tugas pertemuan 9

535230080 - Georgia Sugisandhea

PPTI

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 8 & -1-\lambda \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari A:

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 8 & -1-\lambda \end{vmatrix} = (3-\lambda)(-1-\lambda) - 0 = 0$$

$$= -3 - 3\lambda + \lambda + \lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0 \qquad -3 \cdot 1$$

$$(\lambda - 3)(\lambda + 1) \qquad -3 + 1$$

nilai eigen dari A = $\lambda = -1$ dan $\lambda = 3$

$$(A - \lambda I)x = \begin{bmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 8 & -1-\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

jika $\lambda_1 = -1$, maka $\begin{bmatrix} 3+1 & 0 \\ 8 & -1+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

reduksi baris: $\left(\begin{array}{cc|c} 4 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(-2)} \left(\begin{array}{cc|c} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$x_2 = x_2 \qquad x_1 = 0$

vektor eigen dari A adalah $v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

jika $\lambda_2 = 3$, maka $\begin{bmatrix} 3-3 & 0 \\ 8 & -1-3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$x_1 = x_1 \qquad 8x_1 - 4x_2 = 0$

$x_2 = 2x_1 \longrightarrow 8x_1 = 4x_2$

$x_2 = 2x_1$

vektor eigen dari A adalah $v_2 = \begin{bmatrix} x_1 \\ 2x_1 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$A - \lambda I = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & -1 & 4 \\ 3 & 2-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & -1-\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 & 4 \\ 3 & 2-\lambda & -1 \\ 2 & 1 & -1-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 2\lambda^2 + 5\lambda - 6$$

$$(\lambda - 3)(-\lambda^2 - \lambda + 2)$$

$$(\lambda - 3)(-\lambda - 2)(\lambda - 1)$$

nilai eigen = $\lambda = 3$, $\lambda = -2$, $\lambda = 1$

jika $\lambda = 3$, maka $\begin{bmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

reduksi baris: $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_1(-\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(-3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 5 & 0 \\ 2 & 1 & -4 & 0 \end{array}\right)$

$$\xrightarrow{H_{31}(-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -2 & 0 \\ 0 & -\frac{5}{2} & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$x_3 = x_3$

$-\frac{5}{2}x_2 + 5x_3 = 0$

$5x_3 = \frac{5}{2}x_2$

$x_2 = 2x_3$

$x_1 + \frac{1}{2}x_2 - 2x_3 = 0$

$x_1 + x_3 - 2x_3 = 0$

$x_1 = x_3$

vektor eigen dari A adalah $v_1 = \begin{bmatrix} x_3 \\ 2x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

Jika $\lambda = -2$, maka $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_1(\frac{1}{3})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(-3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 5 & -5 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{H_{31}(-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 5 & -5 & 0 \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{5}{3} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_2(\frac{1}{5})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{5}{3} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{31}(-\frac{5}{3})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$x_3 = x_3$

$x_2 - x_3 = 0$

$x_2 = x_3$

$x_1 - \frac{1}{3}x_2 + \frac{4}{3}x_3 = 0$

$x_1 - \frac{1}{3}x_3 + \frac{4}{3}x_3 = 0$

$x_1 + x_3 = 0$

$x_1 = -x_3$

Vektor eigen dari A adalah $v_2 = \begin{bmatrix} -x_3 \\ x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Jika $\lambda = 1$, maka $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{31}} \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_1(\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(-3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{H_2(-2)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 6 & -1 & 4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{32}(1)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$x_3 = x_3$

$x_2 - 4x_3 = 0$

$x_2 = 4x_3$

$x_1 + \frac{1}{2}x_2 - x_3 = 0$

$x_1 + 2x_3 - x_3 = 0$

$x_1 + x_3 = 0 \rightarrow x_1 = -x_3$

vektor eigen dari A adalah adalah $v_3 = \begin{bmatrix} -x_3 \\ 4x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -6 & -2 & 0 \\ 19 & 5 & -4 \end{bmatrix}$

$$(A - \lambda I) = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ -6 & -2 & 0 \\ 19 & 5 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2-\lambda & 0 & 1 \\ -6 & -2-\lambda & 0 \\ 19 & 5 & -4-\lambda \end{bmatrix}$$

$\det(A - \lambda I) = -\lambda^3 - 8\lambda^2 - \lambda - 8 = (-\lambda - 8)(\lambda^2 + 1)$

↳ bilangan imajiner

nilai eigen dari A $= \lambda = -8$

jika $\lambda = -8$, maka $\begin{bmatrix} 6 & 0 & 1 \\ -6 & 6 & 0 \\ 19 & 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 6 & 0 & 0 \\ 19 & 5 & 4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_1(\frac{1}{6})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ -6 & 6 & 0 & 0 \\ 19 & 5 & 4 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(6)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 \\ 19 & 5 & 4 & 0 \end{array}\right)$

$\xrightarrow{H_{31}(-19)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & \frac{5}{6} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_2(\frac{1}{6})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 5 & \frac{5}{6} & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{32}(-5)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$x_3 = x_3 \qquad x_2 + \frac{1}{6}x_3 = 0 \qquad x_1 + \frac{1}{6}x_3 = 0$

$x_2 = -\frac{1}{6}x_3 \qquad x_1 = -\frac{1}{6}x_3$

Vektor eigen dari A adalah $v_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6}x_3 \\ -\frac{1}{6}x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} \\ 1 \end{bmatrix}$

PPT 2

1. vektor eigen dari A adalah $v_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ x_2 \end{bmatrix} = x_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ -> no. 1 PPT 1

asumsi $x_2 = 1$, maka $p_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

vektor eigen dari A adalah $v_2 = \begin{bmatrix} x_1 \\ 2x_1 \end{bmatrix} = x_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ -> no. 1 PPT 1

asumsi $x_1 = 1$, maka $p_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

$P = [p_1, p_2] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow P^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

diagonalisasi matriks $A = P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

$P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

2. vektor eigen dari A adalah $v_1 = \begin{bmatrix} x_3 \\ 2x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ -> no. 2 PPT 1

asumsi $x_3 = 1$, maka $p_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

vektor eigen dari A adalah $v_2 = \begin{bmatrix} -x_3 \\ x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ -> no. 2 PPT 1

asumsi $x_3 = 1$, maka $p_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

vektor eigen dari A adalah $v_3 = \begin{bmatrix} -x_3 \\ 4x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ -> no. 2 PPT 1

asumsi $x_3 = 1$, maka $p_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

$P = [p_1, p_2, p_3] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow P^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$

diagonalisasi matriks $A = P^{-1}AP = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. $$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A-\lambda I) = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-\lambda & 4 & -2 \\ -3 & 4-\lambda & 0 \\ -3 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(A-\lambda I) = \begin{vmatrix} -1-\lambda & 4 & -2 \\ -3 & 4-\lambda & 0 \\ -3 & 1 & 3-\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^3 + 6\lambda^2 - 11\lambda + 6$$

$$= (-\lambda+3)(\lambda-2)(\lambda-1)$$

$$\lambda = 3 \qquad \lambda = 2 \qquad \lambda = 1$$

$$(A-\lambda I)x = \begin{bmatrix} -1-\lambda & 4 & -2 \\ -3 & 4-\lambda & 0 \\ -3 & 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Jika $\lambda = 3$, maka = $\begin{bmatrix} -4 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

reduksi baris = $\left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 4 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{32}(-1)} \left(\begin{array}{ccc|c} -4 & 4 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$\xrightarrow{H_1(-\frac{1}{4})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$x_3 = x_3$

$-2x_2 + \frac{3}{2}x_3 = 0$

$-2x_2 = -\frac{3}{2}x_3$

$x_2 = \frac{3}{4}x_3$

$x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 0$

$x_1 - \frac{3}{4}x_3 + \frac{2}{4}x_3 = 0$

$x_1 = \frac{1}{4}x_3$

vektor eigen dari A adalah $v_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}x_3 \\ \frac{3}{4}x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \\ 1 \end{bmatrix}$

Jika $\lambda = 2$, maka = $\begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

reduksi baris = $\left(\begin{array}{ccc|c} -3 & 4 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_1(-\frac{1}{3})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{21}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$

$\xrightarrow{H_{31}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_2(-\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{32}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$x_3 = x_3$

$x_2 - x_3 = 0$

$x_2 = x_3$

$x_1 - \frac{4}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 = 0$

$x_1 - \frac{4}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_3 = 0$

$x_1 = \frac{2}{3}x_3$

vektor eigen dari A adalah $v_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}x_3 \\ x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

jika $\lambda = 1$, maka : $\begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

reduksi baris : $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 4 & -2 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_1(-\frac{1}{2})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$

$\xrightarrow{H_{21}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_{31}(3)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 3 & 0 \\ 0 & -5 & 5 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{H_2(-\frac{1}{3})} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & 5 & 0 \end{array}\right)$

$\xrightarrow{H_{32}(5)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

$x_3 = x_3$; $x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$

$x_2 - x_3 = x_3$; $x_1 - 2x_3 + x_3 = 0$

$x_2 = x_3$; $x_1 - x_3 = 0$

$x_1 = x_3$

Vektor eigen dari A adalah $v_3 = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_3 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

vektor eigen A =

$v_1 = x_3 \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \\ 1 \end{bmatrix}$ -> asumsi $x_3 = 1$, maka $P_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} \\ 1 \end{bmatrix}$

$v_2 = x_3 \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ -> asumsi $x_3 = 1$, maka $P_2 = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$v_3 = x_3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ -> asumsi $x_3 = 1$, maka $P_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$P = [P_1, P_2, P_3] = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{2}{3} & 1 \\ \frac{3}{4} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{5}{12} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$

diagonalisasi matriks A = $P^{-1} A P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{5}{12} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{2}{3} & 1 \\ \frac{3}{4} & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$P^{-1} A P = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$