

Измерение теплопроводности воздуха при разных давлениях (2.2.2)

Лавыгин Кирилл

2 мая 2023 г.

1 Аннотация

В данной работе мы наблюдаем за изменением теплопроводности воздуха с помощью платиновой нити, амперметра, вольтметра, реостата и источника тока. Определяем коэффициент теплопередачи при высоких и низких давлениях

2 Теоретические сведения

Теплопроводность — это процесс передачи энергии от нагретых частей системы к холодным за счет хаотического движения частиц среды (молекул, атомов и т.п.). В газах теплопроводность осуществляется за счет непосредственной передачи кинетической энергии от быстрых молекул к медленным при их столкновениях. Перенос тепла описывается законом Фурье:

$$\vec{q} = -\kappa \cdot \nabla T, \quad (1)$$

где \vec{q} — плотность потока энергии, κ — коэффициент теплопроводности. Система, используемая в данной установке, имеет цилиндрическую симметрию (пренебрегая краевым эффектами), поэтому имеем

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}, \quad (2)$$

где r — расстояние от оси симметрии системы.

Закон Фурье применим при условиях

$$\lambda \ll r \quad \text{и} \quad \lambda |\nabla T| \ll T,$$

где λ — длина свободного пробега молекул газа, а r — характерный размер системы.

Для количественного описания способности некоторой системы к теплопередаче в целом используют коэффициент K , называемый *тепловым сопротивлением*, равный отношению перепада температур ΔT в системе к полному потоку энергии Q через нее:

$$K = \frac{\Delta T}{Q} \quad (3)$$

3 Экспериментальная установка

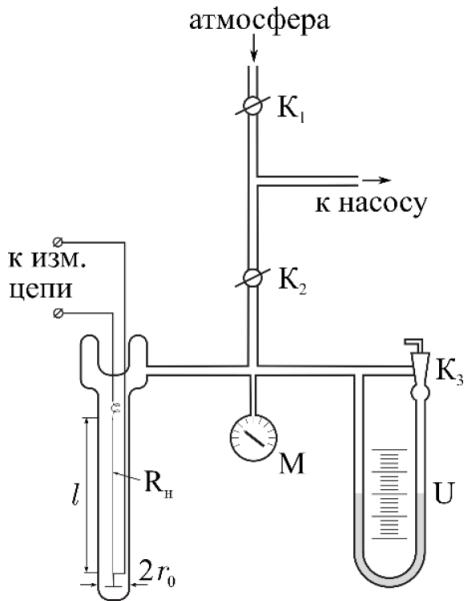


Рис. 1: Вакуумная часть установки
рей, кран K_2 — для отсоединения откачиваемого объема от насоса, кран K_3 — для соединения колен У-образного манометра.

Металлическая нить служит как источником тепла, так и датчиком температуры (термометром сопротивления). В рабочем диапазоне температур ($20\text{--}40\text{ }^{\circ}\text{C}$) сопротивление платины зависит от температуры практически линейно:

$$R(t) = R_0 (1 + \alpha_0 t) \quad (4)$$

где t — температура в $^{\circ}\text{C}$, R_0 — сопротивление про 0°C , и

$$\alpha_0 = \frac{1}{R_0} \frac{dR}{dt} = 3,92 \cdot 10^{-3} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}. \quad (5)$$

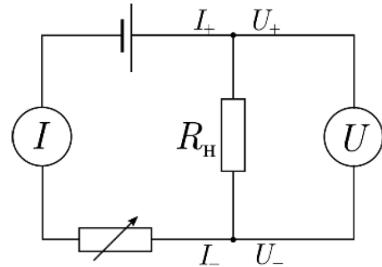


Рис. 2: Электрическая схема измерений

Электрическая схема установки приведена на рис. (2) Ток I через сопротивление R_n и напряжение U на нем измеряются цифровыми мультиметрами, один из которых работает в режиме амперметра, а другой — вольтметра. Сопротивление R_n находится по закону Ома. Те же измерения позволяют определить мощность нагрева проволоки как джоулево тепло. Ток в цепи регулируется с помощью магазина сопротивлений, включенного последовательно с источником тока.

Схема установки приведена на рис. (1) Внутренняя полость тонкостенной цилиндрической стеклянной колбы, на оси которой натянута металлическая (платиновая) нить, подсоединенна к вакуумной установке. Колба заполнена воздухом и расположена вертикально. Контактные провода от нити выведены наружу через стеклянную вакуумную «слезку».

Вакуумная установка состоит из форвакуумного насоса, стрелочного вакуумметра M и У-образного масляного манометра. Вакуумметр служит для измерения высоких давлений вплоть до 10 торр (он показывает разность давлений между установкой и атмосферой, так что нуль на его шкале соответствует атмосферному давлению в установке). У-образный манометр заполнен маслом с плотностью ρ и предназначен для измерения низких давлений (вплоть до 0,1 торр). Кран K_1 служит для соединения установки и насоса с атмосферой, кран K_2 — для отсоединения откачиваемого объема от насоса, кран K_3 — для соединения колен У-образного манометра.

4 Ход работы

1. Оценим, когда длина свободного пробега сравняется с радиусом нити:

$$P_1 \approx \frac{kT}{r\pi d^2} \approx 430 \text{ Па} = 48 \text{ мм.масл.ст.}$$

2. И запишем все известные данные установки:

$$\begin{aligned} P_{\text{атм}} &= 739 \pm 1 \text{ торр} & r_n &= 0.025 \pm 0.001 \text{ мм (радиус нити)} & \rho &= 0.885 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \\ L &= 202 \pm 2 \text{ мм (длина нити)} & d &= 3.8 \frac{\text{торр}}{\text{дел}} \text{ цена деления} & T_0 &= 25.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C} \\ \alpha &= 3.92 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} & \sigma_U^{\text{сист}} &= 0.1 \text{ мВ} & \sigma_I^{\text{сист}} &= 0.01 \text{ мА} \end{aligned}$$

3. Проведя подготовку экспериментальной установки измерим зависимость сопротивления нити от подаваемой на нее мощности:

U , мВ	111.7	227.1	329.0	450.5	559.3	674.2	791.8
I , мА	10.14	20.55	29.69	40.46	50.03	59.98	69.81
R , Ом	11.02	11.05	11.08	11.13	11.18	11.24	11.34
Q , мВт	1.133	4.667	9.768	18.23	27.98	40.44	55.28

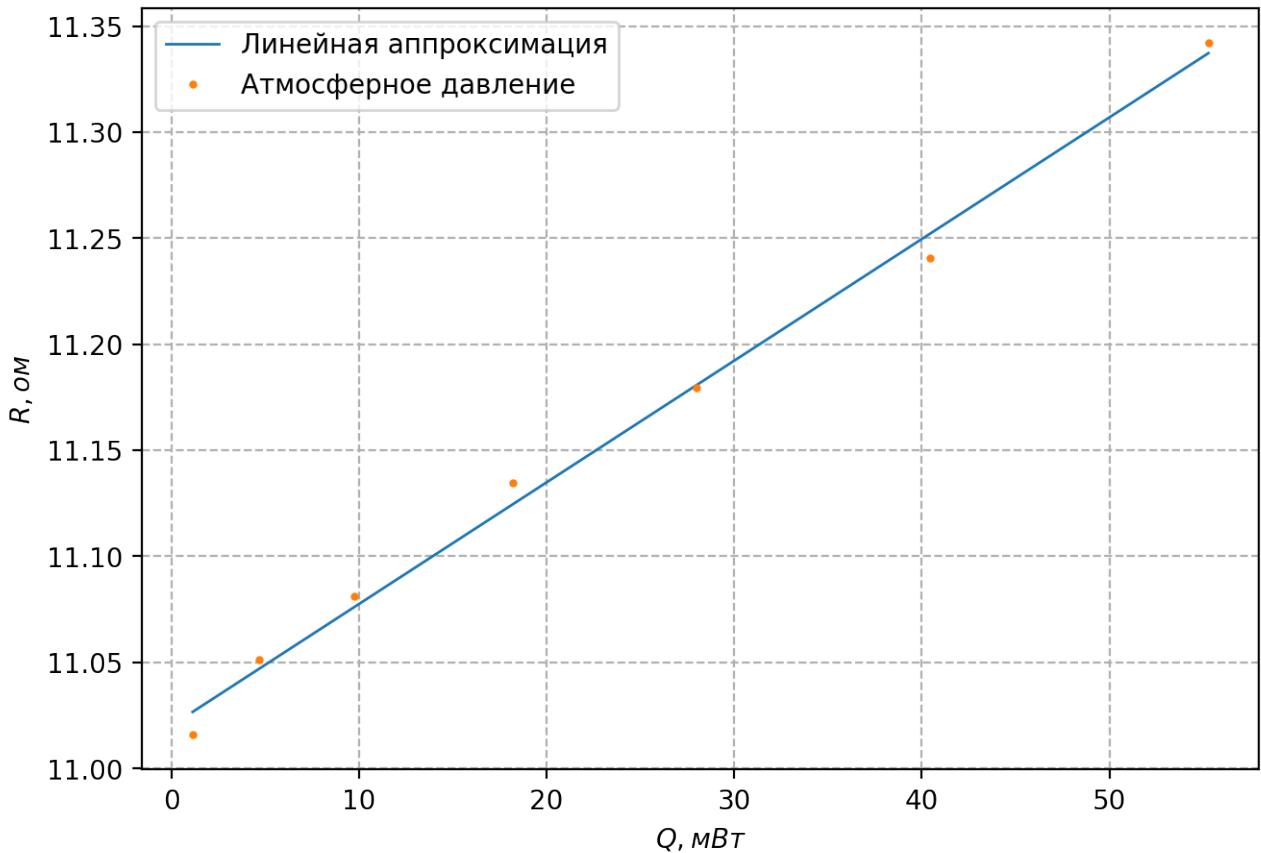


Рис. 3: График зависимости $R(Q)$

4. Экстраполируя график (3) к нулевому значению, получаем (используя формулу (4)):

$$R(Q = 0) = (11.020 \pm 0.008) \text{ Ом}, \quad R_0 = (10.029 \pm 0.008) \text{ Ом},$$

$$R_{max} = (12.2 \pm 0.010) \text{ Ом (максимальная температура при } \Delta T = 20 \text{ }^\circ\text{C})$$

5. Проводим измерения, аналогичные пункту 2 при различных давлениях, используя полученные данные для измерения температуры.

$P_2 = 70.8 \text{ Па}$					$P_2 = 106.2 \text{ Па}$				
№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$	№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$
0	112.2	10.140000	266.353306	1.137708	0	111.8	10.120000	261.857275	1.131416
1	228.1	20.550000	275.180395	4.687455	1	227.6	20.550000	268.985303	4.677180
2	331.1	29.660000	291.329825	9.820426	2	335.0	30.130000	279.949361	10.093550
3	454.6	40.360000	316.904859	18.347656	3	452.0	40.430000	295.565204	18.274360
4	574.1	50.390000	349.879504	28.928899	4	567.3	50.280000	321.790697	28.523844
5	694.3	60.160000	387.501237	41.769088	5	685.1	60.040000	354.358908	41.133404
6	821.5	70.100000	432.844151	57.587150	6	813.1	70.200000	398.126489	57.079620
$P_2 = 194.7 \text{ Па}$					$P_2 = 265.5 \text{ Па}$				
№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$	№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$
0	110.9	10.060000	255.854911	1.115654	0	111.2	10.110000	249.528671	1.124232
1	277.1	25.020000	268.912507	6.933042	1	332.1	30.020000	265.725967	9.969642
2	447.9	40.120000	291.539946	17.969748	2	560.2	50.010000	301.152211	28.015602
3	622.8	55.100000	326.951572	34.316280	3	801.1	70.080000	359.577380	56.141088
$P_2 = 354.0 \text{ Па}$					$P_2 = 433.7 \text{ Па}$				
№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$	№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$
0	109.7	10.000000	242.141971	1.097000	0	110.7	10.110000	236.936274	1.119177
1	338.9	30.720000	257.903107	10.411008	1	338.1	30.680000	254.925999	10.372908
2	566.0	50.690000	292.024347	28.690540	2	558.1	50.080000	286.488664	27.949648
3	798.9	70.210000	346.209798	56.090769	3	795.4	70.010000	341.757322	55.685954
$P_2 = 1519 \text{ Па}$					$P_2 = 10664 \text{ Па}$				
№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$	№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$
0	110.3	10.050000	243.446731	1.108515	0	110.3	10.050000	243.446731	1.108515
1	333.3	30.210000	258.124514	10.068993	1	331.4	30.030000	258.852832	9.951942
2	558.3	50.070000	288.072421	27.954081	2	558.2	50.080000	286.997087	27.954656
3	793.7	70.100000	331.868576	55.638370	3	793.6	70.120000	330.683185	55.647232
$P_2 = 10664 \text{ Па}$									
№	$U, \text{м}$	I, mA	$T, 10^\circ\text{C}$	$Q \text{ мВт}$					
0	111.100000	10.100000	249.780519	1.122110					
1	333.800000	30.210000	262.338653	10.084098					
2	558.600000	50.060000	290.165438	27.963516					
3	793.800000	70.100000	332.231798	55.645380					

Построим график $T(Q)$ для всех давлений, при которых производились измерения:

Сразу заметим, что:

$$\varepsilon_K^{\text{сист}} = 0.002 \ll \varepsilon_K^{\text{случ}} \quad \sigma_k \approx \sigma_k^{\text{случ}} \quad \varepsilon_T(Q=0) = \sqrt{0.0002^2 + \varepsilon_T^{\text{случ}}(Q=0)^2}$$

Полученные для этих давлений коэффициенты теплового сопротивления:

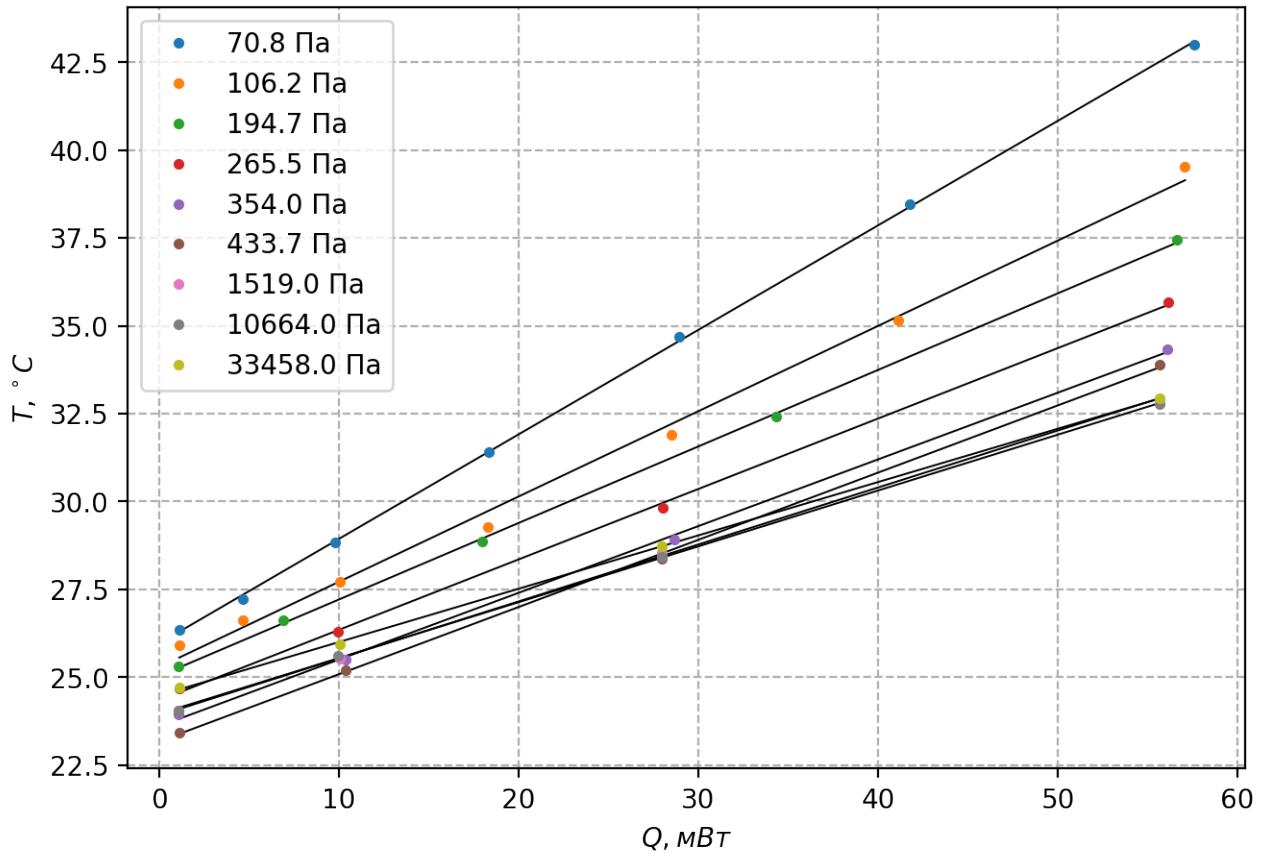


Рис. 4: График зависимости $T(Q)$

P , Па	70.8	106.2	194.7	265.5	354.0	433.7	1519	10664	33458
K , $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{мВт}}$	2.98	2.43	2.18	2.01	1.9	1.91	1.623	1.591	1.520
σ_K , $\frac{^{\circ}\text{C}}{\text{мВт}}$	0.02	0.07	0.02	0.03	0.04	0.03	0.015	0.017	0.013
$T(Q = 0)$	26.24	25.57	25.31	24.62	23.88	23.45	24.19	24.23	24.76
$\sigma_{T(Q=0)}$	0.07	0.14	0.06	0.09	0.08	0.08	0.06	0.06	0.06

Таблица 1: Коэффициенты теплового сопротивления

Как видно зависимости действительно получились прямыми с хорошей точностью, что подтверждает предложенную модель. Температуры при нулевой теплопередачи действительно получились отличными от комнатной. При низких давлениях, это, вероятно, обусловлено тем, что при низких давлениях имеется разница температур между стенкой и слоем газа у стенки (а мы получили именно температуру слоя газа), а при высоких - причина, вероятно, в увеличении комнатной температуры или общем нагреве установки.

По полученным данным построим график зависимости теплового сопротивления системы от логарифма давления и от $1/P$ (для низких давлений):

И, действительно, заметна область, где теплопередача перестает зависеть от давления ($K \approx const$).

Из последнего графика получаем:

$$K_\infty = (168 \pm 5)\text{К/Вт}$$

$$A = 8932 \pm 600 \frac{K}{\text{Вт} \cdot \text{Па}}$$

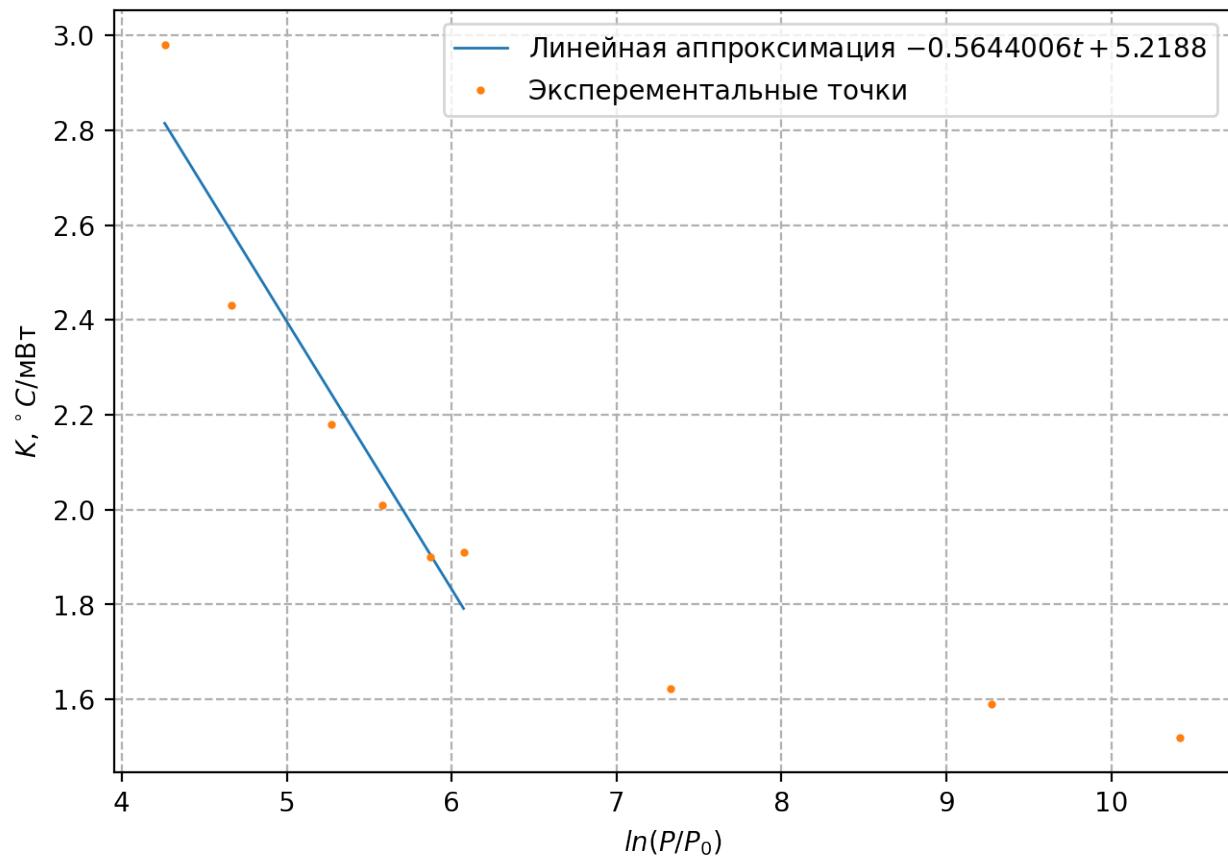


Рис. 5: График зависимости $K(\ln(P/P_0))$, где $P_0 = 1$ Па

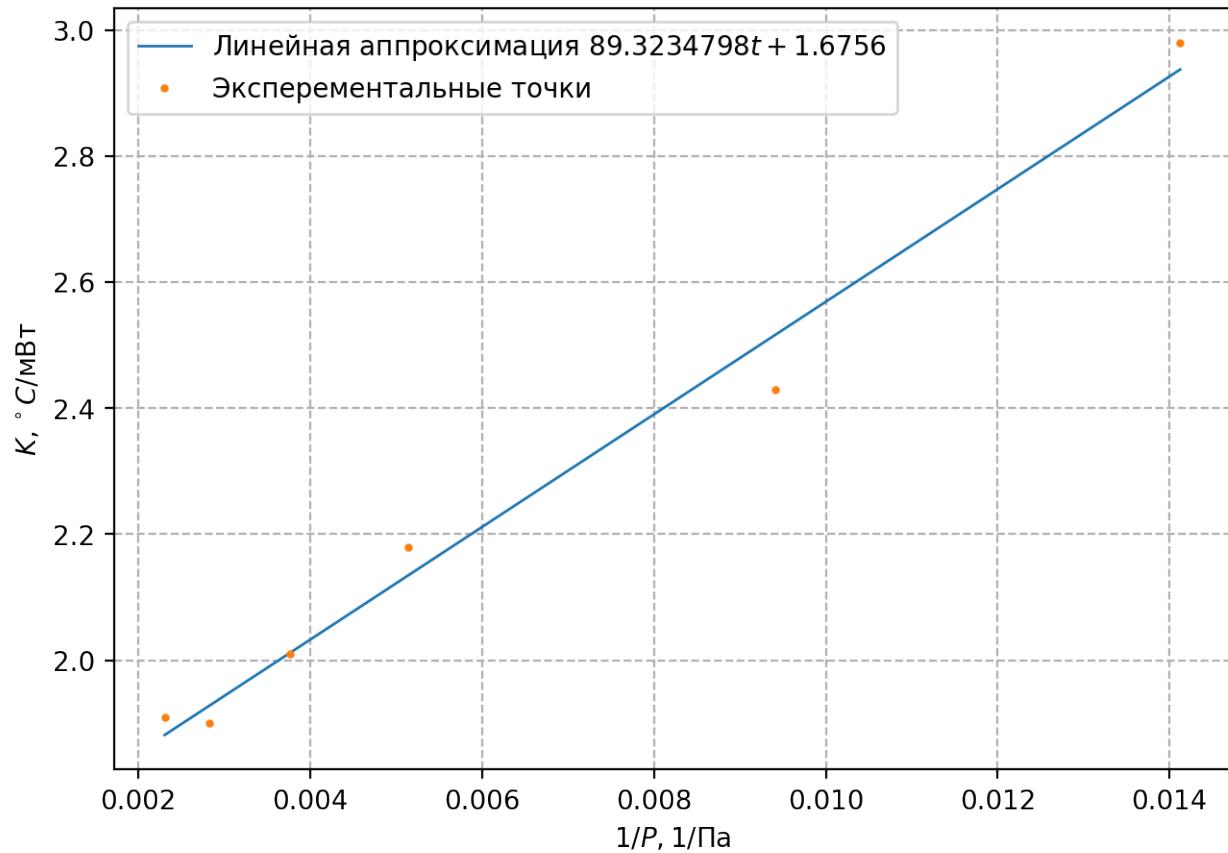


Рис. 6: График зависимости $K(1/P)$

Теперь, с помощью полученного K_∞ , найдем коэффициент теплопроводности воздуха:

$$\kappa \approx \frac{1}{2\pi L K_\infty} \ln \frac{R}{r_h} = 24.8 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}/\text{м} \cdot \text{К}, \quad \sigma_\kappa \approx \kappa \frac{\sigma_{K_\infty}}{K_\infty} = 0.7 \text{ Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$$

6. Так же, с помощью A , можно получить коэффициент аккомодации:

$$s = \frac{1}{L r_h C_V \cdot A} \sqrt{\frac{\mu R T_k}{2\pi}} \approx 0.60 \quad \sigma_s = s \frac{\sigma_A}{A} = 0.04$$

5 Вывод

В работе был проверен метод по определению коэффициента теплопроводности воздуха при комнатной температуре в зависимости от давления.

Был получен коэффициент теплопроводности:

$$\kappa = (24.8 \pm 0.7) \cdot 10^{-3} \text{ Вт}/\text{м} \cdot \text{К}.$$

Который неплохо совпал с табличным значением $\kappa = 0.022 \text{ Вт}/\text{м} \cdot \text{К}$. Термическое сопротивление:

$$K_\infty = (168 \pm 5) \text{ К}/\text{Вт}$$

И коэффициент аккомодации:

$$s = 0.60 \pm 0.04$$

Также проверена теория о том, что при высоком давлении теплопередача перестает от него зависеть.