DETERMINAN MATRIKS

TK13023
COMPUTATION II

Determinan?

- $f(x) = x^2$
  - mengasosiasikan bilangan riil $f(x)$ dengan nilai riil dari variabel x.
- $f(A) = \det(A)$
  - Fungsi yang mengasosiasikan sebuah bilangan riil $f(A)$ dengan sebuah matriks A.
- Penerapan: penentuan invers matriks
  - Invers matriks digunakan untuk menyelesaikan Sistem Persamaan Linier

Perhitungan Determinan

- Matriks 2 x 2

$$\det A = |A| = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a \times d - b \times c = ad - bc$$

Contoh :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \text{ maka det A} = |A| = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = 1.4 - 2.3 = 4 - 6 = -2$$

Metode Sarrus

Matriks 3 x 3

Metode Sarrus

- Hanya untuk matriks berordo 3 x 3
- Langkah-Langkah:
  - Tuliskan kembali elemen-elemen pada kolom 1 dan kolom 2 disebelah kanan garis vertikal,
  - Jumlahkan hasil kali elemen-elemen yang terletak pada dan sejajar diagonal utama, kemudian kurangi dengan hasil kali unsur-unsur yang terletak pada dan sejajar diagonal samping.

Metode Sarrus

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

- $|A| = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{33}a_{21}a_{12}$

Contoh

Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ Tentukan nilai determinan matriks A.

Jawab :

$$\det A = \left[\begin{array}{ccc} -3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{array}\right]\begin{array}{cc} -3 & 4 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$$

$$= [(-3 \times 1 \times (-1)) + (4 \times 3 \times 1) + (2 \times 2 \times 0)] - [(1 \times 1 \times 2) + (0 \times 3 \times (-3)) + (-1 \times 2 \times 4)]$$

$$= (3 + 12 + 0) - (2 + 0 - 8) = 21$$

Jadi, nilai determinan matriks A adalah 21.

Metode Reduksi Baris

Eliminasi Gauss

Matriks Bentuk Eselon Baris Tereduksi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Suatu matriks dikatakan memiliki bentuk eselon baris tereduksi jika memenuhi syarat-syarat berikut :
  - Untuk semua baris yang elemen-elemennya tak nol, maka bilangan pertama pada baris tersebut haruslah = 1 (disebut satu utama).
  - Untuk sebarang dua baris yang berurutan, maka satu utama yang terletak pada baris yang lebih bawah harus terletak lebih kekanan dari pada satu utama pada baris yang lebih atas.
  - Jika suatu baris semua elemennya adalah nol, maka baris tersebut diletakkan pada bagian bawah matriks.
  - Kolom yang memiliki satu utama harus memiliki elemen nol ditempat lainnya.

Transformasi (operasi) Elementer pada Baris

- Penukaran tempat baris ke i dan ke j (baris ke i dijadikan baris ke j dan baris ke j dijadikan baris ke i), ditulis $H_{ij}(A)$

  - $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka $H_{12}(A) = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $H_{23}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Transformasi Elementer pada Baris Matriks

- Memperkalikan baris ke i dengan skalar λ ≠ 0, ditulis $H_{i(\lambda)}$ (A)
  - $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka $H_{2(-2)}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -4 & -2 & -2 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ dan $H_{3\left(\frac{1}{2}\right)}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$
- Menambah baris ke i dengan λ kali baris ke j, ditulis $H_{ij(\lambda)}(A)$
  - $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ maka $H_{31(1)}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 1 & 5 \end{bmatrix}$ dan $H_{23(-1)}(A) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Teorema 3

a) Jika A'adalah matriks yang dihasilkan bila baris tunggal A dikalikan oleh konstanta k, maka:
   - $\det(A') = k \det(A)$

b) Jika A'adalah matriks yang dihasilkan bila dua baris A dipertukarkan, maka:
   - $\det(A') = -\det(A)$

c) Jika A'adalah matriks yang dihasilkan bila kelipatan satu baris A ditambahkan pada baris lain, maka:
   - $\det(A') = \det(A)$

Contoh

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{bmatrix} \qquad \det(A) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 3 & -6 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{1.}\ \boldsymbol{H_{12}} \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-6} & \mathbf{9} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Teorema 3b)

$$\det(A) = -\begin{vmatrix} 3 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{2.}\ \boldsymbol{H_{1(3)}} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{-6} & \mathbf{9} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Teorema 3a)

$$\det(A) = -3\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{3.}\ \boldsymbol{H_{31(-2)}} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} & \mathbf{1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{10} & \mathbf{-5} \end{pmatrix}$$

Teorema 3c)

$$\det(A) = -3\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 10 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{4.}\ \boldsymbol{H_{32(-10)}} \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{10} & \mathbf{-5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{5} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{-55} \end{pmatrix}$$

Teorema 3c)

$$\det(A) = -3\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & -55 \end{vmatrix}$$

Contoh

3. $\boldsymbol{H_{31(-2)}\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\2 & 6 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 10 & -5\end{pmatrix}}$

Teorema 3c)

$$\det(A) = -3\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 10 & -5\end{vmatrix}$$

4. $\boldsymbol{H_{32(-10)}\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 10 & -5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 0 & -55\end{pmatrix}}$

Teorema 3c)

$$\det(A) = -3\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 0 & -55\end{vmatrix}$$

5. $\boldsymbol{H_{3(-55)}\begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 0 & -55\end{pmatrix}}$

Teorema 3a)

$$\det(A) = (-3)(-55)\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 0 & 1\end{vmatrix}$$

6. Metode Sarrus untuk $\boldsymbol{\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\0 & 1 & 5\\0 & 0 & 1\end{vmatrix} = 1}$

$$\det(A) = (-3)(-55)(1) = \mathbf{165}$$

Metode Minor & Kofaktor

Ekspansi Kofaktor atau Aturan Cramer

Definisi

- Jika A adalah suatu matriks bujur sangkar , maka ***minor anggota a_{ij}*** dinyatakan oleh M_{ij} dan didefinisikan sebagai determinan sub-matriks yang masih tersisa setelah baris ke-i dan kolom ke-j dihilangkan dari A.

$$M_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} \qquad M_{21} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 8 \end{vmatrix}$$

- Bilangan $(-1)^{i+j}M_{ij}$ dinyatakan oleh C_{ij} dan disebut ***kofaktor anggota a_{ij}***.

$$C_{11} = (-1)^{1+1}.M_{11} = (-1)^2.\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} = 16$$

$$C_{12} = (-1)^{1+2}.M_{12} = (-1)^3.\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} = -10$$

$$\begin{bmatrix} + & - & + & \dots \\ - & + & - & \dots \\ + & - & + & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Matriks Kofaktor: Contoh

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & 6 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

Matriks Kofaktor (C) untuk matriks A:

$$C = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 4 & 8 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Determinan dengan Ekspansi Kofaktor

Tinjau matriks 3 x 3 berikut

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

$$= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{21}(a_{13}a_{32} - a_{12}a_{33}) + a_{31}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})$$

$$\det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + a_{31}C_{31}$$

Ekspansi Kofaktor

- Ekspansi Kofaktor sepanjang kolom ke j
  - $\det(A) = a_{1j}C_{1j} + a_{2j}C_{2j} + \cdots + a_{nj}C_{nj}$

- Ekspansi Kofaktor sepanjang baris ke i
  - $\det(A) = a_{i1}C_{i1} + a_{i2}C_{i2} + \cdots + a_{in}C_{in}$

Contoh :

$$\text{Misalkan} \quad A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a_{11} & & \\ a_{21} & & \\ a_{31} & & \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 10 \end{pmatrix} \end{array}$$

Hitung det (A) dengan perluasan kofaktor di sepanjang kolom pertama A!

$$\det(A) = C_{11}.a_{11} + C_{21}.a_{21} + C_{31}.a_{31}$$

$$\det(A) = 1 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} + 7 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$$

$$= 1(2) - 4(-4) + 7(-3) = -3$$

Contoh :

Misalkan $A = \begin{array}{ccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ \left(\begin{matrix} 1 \\ 4 \\ 7 \end{matrix}\right. & \begin{matrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{matrix} & \left.\begin{matrix} 3 \\ 6 \\ 10 \end{matrix}\right) \end{array}$

Hitung det (A) dengan perluasan kofaktor di sepanjang baris pertama A!

$$\det(A) = C_{11}.a_{11} + C_{12}.a_{12} + C_{13}.a_{13}$$

$$\det(A) = 1\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 10 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 10 \end{pmatrix} + 3\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= 1(2) - 2(-2) + 3(-3) = -3$$

Ekspansi Kofaktor

Determinan dengan ekspansi kofaktor dapat dilakukan dengan perluasan baris atau perluasan kolom manapun. Semua perluasan akan menghasilkan nilai determinan yang sama.

Matriks 4 x 4

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det(A)} = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

Ekspansi Kofaktor di Sepanjang baris pertama A, dilanjutkan dengan sarrus:

$$\text{Det(A)} = 3\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 5 \\ 7 & 5 & 3 \end{vmatrix} - 5\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 3 \end{vmatrix} + (-2)\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 7 & 3 \end{vmatrix} - 6\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \end{vmatrix} = -18$$

Determinan Matriks 4 x 4

- Uraikan langkah-langkah mendapatkan determinan dari matriks A dengan menggabungkan metode reduksi baris dengan metode ekspansi kofaktor:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{bmatrix} \qquad \det(\mathrm{A}) = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix} = -18$$

Reduksi Baris

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

1. $H_{12}\left(\begin{vmatrix} 3 & 5 & -2 & 6 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}\right)$

$$\det(A) = -\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

2. $H_{21(-3)}\left(\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -2 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}\right)$

$$\det(A) = -\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

3. $H_{2(-1)}\left(\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$

$$\det(A) = -(-1)\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

3. $H_{2(-1)}\left(\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\2 & 4 & 1 & 5\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & -1 & 1 & 3\\2 & 4 & 1 & 5\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}$

$$\det(A) = \begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\2 & 4 & 1 & 5\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}$$

4. $H_{31(-2)}\left(\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\2 & 4 & 1 & 5\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}\right)$

$$\det(A) = \begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\0 & 0 & 3 & 3\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}$$

5. $H_{3(3)}\left(\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\0 & 0 & 1 & 1\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\0 & 0 & 3 & 3\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}$

$$\det(A) = 3\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\0 & 0 & 1 & 1\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}$$

6. $H_{41(-3)}\left(\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\0 & 0 & 1 & 1\\3 & 7 & 5 & 3\end{vmatrix}\right)$

$$\det(A) = 3\begin{vmatrix}1 & 2 & -1 & 1\\0 & 1 & -1 & -3\\0 & 0 & 1 & 1\\0 & 1 & 8 & 0\end{vmatrix}$$

6. $H_{41(-3)}\left(\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 5 & 3 \end{vmatrix}\right)$

$$\det(A) = 3\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

7. Ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama

$$\det(A) = (3)(1)\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 0 \end{vmatrix}$$

8. Reduksi Baris: $H_{31(-1)}\begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

$$\det(A) = (3)(1)\begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 9 & 3 \end{vmatrix}$$

9. Ekspansi kofaktor sepanjang kolom pertama

$$\det(A) = (3)(1)\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= (3)(1)(-6)$$
$$= -18$$

Soal Latihan

1. Berikan proses perhitungan secara rinci untuk menentukan nilai *x* dari matriks *C* berikut, jika diketahui $\det(C) = 0$.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 0 & x-5 & 3 \\ 2 & -1 & x+6 \end{bmatrix}$$

2. Berikan proses perhitungan secara rinci untuk menentukan determinan dari matriks *A* berikut. Gunakan penggabungan dari reduksi baris, ekspansi kofaktor dan sarrus untuk mencari determinan.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$