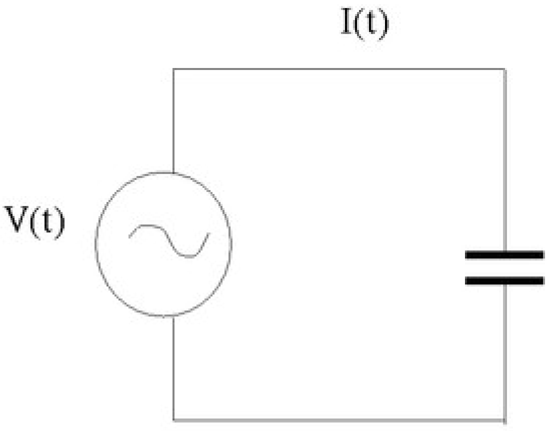
La corrente alternata

Segnali sinusoidali

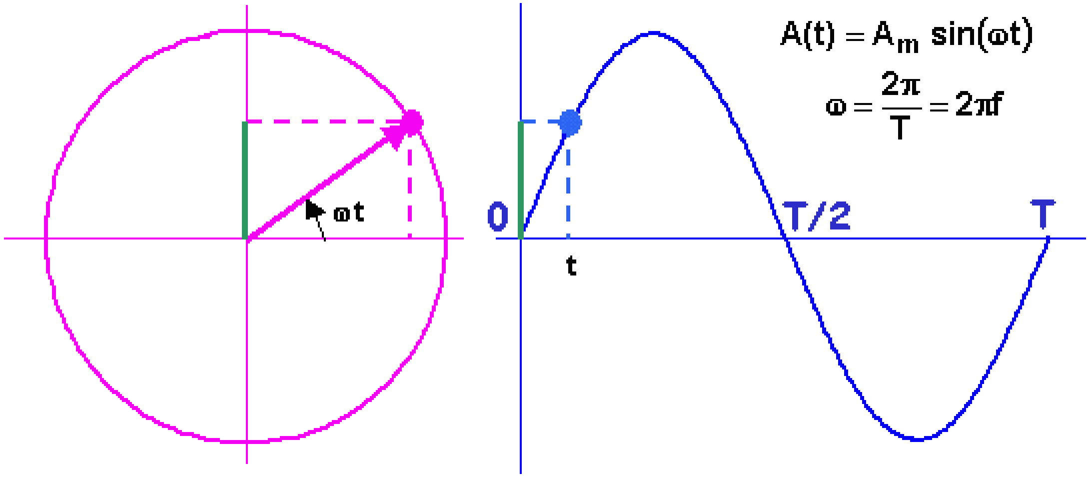
- Importanti perché:
  - La tensione disponibile nella rete di distribuzione elettrica ha forma sinusoidale
  - Qualunque forma d’onda può essere scomposta in una somma di sinusoidi



Rappresentazione vettoriale

$$v(t) = V_p sen(\omega t + \varphi)$$

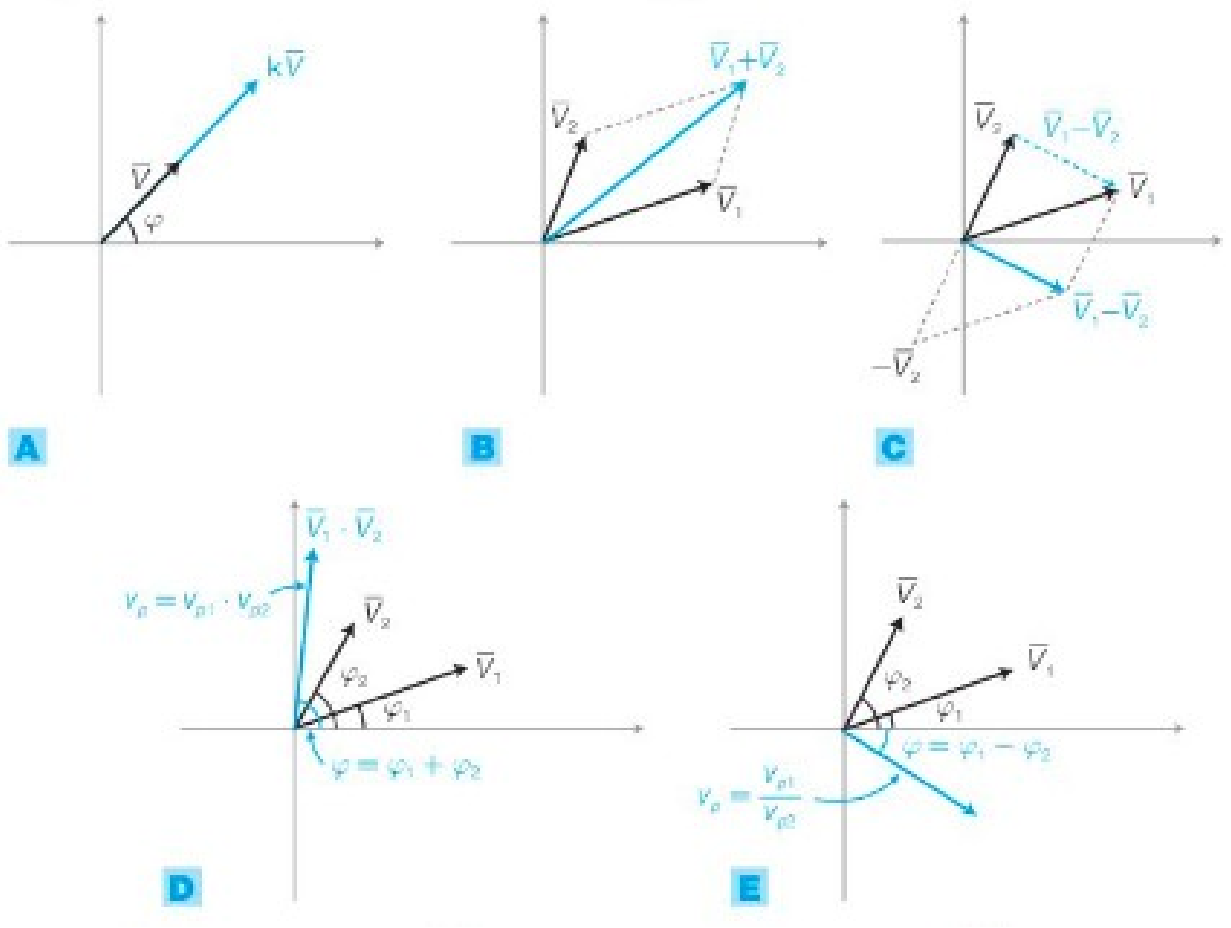
- La lunghezza del vettore corrisponde al valore di picco Vp
- L'angolo tra il vettore e l'asse orizzontale è detto *fase iniziale*
- L'angolo compreso tra due vettori rappresenta lo sfasamento



Operazioni tra grandezze sinusoidali

- Moltiplicazione per una costante (fase invariata)
- Somma e differenza (regola parallelogramma)
- Prodotto (somma delle fasi)
- Rapporto (differenze delle fasi)

Operazioni tra grandezze sinusoidali



Rappresentazione complessa (simbolica)

- $V=a+jb$
  - Dove a è la parte reale
  - Dove b è la parte immaginaria
  - Dove $j*j=-1$

Da cartesiane a polari

Cartesiane → Polari

Modulo: $$V_p = \left|\overline{V}\right| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (\mathbf{2.2})$$

Argomento:
$$\begin{cases} \varphi = \angle\overline{V} = \text{arctg}\dfrac{b}{a} & (1° \text{ quadrante: } a > 0,\, b > 0) \\ \varphi = \angle\overline{V} = \text{arctg}\dfrac{b}{a} + \pi & (2° \text{ e } 3° \text{ quadrante: } a < 0) \\ \varphi = \angle\overline{V} = \text{arctg}\dfrac{b}{a} + 2\pi & (4° \text{ quadrante: } a > 0,\, b < 0) \end{cases} \quad (\mathbf{2.3})$$

Da polari a cartesiane

Polari → Cartesiane

Parte reale: $a = \left|\overline{V}\right| \cos\varphi$ (**2.4**)

Parte immaginaria: $b = \left|\overline{V}\right| \operatorname{sen}\varphi$ (**2.5**)

Rappresentazione complessa

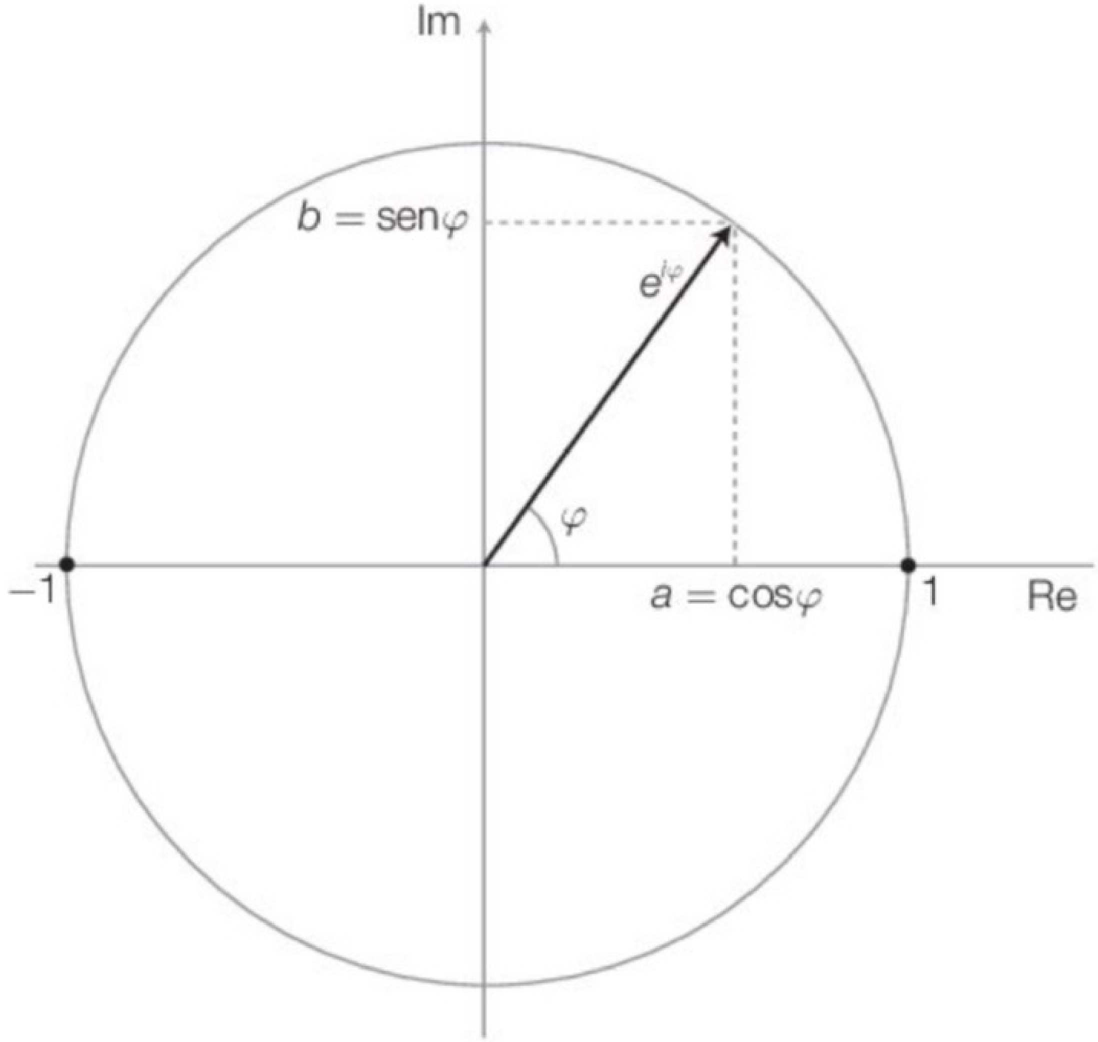
$$e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

Parte reale (a)

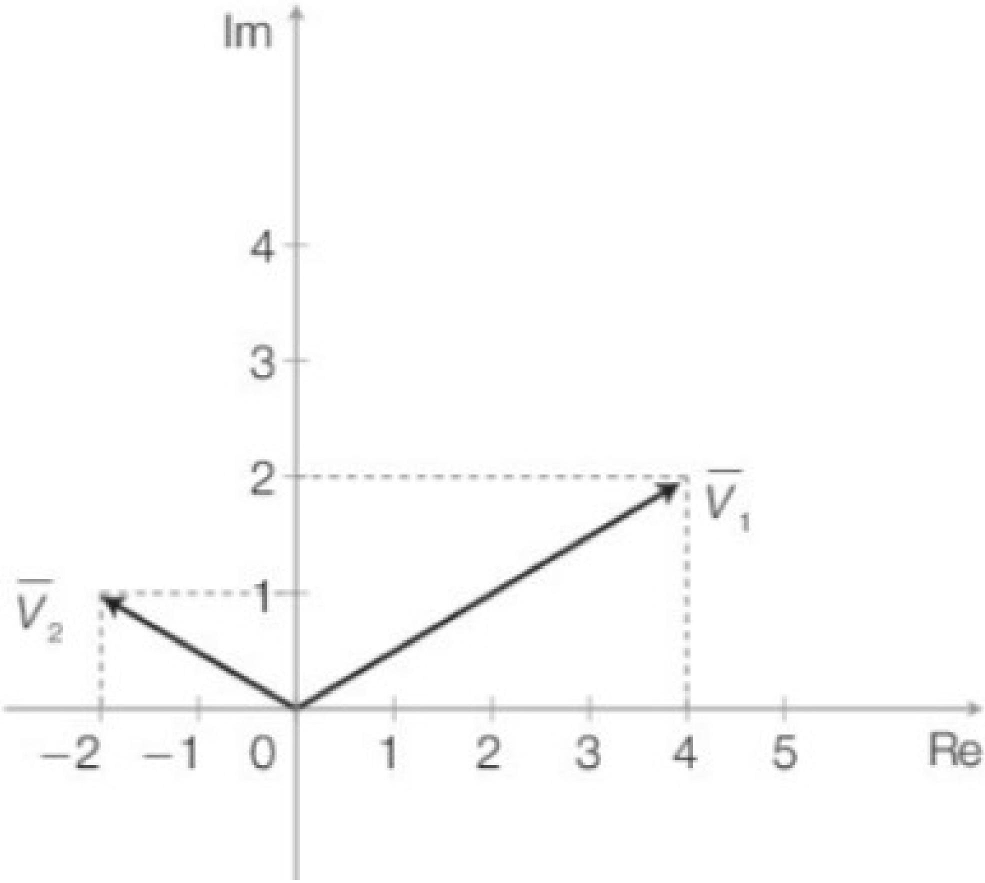
Parte immaginaria (b)

$$\cos\varphi = \frac{e^{j\varphi} + e^{-j\varphi}}{2} \qquad \mathrm{sen}\varphi = \frac{e^{j\varphi} - e^{-j\varphi}}{2j}$$

Rappresentazione complessa



Esercizio



1)In forma complessa
2)Modulo e argomento
3)Forma esponenziale
4)Vettore somma
5)Prodotto dei vettori

Esercizi

Esercizio 1

Una corrente alternata sinusoidale è espressa in forma binomiale come

$$\bar{I} = 7 - j5 \quad [A]$$

si risalga alla sua forma trigonometrica.

$$\left[\; i(t) = 8{,}6 \; sin(\omega t - 35°) \; A \; \right]$$

Esercizio 2

La tensione sinusoidale di frequenza f=1 kHz è espressa in forma binomiale:

$$\bar{V} = (12 + j9)V$$

Si scriva la forma sinusoidale (trigonometrica).

$$\left[v(t) = 15 \; sin(6280 \, t + 36°) \;\; V \right]$$

Esercizio 3

Avendo la tensione

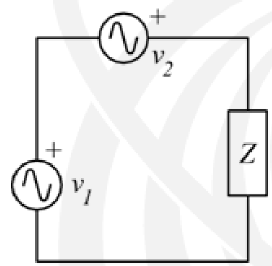
$$v(t) = 6{,}7 \; sin(\omega t + 63°26') \;\; V$$

Risalire alla sua espressione binomiale .

$$R. \left[\; \bar{V} = 3 + j6 \;\; V \; \right]$$

Esercizi

Esercizio no.4



Due tensioni sinusoidali espresse dalle relazioni:

$$v_1 = 8\sin(\omega t + 30°)\,V \quad e \quad v_2 = 8\cos(\omega t - 30°)\,V$$

sono applicate ai capi di un bipolo.

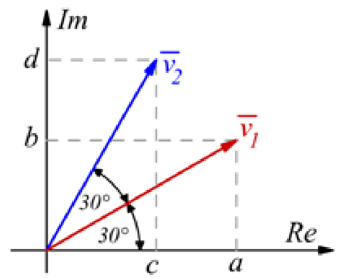
Scrivere l'espressione della tensione totale ai capi del bipolo.

Esercizio no.4:soluzione

La tensione risultante deve essere la somma delle due: $v = v_1 + v_2$ *, trattandosi di una somma converrà riportare le due tensioni in forma binomiale.*
Per la tensione v_2 *applichiamo la regola:*

$$\cos(x) = \sin(x + 90°) \quad \rightarrow$$

$$v_2 = 8\cos(\omega t - 30°) = 8\sin(\omega t - 30° + 90°) = 8\sin(\omega t + 60°)\ V$$



$$a = 8\cos 30° = 8\frac{\sqrt{3}}{2} = 6{,}92$$

$$b = 8\sin 30° = 8\frac{1}{2} = 4$$

$$\overline{V}_1 = 6{,}92 + j4$$

$$c = 8\cos 60° = 8\frac{1}{2} = 4 \qquad d = 8\sin 60° = 8\frac{\sqrt{3}}{2} = 6{,}92$$

$\overline{V}_2 = 4 + j6{,}92$ *avremo per cui:*

$$\overline{V} = \overline{V}_1 + \overline{V}_2 = (6{,}92 + j4) + (4 + j6{,}92) = 10{,}92 + j10{,}92$$

il modulo della tensione risultante: $v = |V| = \sqrt{10{,}92^2 + 10{,}92^2} = 15{,}44$

la fase della tensione risultante: $\theta = atg\left(\frac{10{,}92}{10{,}92}\right) = 45°$

la forma sinusoidale risultante: $v(t) = 15{,}44\sin(\omega t + 45°)\,V$

Componenti reattivi

- Induttore

$$v(t)=L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v(t)=\omega Li sen(\omega t+\varphi+\pi/2)$$

$$V=j\omega LI$$

- Condensatore

$$i(t)=\frac{dv(t)}{dt}$$

$$I=j\omega CV$$

Impedenza

$$\bar{Z} = \bar{V} / \bar{I}$$

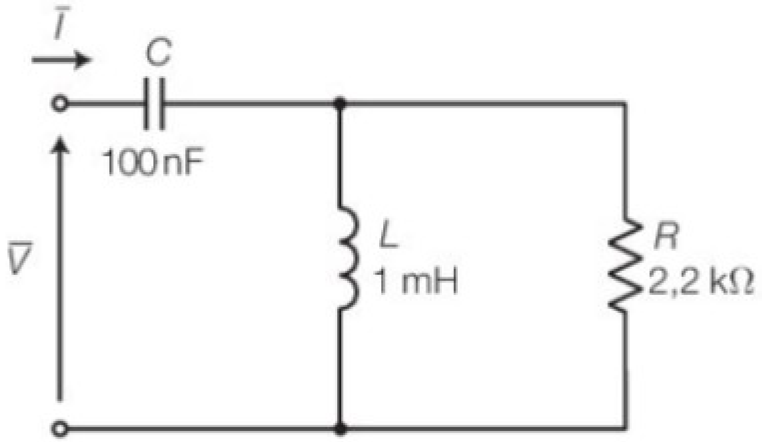
Componente	Impedenza	Impedenza per $\omega \to 0$ (continua)	Impedenza per $\omega \to \infty$ (alta frequenza)
R 	$\bar{Z} = R$	$\bar{Z} = R$	$\bar{Z} = R$
L 	$\bar{Z} = j\omega L$	$\bar{Z} \to 0$ (cortocircuito)	$\bar{Z} \to \infty$ (circuito aperto)
C 	$\bar{Z} = \dfrac{1}{j\omega C} = -\dfrac{j}{\omega C}$	$\bar{Z} \to \infty$ (circuito aperto)	$\lvert\bar{V}\rvert$ (cortocircuito)

Impedenza in serie e parallelo

- **impedenze in serie**: $$\overline{Z}_{eq} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 + \overline{Z}_3 \qquad (2.18)$$
- **impedenze in parallelo**: $$\frac{1}{\overline{Z}_{eq}} = \frac{1}{\overline{Z}_1} + \frac{1}{\overline{Z}_2} + \frac{1}{\overline{Z}_3} \qquad (2.19)$$

Esercizio

f = 1kHz



Calcolare il modulo e l’argomento dell’impedenza equivalente, per poi calcolare la corrente che scorre se c’è una tensione di 1V

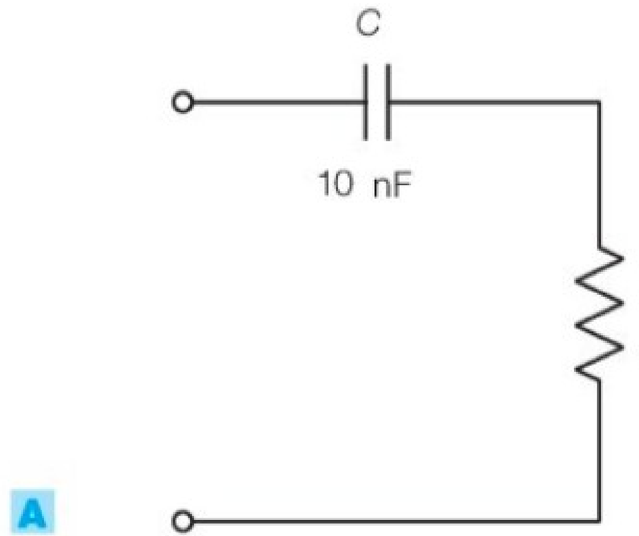
Esercizio

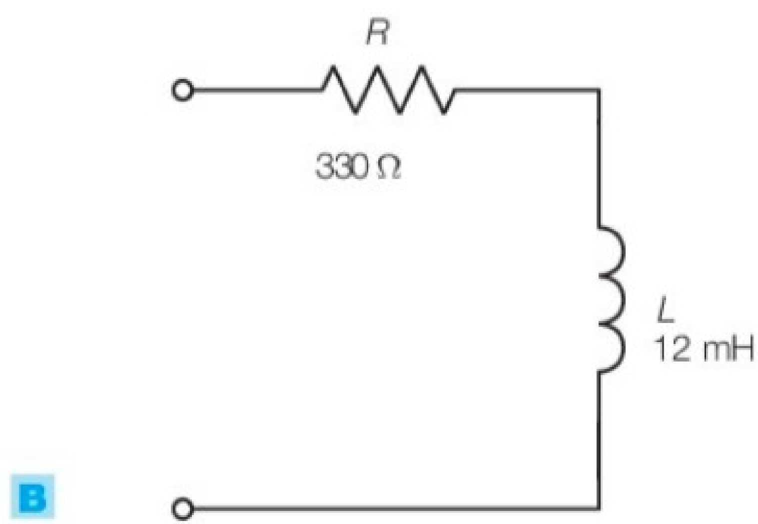
5 Calcolare il modulo e l'argomento dell'impedenza equivalente dei bipoli di FIGURA **41** alla frequenza $f = 10$ kHz.

[a) $|Z_{eq}| = 1880\ \Omega$; $\angle Z_{eq} = -57{,}8\,°$;
b) $|Z_{eq}| = 823\ \Omega$; $\angle Z_{eq} = +66{,}4\,°$]

Vedi ESEMPIO **2**

FIGURA **41**





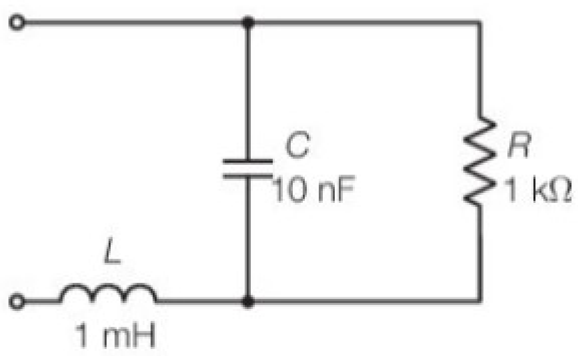
Esercizio

6 Calcolare il modulo e l'argomento dell'impedenza equivalente del bipolo di FIGURA **42** alla frequenza $f = 10$ kHz.

$[\left|Z_{eq}\right| = 815\ \ \Omega;\ \angle Z_{eq} = -28{,}5\ °]$

Vedi ESEMPIO **2**

FIGURA **42**



Risonanza serie

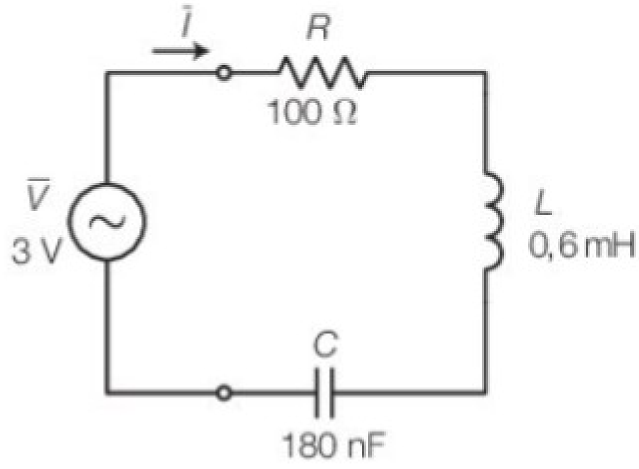
- Induttore e condensatore collegati in serie
- Se $W_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ allora il bipolo si comporta come un cortocircuito, in quanto le tensioni sono uguali ma opposte in fase
- Fattore di qualità Q per valutare il peso della resistenza R

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

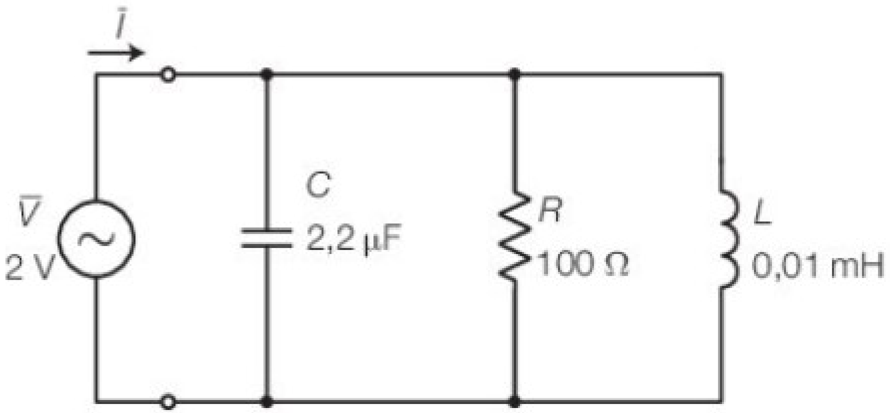
Risonanza parallelo

- Induttore e condensatore in parallelo
- Se $W_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ il bipolo si comporta come un circuito aperto, dato che le correnti sono uguali ma opposte in fase
- Fattore di qualità parallelo Q $$Q = R\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Esercizio



1) Valore della frequenza di risonanza
2) Intensità di corrente
3) Tensione ai capi di L e C



1) Valore della frequenza di risonanza
2) Intensità di corrente
3) Modulo delle correnti su L e C

Condensatori reali

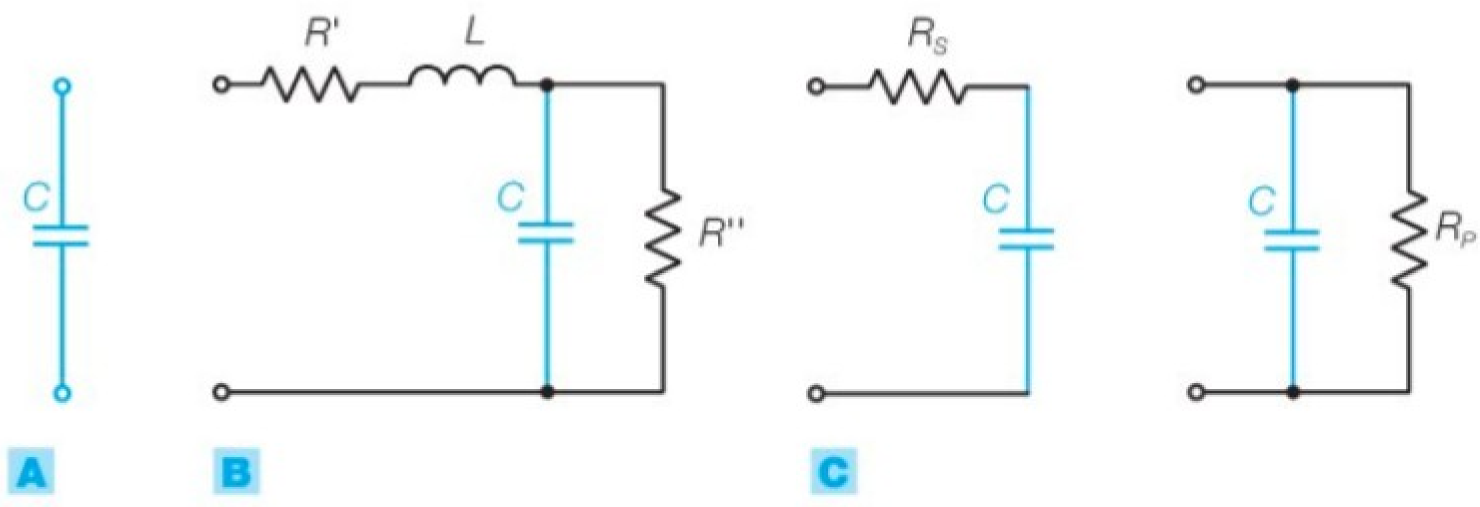
- R’ e L rappresentano la resistenza e l’induttanza dei reofori e delle armature
- R’’ tiene conto delle perdite nel dielettrico

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Se f<<f0, allora ho la figura C

$$\mathrm{tg}\delta = \frac{R_S}{X_C} = \omega C R_S = \frac{X_C}{R_P} = \frac{1}{\omega C R_P}$$

Fattore di perdita



Induttori reali

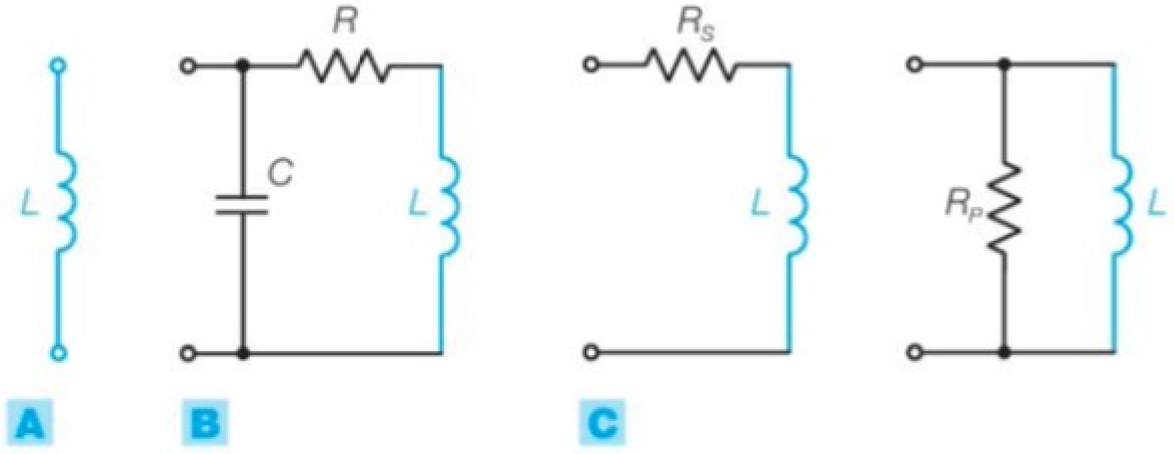
- R esprime le perdite ohmiche, magnetiche e dielettriche
- C tiene conto della capacità distribuita tra le spire

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Se f<<f0, allora ho la figura C

$$Q = \frac{X_L}{R_S} = \frac{\omega L}{R_S} = \frac{R_P}{X_L} = \frac{R_P}{\omega L}$$

Fattore di merito



Metodo simbolico

1) Si associano alle tensioni ed alle correnti i corrispondenti numeri complessi

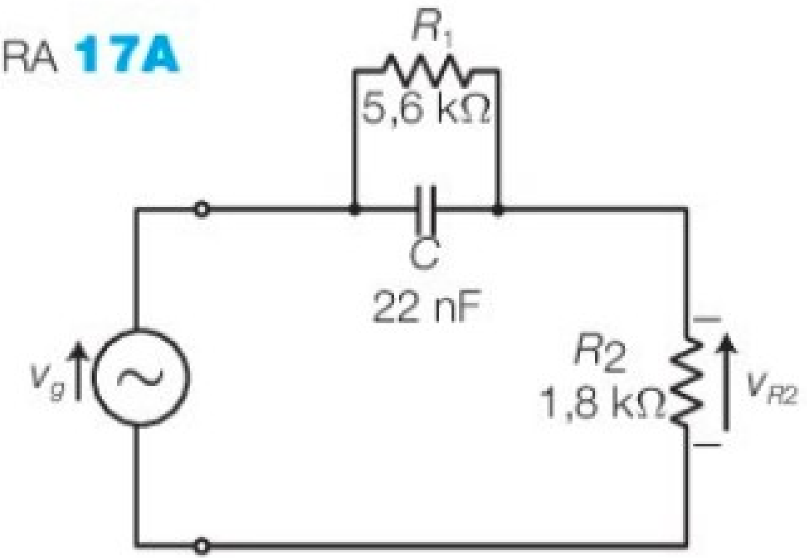
2) Stessi principi e teoremi del regime continuo

3) Ogni tensione o corrente nella rete risulterà sinusoidale, a causa della linearità, con frequenza di valore identico a quello dei generatori e ampiezza e fase ricavabili dai moduli e argomenti trovati

Esercizio

Calcolare il modulo e l'argomento della tensione v_{R_2} nel circuito di FIGURA **17A** e disegnare il diagramma vettoriale delle tensioni v_{R_2} e v_g, supponendo v_g di frequenza $f = 2$ kHz, di ampiezza $V_g = 2$ V_{eff} e di fase iniziale nulla ($\varphi = 0$).

FIGURA **17A**



Esercizio

10 Disegnare il diagramma vettoriale delle tensioni V_{R2} e V_g, nel circuito di FIGURA **46**, supponendo V_g con frequenza $f = 1{,}2$ kHz, modulo $|V_g| = 2{,}5\ V_{eff}$ e di fase iniziale nulla. Calcolare, inoltre, il modulo e l'argomento della tensione V_{R2}.

$[|V_c| = 0{,}64 V_{eff};\ \angle V_c = -1{,}2\ \text{rad}]$

Vedi ESEMPIO **5**

FIGURA **46**