

Лабораторная работа №2.2.6

Определение энергии активации по температурной зависимости вязкости жидкости

Лавыгин Кирилл

28 февраля 2023 г.

Аннотация: В работе при помощи цилиндра с исследуемой жидкостью, термостата, мелких шариков и измерительного оборудования определяется зависимость скорости падения шариков от температуры жидкости и рассчитывается вязкость и энергия активации жидкости..

1 Теоретическая часть

1.1 Энергия активации

Для того чтобы перейти в новое состояние, молекула жидкости должна преодолеть участки с большой потенциальной энергией, превышающей среднюю тепловую энергию молекул. Для этого тепловая энергия молекул должна — вследствие флюктуации — увеличиться на некоторую величину W , называемую энергией активации. Температурная зависимость вязкости жидкости при достаточно грубых предположениях можно описать формулой: (k – постоянная Больцмана, T – температура системы, A – некоторая константа)

$$\eta \sim Ae^{W/kT}$$

Из формулы (1.1) следует, что существует линейная зависимость между величинами $\ln(\eta)$ и $1/T$, и энергию активации можно найти по формуле:

$$W = k \frac{d(\ln(\eta))}{d(1/T)}$$

1.2 Измерение вязкости

По формуле Стокса, если шарик радиусом r и со скоростью v движется в среде с вязкостью η , и при этом не наблюдается турбулентных явлений, тормозящую силу можно найти по формуле:

$$F = 6\pi\eta rv$$

Для измерения вязкости жидкости рассмотрим свободное падение шарика в жидкости. При медленных скоростях на шарик действуют силы Архимеда и Стокса, выражения для которых мы знаем. Отсюда находим выражения для установившейся скорости шарика и вязкости жидкости: (ρ – плотность тела, $\rho_{ж}$) – плотность жидкости)

$$v_{уст} = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho - \rho_{ж}}{\eta} \quad \eta = \frac{2}{9}gr^2 \frac{\rho - \rho_{ж}}{v}$$

Как видим, измерив установившуюся скорость шарика и параметры системы можно получить вязкость по формуле (1.2).

2 Экспериментальная установка

Для измерений используется стеклянный цилиндрический сосуд В, наполненный исследуемой жидкостью (глицерин). Диаметр сосуда ≈ 3 см, длина ≈ 25 см. На стенках сосуда нанесены две метки на некотором расстоянии друг от друга. Верхняя метка должна располагаться ниже уровня жидкости с таким расчетом, чтобы скорость шарика к моменту прохождения этой метки успевала установиться. Измеряя расстояние между метками и время падения определяем установившуюся скорость шарика $v_{уст}$. Сам сосуд В помещен в рубашку D, омываемую водой из термостата. При работающем термостате температура воды в рубашке D, а потому и температура жидкости 12 равна температуре воды в термостате. Схема прибора (в разрезе) показана на рис. 1.

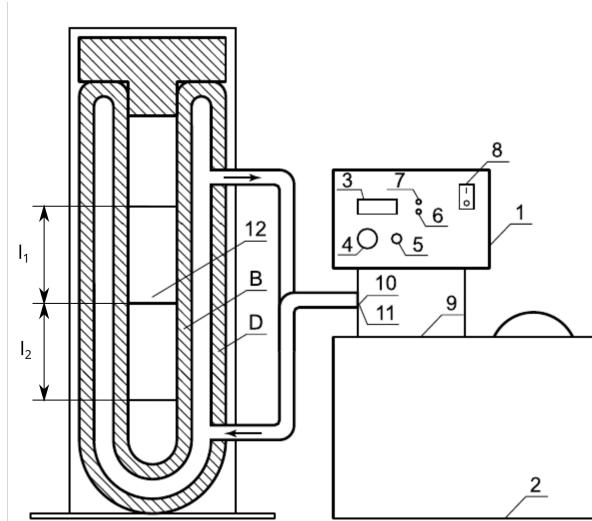


Рис. 1: Установка для определения коэффициента вязкости жидкости.

3 Ход работы

3.1 Подготовительные работы

Для каждой серии измерений выбираем по 4 стальных и стеклянных шарика и измеряем их диаметр микроскопом в двух различных направлениях (d_1 и d_2) (так как некоторые сильно отличаются от сферических) Вычисляем среднее значение (d_m), которое и будем дальше использовать. В таблице обозначения материалов такие: s = стальной, g = стеклянный. Результаты измерений - в общей таблице. Погрешности измерений диаметров $\sigma_d = 0.02$ мм. Плотности шариков в эксперименте

$$\rho_{стекло} = 2.5 \text{ г/см}^3, \quad \rho_{сталь} = 7.8 \text{ г/см}^3$$

Измеряем длины частей цилиндра установки (см. рис. 1)

$$l_1 = l_2 = (10.0 \pm 0.1) \text{ см}$$

Для расчета числа Рейнольдса (Re) нам также пригодится диаметр нашего сосуда ≈ 3 см. При больших температурах фиксировалось время пролета двух промежутков для уменьшения погрешности (расстояние указано в таблице как l)

3.2 Измерение установившихся скоростей

Мы знаем путь, который проходит шарик от одной отметки цилиндра к другой. Осталось измерить время прохождения между этими отметками для получения скорости.

d_1 , мм	d_2 , мм	d_m , мм	t , с	l , см	$T, {}^\circ C$	М-л	η , $\text{м}^2/\text{с}$	$\sigma_\eta^{\text{сист}}$	$\tau \cdot 10^@$, с	$S \cdot 10^5$, м	$Re \cdot 10^3$
2.10	2.06	2.08	34.47	10	20.19	g	1006	208	0.059	0.17	0.10
2.08	2.06	2.07	35.34	10	20.19	g	1022	216	0.058	0.16	0.10
2.10	2.08	2.09	34.71	10	20.19	g	1023	213	0.059	0.17	0.10
2.06	2.08	2.07	34.34	10	20.19	g	993	204	0.059	0.17	0.11
0.64	0.54	0.59	88.91	10	20.19	s	1102	589	0.013	0.01	0.04
0.76	0.78	0.77	55.94	10	20.19	s	1180	397	0.021	0.03	0.06
0.76	0.76	0.76	43.44	10	20.19	s	893	234	0.028	0.06	0.10
0.82	0.84	0.83	39.35	10	20.19	s	965	229	0.030	0.07	0.10
2.08	2.10	2.09	23.06	10	30	g	682	94	0.088	0.38	0.23
2.12	2.10	2.11	22.03	10	30	g	664	88	0.093	0.42	0.25
2.08	2.08	2.08	19.37	10	30	g	568	66	0.105	0.54	0.34
2.02	2.12	2.07	19.13	10	30	g	555	63.	0.107	0.55	0.35
0.78	0.72	0.75	27.84	10	30	s	558	94	0.043	0.15	0.24
0.88	0.88	0.88	20.94	10	30	s	577	73	0.058	0.27	0.31
0.78	0.78	0.78	23.16	10	30	s	502	70	0.052	0.22	0.32
0.74	0.82	0.78	25.34	10	30	s	549	84	0.048	0.18	0.27
2.08	2.08	2.08	18.47	20	41.7	g	271	15	0.221	2.39	1.49
2.06	2.12	2.09	17.91	20	41.7	g	266	14	0.227	2.54	1.57
2.06	2.10	2.08	17.62	20	41.7	g	259	13	0.231	2.62	1.64
2.04	2.04	2.04	16.56	20	41.7	g	234	11	0.246	2.97	1.93
0.80	0.80	0.80	21.78	20	41.7	s	248	17	0.111	1.02	1.38
0.80	0.84	0.82	20.10	20	41.7	s	240	15	0.120	1.20	1.54
0.86	0.88	0.87	17.97	20	41.7	s	242	14	0.135	1.50	1.72
0.84	0.90	0.87	18.41	20	41.7	s	248	14	0.132	1.43	1.63
2.06	2.06	2.06	9.40	20	53.5	g	136	4	0.432	9.20	5.95
2.10	2.10	2.10	9.19	20	53.5	g	138	4	0.442	9.62	5.83
2.10	2.10	2.10	9.13	20	53.5	g	137	4	0.445	9.75	5.87
2.12	2.08	2.10	8.97	20	53.5	g	135	3	0.453	10.1	6.16
0.88	0.88	0.88	9.56	20	53.5	s	132	4	0.254	5.31	5.91
0.72	0.78	0.75	12.12	20	53.5	s	121	5	0.200	3.30	5.06
0.70	0.68	0.69	12.97	20	53.5	s	110	5	0.187	2.88	5.22
0.88	0.88	0.88	9.03	20	53.5	s	124	4	0.268	5.95	6.62

Для каждого измерения считаем η , Re , τ , S где v это установившаяся, τ это время релаксации (см. формулу 3.2), а $S = v\tau$ это путь релаксации.

$$\tau = \frac{2r^2\rho}{9\eta}$$

Плотность жидкости из графика:

$$\rho(T = 20^\circ C) = 1.26 \text{ г}/\text{см}^3, \quad \rho(T = 30^\circ C) = 1.255 \text{ г}/\text{см}^3,$$

$$\rho(T = 42^\circ C) = 1.25 \text{ г}/\text{см}^3 \quad \rho(T = 54^\circ C) = 1.245 \text{ г}/\text{см}^3$$

Как видим, времена и пути релаксации очень малые величины, поэтому предположение что установившейся скорость достигается на участках 1 и 2 оправдано. Как видим, числа Рейнольдса в основном меньше 1. Можно предположить что формула Стокса работает, но окончательный вердикт вынесет график зависимости $\ln(\eta)(1/T)$.

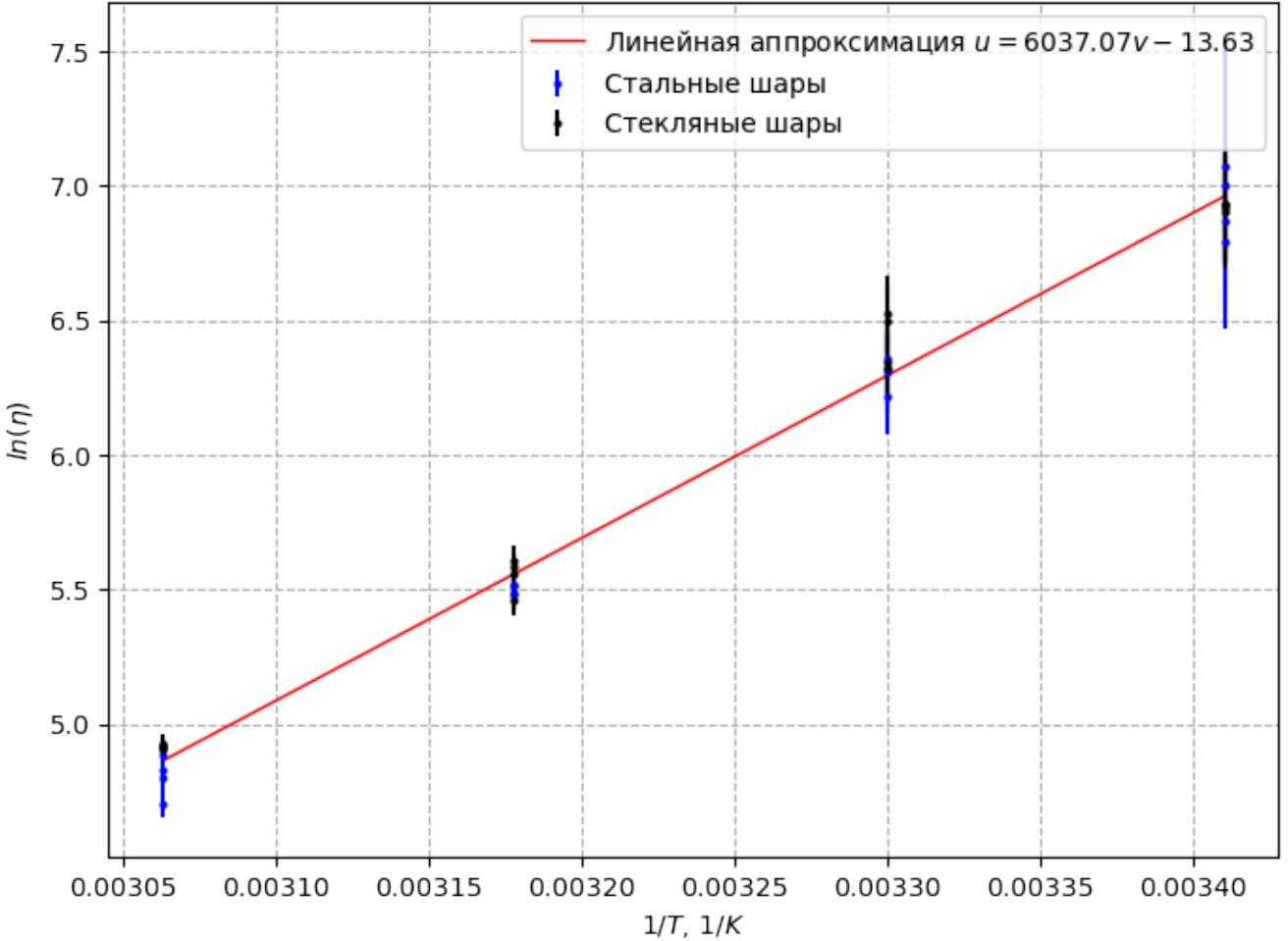
Проведем анализ погрешностей наших величин (рассчитываем для каждого значения):

$$\sigma_d^{\text{сист}} = 0.02$$

$$\sigma_v^{\text{сист}} = \frac{\sigma_l}{t} + \frac{l\sigma_t}{t^2} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}$$

$$\sigma_\eta^{\text{сист}} = \eta \sqrt{4 \left(\frac{\sigma_d^{\text{сист}}}{d} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_v^{\text{сист}}}{v} \right)^2}$$

Построим искомый график $\ln(\eta)(1/T)$, проведя аппроксимацию, используя МНК для всех точек.



Если считать нашу модель верной, то:

$$\frac{W}{k} \approx 6040 \text{ K}$$

Используя МНК, оценим случайную погрешность полученной величины:

$$\sigma_{W/k}^{\text{сл}} \approx 120 \text{ K}$$

Теперь оценим систематическую погрешность (погрешностью измерения температуры мы пренебрегаем, так как она составляет 0.1 К и по относительной величине существенно меньше погрешности η):

$$\sigma_{W/k}^{\text{сист}} = \frac{\sigma_\eta}{\eta} T \approx 15 \text{ K}$$

$$\sigma_{W/k} = \sqrt{\sigma_{W/k}^{\text{сист}}{}^2 + \sigma_{W/k}^{\text{сл}}{}^2} = 120 \text{ K}$$

Как можно видеть, вклад систематической погрешности оказался крайне мал. Итого:

$$W \approx (8.24 \pm 0.16) \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$$

4 Обсуждение результатов

Наши предположения подтвердились и предложенная модель действительно работает. Это видно и по виду графика, и по тому, что не наблюдается зависимости η от параметров шариков. Хоть и точность каждого отдельного измерения была невысока, благодаря большому числу измерений удалось получить значение энергии активации с неплохой точностью (реальное значение составляет примерно $8.4 \cdot 10^{-20}$ Дж в рассматриваемом диапазоне температур, что попадает в полученный диапазон). Притом погрешность была преимущественно случайной, поэтому точность опыта может быть увеличена, путем увеличения числа измерений.