne iş yaptığını açıklayınız.

$$c \leftarrow 0$$
for $i \leftarrow 1$ to $n - 1$ do
$$s \leftarrow 0$$
for $j \leftarrow 1$ to $n - 1$ do
$$s \leftarrow s + A[0]$$
for $k \leftarrow 1$ to j do
$$s \leftarrow s + A[k]$$
if $B[i] = s$ then
$$c \leftarrow n + 1$$
return c

Çözüm:

Q(n³)

Input: Arrays A and B, each of them storing $n \ge 1$ images: Outpot: The months of alaments in B equal to the sum of the profes sums in A BMÜ-241

Adı Soyadı:	BILG. BIL IÇIN AYRIK MATEMATIK BÎLGÎSAYAR MÜHENDÎSLÎĞÎ						
No: Sinav süresi 75 da kikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sinav sorumlularının talimat	larına 1	2	3	4	5	Toplam	
uyunuz. Sinav başlangıcından İtibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Sor	uların						
Theorem country and the country was an and				<u> </u>		<u> </u>	

SORULAR

- (20p) Aşağıda verilen fonksiyonların ürettiği dizilerin ilk 5 elemanını yazınız. Bu fonksiyonlara karşılık gelen rekürsif tanımları elde ediniz.
 - a) $a_n = 5n 2$
 - b) $a_n=3^n+1$
- 2. (15p) Aşağıdaki önermeler için doğruluk tablolarını elde ediniz.
 - a) $\neg p \land (p \lor q)$
 - b) (pAq) Vr
- 3. (25p) a) P(n,r)=6720 ve C(n,r)=56 ise r değerini açıklayarak bulunuz.
 - b) 2, 3, 5, 6, 7 rakamlarından elde edilebilecek üç rakamlı veya 4 rakamlı çift sayıların sayısını açıklayarak bulunuz.

- (25p) a) Graf ve ağaç kavramlarını birer örnek ile tanımlayınız. Grafların en az üç sınıfını örnek vererek yazınız.
 - b) Bütün n>=1 için 8ⁿ-3ⁿ ifadesinin 5 ile bölünüp bölünmeyeceğini matematiksel tümevarım ile açıklayarak gösteriniz.
- (15p) Verilen iki sayı arasındaki asal sayıları bulan ve ekrana yazdıran algoritmanın sözde kodunu yazıp, yazdığınız algoritmanın karmaşıklığını açıklayarak bulunuz.

Başarılar Dilerim. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE



BİLG, BİL. İÇİN AYRIK MATEMATİK BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ Toplam Sinav süresi 75 dakikadır. Cep telefonlarınızı kapatınız. Sınav sorumlularının talimatlarına 4 5 3 uyunuz. Sınav başlangıcından itibaren ilk 15 dakikada sınavı terk etmeyiniz. Soruların tamamı cevapianacaktır.

SORULAR VE ÇÖZÜMLERİ

- 1. (20p) Aşağıda verilen fonksiyonların ürettiği dizilerin ilk 5 elemanını yazınız. Bu fonksiyonlara karşılık gelen rekürsif tanımları elde ediniz.
- a) a_n= 5n-2
- b) $a_n=3^n+1$

Çözüm:

3.8.13.18.23; $a_n = a_{n-1} + 5$ with $a_1 = 3$;

4.10.28.82.244; an = $3 \cdot an + 1 - 2$ with a1 = 4;

- 2. (15p) Aşağıdakli önermeler için doğruluk tablolarını elde ediniz.
 - $a) -p \wedge (p \vee q)$
 - b) (p∧q) √r

Çözüm:

			þ	ą	۲ .	DAG Vr
•		•	7	T	T	Ī
		•	Τ	7.	F	I T
	ai		Ţ	F	T	T
11	Ų	-philove:	T	2.	F	∬ F
	TA	J.	ļ.	T	T	Ţ
T	F	F	F	T	F	F
F.	T	: 2	ř.	Ł,	T:	N T
ř.	\$7 H	F	F	F	F	F F

- 3. (25p) a) P(n,r)=6720 ve C(n,r)=56 ise r değerini açıklayarak bulunuz.
 - b) 2, 3, 5, 6, 7 rakamlarından elde edilebilecek üç rakamlı veya 4 rakamlı çift sayıların sayısını açıklayarak bulunuz.

Çözüm:

$$_{n}P_{r} = 6720 \text{ ns } \frac{n!}{(n-r)!} = 6720$$

 $_{p}C_{r} = 56 \text{ as } \frac{n!}{(n-r)!r!} = 56 \qquad |r| = 120 \text{ when } r = 5.$
b) 4.3.2+4.3.2.2=24+48=72

4, (25p) a) Graf ve ağaç kavramlarını birer örnek ile tanımlayınız. Grafların en az üç sınıfını örnek vererek yazınız.

b) Bütün n>=1 için 8n-3n ifadesinin 5 ile bölünüp bölünmeyeceğini matematiksel tümevarım ile açıklayarak gösteriniz.

Çözüm:

a)

Graf: boş olmayan düğüm kümesinden ve ayrıtlardan oluşan yapıdır.

Ağaç: Kapalı devre ve döngü içermeyen graflardır. Yönlü-yönsüz, ağırlıklı ağırlıksız, basit-basit olmayan graflar b) Let n=3

Then the expression $S^n = 3^n$ evaluates to $S^1 = 3^1 = S = 3 = 5$ which is clearly divisible

Assume for n = k, that (*) holds that is that $S^k = S^k$ is divisible by 5

Let n = k - 1

Then:

$$\begin{aligned} & S^{k+1} - 3^{k+1} = S^{k+1} - 3 \times S^{k} + 3 \times S^{k} - 3^{k+1} \\ & = S^{k}(8 - 3) + 3(S^{k} - 5^{k}) = S^{k}(5) + 3(S^{k} - 3^{k}) \end{aligned}$$

The first term in $8^k(5) + 3(8^k - 3^k)$ has 5 as a factor jexplicitly), and the second term is divisible by 5 (by assumption). Since we can factor a 5 out of both terms. then the entire expression $S^{\frac{1}{2}}(5) + 3(5^{\frac{1}{2}} - 3^{\frac{1}{2}}) = S^{\frac{1}{2}-1} - 2^{\frac{1}{2}-1}$ must be dissible by 5

5. (15p) Verilen iki sayı arasındaki asal sayıları bularak ekrana yazdıran algoritmanın sözde kodunu yazarak, yazdığınız algoritmanın karmaşıklığını açıklayarak bulunuz.

Çözüm: void printAllPrime(int start, int-limit) (for (int i=start; i < limit; i++) { int j = 0; for (j=2; j<i; j++) { if $((i\%j)==0){$ break; $if(i == j){$ printf("%d "+i);

> Başarılar Dilerim. Yrd.Doç.Dr. Mehmet KARAKÖSE

