

Introducción  
Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

Resultados  
Imágenes básicas  
Imágenes complicadas  
Imágenes reales  
Proyecciones del Proyecto  
Referencias

# Segmentación de imágenes

## Método del conjunto de nivel

Felipe Urrutia, Daniel Minaya, Sebastián Toloza

Departamento de Ingeniería Matemática,  
Universidad de Chile

MA5307-1 - Otoño 2022

# Contenidos

## 1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

## 2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

## 3 Proyecciones del Proyecto

# Contenidos

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

### 1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

### 2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

### 3 Proyecciones del Proyecto

# Motivación

## Introducción

### Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias



Figura: Uso de la segmentación de imágenes en vías públicas.

# Propuesta del proyecto

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

En este proyecto se busca aplicar el método de segmentación de imágenes en niveles de gris a través de una EDP, haciendo uso del método de conjuntos de nivel, es decir:

- 1 Se elije una curva inicial  $C_0$  alrededor del objeto que queramos segmentar.
- 2 Se resuelve de forma numérica una EDP que evolucione esta curva, hasta que logre *envolver* al objeto.

# Marco teórico

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

Se considera una interfaz descrita por una curva simple cerrada  $\Gamma$ , la cual separa un dominio  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$  en dos sub-dominios distintos de áreas no nulas,  $\Omega^+$ ,  $\Omega^-$ , de fronteras respectivas  $\partial\Omega^+$ ,  $\partial\Omega^-$ , tales que:

$$\Omega^+ \cup \Omega^- \cup \Gamma = \Omega, \quad \Omega^+ \cap \Omega^- = \emptyset, \quad \Gamma = \partial\Omega^+ \cap \partial\Omega^-$$

# Marco teórico

Introducción  
Motivación  
Propuesta del  
proyecto  
**Marco teórico**  
EDP  
Diferencias finitas

Resultados  
Imágenes básicas  
Imágenes  
complicadas  
Imágenes reales  
Proyecciones  
del Proyecto  
Referencias

Una forma práctica de describir tanto la interfaz como los sub-dominios es mediante la definición de una función implícita  $u(x)$  tal que:

$$\Omega^+ = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u(x) > 0\}$$

$$\Omega^- = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u(x) < 0\}$$

$$\Gamma = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u(x) = 0\}$$

# Marco teórico

Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias

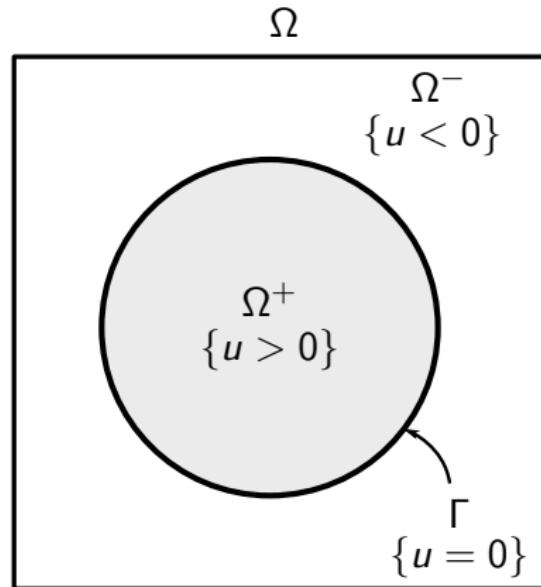


Figura: Ejemplo de la interfaz y sub-dominios.

# Segmentación de Imágenes: EDP

Dada una curva inicial  $C_0$ , la ecuación que se busca resolver para  $u(x, t)$  es

$$(EDP) \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = g(x)|\nabla u| \left( \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \kappa \right) & \text{en } \Omega \times (0, \infty) \\ u(x, 0) = u_0(x) & \text{en } \Omega \end{cases}$$

donde  $u_0(x)$  es una función distancia con signo, dada por

$$u_0(x) = \begin{cases} d(x, C_0) & \text{si } x \text{ está \textbf{dentro} de } C_0 \\ 0 & \text{si } x \text{ está \textbf{en} } C_0 \\ -d(x, C_0) & \text{si } x \text{ está \textbf{fuera} de } C_0 \end{cases}$$

# Segmentación de Imágenes: EDP

$g$  es una *stopping function*, dada por

$$g(x) = \frac{1}{1 + |\nabla f_\sigma(x)|^2 / \lambda^2},$$

donde  $f_\sigma$  corresponde a la suavización de la imagen a partir de un kernel gaussiano de desviación estándar  $\sigma$  y  $\lambda$  es un factor de contraste.

$\kappa$  es un término constante de fuerza comparable a la fuerza de un globo.

El término  $\operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$  hace referencia a la curvatura media de la interfaz  $\Gamma$ .

# Esquema numérico

## Diferencias Finitas

$$(I - \tau A(u^n)) u^{n+1} = u^n + \kappa \tau |\nabla^- u|^n g,$$

donde los coeficientes de  $A$  vienen dados por

$$A_{ij}(u^n) := \begin{cases} g_i |\nabla u|_i^n \frac{2}{\left(\frac{|\nabla u|}{b}\right)_i^n + \left(\frac{|\nabla u|}{b}\right)_j^n} & j \in N(i) \\ -g_i |\nabla u|_i^n \sum_{m \in N(i)} \frac{2}{\left(\frac{|\nabla u|}{b}\right)_i^n + \left(\frac{|\nabla u|}{b}\right)_m^n} & j = i \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

# Esquema numérico

Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias

Las aproximaciones de  $|\nabla u|$  vienen dadas según los siguientes casos:

- 1 Si  $\kappa \leq 0$ , entonces  $|\nabla u|_i^n \approx |\nabla^- u|_i^n$ , que viene dado por

$$|\nabla^- u|_i^n = (\max(D^{-x} u_i^n, 0)^2 + \min(D^{+x} u_i^n, 0)^2 + \max(D^{-y} u_i^n, 0)^2 + \min(D^{+y} u_i^n, 0)^2)^{1/2}$$

- 2 Si  $\kappa > 0$ , entonces  $|\nabla u|_i^n \approx |\nabla^+ u|_i^n$ , que viene dado por

$$|\nabla^+ u|_i^n = (\min(D^{-x} u_i^n, 0)^2 + \max(D^{+x} u_i^n, 0)^2 + \min(D^{-y} u_i^n, 0)^2 + \max(D^{+y} u_i^n, 0)^2)^{1/2}$$

# Contenidos

## 1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

## 2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

## 3 Proyecciones del Proyecto

# Resultados

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

Presentaremos tres tipos de imágenes

- *Imágenes básicas*
- *Imágenes que presentaron complicaciones*
- *Imágenes reales*

# Algunas imágenes a estudiar

Introducción  
Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

Resultados  
Imágenes básicas  
Imágenes complicadas  
Imágenes reales  
Proyecciones del Proyecto  
Referencias

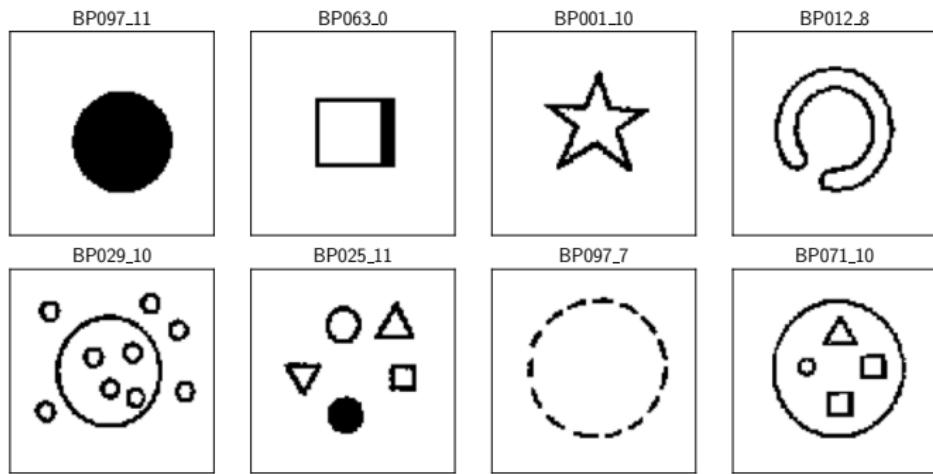


Figura: Estudio del conjunto de imágenes de los *Problemas de Bongard*.

# Primeros resultados: Imágenes básicas

## Discretización temporal $\tau$

### Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

### Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

### Proyecciones del Proyecto

### Referencias

# Círculo

Introducción  
Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

Resultados  
Imágenes básicas  
Imágenes complicadas  
Imágenes reales

Proyecciones del Proyecto  
Referencias

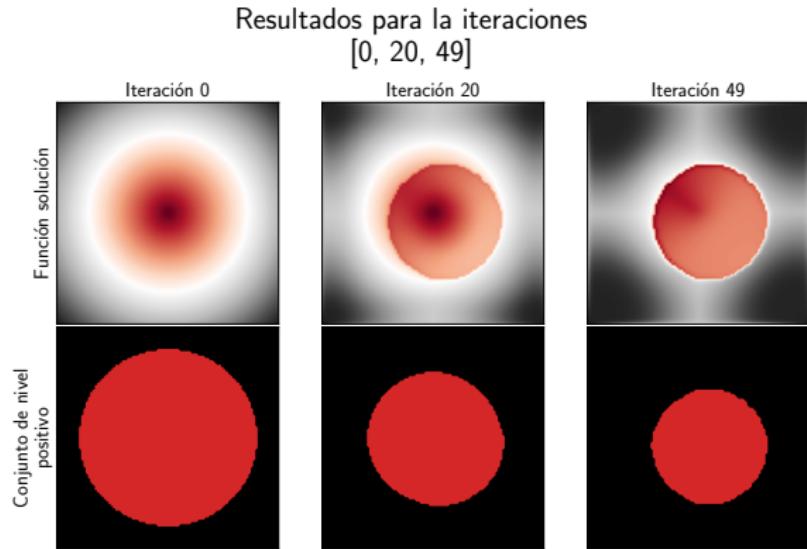


Figura: Imagen BP097\_11, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Cuadrado

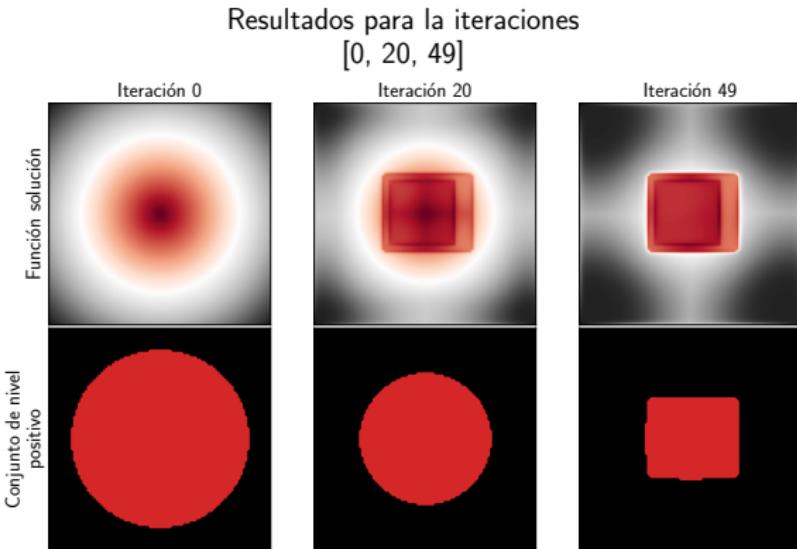


Figura: Imagen BP063\_0, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Estrella

Introducción  
Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

Resultados  
Imagenes básicas  
Imagenes complicadas  
Imagenes reales

Proyecciones del Proyecto

Referencias

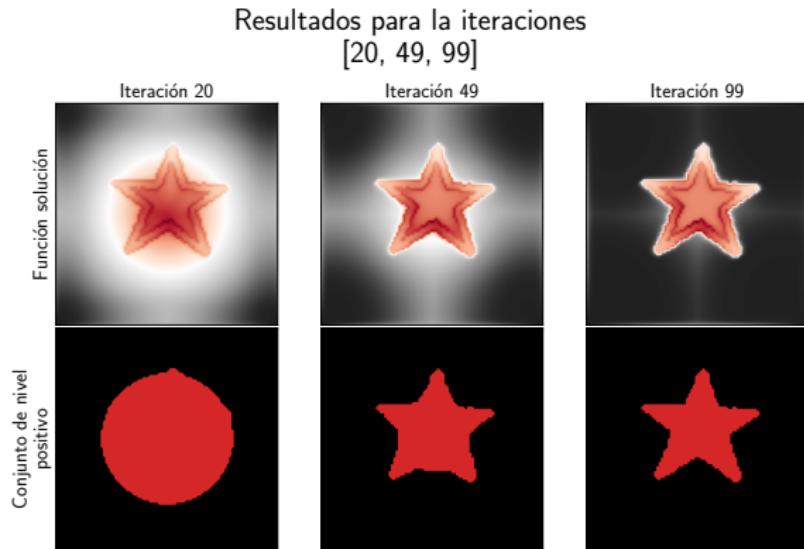


Figura: Imagen BP001\_10, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Herradura

## Introducción

Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

## Resultados

Imagenes básicas  
Imagenes complicadas  
Imagenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

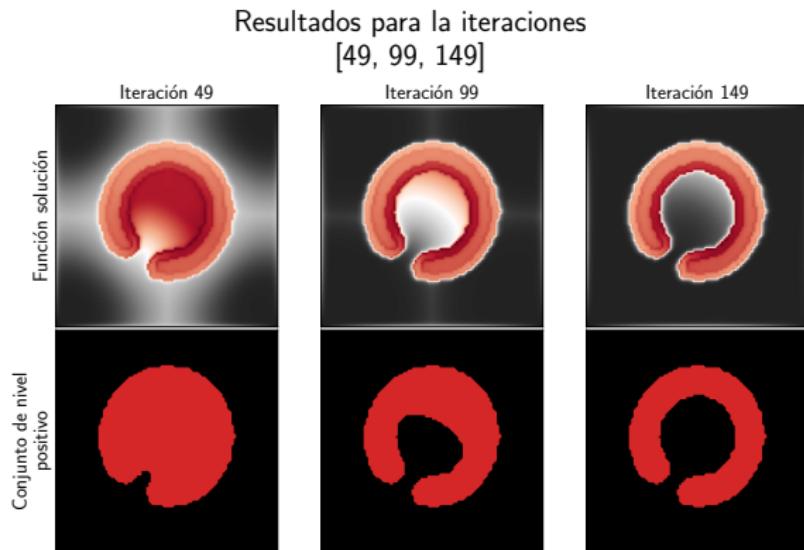


Figura: Imagen BP012\_8, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Colección de círculos

## Introducción

Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

## Resultados

Imagenes básicas  
Imágenes complicadas  
Imagenes reales

Proyecciones del Proyecto

Referencias

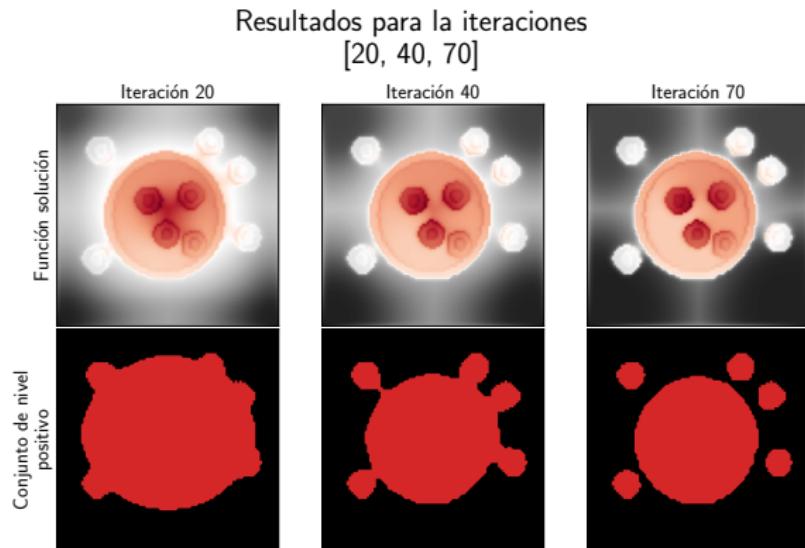


Figura: Imagen BP025\_11, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.46), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Colección de figuras

## Introducción

Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

## Resultados

Imagenes básicas  
Imagenes complicadas  
Imagenes reales

Proyecciones del Proyecto

Referencias

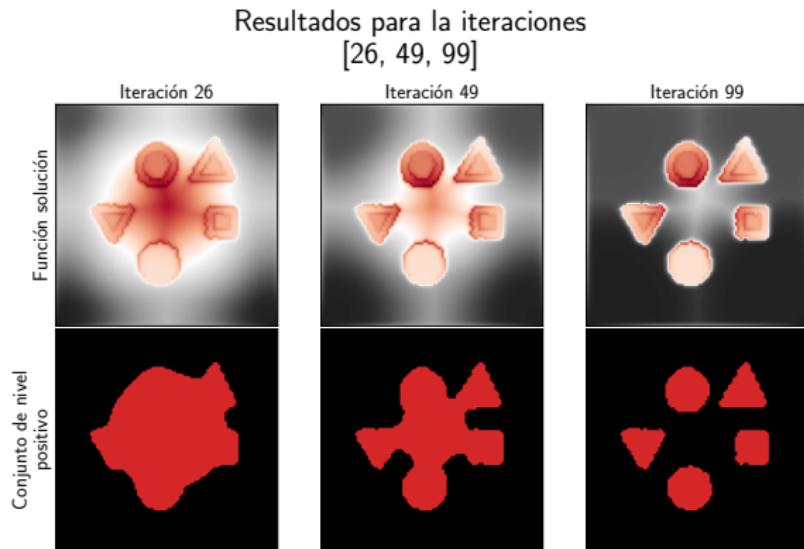


Figura: Imagen BP025\_11, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.46), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Círculo punteado

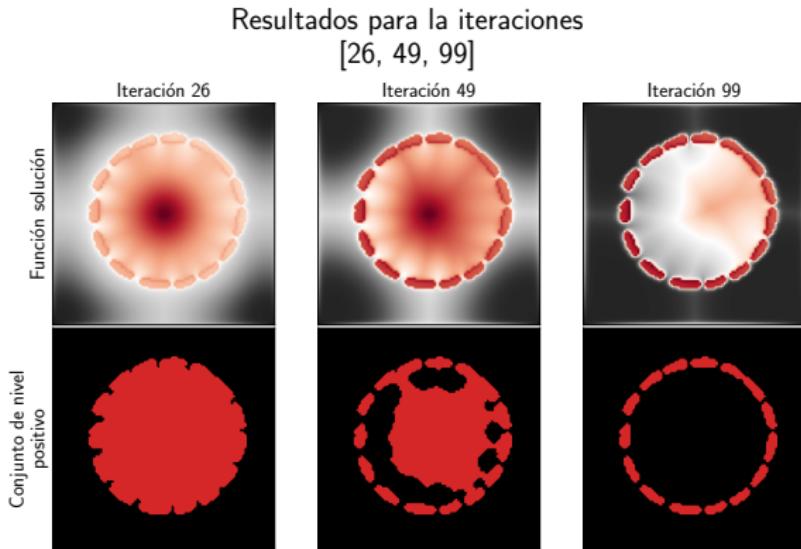
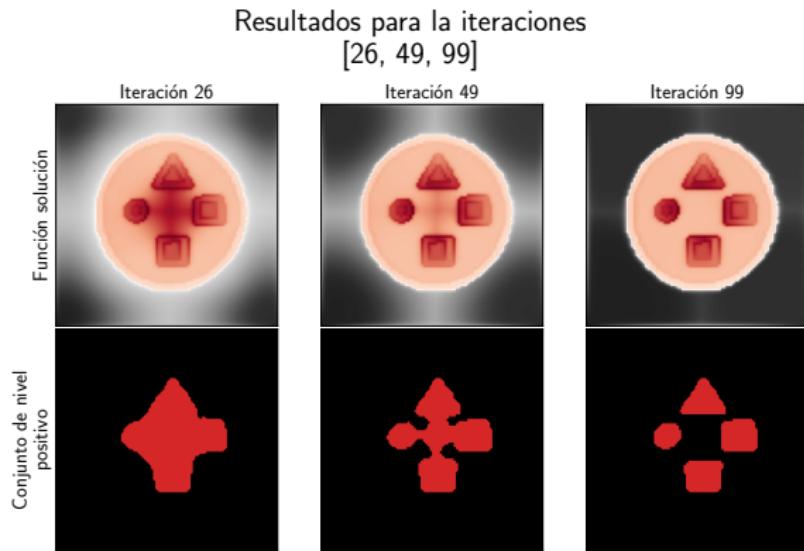


Figura: Imagen BP097\_7, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

# Algunas figuras

<b>Introducción</b>
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas
<b>Resultados</b>
Imagenes básicas
Imágenes complicadas
Imagenes reales
Proyecciones del Proyecto
Referencias



**Figura:** Imagen BP071\_10, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.51, 0.49), radio=0.14, tau=0.1, k=-5.

# Estudio de parámetros

Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias

## Comportamiento de parámetros $\sigma$ y $\lambda$

Ambos son parámetros para procesar la imagen, antes de utilizar el método de segmentación.

- $\sigma$ : Controla el desenfoque gaussiano,
- $\lambda$ : Acentúa los gradientes de la imagen.

# Experimentos

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

En los siguientes experimentos se fijarán tanto  $\tau$  como  $\kappa$ , para valores 0,1 y -5, respectivamente. Se estudiará:

- 1 Factor de contraste  $\lambda$  grande**
- 2 Factor de contraste  $\lambda$  pequeño**
- 3 Desenfoque con  $\sigma$  grande**

# Experimentos

Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias

## Variables de control

- $\sigma = 0,01$
- $\lambda = 5$

## Variables de prueba

- 1  $\lambda = 15$
- 2  $\lambda = 1$
- 3  $\sigma = 1$



Figura: Imagen 2009\_001314 del conjunto de datos *PASCAL VOC2012*.

# Conjunto de imágenes reales

Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias

## PASCAL VOC2012

Conjunto de datos de prueba para la tarea de segmentación de imágenes.



Figura: Imagen 2009\_005078 del conjunto de datos *PASCAL VOC2012*.

# Conjunto de imágenes reales

## Métricas[1]

$$\text{Precision}(\Omega_{\text{EDP}}, +) = \frac{|\Omega_{\text{EDP}}^+ \cap \Omega_{\text{target}}^+|}{|\Omega_{\text{EDP}}^+|}$$

$$\text{Recall}(\Omega_{\text{EDP}}, +) = \frac{|\Omega_{\text{EDP}}^+ \cap \Omega_{\text{target}}^+|}{|\Omega_{\text{target}}^+|}$$

$$\text{F1-score}(\Omega_{\text{EDP}}, +) = \frac{2}{\frac{1}{\text{Precision}(\Omega_{\text{EDP}}, +)} + \frac{1}{\text{Recall}(\Omega_{\text{EDP}}, +)}}$$

# Resultados

## Factor de contraste $\lambda$ grande

### Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

### Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

**Imágenes reales**

### Proyecciones del Proyecto

### Referencias

# Resultados

## Factor de contraste $\lambda$ pequeño

### Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

### Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

**Imágenes reales**

### Proyecciones del Proyecto

### Referencias

# Resultados

## Desenfoque con $\sigma$ grande

### Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

### Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales**

### Proyecciones del Proyecto

### Referencias

# Pájaro

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

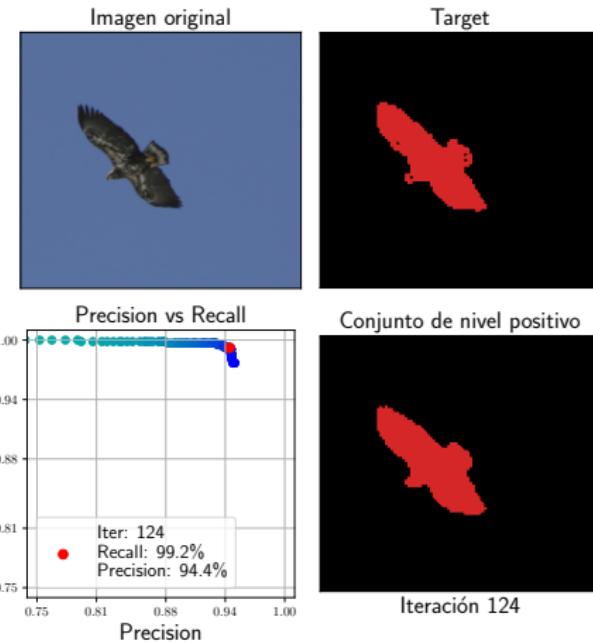
Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias



**Figura:** Imagen 2009\_001314, sigma=0.01, lambda=5, centro=(0.4, 0.5), radio=0.18, tau=0.1, k=-5.

# Cordero

## Introducción

Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas  
Imágenes complicadas  
Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

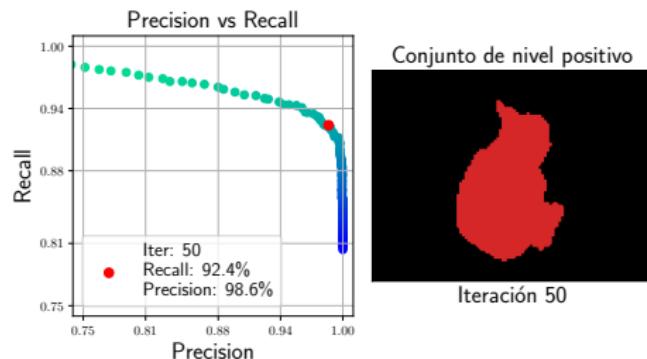


Figura: Imagen 2008\_004621, sigma=0.5, lambda=5, centro=(0.5, 0.53), radio=0.18, tau=0.1, k=-5.

# Avión

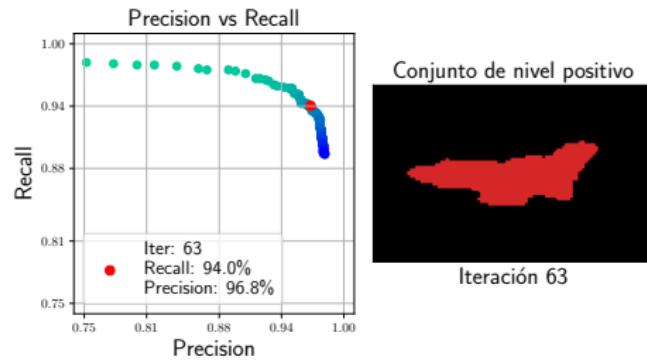
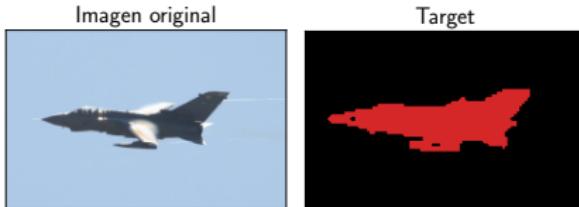


Figura: Imagen 2007\_004052, sigma=0.01, lambda=5, centro=(0.5, 0.5), radio=0.14, excentricidad=1.8, tau=0.1, k=-5.

# Moto

## Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

## Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

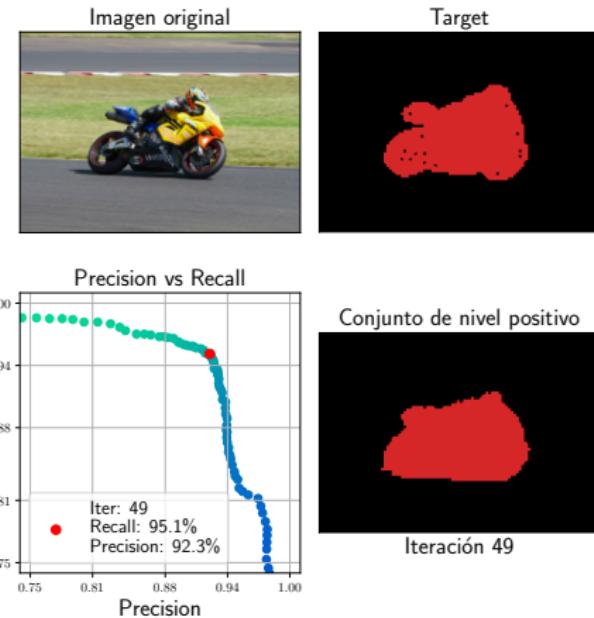


Figura: Imagen 2009\_005078, sigma=0.01, lambda=10, centro=(0.5, 0.54), radio=0.14, excentricidad=1.5, tau=0.1, k=-5.

# Persona

## Introducción

Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas  
Imágenes complicadas  
**Imágenes reales**

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

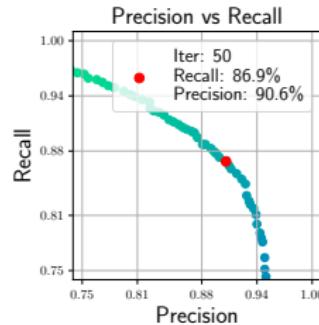
Imagen original



Target



Conjunto de nivel positivo  
Iteración 50



**Figura:** Imagen 2008\_002247, sigma=0.05, lambda=10, centro=(0.4, 0.62), radio=0.23, excentricidad=0.57, tau=0.1, k=-5.

# Contenidos

Introducción  
Motivación  
Propuesta del proyecto  
Marco teórico  
EDP  
Diferencias finitas

Resultados  
Imágenes básicas  
Imágenes complicadas  
Imágenes reales

Proyecciones del Proyecto  
Referencias

## 1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

## 2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

## 3 Proyecciones del Proyecto

# Limitaciones

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

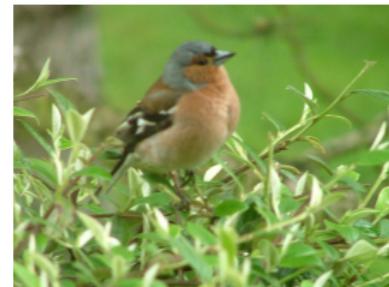
Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

## Limitaciones del método

- Imágenes con ruido de fondo
- Imágenes con poco contraste
- Segmentos que no quedan definidos por el gradiente de las intensidades
- Segmentos ambiguos



**Figura:** Imagen 2010\_001061 del conjunto de datos *PASCAL VOC2012*.

# Trabajo futuro

Introducción

Motivación

Propuesta del

proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes

complicadas

Imágenes reales

Proyecciones  
del Proyecto

Referencias

## Tareas relacionadas a segmentación de imágenes

- Clasificación de segmentos
- Segmentación semántica de imágenes
- 

## Métodos competitivos para segmentar imágenes

- CNN [1]

## Inspirados en contornos activos

- [1]

# Referencias

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas
Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales
Proyecciones del Proyecto
Referencias



Minaee, S., Boykov, Y. Y., Porikli, F., Plaza, A. J., Kehtarnavaz, N., Terzopoulos, D.

Image segmentation using deep learning: A survey  
*IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence*, 2021.

DOI: [10.1109/TPAMI.2021.3059968](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2021.3059968)



Weickert, J., Kühne, G.

Fast methods for implicit active contour models

In *Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics* (pp. 43-57). Springer, New York, NY; 2003.

DOI: [10.1007/0-387-21810-6\\_3](https://doi.org/10.1007/0-387-21810-6_3)

## Introducción

Motivación

Propuesta del  
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

## Resultados

Imágenes básicas

Imágenes  
complicadas

Imágenes reales

## Proyecciones del Proyecto

## Referencias

**Gracias por su atención!**