

ALJABAR BOOLE

**TK13023
COMPUTATION II**

KELAS A,B,C DAN D

DOSEN KOORD: LELY HIRYANTO



UNTAR
Universitas Tarumanagara



UNTAR untuk INDONESIA

PENDAHULUAN

- Aljabar Boole terdiri dari:
 - Himpunan yang anggotanya terdiri dari 1 dan 0
1 : Benar 0 : Salah
 - Komplemen : \bar{A}
 $\bar{1} = 0$ $\bar{0} = 1$
 - Himpunan operator
Penjumlahan (OR) : +
Perkalian (AND) : .



UNTAR
Universitas Tarumanagara

Terakreditasi
BAN PT

A
Linggi

QS STARS
RATING SYSTEM
2019

AMBA
ACCREDITED

IAABE

CPA
AUSTRALIA

ICAEW
CHARTERED
ACCOUNTANTS

UNTAR untuk INDONESIA

ATURAN PENJUMLAHAN/PERKALIAN

- Penjumlahan

$$1 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$0 + 0 = 0$$

- Perkalian

$$1 . 1 = 1$$

$$1 . 0 = 0$$

$$0 . 1 = 0$$

$$0 . 0 = 0$$



OPERATOR LOJIK (LOGICAL OPERATORS)

0 : Salah

1 : Benar

\neg : Komplemen

\vee : Penjumlahan

\wedge : Perkalian

F : Salah

T : Benar

\neg : Komplemen

\vee : OR

\wedge : AND



Contoh

- Persamaan Boole

$$1 \cdot 0 + \overline{(0 + 1)} = 0 + \bar{1} = 0 + 0 = 0$$

- Operator Logik

$$(T \wedge F) \vee \neg(T \vee F) \equiv F$$



Fungsi Boole

- Ekspresi Boole

$0, 1, X_1, X_2, \dots, X_n$

- Fungsi Boole

$$F(x, y, z) = xy + \bar{z}$$



TABEL KEBENARAN DARI FUNGSI BOOLE

$$F(x, y, z) = xy + \bar{z}$$

x	y	z	xy	\bar{z}	$F(x, y, z) = xy + \bar{z}$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1

TABLE 5 Boolean Identities.

<i>Identity</i>	<i>Name</i>
$\overline{\overline{x}} = x$	Law of the double complement
$x + x = x$ $x \cdot x = x$	Idempotent laws
$x + 0 = x$ $x \cdot 1 = x$	Identity laws
$x + 1 = 1$ $x \cdot 0 = 0$	Domination laws
$x + y = y + x$ $xy = yx$	Commutative laws

Boolean Identities

$x + (y + z) = (x + y) + z$ $x(yz) = (xy)z$	Associative laws
$x + yz = (x + y)(x + z)$ $x(y + z) = xy + xz$	Distributive laws
$\overline{(xy)} = \bar{x} + \bar{y}$ $\overline{(x + y)} = \bar{x} \bar{y}$	De Morgan's laws
$x + xy = x$ $x(x + y) = x$	Absorption laws
$x + \bar{x} = 1$	Unit property
$x\bar{x} = 0$	Zero property

PEMBUKTIAN RUMUS (1)

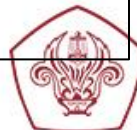
• Pembuktian Boolean Identities

Pembuktian Hukum Distributif

$$x + yz = (x + y)(x + z)$$

Dengan menggunakan tabel kebenaran

x	y	z	yz	x+y	x+z	x+yz	(x+y)(x+z)
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0



PEMBUKTIAN RUMUS (2)

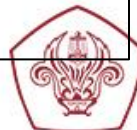
• Pembuktian Boolean Identities

Absorption law

$$x(x + y) = x$$

Dengan menggunakan Boolean Identities yang lain

$$\begin{aligned} x(x + y) &= (x + 0)(x + y) \\ &= x + 0 \cdot y \\ &= x + y \cdot 0 \\ &= x + 0 \\ &= x \end{aligned}$$



PEMBUKTIAN RUMUS (3)

• Pembuktian Identities

Boolean

Absorption law

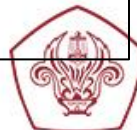
$$x + xy = x$$

Dengan menggunakan Duality principle

Dengan menggunakan Boolean Identity pasangannya yg telah dibuktikan pada Pembuktian rumus 2

$$x(x + y) = x$$

Maka persamaan $x + xy = x$
Terbukti benar



Minterms

- *Minterm* merupakan kombinasi dari variabel biner dalam bentuk perkalian

$$x = 1$$
$$\bar{x} = 0$$

• Contoh Minterm

x	y	z	MinTerms
0	0	0	$\bar{x} \bar{y} \bar{z}$
0	0	1	$\bar{x} \bar{y} z$
0	1	0	$\bar{x} y \bar{z}$
0	1	1	$\bar{x} y z$
1	0	0	$x \bar{y} \bar{z}$
1	0	1	$x \bar{y} z$
1	1	0	$x y \bar{z}$
1	1	1	$x y z$



Sum of Product

- Membuat persamaan Boole dalam bentuk Sum of Product (dalam bentuk Minterm) yang lengkap
- Variabel yang tidak ada dalam pers. Boole dilengkapi
- Contoh
Jadikan persamaan Boole berikut dalam bentuk Sum of Product

$$F(x,y,z) = (x + y) \bar{z}$$

$$\begin{aligned} F(x,y,z) &= (x + y) \bar{z} \\ &= x \bar{z} + y \bar{z} \\ &= x 1 \bar{z} + 1 y \bar{z} \\ &= x (y + \bar{y}) \bar{z} + (x + \bar{x}) y \bar{z} \\ &= xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} \\ &= xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} . \end{aligned}$$



LATIHAN SOAL

1. (30 poin) Buatlah tabel kebenaran dari fungsi Boole berikut

$$F(x,y,z) = \bar{x} y + \bar{y} z$$

2. (30 poin) Tunjukkan bahwa

$$x \bar{y} + y \bar{z} + \bar{x} z = \bar{x} y + \bar{y} z + x \bar{z}$$



UNTAR
Universitas Tarumanagara



UNTAR untuk INDONESIA

LATIHAN SOAL

3. (40 poin) Tentukan bentuk Sum of Product dari fungsi Boole berikut :

a. $F(x,y,z) = \bar{x} y + \bar{y} z$

b. $F(x,y,z) = x \bar{y} + y \bar{z} + \bar{x} z$



UNTAR
Universitas Tarumanagara



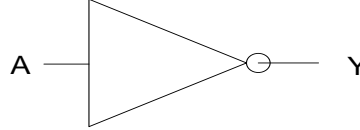
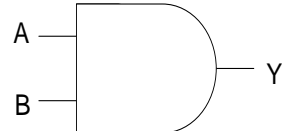
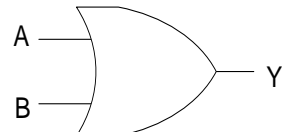
UNTAR untuk INDONESIA

Gerbang Digital

- Gerbang Logika (*Logical Gates*) atau gerbang digital merupakan komponen dasar elektronika digital
- **Komponen digital** hanya mempunyai 2 keadaan yaitu:
 - Tegangan tinggi : +5 Volt
 - Tegangan rendah : 0 Volt
- Dalam bentuk **bilangan biner** keadaan pada:
 - Tegangan tinggi : bit 1
 - Tegangan rendah : bit 0

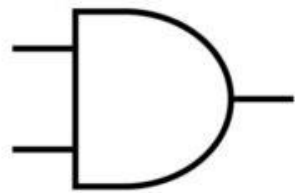


• Gerbang Logika Dasar

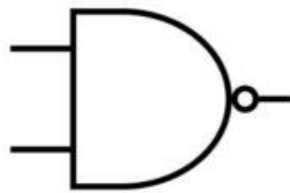
NAMA	SIMBOL	TABEL KEBENARAN															
Inverter		<table><tr><td>A</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	Y	0	1	1	0									
A	Y																
0	1																
1	0																
AND		<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	Y															
0	0	0															
0	1	0															
1	0	0															
1	1	1															
OR		<table><tr><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	Y															
0	0	0															
0	1	1															
1	0	1															
1	1	1															

Simbol Gerbang Digital

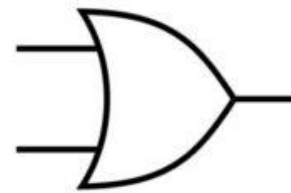
LOGIC GATE SYMBOLS



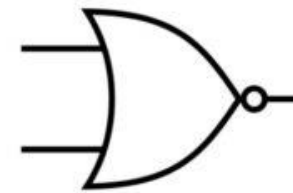
AND



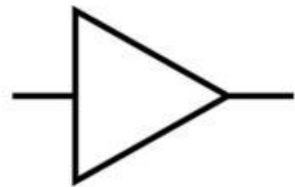
NAND



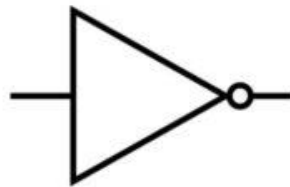
OR



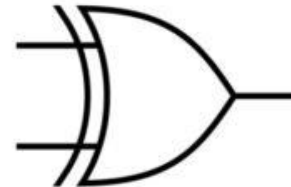
NOR



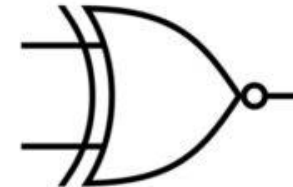
BUFFER



NOT



XOR



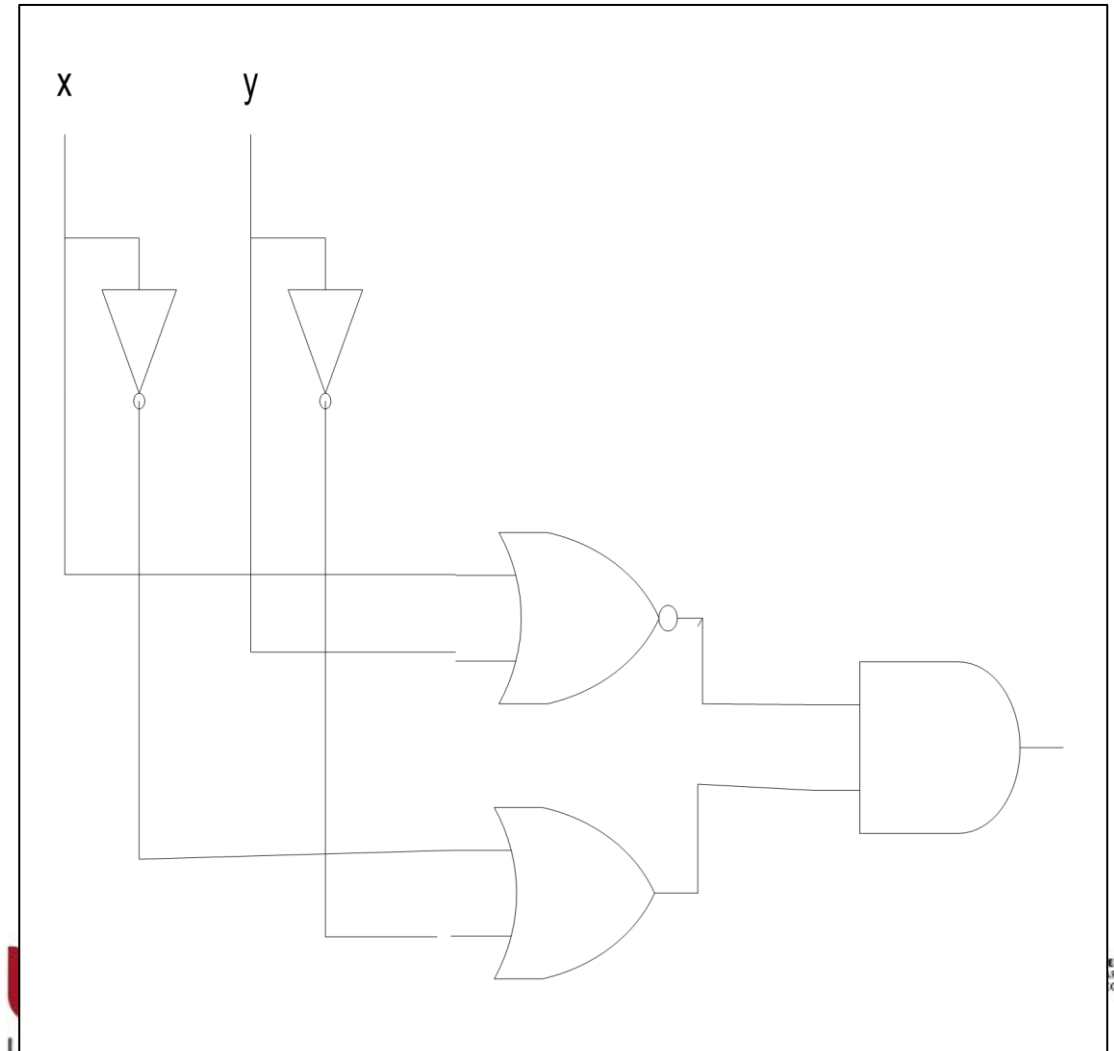
XNOR



Rangkaian Kombinatorial

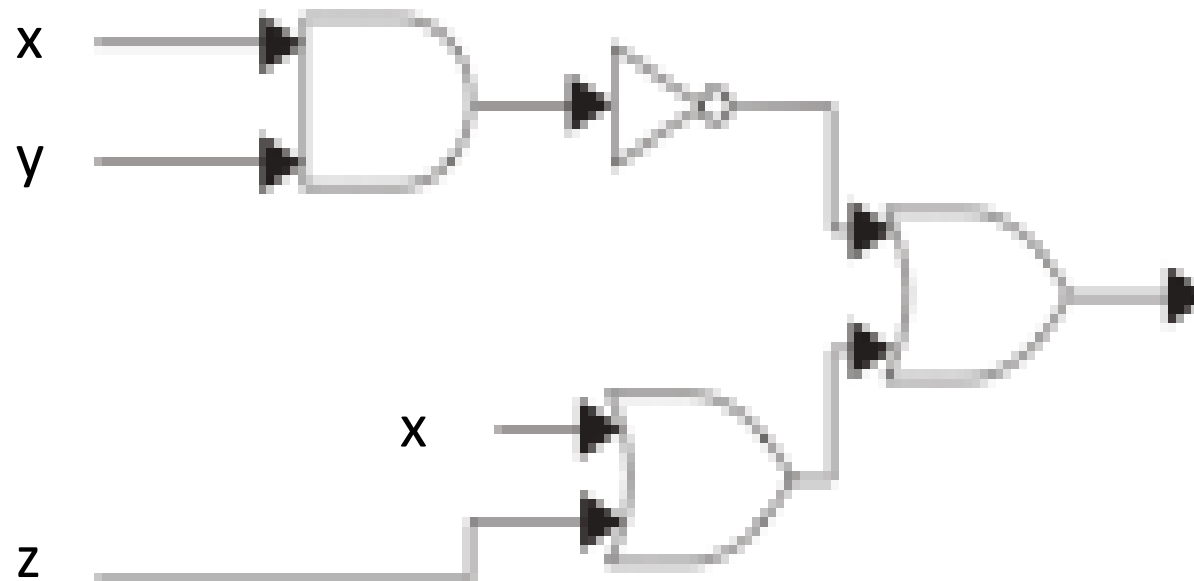
- Rangkaian kombinatorial terdiri dari beberapa gerbang logika yang outputnya tergantung pada kombinasi inputnya pada saat itu (*present state*).
- Contoh : Rangkaian komb. dari Pers. Boole

$$F(x, y) = (x + y)'(x' + y')$$



LATIHAN SOAL

1. (20 poin) Carilah Output dari rangkaian berikut



UNTAR
Universitas Tarumanagara

Terakreditasi
BAN PT

A
Linggi

QS STARS
RATING SYSTEM
2019

AMBA
AMBA
AMBA

CPA
AUSTRALIA

ICAEW
CHARTERED
ACCOUNTANTS

UNTAR untuk INDONESIA

LATIHAN SOAL

2. (80 poin) Desain Rangkaian Kombinatorial dari fungsi Boole berikut:

a) $\bar{x} + y$

b) $\overline{(x + y)} x$

c) $x y z + \bar{x} \bar{y} \bar{z}$

d) $\overline{(\bar{x} + z)(y + \bar{z})}$



UNTAR
Universitas Tarumanagara



UNTAR untuk INDONESIA