

Определение C_p/C_v методом адиабатического расширения (2.1.2)

Лавыгин Кирилл

2 мая 2023 г.

1 Аннотация

В ходе работы при помощи сосуда, жидкостного манометра, груши и газгольдера с углекислым газом будет определена $\gamma = C_p/C_v$ для углекислого газа, при помощи адиабатического расширения и изохорного нагревания.

2 Экспериментальная установка.

Используемая для опытов экспериментальная установка состоит из стеклянного сосуда А (объёмом около 20 л), снабженного краном К, и U-образного жидкостного манометра, измеряющего избыточное давление газа в сосуде. Схема установки показана на Рис. 1.

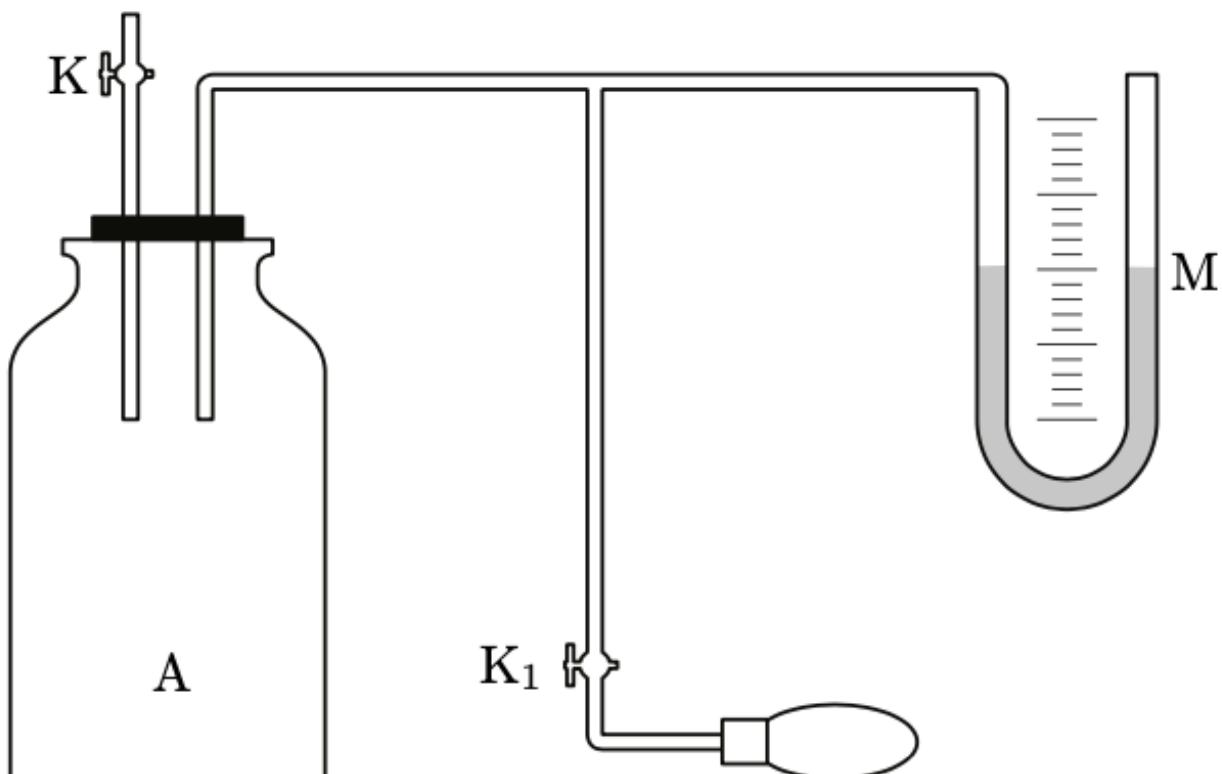


Рис. 1: Установка для определения C_p/C_v методом адиабатического расширения газа

Избыточное давление создаётся с помощью резиновой груши, сосединённой с сосудом трубкой с краном K_1 .

В начале опыта в стеклянном сосуде А находится исследуемый газ при комнатной температуре T_1 и давлении P_1 , несколько превышающем атмосферное давление P_0 . После открытия крана К, соединяющего сосуд А с атмосферой, давление и температура газа будут понижаться. Это уменьшение температуры приближённо можно считать адиабатическим.

Для адиабатического процесса можно записать следующее уравнение:

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma, \quad (1)$$

где индексом "1" обозначено состояние после повышения давления в сосуде и выравнивания температуры с комнатной, а индексом "2" – сразу после открытия крана и выравнивания давления с атмосферным.

После того, как кран К вновь отсоединит сосуд от атмосферы, происходит медленное изохорное нагревание газа со скоростью, определяемой теплопроводностью стеклянных стенок сосуда. Вместе с ростом температуры растёт и давление газа. За время порядка Δt_T (время установления температуры) система достигает равновесия, и установившаяся температура газа T_3 становится равной комнатной температуре T_1 .

Тогда используя закон Гей-Люссака для изохорного процесса и уравнение (1) найдём γ :

$$\gamma = \frac{\ln(P_1/P_0)}{\ln(P_1/P_3)}. \quad (2)$$

С учётом того, что $P_i = P_0 + \rho gh_i$ и пренебрегая членами второго порядка малости получим из (2):

$$\gamma \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (3)$$

Ход работы

1. Перед началом работы убедимся в том, что краны и места сочленений трубок достаточно герметичны. Для этого нужно наполнить баллон углекислым газом до давления, превышающего атмосферное и перекроем кран 1. По U-образному манометру снимем зависимость давления h в баллоне от времени t и построим график зависимости $h = f(t)$. Из графика определим время установления термодинамического равновесия Δt_T . Стабильное избыточное давление воздуха h_1 в баллоне каждый раз измерялось точно.

Воздух		Углекислый газ	
t , с	h , мм	t , с	h , мм
8.990000	21.600000	10.200000	10.200000
14.280000	21.200000	13.800000	10.000000
16.950000	21.000000	20.200000	9.800000
21.220000	20.800000	27.700000	9.600000
31.250000	20.400000	35.500000	9.400000
42.700000	20.000000	52.700000	9.200000
		74.000000	9.000000

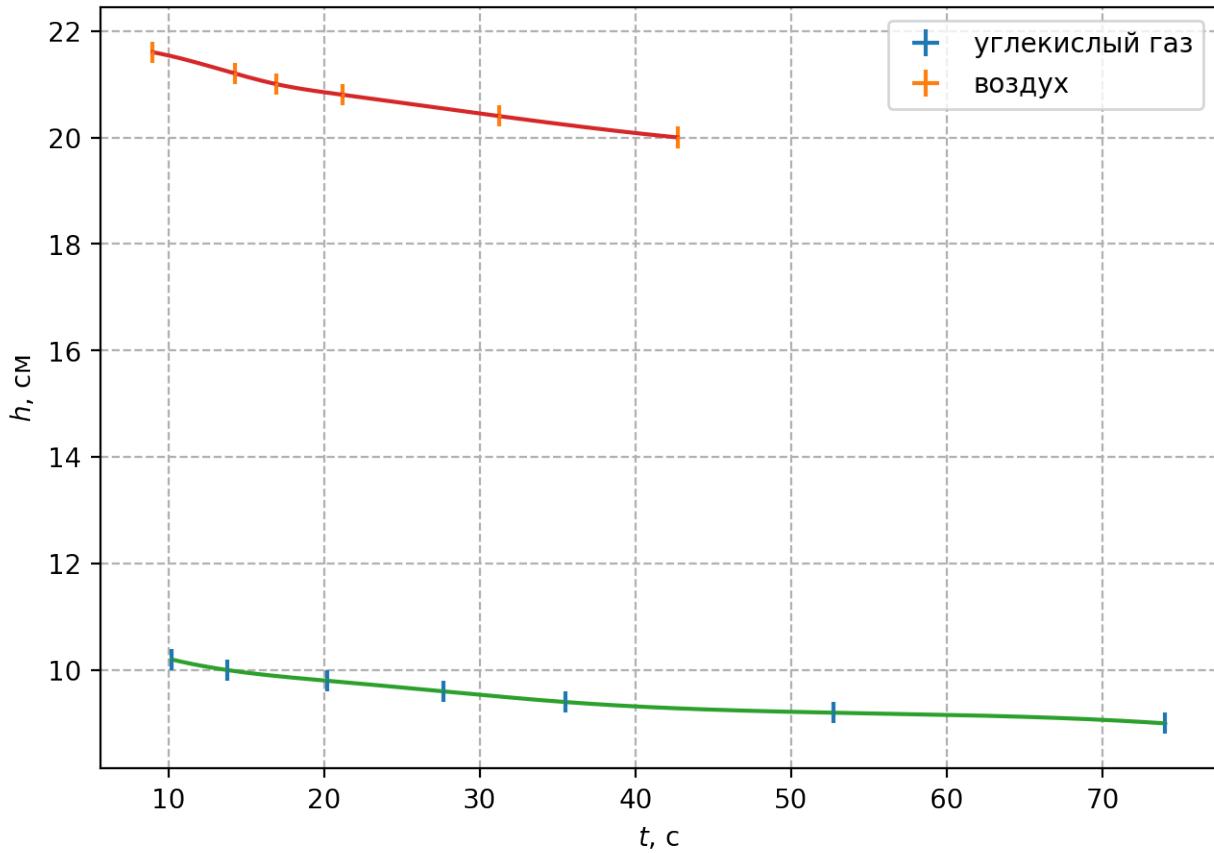


Рис. 2:

2. Откроем кран К на короткое время и закроем его снова. Подождём, пока уровень жидкости в манометре перестанет изменяться. Это произойдёт, когда температура газа в сосуде сравняется с комнатной, примерно через время Δt_T . Запишем разность уровней жидкости в манометре h_2 . Проведём серию из 5- измерений сначала для времени открытия крана $\Delta t = 0.5 \text{ с}$, а затем для $\Delta \in [0.5, 1.5] \text{ с}$ и $\Delta t \in [1.5, 5] \text{ с}$. По полученным данным вычислим используя формулу (3) вычислим γ и построим график зависимости $\gamma(\Delta t)$.

Воздух				
$\Delta t, \text{с}$	$h_1, \text{см}$	$h_2, \text{см}$	γ	$\Delta\gamma$
0.900000	24.600000	6.400000	1.351648	0.009002
0.800000	20.800000	5.400000	1.350649	0.010639
0.500000	25.000000	6.600000	1.358696	0.008900
1.000000	24.400000	7.200000	1.418605	0.009533
0.800000	25.000000	6.200000	1.329787	0.008735
0.600000	23.600000	6.600000	1.388235	0.009627
1.200000	25.200000	6.400000	1.340426	0.008724
1.500000	23.800000	5.800000	1.322222	0.009134
1.100000	27.600000	7.000000	1.339806	0.007962
1.800000	26.200000	6.200000	1.310000	0.008239
2.100000	22.800000	5.400000	1.310345	0.009470
4.000000	27.200000	6.000000	1.283019	0.007823
4.500000	28.000000	5.800000	1.261261	0.007521
4.200000	23.000000	5.000000	1.277778	0.009227

Углекислый газ				
Δt , с	h_1 , см	h_2 , см	γ	$\Delta\gamma$
0.600000	9.000000	1.600000	1.216216	0.022978
0.700000	9.000000	1.600000	1.216216	0.022978
0.700000	9.000000	1.600000	1.216216	0.022978
0.700000	9.000000	1.600000	1.216216	0.022978
1.200000	9.000000	1.600000	1.216216	0.022978
1.600000	9.000000	1.400000	1.184211	0.022745
1.300000	9.000000	1.600000	1.216216	0.022978
0.700000	9.000000	1.400000	1.184211	0.022745
1.900000	9.000000	1.400000	1.184211	0.022745
2.300000	9.000000	1.400000	1.184211	0.022745
2.500000	9.000000	1.400000	1.184211	0.022745
4.400000	9.000000	1.200000	1.153846	0.022570
5.400000	9.800000	1.600000	1.195122	0.020956
3.900000	9.000000	1.200000	1.153846	0.022570

Теперь оценим вклад приборной погрешности при вычислении величины γ . Измерения h_1 и h_2 проводились с точностью 2 мм, Δt с точностью порядка 0.1 с. Такая точность достигается за счет снятия процесса открытия крана на камеру и последующей обработке этого видео. Пользуясь формулой (3) можно получить, что погрешность искомой величины

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\left(\frac{h_2}{(h_1 - h_2)^2} \sigma_{h_1}\right)^2 + \left(\frac{h_1}{(h_1 - h_2)^2} \sigma_{h_2}\right)^2}$$

Теперь построим искомый график:

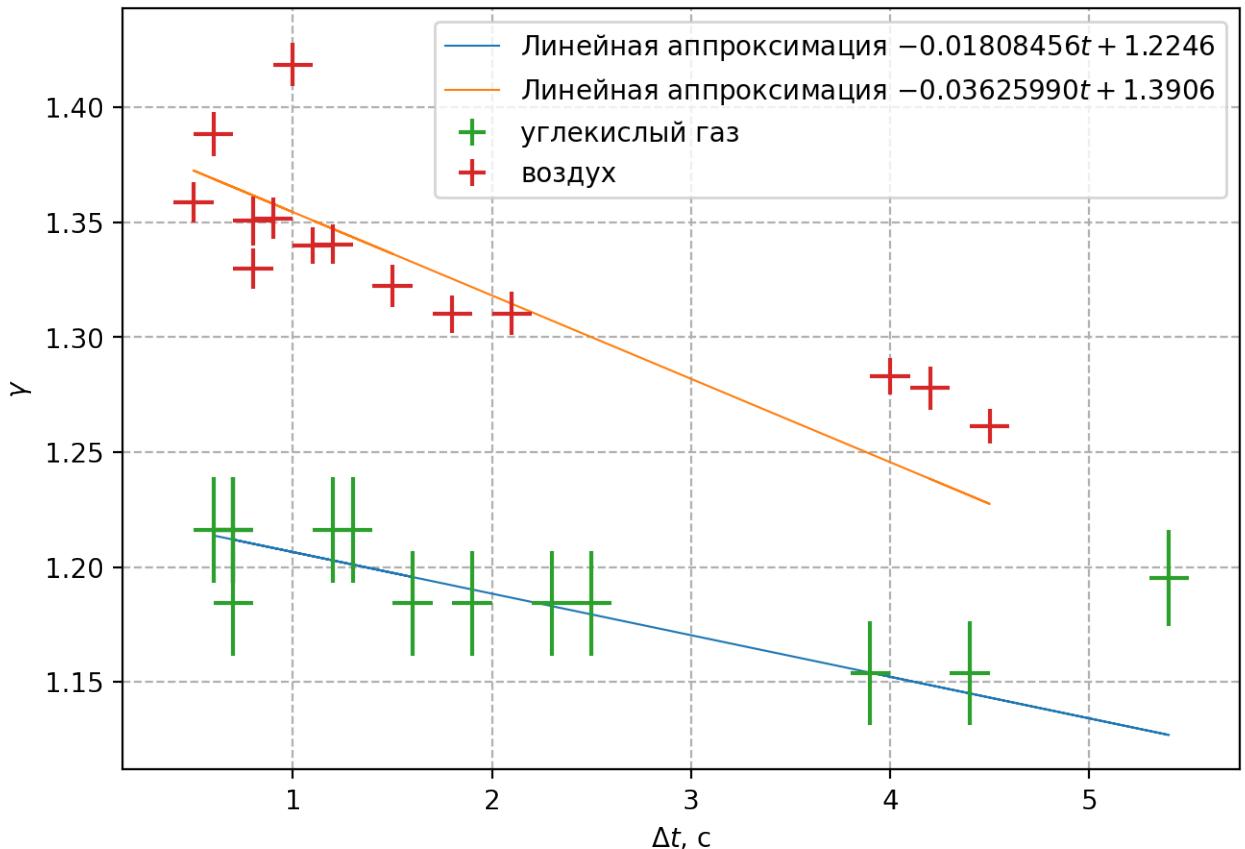


Рис. 3:

Полученные по МНК погрешности свободного члена сильно превышают случайные погрешности отдельных γ , поэтому систематическими погрешностями можно пренебречь

$$\sigma_{\gamma(\text{возд})} \approx \sigma_{\gamma(\text{возд})}^{\text{случ}} = 0.011, \quad \sigma_{\gamma(CO_2)} \approx \sigma_{\gamma(CO_2)}^{\text{случ}} = 0.004$$

Для построения аппроксимирующих прямых использовались только точки с $\Delta t < 2$ с для воздуха и $\Delta t < 3$ с для углекислого газа, поскольку на иных значениях теплопроводность начинает давать ощутимый вклад.

3. Окончательный результат следует получить экстраполяцией зависимости γ от t примерно к значению $\Delta t \in [0.1; 0.2]$ с, когда давление уже почти сравнялось с атмосферным, но теплопроводность ещё не так сильно повлияла на уменьшение γ .

$$\gamma_{CO_2} = 1.221 \pm 0.004, \quad \gamma_{\text{возд}} = 1.389 \pm 0.011$$

В то время как табличные значения $\gamma_{CO_2} = 1.300$ и $\gamma_{\text{возд}} = 1.400$, т. е. совпадают с полученным значением в пределах погрешности.

Вывод

В ходе работы были получены значения γ для воздуха и углекислого газа. В пределах погрешности они совпали с табличными. Было замечено, что при долгом открытии крана действительно становится ощутимым влияние теплообмена, что не позволяет получить по таким измерениям верный результат. Основной вклад в погрешность вносит именно случайная погрешность, поэтому для увеличения точности измерения необходимо увеличить число измерений, а также проводить его более аккуратно (дольше ждать установления равновесия).