Yara Alshlash

181213093

① $\therefore$ q: uyuyacağım → q': uyumayacağım

r: üzülüyorum → r': üzülmüyorum

P: çalışıyorum → P': çalışmazsam

$$\big[[(p' \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q')] \Rightarrow (r \Rightarrow p)\big] \equiv 1$$

$$[(p \vee q) \wedge (r' \vee q')] \vee (r' \vee p)$$

$$[(p \vee q)' \vee (r' \vee q')'] \vee (r' \vee p)$$

$$[(p' \wedge q') \vee (r \wedge q)] \vee (r' \vee p)$$

$$[(p' \vee r) \wedge (p' \vee q) \wedge (q' \vee r) \wedge \overbrace{(q' \vee q)}^{1}] \vee (r' \vee p)$$

$$[(p' \vee r) \wedge (p' \vee q) \wedge (q' \vee r)] \vee (r' \vee p)$$

$$[(p' \vee r) \vee (r' \vee p)] \wedge [(p' \vee q) \vee (r' \vee p)] \wedge [(q' \vee r) \vee (r' \vee p)]$$

$r \vee 1 = 1$ $\quad p \vee 1 = 1$ $\quad q \vee q' = 1$ $\quad r \vee r' = 1$ $\quad p \vee p' = 1$ $\quad p \vee 1 = 1$

$1 \wedge 1 \wedge 1 \equiv 1 \Rightarrow$ doğrudur.

② $2^m-1 \in Prime$, $m \in Prime$

m prime değilse $2^m-1 \notin Prime$

$m=x.y \Rightarrow 2^m-1 = 2^{x.y}-1$ şeklinde yazayabiliyor

$2^{x.y}-1 = (2^x)^y - 1^y = \underbrace{(2^x-1)}_{A}\underbrace{((2^x)^{y-1}.1^0 + (2^x)^{y-2}.1^1 - - - - -)}_{B}$

$a^n - b^n = (a-b)\sum_{k=0}^{n} a^{n-1-k} . b^k$

$2^m-1 = a.b \Rightarrow 2^m-1$ Prime değildir $a,b \neq 1$

$m=11 \Rightarrow 2^{11}-1 = 2047 \rightarrow$ asal sayı değildir

$m \in Prime \rightarrow 2^m-1 \in Prime$

---

③ (if $X \in M$ then $X \in$ Tek sayılar) ; Hayır

$6 \in$ Mükemmel sayılar

$6 \notin$ tektir

---

④ Hayir ; ters örnek)

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$

0 1 2 3 - - - - - $2 \notin$ tektır.

⑤ doğru ; (Teorem önersi kabul edilebilir)

$a \in \mathbb{Z}$

$\frac{a}{3} \notin \mathbb{Z} \rightarrow \frac{a}{18} \notin \mathbb{Z}$

$\frac{16}{3} \notin \mathbb{Z} \rightarrow \frac{16}{18} \notin \mathbb{Z}$

$\frac{17}{3} \notin \mathbb{Z} \rightarrow \frac{17}{18} \notin \mathbb{Z}$

---

⑥ doğru ; (teorem önerisi kabul edilebilir)

$m \in$ Pozitif bir doğal sayılar

$m = 2 \rightarrow 2^2 = 4 \neq 6.2$

$m = 3 \rightarrow 2^3 = 8 \neq 6.2$

$\Rightarrow \forall m,\ m^2 \neq 6m$ dir.

---

⑦ doğru , (Teorem önerisi kabul edilebilir)

b tek sayıdır $b = 2n+1$

$\Rightarrow$ Bu şeklinde yazabiliriz

a çift sayıdır $a = 2n$

Ardışık = tek + çift

$= b + a = 2n+1 + 2n = 2(2n)+1 = 4n+1 = \underline{\underline{2X+1}}$

tektir

---

⑨ doğru , $X \in$ Tam sayı

$X = 2n$

$X+1 = 2n+1$

$n \in$ tam sayı

$x(x+1) = 2n(2n+1)$

$= 2n(2n) + 2n$

çift sayı

dolaysıyla $x(x+1)$ çifttir

$x = 2 \Rightarrow 2(2+1) = 6$ çifttir

8. Hayır ; a çift

a tek saydır $a = 2n+1$

b çift saydır $b = 2n$ $\Rightarrow$ yazabiliriz

$a = b$ (ise) $\cancel{2n} + 1 = \cancel{2n}$

$0 = 1$

$\Rightarrow$ dolaysıyla yanlıştır.

---

10. Var ; Teklik ispatları - Varlık ispatları - yapısal olmayan ve yapısal ispatları .

* yapısal olmayan ve yapısal ispatları :

Varlık ispatları yapısal olmayan ve yapısal ispatları olarak iki guruba ayrılır, yapısal ispatları ; teoremi kanıtlayan örneği açık bir şekilde ortaya koyar, yapısal olmayan ispatları ise örneği açıkça vermeden böyle bir örneğin var olduğunu kanıtlar.

önerme : öyle x ve y irrasyonel sayları vardır ki x^y rasyoneldir.

ispat. Kabul edelim ki $x = \sqrt{2}^{\sqrt{2}}$ ve $y = \sqrt{2}$ olsun. Bilindiği üzere y irrasyoneldir. Fakat x sayısının rasyonel mi yoksa irrasyonel mi olduğu açık değildir. Bir tarafta x irrasyonel ise

$$x^y = \left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2}.\sqrt{2}} = \sqrt{2}^2 = \underline{\underline{2}}$$

rasyoneldir. öbür tarafta x rasyonel ise $y^y = \sqrt{2}^{\sqrt{2}} = x$ rasyoneldir

Her hâlükârda irrasyonel bir sayının irrasyonel kuvveti rasyonel olmuş olur.

Varlık ispatları:

Varlık olarak nicelenmiş bir önermeyi Bir Başka ifadeyle $\exists x, R(x)$

Bu önerme, $R(x)$ önermesini doğrulayan özel bir x niceliğinin var oldugunu iddia eder.

O hâlde $\exists x, R(x)$ önermesini ispatlamak için yapılması gereken tek şey önermeyi doğrulayan x örneğini ortaya koymaktır.

önerme çift olan bir asal vardır

ispat 2 hem çifttir hem de asıldır.

önerme 2 : iki küpün toplamı olarak iki farklı biçimde yazılabilen bir tam sayı vardır

ispat 1729 tamsayısını göz önüne alalım. Dikkat edilirse $1^3+12^3=1729$ ve $9^3+10^3=1729$ olduğu görülebilir. Dolaysıyla 1729 sayısı, iki küpün toplamı olarak iki farklı şekilde yazılabilir.