

Разработка stepped- impedance СВЧ фильтра и notch-port $\lambda/4$ резонатора

Лавыгин Кирилл

28 декабря 2023 г.

1 Введение

При работе с различными сверхпроводящими системами, в частности с джозефсоновскими переходами, характерная частота подаваемых и излучаемых импульсов - гигагерцы. Как и в любых системах возникают задачи по фильтрации различных частот входящего и выходящего сигналов. Использование классических LC фильтров на таких частотах невозможно ввиду наличия паразитной индуктивности у емкости. Из-за этой индуктивности опущенной на землю обычные LC фильтры почти не пропускают высокие частоты.

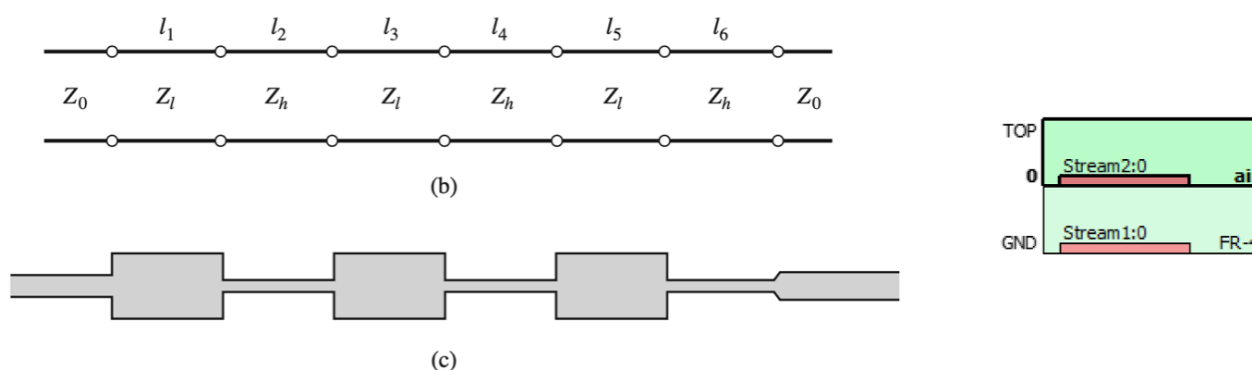
Эти проблемы решают микрополосковые (microstrip) фильтры.

В ходе работы будет создана модель stepped-impedance (микрополоскового) фильтра НЧ и notch-port $\lambda/4$ резонатора (изначально его планировалось изготовить для проверки работы фильтра. В общем они тоже довольно часто используются в работе с сверхпроводниками). Данные модели будут проверены при помощи симуляции в среде sonnet.

Изначально планировалось изготовить данные структуры, но к сожалению на это не хватило времени

2 Stepped impedance filter

Stepped-impedance фильтр низких частот имеет следующий вид (чередующиеся полосы с высоким и низким импедансами:

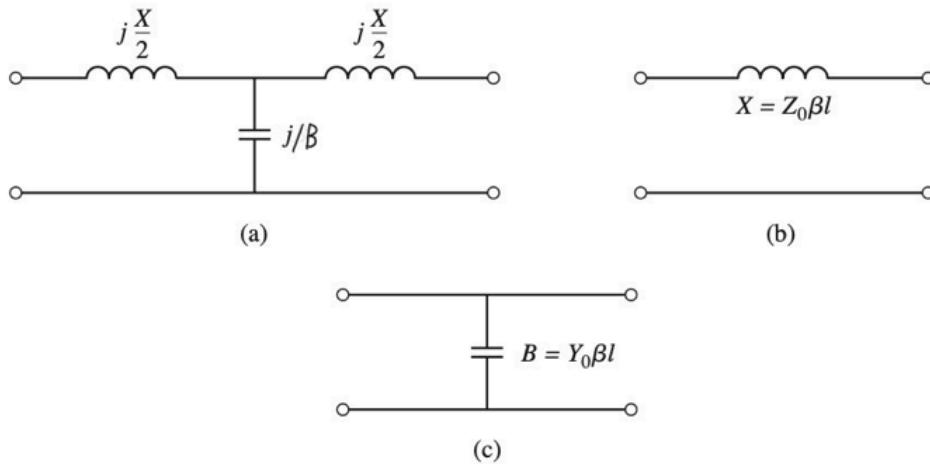


Справа представлена структура материала в разрезе – заземленный слой проводника отделенный диэлектриком от металлического слоя с изображенной слева структурой.

2.1 Теоретическая модель

Сразу оговоримся что в данной части мы пренебрегаем всеми потерями. Моделирование покажет, что это приближение работает с хорошей точностью.

Короткую проводящую линию без потерь можно представить в следующем виде:



RE 8.39 Approximate equivalent circuits for short sections of transmission lines. (a) T-equivalent circuit for a transmission line section having $\beta\ell \ll \pi/2$. (b) Equivalent circuit for small $\beta\ell$ and large Z_0 . (c) Equivalent circuit for small $\beta\ell$ and small Z_0 .

Рассмотрим одну полоску фильтра (здесь и в дальнейшем $\gamma = \alpha + i\beta$):

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} A = \cos \beta\ell & B = jZ_0 \sin \beta\ell \\ C = jY_0 \sin \beta\ell & D = \cos \beta\ell \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = \frac{A}{C} = -jZ_0 \cot \beta\ell$$

$$Z_{12} = Z_{21} = \frac{1}{C} = -jZ_0 \csc \beta\ell.$$

$$Z_{\text{series}} = Z_{11} - Z_{12} = -jZ_0 \left(\frac{\cos \beta\ell - 1}{\sin \beta\ell} \right) = jZ_0 \tan \left(\frac{\beta\ell}{2} \right)$$

$$Z_{\text{shunt}} = Z_{12} = -jZ_0 / \sin \beta\ell$$

$$\frac{X}{2} = Z_0 \tan \left(\frac{\beta\ell}{2} \right) \quad B = \frac{1}{Z_0} \sin \beta\ell$$

Теперь воспользуемся тем, что $\beta\ell < \pi/4$:

Большой импеданс:	Маленький импеданс:
$X \simeq Z_0\beta\ell,$	$X \simeq 0,$
$B \simeq 0,$	$B \simeq Y_0\beta\ell,$

Нормализованные величины (их принято использовать для расчета подобного рода цепей):

$$C = BR_0, L = X/R_0 \quad R_0 - \text{импеданс фильтра}$$

$$\beta\ell = \frac{LR_0}{Z_h} \quad (\text{inductor}) \quad \beta\ell = \frac{CZ_\ell}{R_0} \quad (\text{capacitor})$$

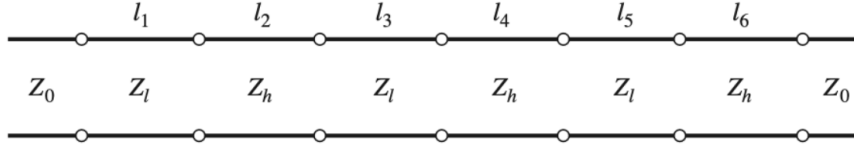
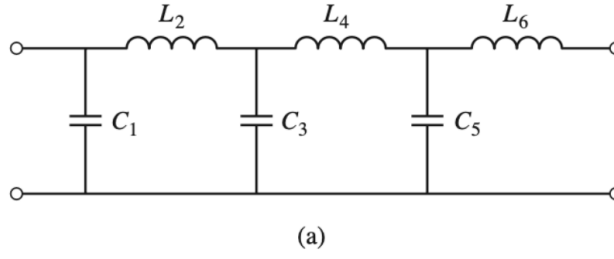


TABLE 8.3 Element Values for Maximally Flat Low-Pass Filter Prototypes ($g_0 = 1$, $\omega_c = 1$, $N = 1$ to 10)

N	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
1	2.0000	1.0000									
2	1.4142	1.4142	1.0000								
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0000							
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0000						
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0000					
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0000				
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0000			
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9615	1.9615	1.6629	1.1111	0.3902	1.0000		
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0000	
10	0.3129	0.9080	1.4142	1.7820	1.9754	1.9754	1.7820	1.4142	0.9080	0.3129	1.0000

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Dedham, Mass., 1980, with permission.

$$(k = 1 \text{ to } N) = \begin{cases} \text{inductance for series inductors} \\ \text{capacitance for shunt capacitors} \end{cases}$$

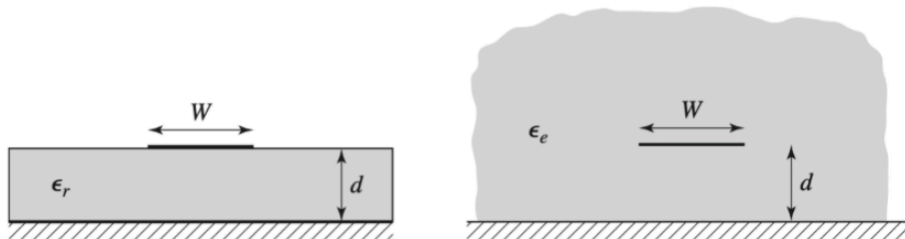
2.2 Параметры изготовления

Для изготовления были выбраны следующие материалы (выбор сделан ввиду их распространенности, так как это обычные печатные платы)

Диэлектрик - текстолит FR4 tg135 1.5мм $\epsilon_r \approx 4,58$, $\tan(\delta) \approx 0.02$

Металлизация - медь 18 мкм, $W_{\min} = 500$ мкм, $W_{\max} = 10000$ мкм

Для прехода от пластины с диэлектриком к пространству с диэлектриком введем эффективное значение ϵ :



$$\epsilon_e = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12d/W}}$$

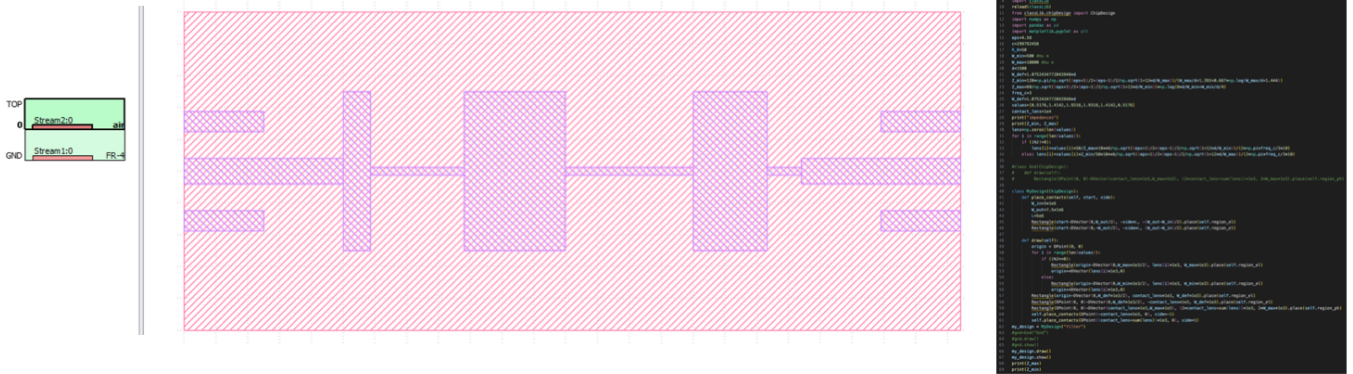
$$Z_{\min} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_e} [W_{\max}/d + 1.393 + 0.667 \ln(W_{\max}/d + 1.444)]} = 20.30 \text{ Ом}$$

$$Z_{\max} = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_e}} \ln \left(\frac{8d}{W_{\min}} + \frac{W_{\min}}{4d} \right) = 108.7 \text{ Ом} \quad \beta = \frac{2\pi f}{v_p} = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_e}}{c}$$

Желаемая частота пропускания: $\omega_{\text{cut-off}} = 3\text{GHz}$. Фильтр будет состоять из 6 полосок потому что это дает достаточно хороший результат при небольших размерах.

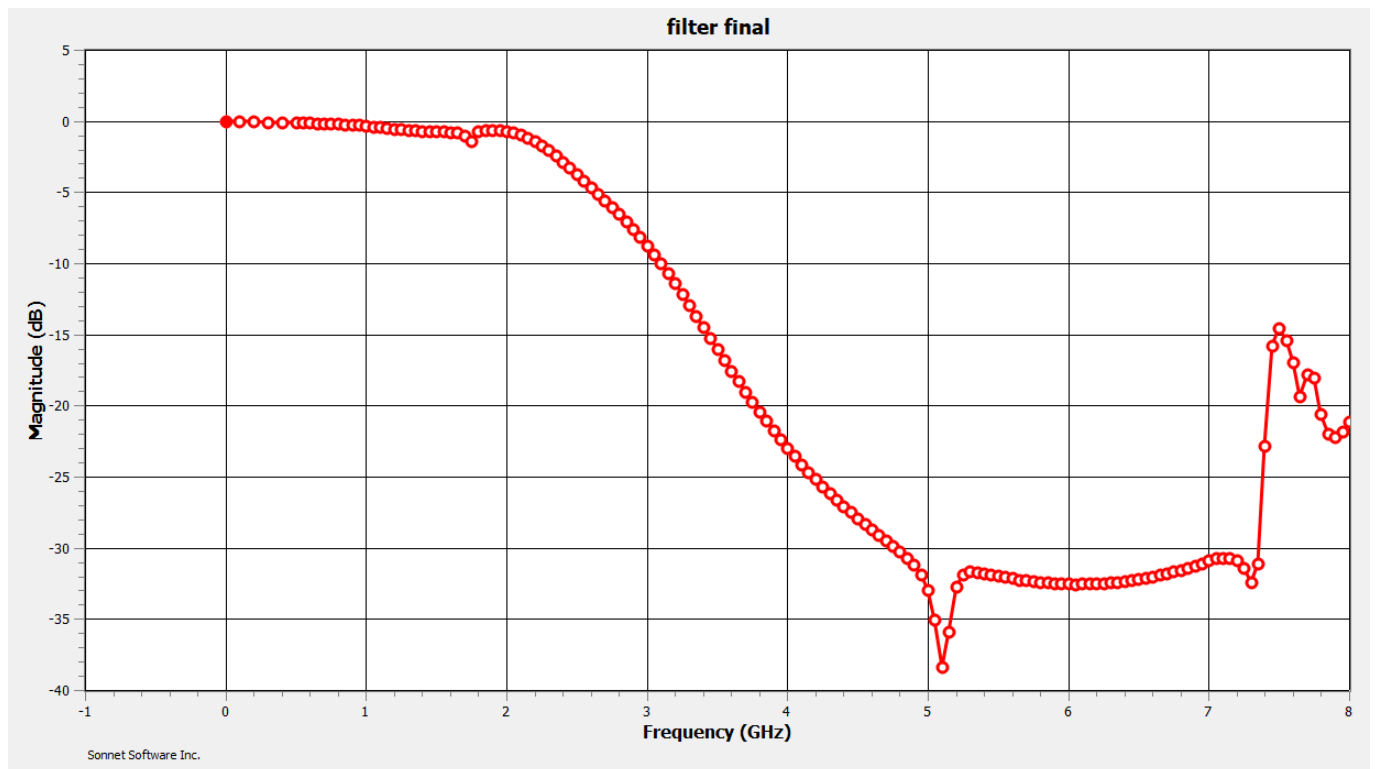
2.3 Итоговый дизайн

Для создания чертежа была написана программа на python с использованием api klayout которая генерирует чертеж по заданным параметрам материала и фильтра.



2.4 Симуляция с учетом потерь в Sonnet

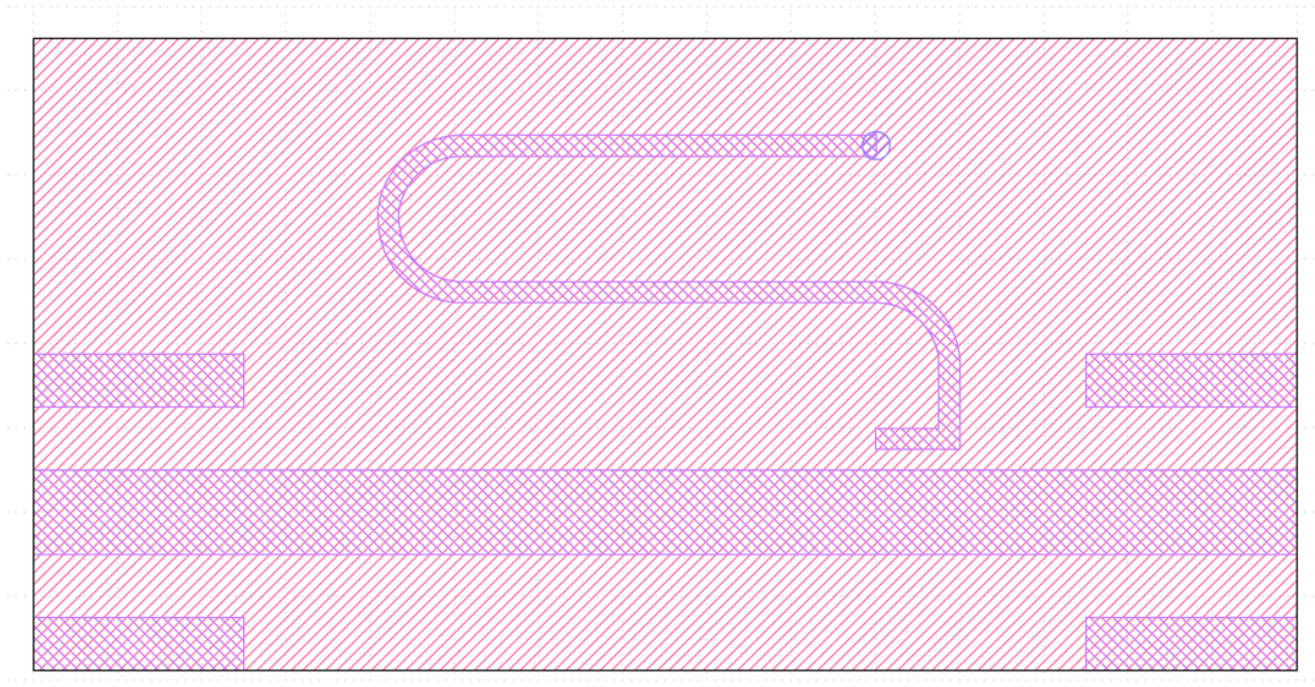
В итоге наша теория дала хороший график S-параметров не смотря на пренебрежение потерями.



3 Notch-port $\lambda/4$ резонатор

Notch-port означает что резонатор емкостно связан с копланаром (основной проводящей линией). $\lambda/4$ - его длина

Синим на чертеже обозначено via – металлизированное отверстие в плате, соединяющее верхний слой с нижним (заземленным)

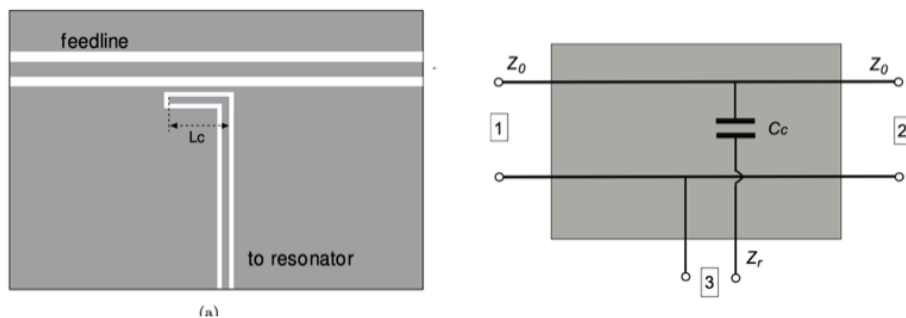


3.1 Добротность

Добротность по определению:

$$Q \stackrel{\text{def}}{=} 2\pi \times \frac{\text{energy stored}}{\text{energy dissipated per cycle}}$$

В действительности у нас есть две причины потерь: при передаче энергии в резонатор (capacitive) и в замом резонаторе непосредственно (internal)

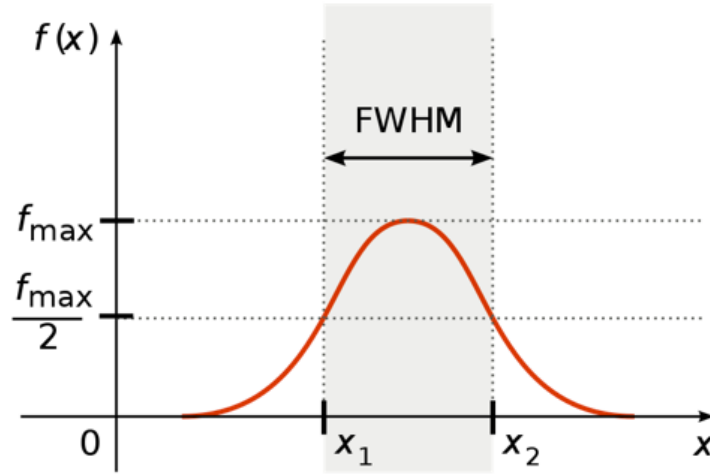


Связаны они получаются таким соотношением:

$$\frac{1}{Q_r} = \frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_i}$$

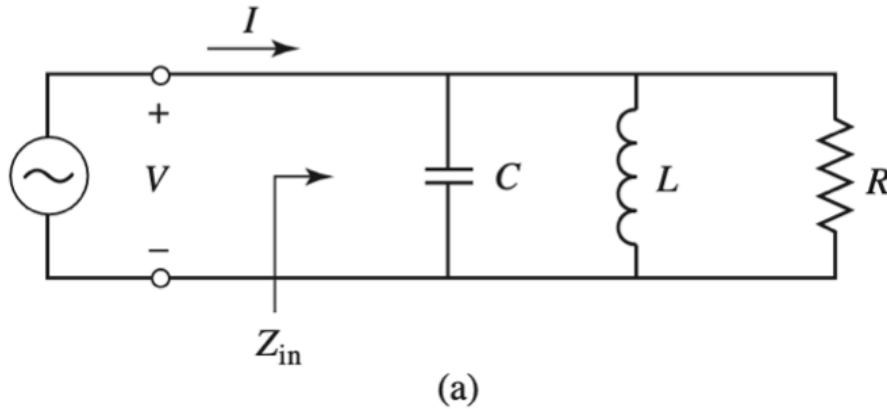
Мне была поставлена задача сделать резонатор с FWHM(шириной на полувысоте) порядка 10 МГц при резонансной частоте в 1500 МГц, тогда желаемая добротность:

$$Q \approx \frac{f_r}{\Delta f} = \frac{1500\text{MHz}}{10\text{MHz}} = 150$$



3.2 Внутренняя добротность

Эквивалентная схема и ее импеданс:



$$Z_{in} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C \right)^{-1} \approx \frac{1}{(1/R) + 2j\Delta\omega C}, \quad \Delta\omega \ll \omega_0, \quad Q_i = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC$$

А для реальной проводящей линии:

$$Z_{in} = Z_0 \tanh(\alpha + j\beta)\ell \quad \beta\ell = \frac{\omega_0\ell}{v_p} + \frac{\Delta\omega\ell}{v_p} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi\Delta\omega}{2\omega_0}$$

Откуда можно получить параметры эквивалентных элементов:

$$Z_{in} \approx \frac{Z_0}{\alpha\ell + j\pi\Delta\omega/(2\omega_0)} \quad R = \frac{Z_0}{\alpha\ell} \quad C = \frac{\pi}{4\omega_0 Z_0} \quad L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$$

Откуда добротность:

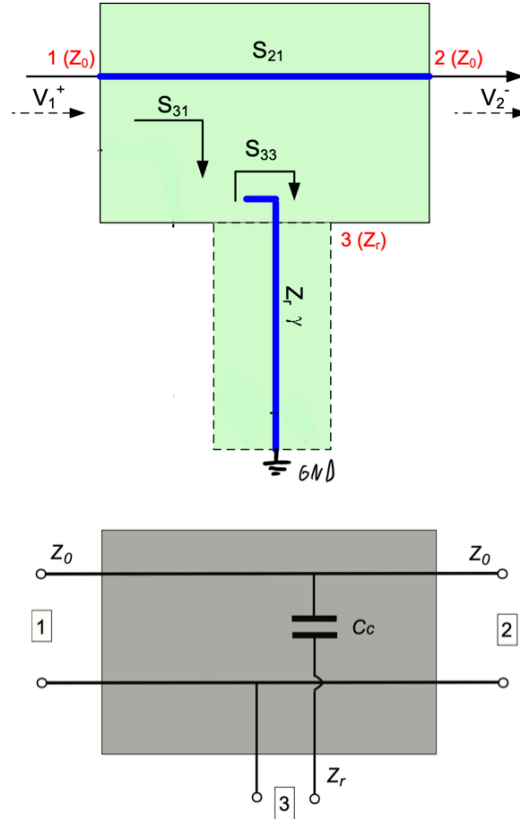
$$Q_i = \frac{\beta}{2\alpha}, \quad \text{т.к. } \ell = \pi/2\beta \quad \beta = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi f\sqrt{\epsilon_e}}{c}$$

Источников потерь у нас два: в диэлектрике и в проводнике

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_d \quad \alpha_c = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} / (Z_0 W) \quad \alpha_d = \frac{\pi f \epsilon_r (\epsilon_e - 1) \tan \delta}{c (\epsilon_r - 1)}$$

3.3 Внешняя добротность

Для расчета добротности можно представить наш копланар и емкостную связь резонатора как трехпортовую систему к третьему порту которой подключается резонатор.



Тогда S-матрица такой системы имеет следующий вид:

$$\delta_0 = \omega C_c Z_0 \quad \delta_r = \omega C_c Z_r \quad \delta_0, \delta_r \ll 1$$

$$S = \begin{bmatrix} -j\delta_0/2 & 1 - j\delta_0/2 & j\sqrt{\delta_0\delta_r} \\ 1 - j\delta_0/2 & -j\delta_0/2 & j\sqrt{\delta_0\delta_r} \\ j\sqrt{\delta_0\delta_r} & j\sqrt{\delta_0\delta_r} & 1 - 2j\delta_r - 2\delta_r^2 - \delta_r\delta_0 \end{bmatrix}$$

Откуда добротность:

$$Q_c = 2\pi \frac{\text{energy stored in the resonator}}{\text{energy leak from port 3 to port 1 and 2 per cycle}} = \frac{\pi}{2|S_{31}|^2} = \frac{\pi}{2\omega^2 C_c^2 Z_0 Z_r}$$

Полученный результат не подходит для действительного расчета добротности так как не учитывает потери в диэлектрике, но позволяет понять, от каких параметров она зависит и как.

3.4 Расчет для различных подложек

Изначально планировалось использование такой-же подложки что и для фильтра, но на ней физически невозможно достичь желаемой добротности из-за большой величины тангенса потерь. (внутренняя добротность получалась уже порядка 30) Чтобы получить желаемую добротность был выбран специализированный СВЧ композит Rogers на основе смолы с тефлоном и керамикой, который обеспечивает меньше потери (и так-же доступен на производстве)

FR4

Erel:	Dielectric Loss Tan:
4.4	0.02

Для линии с $Z_0 = 50$ Ом

$$\alpha_c \approx 0.126 \text{ Np/m} \quad \alpha_d \approx 0.89 \text{ Np/m} \quad \beta \approx 56 \text{ rad/m}$$

$$Q_i \approx 27.5$$

При минимальной ширине $\alpha_d \approx 0.8 \text{ Np/m}$

Rogers RO4350B

Erel:	Dielectric Loss Tan:
3.66	0.0037

Для линии с $Z_0 = 50$ Ом

$$\alpha_c \approx 0.032 \text{ Np/m} \quad \alpha_d \approx 0.14 \text{ Np/m} \quad \beta \approx 52 \text{ rad/m}$$

$$Q_i \approx 185$$

Для линии с $Z_{max} = 120$ Ом

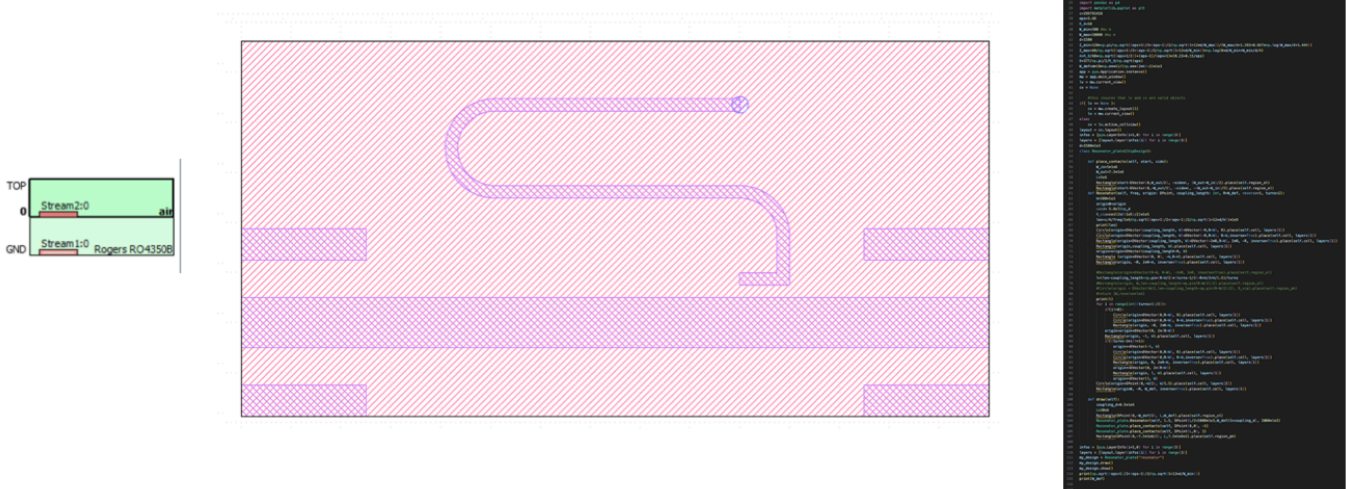
$$\alpha_d \approx 0.123 \text{ Np/m} \quad \beta \approx 50.3 \text{ rad/m}$$

$$Q_i \approx 204$$

По итогу была выбрана максимально тонкая линия на подложке rogers для достижения максимальной добротности.

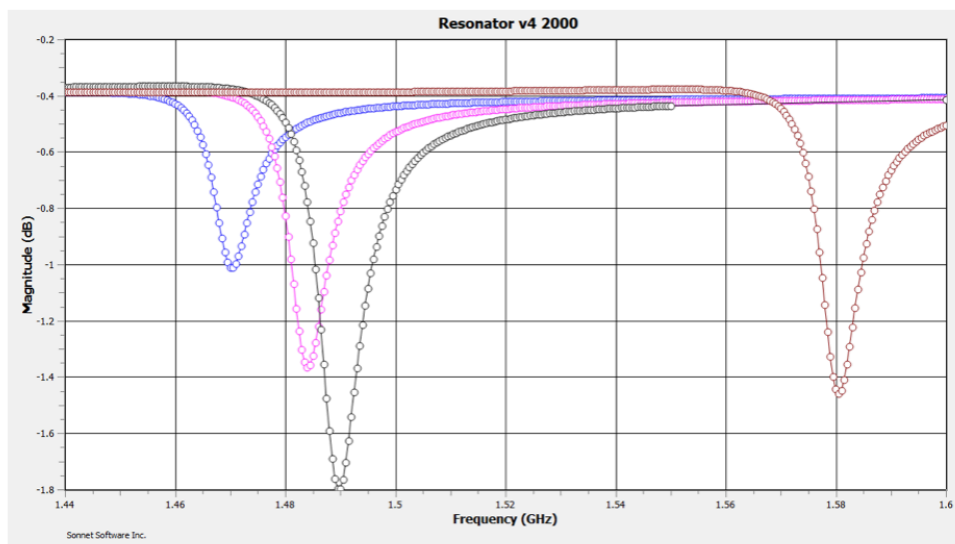
3.5 Дизайн

Для создания чертежа была написана программа на python с использованием api klayout которая генерирует чертеж по заданным параметрам геометрии резонатора.



3.6 Симуляция с учетом потерь в Sonnet

Так как не было получено точного выражения для внешней добротности, то было сгенерировано и исследовано несколько моделей с различными параметрами (l - длина связи, а d - расстояние от участка связывания до копланара)



Синий:

$d = 0.5mm, l = 0.5mm, Q = 200$

Розовый:

$d = 0.5mm, l = 1.3mm, Q = 150$

Черный:

$d = 0.5mm, l = 2mm, Q = 150$

Коричневый:

$d = 1.3mm, l = 0.5mm, Q = 150$

В итоге получилось достичь желаемых значений, притом основной вклад в потери вносит внутренняя добротность, которая определяется свойствами подложки, поэтому получить больше на нашей подложке мы не сможем