

Introducción
Motivación
Propuesta del
proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes
complicadas
Imágenes reales

Conclusiones
Referencias

Segmentación de imágenes

Método del conjunto de nivel

Felipe Urrutia, Daniel Minaya, Sebastián Toloza

Departamento de Ingeniería Matemática,
Universidad de Chile

MA5307-1 - Otoño 2022

Contenidos

1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

3 Conclusiones

Contenidos

1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

3 Conclusiones

Motivación

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias



Figura: Uso de la segmentación de imágenes en vías públicas. (CNN)
(Fuente: [towardsdatascience](#), accedido Junio, 12)

Motivación

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

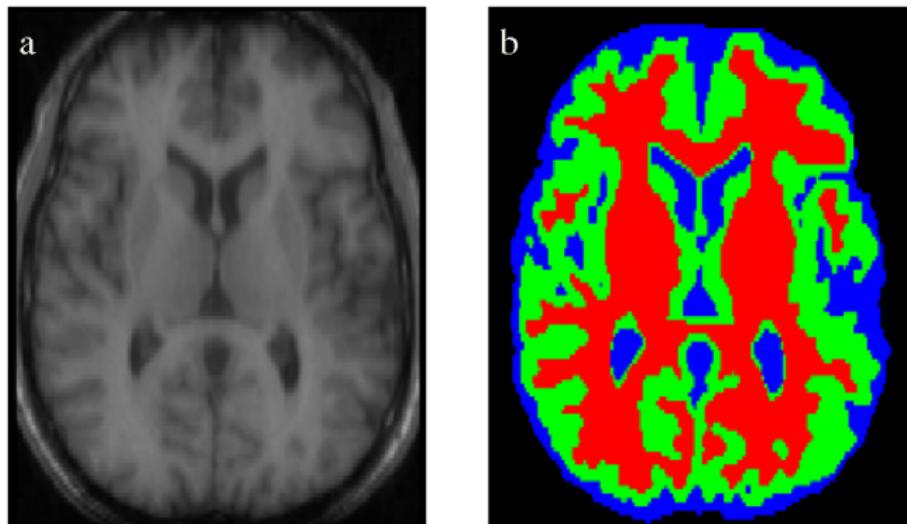


Figura: Uso de la segmentación de imágenes en imágenes médicas.
(Fuente : IJBEM, accedido Junio, 12)

Propuesta del proyecto

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

En este proyecto se busca aplicar el método de segmentación de imágenes en niveles de gris a través de una EDP, haciendo uso del método de conjuntos de nivel, es decir:

- 1 Se elije una curva inicial C_0 alrededor del objeto que queramos segmentar.
- 2 Se resuelve de forma numérica una EDP que evolucione esta curva, hasta que logre *envolver* el contorno del objeto.

Marco teórico

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Se considera una interfaz descrita por una curva simple cerrada Γ , la cual separa un dominio $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$ en dos sub-dominios distintos de áreas no nulas, Ω^+ , Ω^- , de fronteras respectivas $\partial\Omega^+$, $\partial\Omega^-$, tales que:

$$\Omega^+ \cup \Omega^- \cup \Gamma = \Omega, \quad \Omega^+ \cap \Omega^- = \emptyset, \quad \Gamma = \partial\Omega^+ \cap \partial\Omega^-$$

Marco teórico

Introducción
Motivación
Propuesta del
proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes
complicadas
Imágenes reales
Conclusiones
Referencias

Una forma práctica de describir tanto la interfaz como los sub-dominios es mediante la definición de una función implícita $u(x)$ tal que:

$$\Omega^+ = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u(x) > 0\}$$

$$\Omega^- = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u(x) < 0\}$$

$$\Gamma = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid u(x) = 0\}$$

Marco teórico

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales

Conclusiones
Referencias

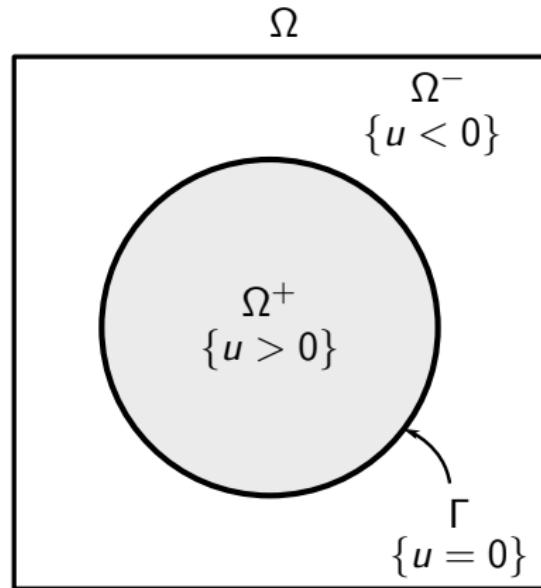


Figura: Ejemplo de la interfaz y sub-dominios.

Segmentación de Imágenes: EDP

Dada una curva inicial C_0 , la ecuación que se busca resolver para $u(x, t)$ es

$$(EDP) \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = g(x)|\nabla u| \left(\operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) + \kappa \right) & \text{en } \Omega \times (0, \infty) \\ u(x, 0) = u_0(x) & \text{en } \Omega \end{cases}$$

donde $u_0(x)$ es una función distancia con signo, dada por

$$u_0(x) = \begin{cases} d(x, C_0) & \text{si } x \text{ está \textbf{dentro} de } C_0 \\ 0 & \text{si } x \text{ está \textbf{en} } C_0 \\ -d(x, C_0) & \text{si } x \text{ está \textbf{fuera} de } C_0 \end{cases}$$

Segmentación de Imágenes: EDP

g es una *stopping function*, dada por

$$g(x) = \frac{1}{1 + |\nabla f_\sigma(x)|^2 / \lambda^2},$$

donde f_σ corresponde a la suavización de la imagen a partir de un kernel gaussiano de desviación estándar σ y λ es un factor de contraste.

κ es un término constante de fuerza comparable a la fuerza de un globo.

El término $\operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ hace referencia a la curvatura media de la interfaz Γ .

Esquema numérico

Diferencias Finitas [1]

$$(I - \tau A(u^n)) u^{n+1} = u^n + \kappa \tau |\nabla^- u|^n g,$$

donde los coeficientes de A vienen dados por

$$A_{ij}(u^n) := \begin{cases} g_i |\nabla u|_i^n \left(\frac{2}{|\nabla u|_i^n + |\nabla u|_j^n} \right) & j \in N(i) \\ -g_i |\nabla u|_i^n \sum_{m \in N(i)} \left(\frac{2}{|\nabla u|_i^n + |\nabla u|_m^n} \right) & j = i \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

Esquema numérico

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Las aproximaciones de $|\nabla u|$ vienen dadas según los siguientes casos:

- 1 Si $\kappa \leq 0$, entonces $|\nabla u|_i^n \approx |\nabla^- u|_i^n$, que viene dado por

$$|\nabla^- u|_i^n = (\max(D^{-x} u_i^n, 0)^2 + \min(D^{+x} u_i^n, 0)^2 + \max(D^{-y} u_i^n, 0)^2 + \min(D^{+y} u_i^n, 0)^2)^{1/2}$$

- 2 Si $\kappa > 0$, entonces $|\nabla u|_i^n \approx |\nabla^+ u|_i^n$, que viene dado por

$$|\nabla^+ u|_i^n = (\min(D^{-x} u_i^n, 0)^2 + \max(D^{+x} u_i^n, 0)^2 + \min(D^{-y} u_i^n, 0)^2 + \max(D^{+y} u_i^n, 0)^2)^{1/2}$$

Contenidos

1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

3 Conclusiones

Resultados

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Presentaremos tres tipos de imágenes

- *Imágenes básicas*
- *Imágenes que presentaron complicaciones*
- *Imágenes reales*

Algunas imágenes a estudiar

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales
Conclusiones
Referencias

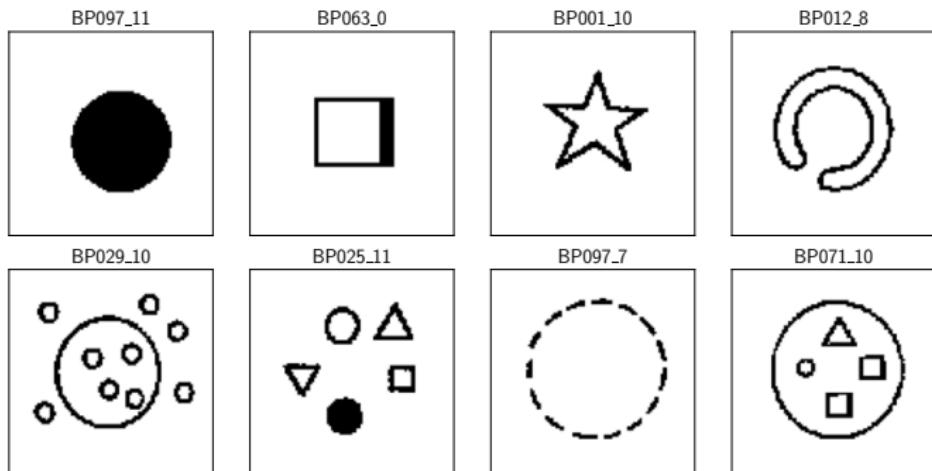


Figura: Estudio del conjunto de imágenes de los *Problemas de Bongard* [3].

Primeros resultados: Imágenes básicas

Discretización temporal τ

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Círculo

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales

Conclusiones
Referencias

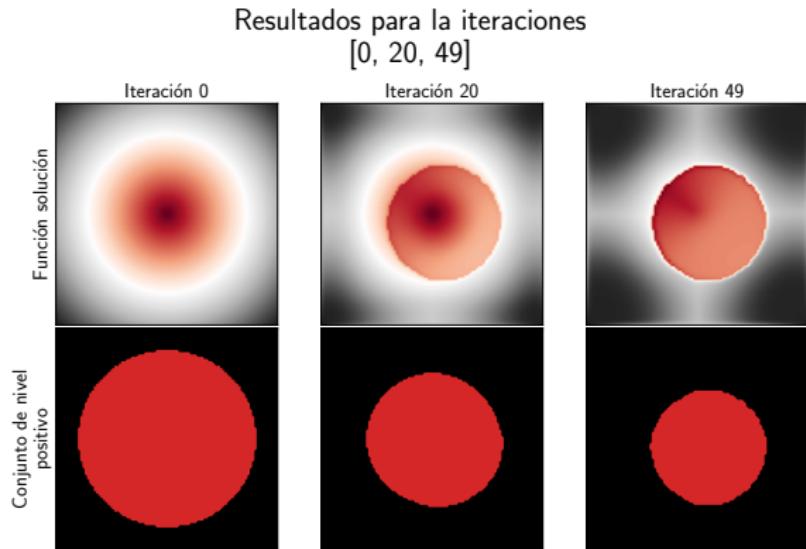


Figura: Imagen BP097_11, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Cuadrado

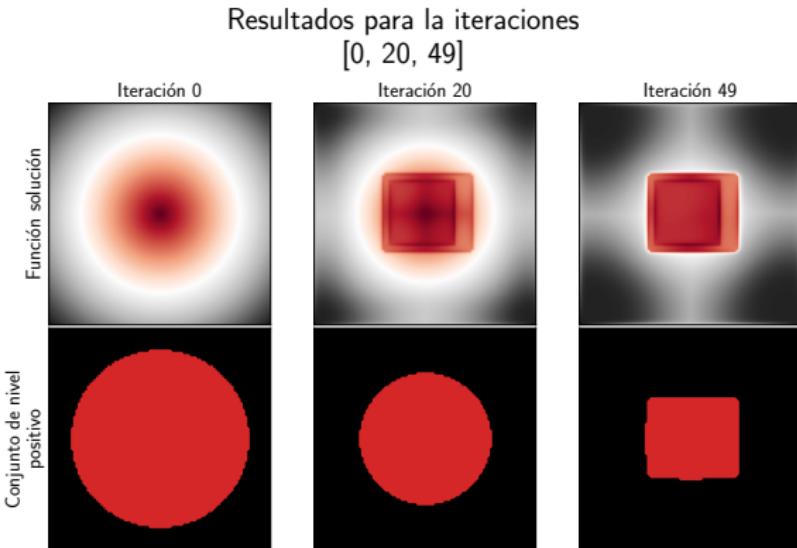


Figura: Imagen BP063_0, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Estrella

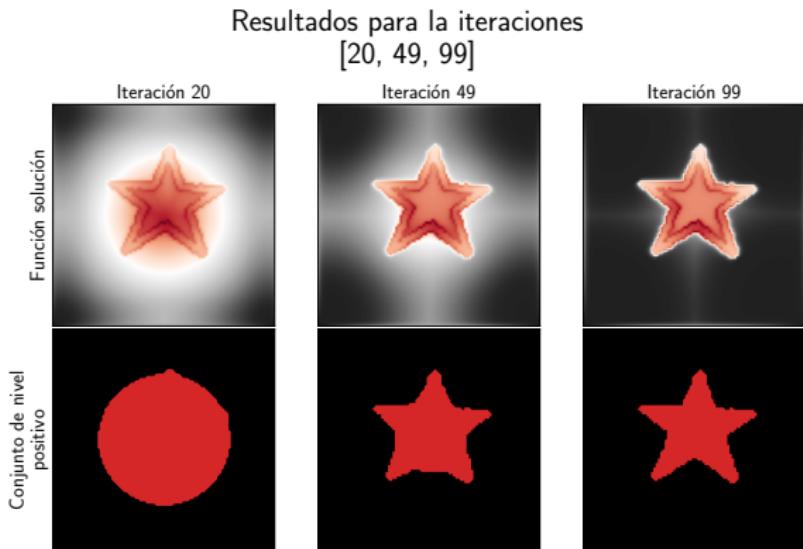


Figura: Imagen BP001_10, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Herradura

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imagenes básicas
Imagenes complicadas
Imagenes reales

Conclusiones
Referencias

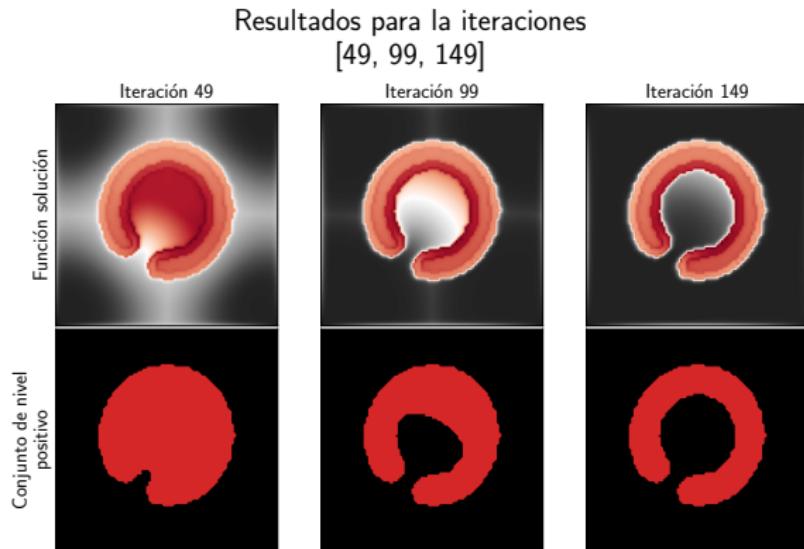


Figura: Imagen BP012_8, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Colección de círculos

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imagenes básicas
Imagenes complicadas
Imagenes reales

Conclusiones
Referencias

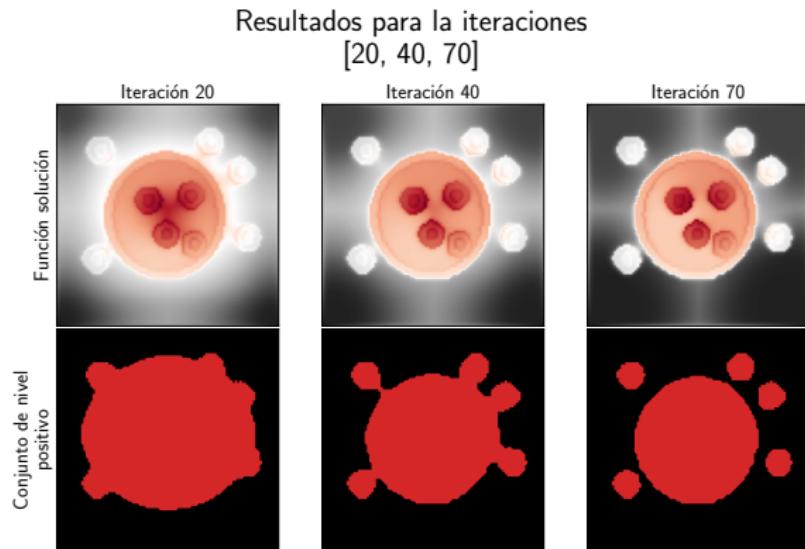


Figura: Imagen BP025_11, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.46), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Colección de figuras

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imagenes básicas
Imagenes complicadas
Imagenes reales

Conclusiones
Referencias

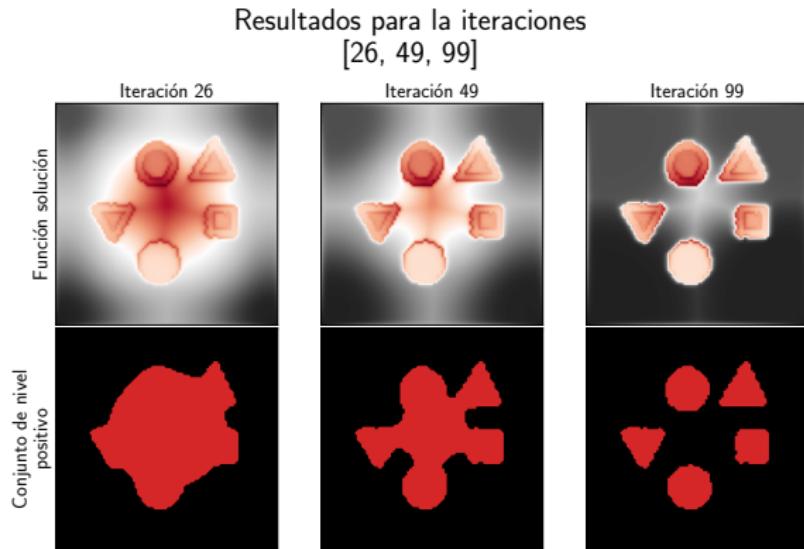


Figura: Imagen BP025_11, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.46), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Círculo punteado

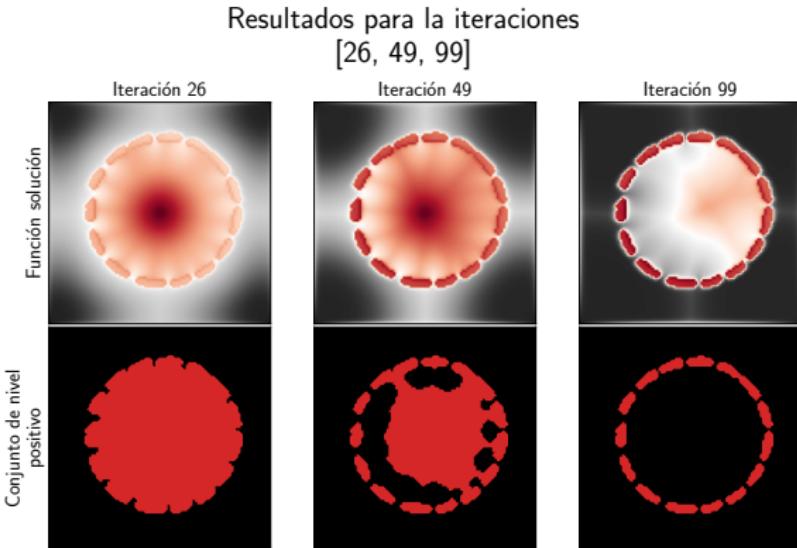


Figura: Imagen BP097_7, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.5, 0.5), radio=0.2, tau=0.1, k=-5.

Algunas figuras

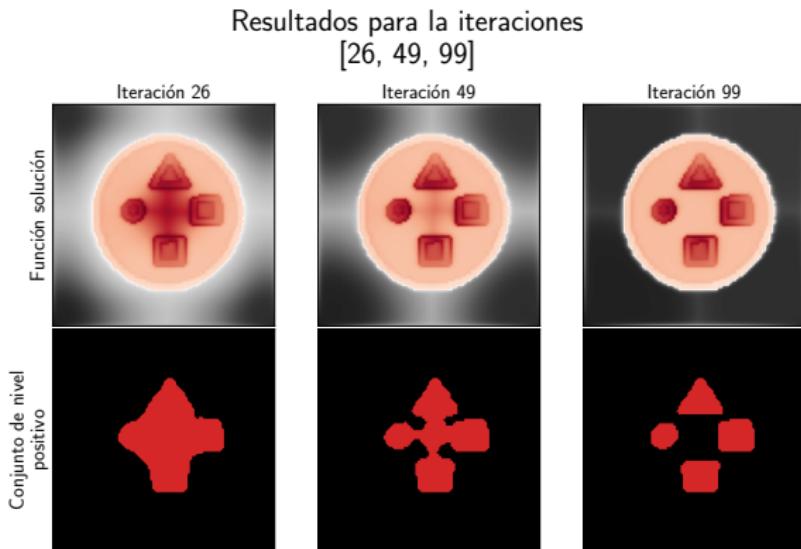


Figura: Imagen BP071_10, sigma=0.05, lambda=8, centro=(0.51, 0.49), radio=0.14, tau=0.1, k=-5.

Estudio de parámetros

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas
Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales
Conclusiones
Referencias

Comportamiento de parámetros σ y λ

Ambos son parámetros para procesar la imagen, antes de utilizar el método de segmentación.

- σ : Controla el desenfoque gaussiano,
- λ : Acentúa los gradientes de la imagen.

Experimentos

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

En los siguientes experimentos se fijarán tanto τ como κ , para valores 0,1 y -5, respectivamente. Se estudiará:

- 1** Factor de contraste λ grande
- 2** Factor de contraste λ pequeño
- 3** Desenfoque con σ grande

Experimentos

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales

Conclusiones
Referencias

Variables de control

- $\sigma = 0,01$
- $\lambda = 5$

Variables de prueba

- 1 $\lambda = 15$
- 2 $\lambda = 1$
- 3 $\sigma = 1$

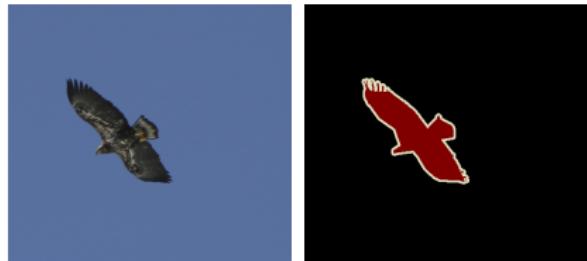


Figura: Imagen 2009_001314 del conjunto de datos *PASCAL VOC2012*.

Conjunto de imágenes reales

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

PASCAL VOC2012 [4]

Conjunto de datos de prueba para la tarea de segmentación de imágenes.



Figura: Imagen 2009_005078 del conjunto de datos *PASCAL VOC2012*.

Conjunto de imágenes reales

Métricas [2]

$$\text{Precision}(\Omega_{\text{EDP}}, +) = \frac{|\Omega_{\text{EDP}}^+ \cap \Omega_{\text{target}}^+|}{|\Omega_{\text{EDP}}^+|}$$

$$\text{Recall}(\Omega_{\text{EDP}}, +) = \frac{|\Omega_{\text{EDP}}^+ \cap \Omega_{\text{target}}^+|}{|\Omega_{\text{target}}^+|}$$

$$\text{F1-score}(\Omega_{\text{EDP}}, +) = \frac{2}{\frac{1}{\text{Precision}(\Omega_{\text{EDP}}, +)} + \frac{1}{\text{Recall}(\Omega_{\text{EDP}}, +)}}$$

Resultados

Factor de contraste λ grande

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Resultados

Factor de contraste λ pequeño

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Resultados

Desenfoque con σ grande

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

Pájaro

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

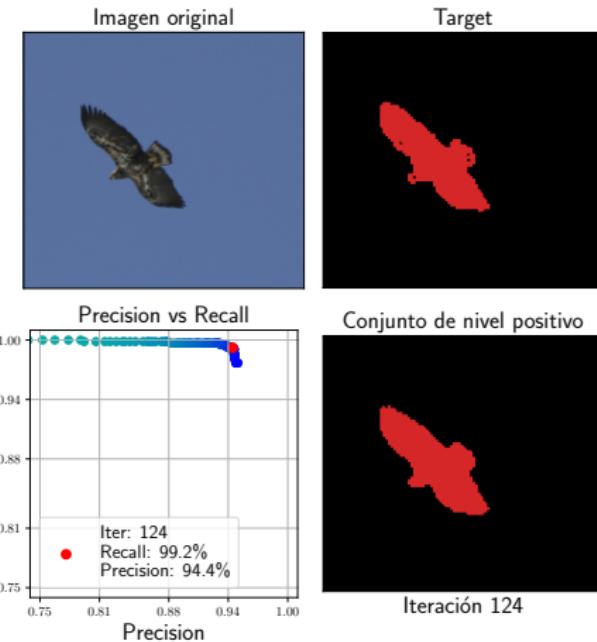


Figura: Imagen 2009_001314, sigma=0.01, lambda=5, centro=(0.4, 0.5), radio=0.18, tau=0.1, k=-5.

Cordero

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales

Conclusiones
Referencias

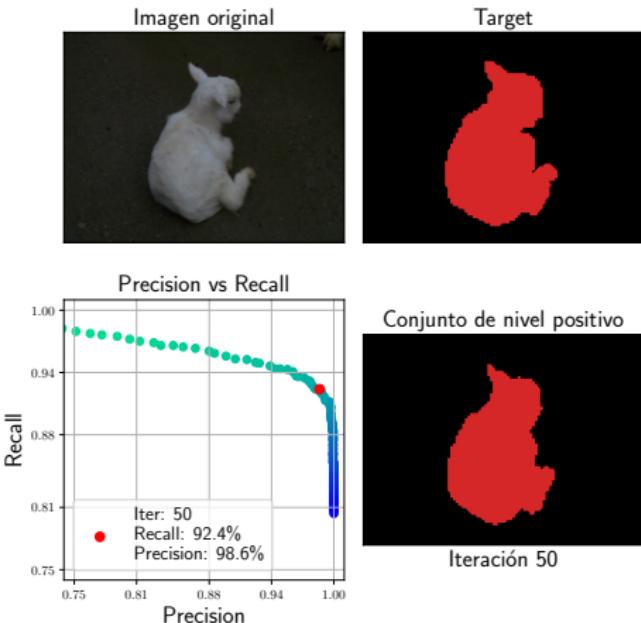


Figura: Imagen 2008_004621, sigma=0.5, lambda=5, centro=(0.5, 0.53), radio=0.18, tau=0.1, k=-5.

Avión

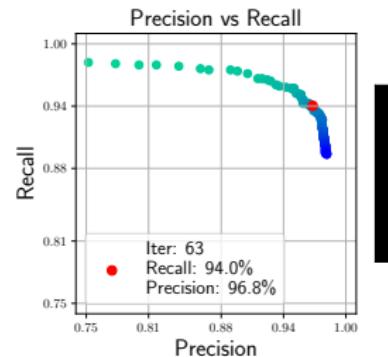
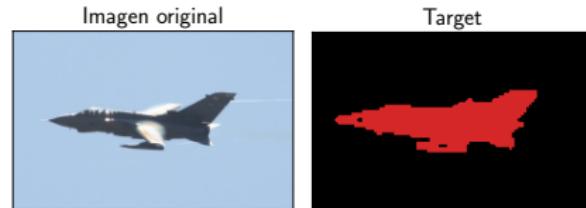


Figura: Imagen 2007_004052, sigma=0.01, lambda=5, centro=(0.5, 0.5), radio=0.14, excentricidad=1.8, tau=0.1, k=-5.

Moto

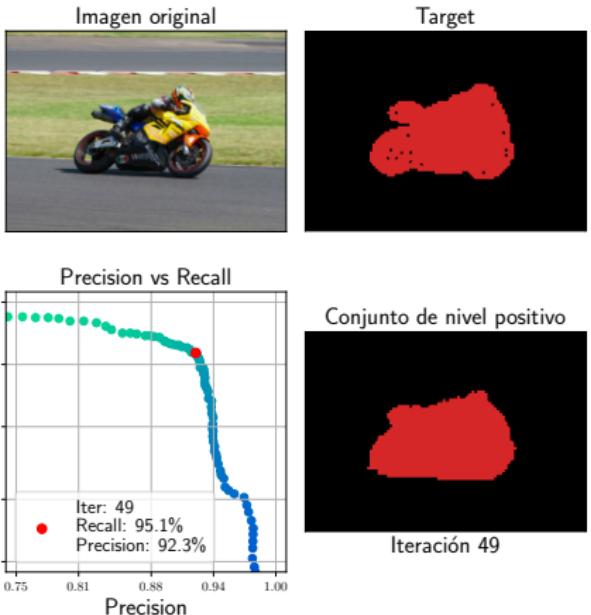


Figura: Imagen 2009_005078, sigma=0.01, lambda=10, centro=(0.5, 0.54), radio=0.14, excentricidad=1.5, tau=0.1, k=-5.

Persona

Introducción

Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

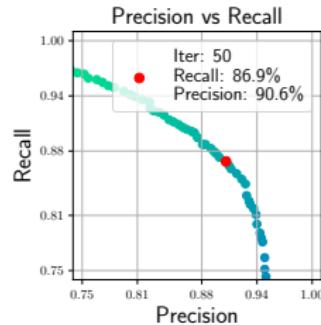
Imagen original



Target



Conjunto de nivel positivo
Iteración 50



Iteración 50

Figura: Imagen 2008_002247, sigma=0.05, lambda=10, centro=(0.4, 0.62), radio=0.23, excentricidad=0.57, tau=0.1, k=-5.

Contenidos

1 Introducción

- Motivación
- Propuesta del proyecto
- Marco teórico
- EDP
- Diferencias finitas

2 Resultados

- Imágenes básicas
- Imágenes complicadas
- Imágenes reales

3 Conclusiones

Limitaciones del método

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

- Imágenes con ruido de fondo
- Imágenes con poco contraste
- Segmentos que no quedan definidos por el gradiente de las intensidades
- Segmentos ambiguos
- Aplicable solo a imágenes en escala de grises

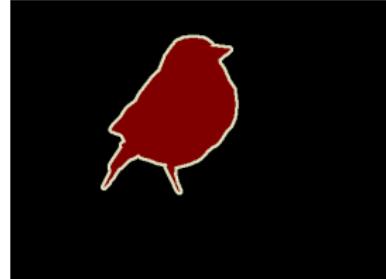


Figura: Imagen 2010_001061 del conjunto de datos *PASCAL VOC2012*.

Ventajas del método

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

- Modelo no necesita ser entrenado
- EDP otorga interpretabilidad del proceso
- La elección de la curva inicial C_0 da libertades para segmentar objetos particulares de la imagen según su posición

Desventajas del método

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

- Requiere que el área a segmentar sea simplemente conexa
- Elección de parámetros σ, λ , dependiente de la imagen
- Su desempeño no es competitivo contra modelos neuronales [2]

Referencias I

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas
Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales
Conclusiones
Referencias



Weickert, J., Kühne, G.

Fast methods for implicit active contour models

In Geometric level set methods in imaging, vision, and graphics (pp. 43-57). Springer, New York, NY; 2003.

DOI: [10.1007/0-387-21810-6_3](https://doi.org/10.1007/0-387-21810-6_3)



Minaee, S., Boykov, Y. Y., Porikli, F., Plaza, A. J., Kehtarnavaz, N., Terzopoulos, D.

Image segmentation using deep learning: A survey

IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2021.

DOI: [10.1109/TPAMI.2021.3059968](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2021.3059968)

Referencias II

Introducción
Motivación
Propuesta del proyecto
Marco teórico
EDP
Diferencias finitas

Resultados
Imágenes básicas
Imágenes complicadas
Imágenes reales

Conclusiones
Referencias



Bongard, M. M.

Pattern Recognition

Rochelle Park, N.J.: Hayden Book Co., Spartan Books.

(Original publication: Nauka Press, Moscow, 1967)

PDF



Everingham, M., VanGool, L., Williams, C. K. I., Winn, J., Zisserman, A.

The PASCAL Visual Object Classes Challenge 2012
(VOC2012) Results

URL: [http://www.pascal-](http://www.pascal-network.org/challenges/VOC/voc2012/workshop/index.html)

[network.org/challenges/VOC/voc2012/workshop/index.html](http://www.pascal-network.org/challenges/VOC/voc2012/workshop/index.html)

Introducción

Motivación

Propuesta del
proyecto

Marco teórico

EDP

Diferencias finitas

Resultados

Imágenes básicas

Imágenes
complicadas

Imágenes reales

Conclusiones

Referencias

¡Gracias por su atención!