

Определение скорости полета пули при помощи баллистического маятника (1.2.1)

Лавыгин Кирилл

2 Декабря 2022

1 Аннотация

В ходе работы будет измерена скорость полета пули при помощи закона сохранения энергии и различных баллистических маятников. Оборудование: Духовое ружьё на штативе, осветитель, оптическая система для измерения отклонений маятника, измерительная линейка, пули и весы для их взвешивания, баллистические маятники.

2 Метод баллистического маятника, совершающего поступательное движение

2.1 Теоретические сведения

В этой части работы будем использовать установку, изображённую на рисунке ниже. При попадании пули в цилиндр любая его точка движется по окружности известного радиуса, поэтому его смещение с помощью собирающей линзы можно перевести в линейное отклонение на линейке.

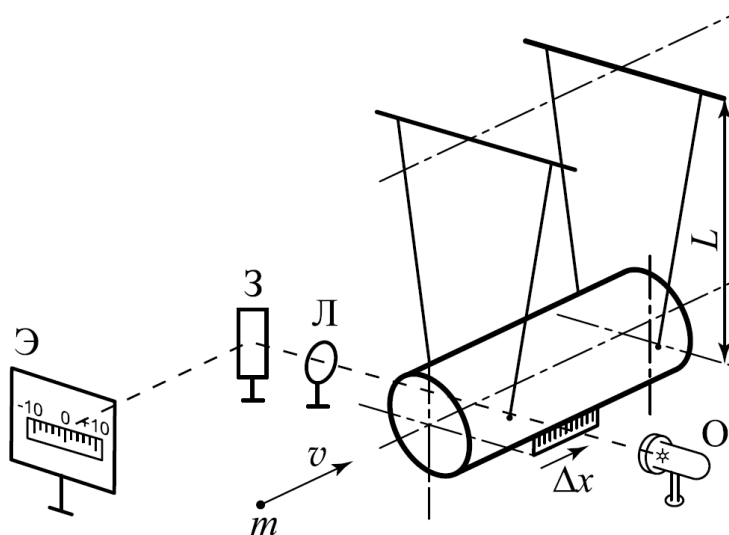


Рис. 1: схема установки для измерения скорости полета пули

При контакте пули с цилиндром можно записать ЗСИ:

$$mu = (M + m)V$$

где m – масса пули, u – скорость пули перед ударом, V – скорость цилиндра вместе с пулей после удара.

$$u = \frac{M+m}{m}V \approx \frac{M}{m}V \quad V^2 = 2gh \quad h = L(1 - \cos\varphi) = 2L\sin^2\frac{\varphi}{2} \quad \varphi \approx \frac{\Delta x}{L}$$

Тогда скорость пули можно выразить как

$$u = \frac{M}{m} \sqrt{\frac{g}{L}} \Delta x$$

Где Δx измеряем при помощи оптической системы указанной на Рис.1

Наша установка имела параметры: $M = (2900 \pm 5)$ г, и $L = (222.0 \pm 0.5)$ см.

Затухания колебаний после выстрела оказались действительно малыми, а влияние холостого выстрела вовсе не было заметно. После каждого выстрела удавалось почти полностью добиться затухания колебаний.

Большой неожиданностью стало то, что при выстреле смещалась оптическая система и из-за этого менялось положение нуля шкалы. Из-за этого измерялось максимальное отклонение в одну сторону x , и уже после выстрела измерялось начальное положение указателя x_0 .

Так же на нашей установке был установлен хронометром, которым измерялось значение скорости напрямую $U_{\text{пр}}$.

m , г	x_0 , мм	x , мм	Δx , мм	U , м/с	$U_{\text{пр}}$, м/с
0.513	-2.75	10.00	12.75	151.6	135.8
0.513	-3.75	9.00	12.75	151.6	139.3
0.505	-4.75	8.00	12.75	154.0	140.5
0.505	-5.75	6.75	12.50	151.0	141.7

Таблица 1:

Средняя скорость пули $u_{\text{ср}} = 152.0$ м/с, а погрешность будет равна:

$$\sigma_u^{\text{сист}} = u \sqrt{\varepsilon_M^2 + \varepsilon_m^2 + \varepsilon_{\Delta x}^2 + \left(\frac{\varepsilon_L}{2}\right)^2} \quad \sigma_u^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (u_i - u_{\text{ср}})^2} \quad \sigma_u = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{случ}}^2}$$

$$\sigma_u^{\text{сист}} \approx 3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \sigma_u^{\text{случ}} \approx 1.3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \sigma_u \approx 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2.2 Вывод

Окончательно получаем скорость пули равную $u = (152 \pm 3)$, $\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Видно, систематическая погрешность сильно больше случайной, что говорит о том, что наш эксперимент поставлен хорошо. Скорости измеренные хронографом сильно отличаются от полученных значений, но это происходит из-за неточности хронографа.

3 Метод крутильного баллистического маятника

3.1 Теоретические сведения

В этой части работы мы будем использовать крутильный баллистический маятник. Схема установки представлена на картинке ниже.

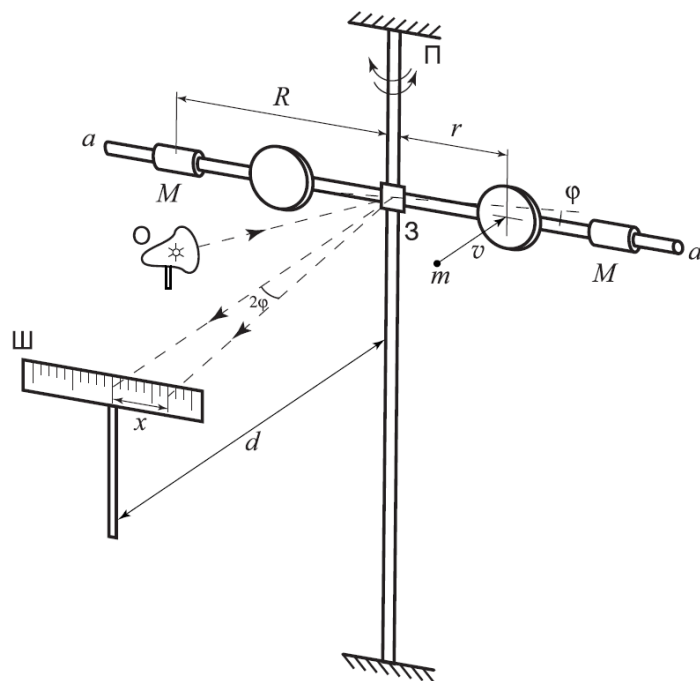


Рис. 2: схема установки для измерения скорости полета пули с баллистическим маятником

Считая удар неупругим, можно записать уравнение

$$mur = I\Omega$$

r —расстояние от линии полёта пули до оси вращения, I — момент инерции относительно этой оси, Ω — угловая скорость маятника сразу после удара.

Можно пренебречь затуханием колебаний и потерями энергии и записать ЗСЭ:

$$k\frac{\varphi^2}{2} = I\frac{\Omega^2}{2}$$

где k — модуль кручения проволоки, φ — максимальный угол поворота маятника, тогда:

$$u = \varphi \frac{\sqrt{kI}}{mr} \quad (1)$$

Измерим расстояние от оси вращения до штатива с линейкой $d = 45.5 \pm 0,1$ см, тогда в силу малости колебаний можно найти φ как

$$\varphi \approx \frac{\Delta x}{2d} \quad (2)$$

где x — смещение изображения нити осветителя на шкале, которое легко можно измерить.

Периоды колебаний маятника с грузами и без можно выразить как

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I - 2MR^2}{k}} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}$$

Тогда \sqrt{kI} можно найти как:

$$\sqrt{kI} = \frac{4\pi MR^2 T_1}{T_1^2 - T_2^2} \quad (3)$$

R — расстояние от оси вращения до центров грузиков, M - масса грузиков. Для начала запишем данные установки: $r = 21.7 \pm 0.2$ см, $R = 33.9 \pm 0.1$ см, $M_1 = 713.9$ г, а $M_2 = 714.1$ г.

Снимем периоды колебаний после выстрела с грузиками и без, чтобы найти \sqrt{kI} :

$$T_1 = \frac{t_1}{5} = \frac{90.4}{5} = 18.08 \pm 0.04c, T_2 = \frac{t_2}{5} = \frac{68.7}{5} = 13.74 \pm 0.04c$$

С помощью полученных периодов колебаний найдем \sqrt{kI} по формуле (3):

$$\sqrt{kI} \approx 0.135 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \quad \sigma_{\sqrt{kI}} = \sqrt{kI} \cdot \sqrt{\varepsilon_{T_2-T_1}^2 + (2\varepsilon_{R^2})^2 + \varepsilon_M^2 + \varepsilon_{T^2}^2} \approx 0.002 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$$

Теперь по формулам (1) и (2) определим φ и скорость пули. Получаем таблицу:

m , г	x_0 , см	x , см	Δx , см	φ , рад	U , м/с	$U_{\text{пр}}$, м/с
0.497	1.0	8.0	7.0	0.0769	96.3	105.7
0.513	2.2	9.1	6.9	0.0758	92.0	100.0
0.509	0.5	8.1	7.6	0.0835	102.1	104.3
0.505	2.0	8.0	6.0	0.0659	81.2	102.3

Таблица 2: Таблица полученных скоростей

В последнем измерении мы пропустили момент начала движения маятника в обратную сторону, поэтому в обработке оно не учитывается

$$U_{\text{ср}} = 96.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sigma_u^{\text{сист}} = u \cdot \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_d^2 + \varepsilon_{\sqrt{kI}}^2 + \varepsilon_m^2 + \varepsilon_r^2} = 1.9 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \sigma_u^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_{\text{случ}}^2 + \sigma_{\text{сист}}^2} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

3.2 Вывод

Средняя скорость $u_{\text{ср}} = (97 \pm 5) \frac{\text{м}}{\text{с}}$ В данном опыте случайная погрешность оказалась существенно больше систематической. Полученные значения схожи с показаниями хронометра

4 Вывод

Были получены значения скоростей пули для двух разных ружей различными методами. Метод поступательного маятника оказался существенно лучше, чем метод крутильного, об этом говорит погрешность полученных значений, соотношение между случайной и систематической погрешностью и общее удобство проведения эксперимента