Disequazioni frazionarie

Esercizio no.1
Soluzione a pag.4

$$\frac{8x-x^2-7}{9x^2-8x-1}>0$$

$$R.\left[-\frac{1}{9}<x<7 \quad con \quad x\neq 1\right]$$

Esercizio no.2
Soluzione a pag.5

$$x>\frac{1}{3-4x}$$

$$R.\left[\ x>\frac{3}{4}\ \right]$$

Esercizio no.3
Soluzione a pag.5

$$\frac{x^2+8x+4}{x+1}>8$$

$$R.\ [\,-2<x<-1 \quad \vee \quad x>2\,]$$

Esercizio no.4
Soluzione a pag.6

$$\frac{2x^2+x-1}{x^2-2x}\geq 0$$

$$R.\left[x\leq -1 \ \vee\ 0<x\leq\frac{1}{2} \ \vee \quad x>2\right]$$

Esercizio no.5
Soluzione a pag.7

$$\frac{x}{x+3}-\frac{1}{4}<\frac{x-1}{2x}$$

$$R.[\,-3<x<0 \ \vee \quad 1<x<6\,]$$

Esercizio no.6
Soluzione a pag.8

$$\frac{1+x}{x-2}<\frac{2}{3}$$

$$R.[\,-7<x<2\,]$$

Esercizio no.7
Soluzione a pag.8

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{3}<\frac{\sqrt{2}}{x}$$

$$R.[\,0<x<3\cdot(\sqrt{2}-1)\,]$$

Esercizio no.8
Soluzione a pag.9

$$\frac{5x-3}{1-3x}<0$$

$$R.\left[\ x<\frac{1}{3}\ \vee\ x>\frac{3}{5}\ \right]$$

Esercizio no.9
Soluzione a pag.9

$$\frac{x(7-2x)}{x-1}<0$$

$$R.\left[0<x<1 \ \vee \quad x>\frac{7}{2}\right]$$

Esercizio no.10 Soluzione a pag.10

$$\frac{x-4}{3}-\frac{3}{x-4}>\frac{x}{3}$$ $$R.\left[\frac{7}{4}<x<4\right]$$

Esercizio no.11 Soluzione a pag.10

$$1-\frac{3}{2x}+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}-1\right)>\frac{2+3x}{x}$$ $$R.\left[-1<x<0\right]$$

Esercizio no.12 Soluzione a pag.11

$$\frac{(x-1)5x}{2x+6}\geq 0$$ $$R.\left[-3<x\leq 0 \ \vee \ x\geq 1\right]$$

Esercizio no.13 Soluzione a pag.11

$$\frac{x}{x-6}<\frac{x+3}{6}+\frac{x+6}{6-x}$$ $$R.\ \left[-3<x<6 \vee \ x>18\right]$$

Esercizio no.14 Soluzione a pag.12

$$\frac{4}{x+3}>\frac{4}{x-3}-\frac{1}{3}$$ $$R.\left[x<-9 \vee \ -3<x<3 \ \vee \ x>9\right]$$

Esercizio no.15 Soluzione a pag.13

$$\frac{x-5}{x+3}<\frac{x-8}{x-3}$$ $$R.\left[-3<x<3 \vee x>13\right]$$

Esercizio no.16 Soluzione a pag.13

$$\frac{x^2-4}{x^2+5x-14}<0$$ $$R.\left[-7<x<2\right]$$

Esercizio no.17 Soluzione a pag.14

$$\frac{3x+1}{2x-4}+\frac{2}{x-5}>-\frac{2x^2+13}{2x^2-14x+20}$$ $$R.\left[x<0 \ \vee \ x>5\right]$$

Esercizio no.18 Soluzione a pag.15

$$\frac{2}{1-3x}\leq 1+\frac{2}{x-2}$$ $$R.\left[x\leq -\frac{4}{3}\vee \frac{1}{3}<x\leq 1\vee x>2\right]$$

Esercizio no.19 Soluzione a pag.16

$$\frac{2x^2}{x^2-5x+8}>0$$ R.[$x \neq 0$]

Esercizio no.20 Soluzione a pag.16

$$x^3+x^2-4x-4<0$$ R.[$x<-2 \quad \vee \quad -1<x<2$]

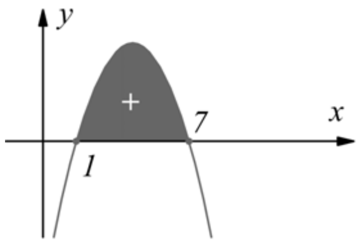
Esercizio no.1:soluzione

$$\frac{8x-x^2-7}{9x^2-8x-1}>0$$

La il trinomio al numeratore corrisponde ad una parabola con la concavità rivolta verso il basso le cui radici si individuano risolvendo la:

$$8x-x^2-7=0 \rightarrow x^2-8x+7=0$$

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{8\pm\sqrt{64-28}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{36}}{2}=\begin{cases}\dfrac{8+6}{2}=\dfrac{14}{2}=7\\[2mm]\dfrac{8-6}{2}=\dfrac{2}{2}=1\end{cases}$$



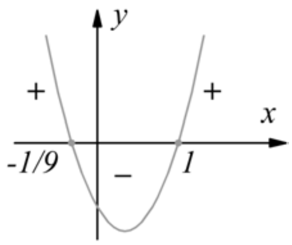
Come si nota la parabola in questione, di equazione:

$y=-x^2+8x-7>0$ per

$1<x<7$

Il denominatore $9x^2-8x-1$ prevede le radici:

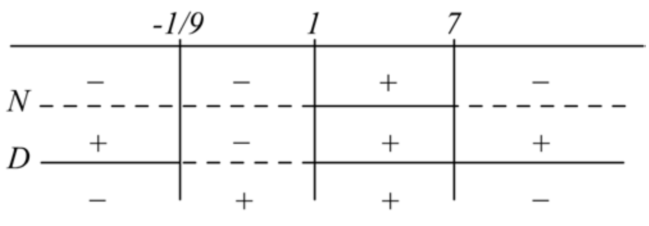
$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{8\pm\sqrt{64+36}}{18}=\frac{8\pm\sqrt{100}}{18}=\begin{cases}\dfrac{8+10}{18}=\dfrac{18}{18}=1\\[2mm]\dfrac{8-10}{18}=-\dfrac{2}{18}=-\dfrac{1}{9}\end{cases}$$



Si osserva come tale funzione sia positiva per valori:

$$x<-\frac{1}{9} \vee x>1$$

Studiando il rapporto N/D graficamente:



Osservando il grafico, saremmo tentati di dire che la disequazione è soddisfatta per:

$$-\frac{1}{9}<x<7$$

ma tale intervallo include il valore x=1 che annulla il denominatore e rende priva di senso l'intera espressione; diremo per cui: $-\dfrac{1}{9}<x<7$ con $x\neq 1$

Esercizio no.2:soluzione

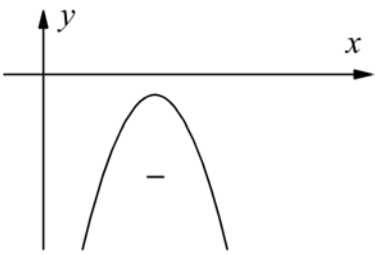
Portiamo tutto al I° membro:

$$x > \frac{1}{3-4x} \quad \rightarrow \quad x - \frac{1}{3-4x} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{3x-4x^2-1}{3-4x} > 0$$

L'espressione al numeratore è l'equazione di una parabola con concavità rivolta verso il basso, le cui radici si trovano risolvendo la:

$3x-4x^2-1=0 \quad \rightarrow \quad 4x^2-3x+1=0$ notiamo che per essa:

$\Delta = b^2-4ac = 9-4\cdot 4 = -7 < 0$

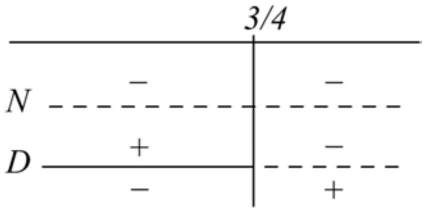


il delta negativo significa che non ci sono intersezioni con l'asse x, e quindi la parabola è collocata totalmente nel semipiano negativo.

Dobbiamo dire che il numeratore $N < 0 \quad \forall x$

Per il denominatore:

$D > 0 \rightarrow \quad 3-4x > 0 \quad \rightarrow \quad 3 > 4x \quad \rightarrow \quad x < \frac{3}{4}$ il grafico del rapporto:

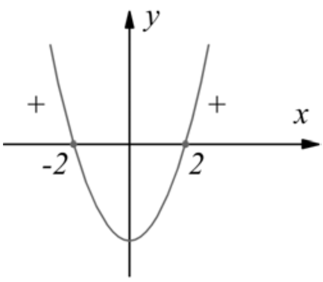


Si osserva come la disequazione iniziale sia Soddisfatta per

$x > \frac{3}{4}$

Esercizio no.3:soluzione

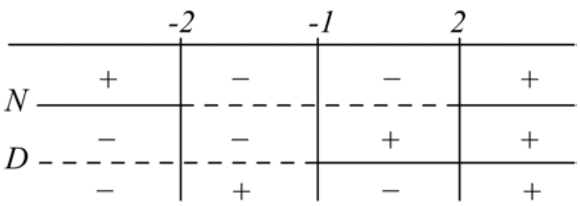
$$\frac{x^2+8x+4}{x+1} > 8 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2+8x+4}{x+1} - 8 > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2+\cancel{8x}+4-\cancel{8x}-8}{x+1} \quad \rightarrow \quad \frac{x^2-4}{x+1} > 0$$



L'espressione al numeratore è riconducibile ad una parabola con concavità rivolta verso l'alto e con radici x=±2.
Come si osserva la funzione è positiva per valori:

$x < -2 \quad \vee \quad x > 2$

Il denominatore $D > 0 \rightarrow \; x+1 > 0 \quad \rightarrow \quad x > -1$



si ricava che la disequazione è soddisfatta per

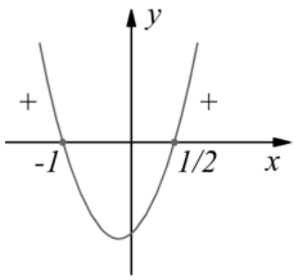
$-2 < x < -1 \quad \vee \quad x > 2$

Esercizio no.4:soluzione

$$\frac{2x^2+x-1}{x^2-2x} \geq 0$$

Per le radici del numeratore:

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} = \begin{cases} \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$



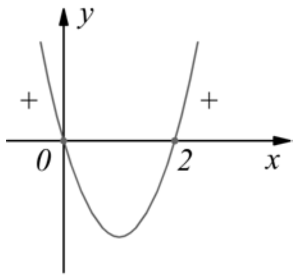
Il numeratore, risulterà positivo per i valori:

$$x < -1 \ \vee \ x > \frac{1}{2}$$

Il denominatore a sua volta è riconducibile ad una parabola con concavità rivolta verso l'alto, avente come radici, le soluzioni dell'equazione:

$$x(x-2) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$D > 0 \quad x < 0 \ \vee \ x > 2$$



	$x<-1$	$-1<x<0$	$0<x<1/2$	$1/2<x<2$	$x>2$
N	+	−	−	+	+
D	+	+	−	−	+
	+	−	+	−	+

Studiando il segno del rapporto N/D, la disequazione risulta positiva per:

$$x < -1 \ \vee \ 0 < x < \frac{1}{2} \ \vee \ x > 2$$

risulta inoltre nulla per i valori che annullano N: $x = -1$ ed $x = \frac{1}{2}$, la soluzione sarà:

$$x \leq -1 \ \vee \ 0 < x \leq \frac{1}{2} \ \vee \ x > 2$$

Esercizio no.5:soluzione

$$\frac{x}{x+3}-\frac{1}{4}<\frac{x-1}{2x} \quad\rightarrow\quad \frac{x-1}{2x}+\frac{1}{4}-\frac{x}{x+3}>0 \quad\rightarrow\quad \frac{2(x-1)(x+3)+x(x+3)-4x^2}{4x(x+3)}>0$$

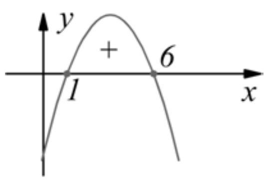
$$\frac{2(x^2+3x-x-3)+x^2+3x-4x^2}{4x(x+3)}>0 \quad\rightarrow\quad \frac{2x^2+6x-2x-6+x^2+3x-4x^2}{4x(x+3)}>0$$

$$\frac{-x^2+7x-6}{4x(x+3)}>0$$

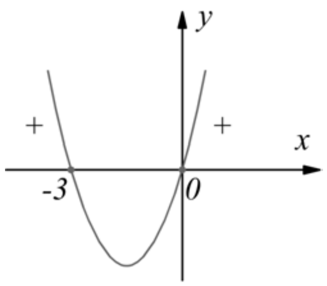
L'espressione al numeratore si annulla in corrispondenza delle soluzioni dell'equazione:

$$-x^2+7x-6=0 \quad\rightarrow\quad x^2-7x+6=0$$

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{2}=\begin{cases}\dfrac{7+5}{2}=\dfrac{12}{2}=6\\[2mm]\dfrac{7-5}{2}=\dfrac{2}{2}=1\end{cases}$$



L'espressione al numeratore associabile ad una parabola con concavità verso il basso è positiva per: $1<x<6$



Il Denominatore D è invece riconducibile alla parabola $y=4x^2+12x$ che ovviamente ammette soluzioni: $x=0$ ed $x=-3$ risulta dunque positiva per gli intervalli esterni a tali valori.

		-3		0		1		6	
N	−		−		−		+		−
D	+		−		+		+		+
	−		+		−		+		−

Studiando il segno del rapporto N/D, la disequazione è soddisfatta per:

$$-3<x<0 \ \vee\ 1<x<6$$

Esercizio no.6:soluzione

$$\frac{1+x}{x-2} < \frac{2}{3}$$ Porto tutto al II° membro

$$0 < \frac{2}{3} - \frac{1+x}{x-2} \quad \rightarrow \frac{2}{3} + \frac{1+x}{2-x} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{2(2-x)+3(1+x)}{3(2-x)} > 0$$

attenzione! posso cambiare il segno all'intera frazione a patto di cambiare segno al numeratore o al denominatore della stessa.

$$\frac{4-2x+3+3x}{3(2-x)} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{7+x}{3(2-x)} > 0$$

$$\begin{cases} N > 0 \quad \rightarrow \quad 7+x > 0 \quad \rightarrow \quad x > -7 \\ D > 0 \quad \rightarrow \quad 3(2-x) > 0 \quad \rightarrow \quad 2-x > 0 \quad \rightarrow \quad x < 2 \end{cases}$$

		-7		2	
N	−		+		+
D	+		+		−
	−		+		−

Come si vede la disequazione assegnata è verificata nell'intervallo:

$$-7 < x < 2$$

Esercizio no.7:soluzione

Portiamo tutto al II° membro e facciamo il denominatore comune.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{3} < \frac{\sqrt{2}}{x} \quad \rightarrow \quad \frac{\sqrt{2}}{x} - \frac{1}{x} - \frac{1}{3} > 0 \quad \rightarrow \quad \frac{3\sqrt{2}-3-x}{3x} > 0$$

$$\frac{3(\sqrt{2}-1)-x}{3x} > 0 \quad \begin{cases} N > 0 \rightarrow 3(\sqrt{2}-1)-x > 0 \rightarrow x < 3(\sqrt{2}-1) \\ D > 0 \rightarrow x > 0 \end{cases}$$

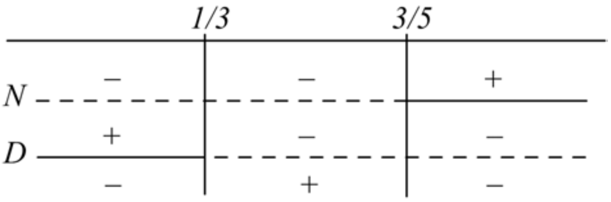
		0		$3(\sqrt{2}-1)$	
N	+		+		−
D	−		+		+
	−		+		−

Come si nota dallo schema, la disequazione è soddisfatta per:

$$0 < x < 3(\sqrt{2}-1)$$

Esercizio no.8:soluzione

$$\frac{5x-3}{1-3x}<0 \quad \begin{cases} N>0 \rightarrow \ 5x-3>0 \ \rightarrow \ x>\dfrac{3}{5} \\ D>0 \rightarrow \ 1-3x>0 \ \rightarrow \ x<\dfrac{1}{3} \end{cases}$$



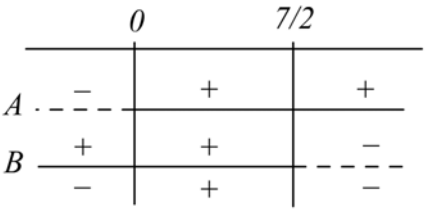
Come si vede dal grafico, la disequazione è soddisfatta (è negativa) per:

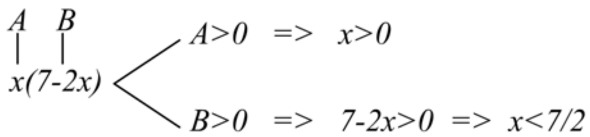
$$x<\frac{1}{3} \ \vee \ x>\frac{3}{5}$$

Esercizio no.9:soluzione

$$\frac{x(7-2x)}{x-1}<0$$

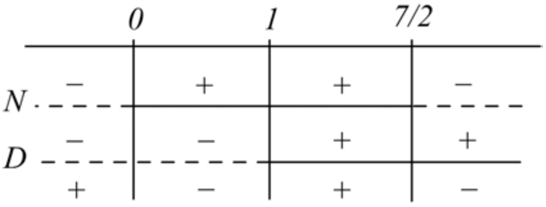
in questo caso il numeratore è un'espressione composta occorre valutare separatamente in via preliminare il segno di questo prodotto.





Il numeratore $N>0 \quad per \ \ 0<x<\frac{7}{2}$

il denominatore $D>0 \ per \ \ x>1$ dal grafico N/D:



La disequazione è soddisfatta per gli intervalli:

$$0<x<1 \ \vee \ x>\frac{7}{2}$$

Esercizio no.10:soluzione

$$\frac{x-4}{3}-\frac{3}{x-4}>\frac{x}{3} \rightarrow \frac{(x-4)^2-9}{3(x-4)}>\frac{x}{3} \rightarrow \frac{(x-4)^2-9}{3(x-4)}-\frac{x}{3}>0$$

eseguiamo ancora il denominatore comune.

$$\frac{(x-4)^2-9-x(x-4)}{3(x-4)}>0 \rightarrow \frac{\cancel{x^2}-8x+16-9-\cancel{x^2}+4x}{3(x-4)}>0$$

$$\frac{7-4x}{3(x-4)}>0 \quad \begin{cases} N>0 \rightarrow 7-4x>0 \rightarrow x<\frac{7}{4} \\ D>0 \rightarrow x-4>0 \rightarrow x>4 \end{cases}$$

		7/4		4	
N	+		−		−
D	−		−		+
	−		+		−

Disequazione soddisfatta per:

$$\frac{7}{4}<x<4$$

Esercizio no.11:soluzione

$$1-\frac{3}{2x}+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{x}-1\right)>\frac{2+3x}{x} \rightarrow 1-\frac{3}{2x}+\frac{3(1-x)}{4x}-\frac{2+3x}{x}>0$$

faccio il denominatore comune

$$\frac{4x-6+3-3x-8-12x}{4x}>0 \rightarrow \frac{-11-11x}{4x}>0$$

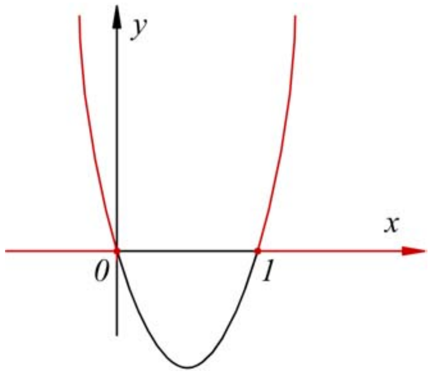
$$\begin{cases} N>0 \rightarrow -11-11x>0 \quad x<-1 \\ D>0 \rightarrow x>0 \end{cases}$$

		-1		0	
N	+		−		−
D	−		−		+
	−		+		−

verificata nell'intervallo $-1<x<0$

Esercizio no.12:soluzione

$$\frac{(x-1)5x}{2x+6} \geq 0$$



Sviluppando il numeratore : $5x^2 - 5x$ equazione di secondo grado che prevede due radici $x_1 = 0$ e $x_2 = 1$

Osservando il grafico si desume che

$y = 5x^2 - 5x > 0$ per $x < 0 \vee x > 1$

Invece il denominatore :

$D > 0 \quad 2x + 6 > 0 \quad \rightarrow \quad x > -3$

		-3		0		1	
A	+		+		−		+
B	−		+		+		+
	−		+		−		+

$$\frac{(x-1)5x}{2x+6} > 0 \text{ per } -3 < x < 0 \vee x > 1$$

poi dobbiamo considerare che è uguale a 0 per x=0 e x=1, questi ultimi estremi vanno dunque inclusi nell'insieme della soluzione, che sarà:

$-3 < x \leq 0 \vee x \geq 1$

Esercizio no.13:soluzione

$$\frac{x}{x-6} < \frac{x+3}{6} + \frac{x+6}{6-x} \rightarrow 0 < \frac{x+3}{6} + \frac{x+6}{6-x} - \frac{x}{x-6} \rightarrow 0 < \frac{x+3}{6} + \frac{x+6}{6-x} + \frac{x}{6-x}$$

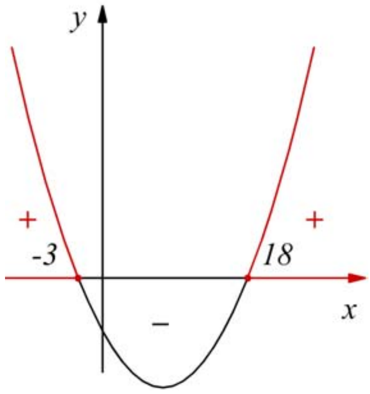
$$0 < \frac{(x+3)(6-x) + 6(x+6) + 6x}{6(6-x)} = \frac{6x - x^2 + 18 - 3x + 6x + 36 + 6x}{6(6-x)}$$

$$\frac{54 + 15x - x^2}{6(6-x)} > 0$$

moltiplico N e D per -1

$$\frac{x^2 - 15x - 54}{6(x-6)} > 0$$

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{15\pm\sqrt{225+216}}{2}=\frac{15\pm 21}{2}=\begin{cases}\dfrac{15+21}{2}=\dfrac{36}{2}=18\\[2ex]\dfrac{15-21}{2}=-\dfrac{6}{2}=-3\end{cases}$$



		-3		6		18	
N	+		−		−		+
D	−		−		+		+
	−		+		−		+

$N>0$ per $x<-3 \;\vee\; x>18$

D>0 per $x>6$

La soluzione è $-3<x<6 \vee\; x>18$

Esercizio no.14:soluzione

$$\frac{4}{x+3}>\frac{4}{x-3}-\frac{1}{3}\;\rightarrow\;\frac{4}{x+3}-\frac{4}{x-3}+\frac{1}{3}>0\;\rightarrow\;\frac{12(x-3)-12(x+3)+x^2-9}{3(x^2-9)}>0$$

$$\frac{\cancel{12x}-36-\cancel{12x}-36+x^2-9}{3(x^2-9)}>0\;\rightarrow\;\frac{x^2-81}{3(x^2-9)}>0$$

Il numeratore è riconducibile a una parabola con concavità rivolta verso l’alto con radici ± 9 quindi:

		-9		-3		3		9	
N	+		−		−		−		+
D	+		+		−		+		+
	+		−		+		−		+

$N>0 \;\rightarrow\; x<-9 \;\vee\; x>9$

$D>9 \;\rightarrow\; x<-3 \;\vee\; x>3$

La disequazione è soddisfatta (>0) per $x<-9 \vee\; -3<x<3 \;\vee\; x>9$

Esercizio no.15:soluzione

$$\frac{x-5}{x+3}<\frac{x-8}{x-3} \quad\rightarrow\quad 0<\frac{x-8}{x-3}-\frac{x-5}{x+3} \quad\rightarrow\quad \frac{(x-8)(x+3)-(x-5)(x-3)}{x^2-9}>0 \quad \text{avremo:}$$

$$\frac{x^2+3x-8x-24-(x^2-3x-5x+15)}{x^2-9}>0 \quad\rightarrow\quad \frac{\cancel{x^2}-5x-24-\cancel{x^2}+8x-15}{x^2-9}>0$$

$$\frac{3x-39}{x^2-9}>0 \quad\rightarrow\quad \begin{cases} N>0 \quad\rightarrow\quad 3x-39>0 \quad\rightarrow\quad x>\dfrac{39}{3} \quad\rightarrow\quad x>13 \\ D>0 \quad\rightarrow\quad x<-3 \quad\vee\quad x>3 \end{cases}$$

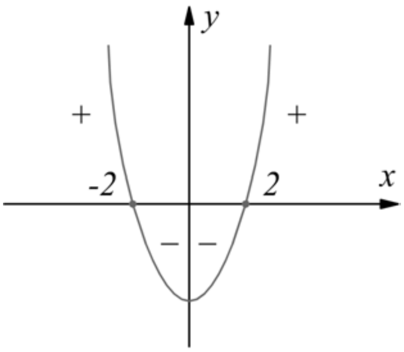
	-3	3	13	
N	−	−	−	+
D	+	−	+	+
	−	+	−	+

Disequazione soddisfatta per

$-3<x<3 \vee x>13$

Esercizio no.16:soluzione

$$\frac{x^2-4}{x^2+5x-14}<0$$

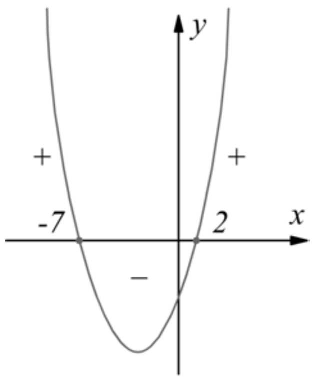


Il numeratore essendo l'espressione di una parabola simmetrica rispetto l'asse delle ordinate, con concavità rivolta verso l'alto è $N>0$ per

$x<-2 \quad\vee\quad x>2$

Anche il denominatore D è l'espressione di una parabola con concavità rivolta verso l'alto, le sue intersezioni con l'asse x sono soluzioni dell'equazione: $x^2+5x-14=0$.

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-5\pm\sqrt{25+56}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{81}}{2}=\begin{cases}\dfrac{-5+9}{2}=\dfrac{4}{2}=2 \\ \dfrac{-5-9}{2}=-\dfrac{14}{2}=-7\end{cases}$$



il denominatore $D>0$ per $x<-7 \quad\vee\quad x>2$

	-7	-2	2	
N	+	+	−	+
D	+	−	−	+
	+	−	+	+

La disequazione assegnata è soddisfatta per $-7<x<2$

Esercizio no.17:soluzione

$$\frac{3x+1}{2x-4}+\frac{2}{x-5}>-\frac{2x^2+13}{2x^2-14x+20} \quad\rightarrow\quad \frac{3x+1}{2(x-2)}+\frac{2}{x-5}+\frac{2x^2+13}{2(x^2-7x+10)}>0$$

Per il trinomio al denominatore dell'ultimo addendo avremo:

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{7\pm\sqrt{49+40}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{9}}{2}=\begin{cases}\dfrac{7+3}{2}=\dfrac{10}{2}=5\\[2mm]\dfrac{7-3}{2}=\dfrac{4}{2}=2\end{cases}$$

$$\frac{3x+1}{2(x-2)}+\frac{2}{x-5}+\frac{2x^2+13}{2(x-5)(x-2)}>0 \quad\rightarrow\quad \frac{(3x+1)(x-5)+4(x-2)+2x^2+13}{2(x-5)(x-2)}>0$$

$$\frac{3x^2-15x+x\cancel{-5}+4x\cancel{-8}+2x^2\cancel{+13}}{2(x-5)(x-2)}>0 \quad\rightarrow\quad \frac{5x^2-10x}{2(x-5)(x-2)}>0$$

$$\frac{5x\cancel{(x-2)}}{2(x-5)\cancel{(x-2)}}>0 \quad\rightarrow\quad \frac{5x}{2(x-5)}>0$$

questo ultimo passaggio è consentito a patto di escludere dalle soluzioni il valore x=2 che annullerebbe il denominatore e renderebbe la disequazione priva di senso.

$$\begin{cases}N>0 \;\rightarrow\; x>0\\ D>0 \;\rightarrow\; x-5>0 \;\rightarrow\; x>5\end{cases}$$

	0		5	
N	−	+		+
D	−	−		+
	+	−		+

La disequazione è soddisfatta per $x<0 \;\vee\; x>5$

Esercizio no.18:soluzione

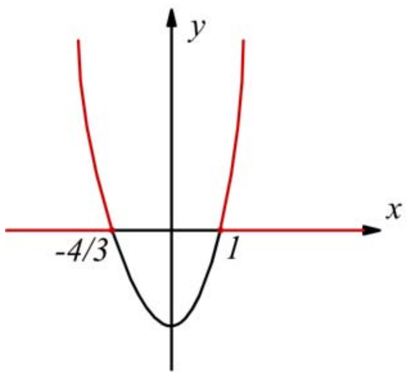
Portando tutto al secondo membro:

$$1+\frac{2}{x-2}-\frac{2}{1-3x}\geq 0 \quad \rightarrow \quad 1+\frac{2}{(x-2)}+\frac{2}{3x-1}\geq 0 \quad \rightarrow$$

$$\frac{(x-2)\cdot(3x-1)+2\cdot(3x-1)+2\cdot(x-2)}{(x-2)\cdot(3x-1)}\geq 0 \quad \rightarrow$$

$$\frac{3x^2-x-\cancel{6x}+\cancel{2}+\cancel{6x}-\cancel{2}+2x-4}{(x-2)\cdot(3x-1)}\geq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{3x^2+x-4}{(x-2)\cdot(3x-1)}\geq 0$$

$$x_{1/2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{1+48}}{6}=\frac{-1\pm 7}{6}=\begin{cases}\dfrac{-1+7}{6}=1\\[2mm] \dfrac{-1-7}{6}=-\dfrac{8}{6}=-\dfrac{4}{3}\end{cases}$$

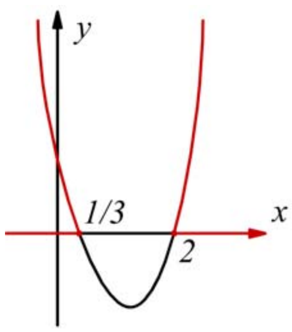


Il numeratore N è positivo per valori esterni a

$x<-4/3 \;\vee\; x>1$

Si riconosce che il denominatore è a sua volta l'equazione di una parabola con concavità rivolta verso l'alto con radici:

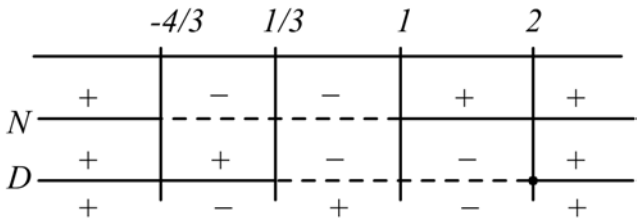
$x_1=1/3$ e $x_2=2$



Il denominatore D è, a sua volta, positivo per valori esterni a

$x<1/3 \;\vee\; x>2$

Valutiamo ora il segno del rapporto N/D con la solita rappresentazione grafica:



La disequazione assegnata è soddisfatta (positiva)per

$$x<-\frac{4}{3}\vee\frac{1}{3}<x<1\vee x>2$$

dato che il quesito posto ci chiede quando l' espressione assegnata è positiva o uguale a zero, dobbiamo includere in tale intervallo anche le radici del numeratore N che annullano l'intera frazione. Quindi la soluzione è:

$$x\leq-\frac{4}{3}\vee\frac{1}{3}<x\leq 1\vee x>2$$

Esercizio no.19:soluzione

Il numeratore $2x^2$ è una parabola con concavità rivolta verso l'alto con vertice nel punto 0,0 origine degli assi cartesiani; quindi il numeratore N è sempre positivo, eccetto in tale in tale punto, dove il rapporto N/D si azzera (e la disequazione non è soddisfatta)

Il denominatore è anch'esso riconducibile ad una parabola con concavità rivolta verso l'alto, ma non ha intersezioni con l'asse delle x, dato che il suo determinante è negativo, quindi la sua equazione non ammette radici in campo reale, infatti:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 32 < 0$$

si deduce che $N > 0 \quad \forall x \neq 0$ mentre $D > 0 \; \forall x$ per cui la disequazione è soddisfatta $\forall x \neq 0$

Esercizio no.20:soluzione

	1	1	-4	-4
-1		-1	0	4
	1	0	-4	0

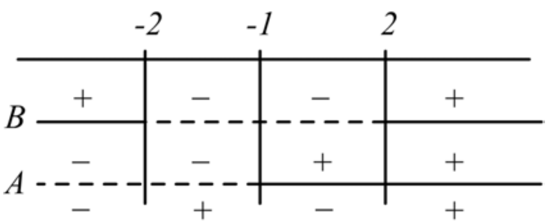
Usando la regola di Ruffini il polinomio iniziale può essere rappresentato come:

$$(x+1)\cdot(x^2-4) < 0$$

Il termine $x^2 - 4$ è riconducibile ad una parabola con concavità verso l'alto che interseca l'asse delle ascisse in $x = \pm 2$. Tale termine è positivo per $x < -2 \vee x > 2$.

Quindi se indichiamo:

$$\overset{A}{(x+1)}\cdot\overset{B}{(x^2-4)} < 0$$



Dal grafico si ottiene che la disequazione è soddisfatta per:

$$x < -2 \;\vee\; -1 < x < 2$$